

EDICIÓ CATALANA



La nebulosa del Llaç de Cygnus

Imatge de NASA/JPL-Caltech

La cosmologia moderna per a tothom

L'origen, l'evolució i el destí de l'Univers

TREBALL DE RECERCA

Institut Manuel Sales i Ferré

Avinguda de les Escoles, 6

43550, Ulldecona

LA COSMOLOGIA MODERNA PER A TOTHOM

L'origen, l'evolució i el destí de l'Univers

EDICIÓ CATALANA

Curs: 2014-2015

Data d'entrega: 21 de gener del 2015

ÍNDEX	1
1. INTRODUCCIÓ	3
2.1. Motivació	3
2.2. Objectius	4
2.3. Preguntes i/o hipòtesis	4
2.4. Aproximació a la metodologia del treball	5
2.5. Materials i recursos	7
2.6. Àrea d'estudi i context: matèria, temps i espai	7
2. PART TEÒRICA	8
2.1. Els orígens de la cosmologia	8
2.2. L'evolució de la cosmologia	8
2.2.1. La història de la cosmologia	8
2.2.2. La cosmologia i la religió	15
2.3. La cosmologia moderna	17
2.3.1. La base de la cosmologia moderna	17
2.3.2. L'expansió de l'Univers	22
2.3.3. Geometries de l'Univers	26
2.3.4. Models cosmològics	27
2.3.5. Observacions	32
2.4. Descobriments recents	36
2.4.1. La radiació còsmica de fons	36
2.4.2. La matèria fosca	37
2.4.3. L'energia fosca	37

3. PART PRÀCTICA	38
3.1. Introducció	38
3.2. L'expansió i l'acceleració de l'Univers	39
3.3. L'energia fosca	42
3.3.1. Vertaderament és energia fosca?	46
3.3.2. Què és l'energia fosca?	49
4. CONCLUSIONS	55
4.1. Respostes a les preguntes i hipòtesis	55
4.2. Què he après?	57
4.3. Què m'ha agradat més/menys?	58
4.4. Si tornéssim a començar...	58
4.5. Quines coses han quedat pendents?	59
5. DIETARI	60
6. AGRAÏMENTS	62
7. BIBLIOGRAFIA	63
<u>Llibre d'annexos</u>	
8. ANNEXOS	1
8.1. Annex A: Taula de dades de supernoves	1
8.2. Annex B: Codi de MatLab	10

1. INTRODUCCIÓ

1.1. Motivació

La meva motivació per a triar la cosmologia moderna com a tema d'aquest treball de recerca ve per moltes raons.

Primerament, estic molt interessat en la ciència, sobretot, en la física. De la varietat de branques de la física he escollit la cosmologia perquè és una ciència pionera que intenta entendre els orígens, l'evolució, les propietats i el destí del nostre univers. Per això, per a mi la cosmologia és la unificació de diversos camps de recerca de la física. Per exemple, utilitza molts principis de la relativitat especial i general, de la mecànica clàssica, de la física de partícules, de la termodinàmica..., per tal de crear una imatge general i exacta del cosmos.

La cosmologia també unifica dos aspectes de la ciència: la teoria i les observacions. Per una banda la cosmologia pot ser molt teòrica. Es proposen models i equacions basades en el coneixement previ i en les assumpcions sobre el que s'està estudiant. Per l'altra banda aquests models s'han de comprovar amb observacions o simplement les observacions s'utilitzen directament per formular nous models. Aquesta dualitat del camp em fa gaudir-lo encara més, ja que té molta diversitat i és prou desafiant.

Una altra raó per la qual he escollit la cosmologia com a tema del meu treball de recerca va ser la introducció a ell durant el pràcticum que vaig fer al *Centro de Astrofísica da Universidade do Porto* (CAUP) al juliol del 2014 amb el programa Joves i Ciència. Allí també em vaig introduir per primera vegada a la recerca de l'energia fosca, la qual tractarem en la part pràctica.

Però la meva motivació per a fer aquest treball no tan sols es basa en l'afició a la matèria, sinó que també es basa en el desig d'explicar i de raonar aquestes idees complexes al món. Ja s'hi han fet molts avanços exposant al públic conceptes com l'acceleració de l'Univers o la teoria inflacionària. Però les persones que no tenen una formació científica han de confiar en el que els científics els diuen. Així que intentaré presentar proves que ratifiquen els descobriments cosmològics més recents i alhora exposar-ho de la manera més detallada i simple possible.

Aquesta idea sorgeix de la desconfiança que van mostrar alguns dels meus amics davant conceptes com ara l'expansió de l'Univers. És clar que el seu escepticisme està justificat, ja que sols ho han vist a la televisió o a Internet. Haurien de buscar varies fonts d'informació i quan les trobarien, potser, ni les entendrien donada la complexitat del tema. Així que vaig tenir la idea de fer un treball que intenti fer un poc més raonables al menys algunes idees de la ciència.

A més a més, la cosmologia moderna és molt compatible amb aquest tipus de treballs, perquè intenta respondre les preguntes que la humanitat s'ha plantejat des de sempre. Aquestes respostes no s'haurien d'amagar al públic.

1.2. Objectius

L'objectiu principal d'aquest treball és fer una exposició general del camp de la cosmologia moderna. Sempre intentant que hi hagi alguna cosa interessant per qualsevol tipus de lector. Gairebé tot s'explicarà per un públic general d'una manera més detallada que el què es faria per a un públic científic, però hi haurà algunes parts del treball que requereixen una certa experiència en l'àmbit científic. Aquestes parts no són essencials per entendre el concepte, però donen permeten un enteniment més profund.

Un altre objectiu és mostrar com es treballa actualment en la cosmologia comprovant l'expansió i l'acceleració de l'Univers, exposant els possibles orígens i destins de l'Univers i mostrant la possible natura de l'energia fosca.

1.3. Preguntes i/o hipòtesis

Algunes preguntes que podem planejar són:

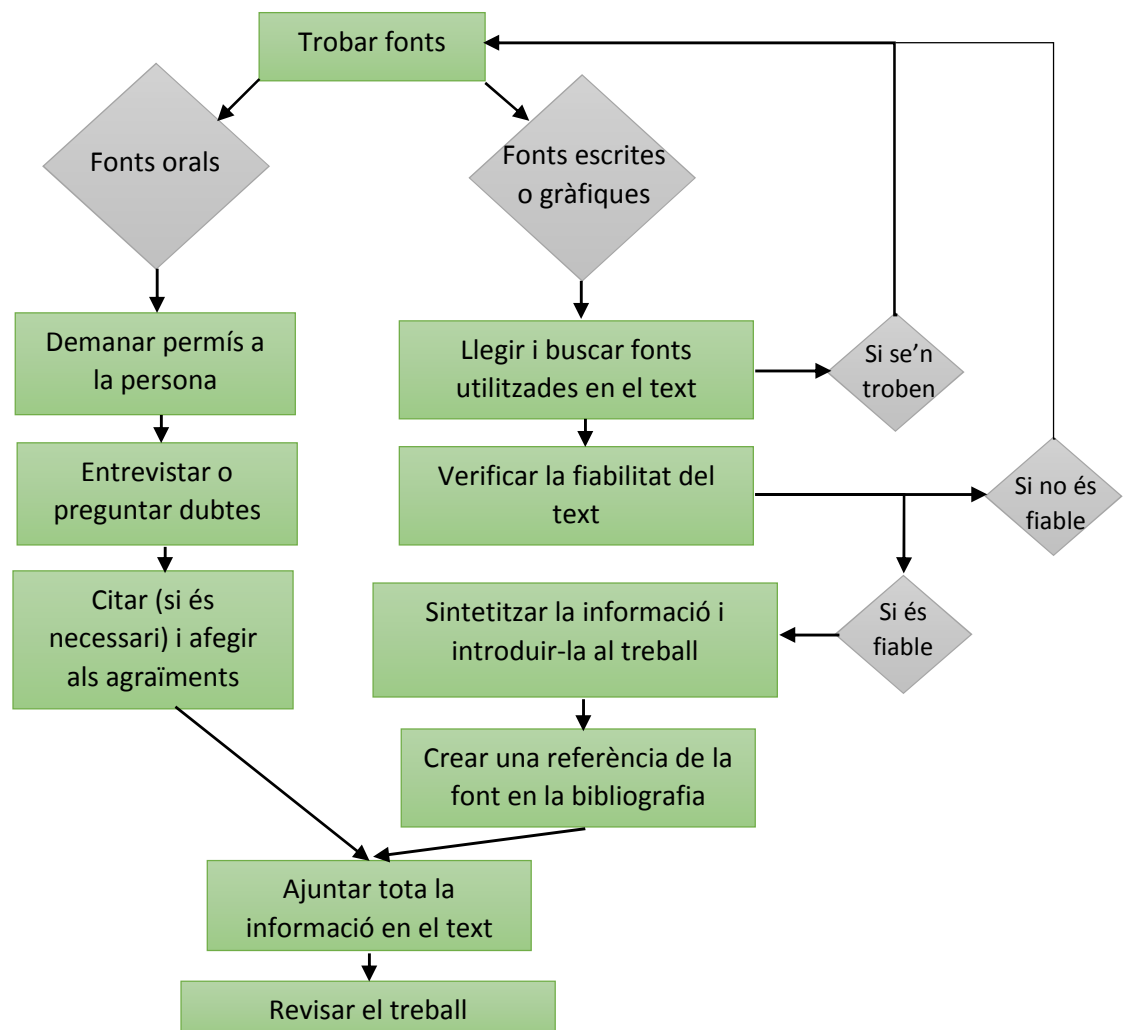
- Què és la cosmologia moderna? Com m'afecta?
- Com treballa un cosmòleg actual?
- El nostre univers està expandint? Aquesta expansió accelera?
- Què causa l'acceleració de l'expansió de l'Univers? Què és?
- Quins són els orígens del nostre univers? Quin podria ser el seu final?

1.4. Aproximació a la metodologia del treball

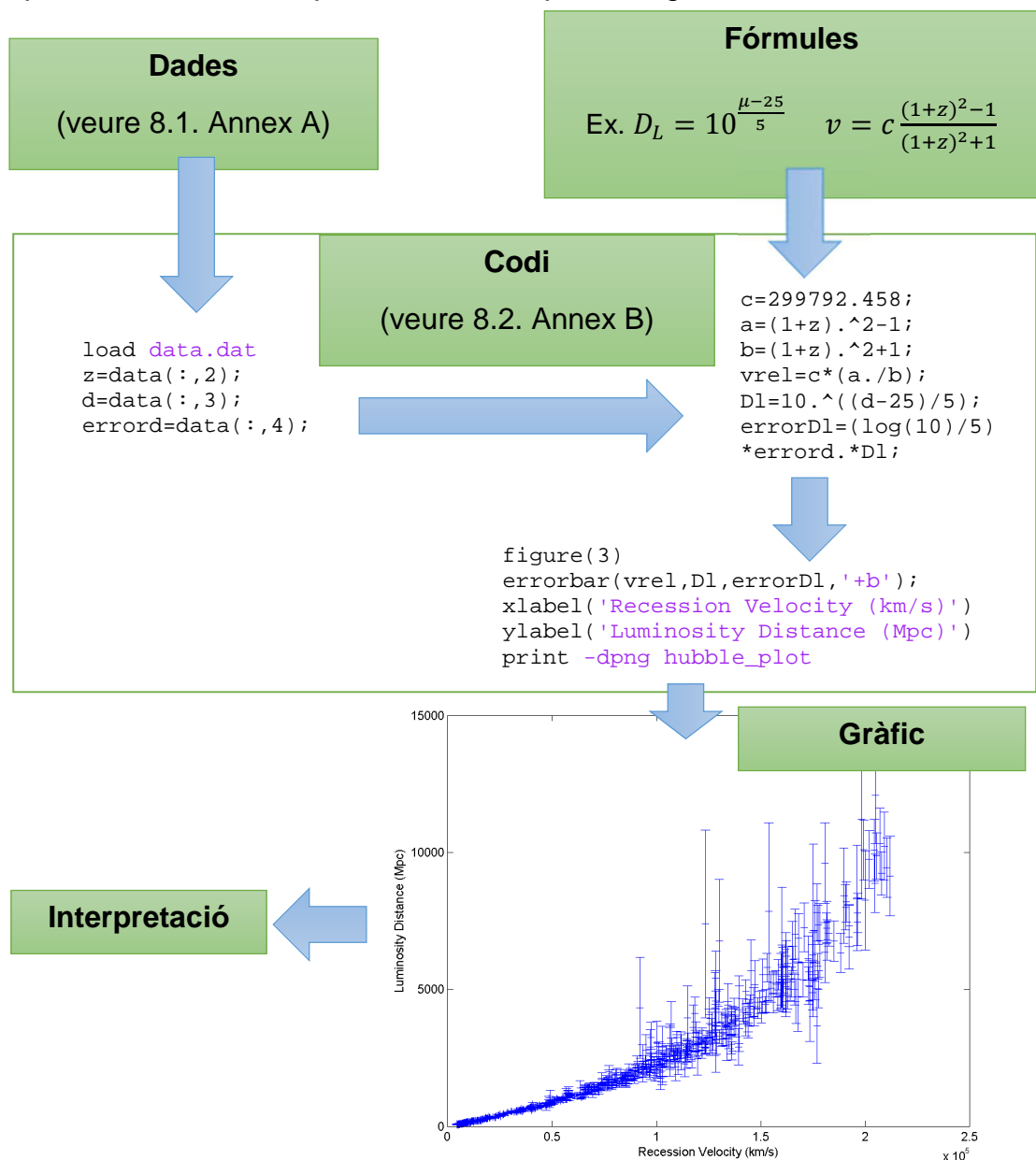
Per a la part teòrica, s'han consultat dos tipus de fonts: fonts escrites i fonts orals. La majoria de les fonts utilitzades per a aquest treball són fonts escrites. Primerament s'han buscat i llegit diverses fonts. Després de verificar-ne la fiabilitat, s'ha sintetitzat la informació per a introduir-la en el treball. A continuació s'ha creat una referència bibliogràfica de la font. El format de la referència depèn del tipus de font (llibre, article, pàgina web...). Totes les imatges que apareixen en el text s'han obtingut d'Internet.

Per fer aquest treball tan sols s'han consultat fonts orals per resoldre dubtes. S'han contactat diversos científics, com ara el Prof. Dr. Carlos Martins.

Finalment, la informació ha estat ajuntada i revisada. La revisió ha consistit en la lectura repetida del treball i en la correcció del treball per part de les tutores. El següent esquema mostra l'algoritme descrit anteriorment:



La metodologia emprada per elaborar la part pràctica consisteix en escriure un codi informàtic en la llengua del programa MatLab que regula un algorisme que analitza estadísticament les taules de dades (veure 8.1. Annex A). El codi no fa res més que resoldre fórmules repetidament a partir de centenars de valors diferents. Després amb el codi es poden representar aquests resultats gràficament. Finalment, aquests gràfics s'interpreten per veure quin fenomen físic tenen darrere. El procés està explicat en detall a la part pràctica i en l'apartat 8.2, i també es pot veure en l'esquema següent:



Tot el projecte ha estat traduït de l'anglès al català. L'original està en anglès, perquè la majoria de les fonts es troben en anglès, ja que és la llengua internacional de la ciència.

1.5. Materials i recursos

- Ordinador (amb una alta capacitat de computació)
- Programari
 - MATLAB R2014a: per fer càlculs i generar gràfics.
 - Microsoft Office 2013: per escriure el text i les fórmules.

1.6. Àrea d'estudi i context: matèria, temps i espai

Aquest treball es troba dintre de l'àrea de la física. Després es troba especialitzat en la branca de la cosmologia moderna. La cosmologia moderna es diu moderna, perquè la cosmologia convencional en els seus orígens estava més intensivament relacionada amb la filosofia que amb la física i la ciència. Això és d'aquesta manera perquè fins fa poc no es tenia la capacitat tecnològica per a fer observacions prou precises o per a fer càlculs tant complexos.

Avui en dia aquesta àrea de treball es troba al seu cim. Té més recursos que mai per a fer observacions de fenòmens cosmològics i astronòmics com els quàsars, les supernoves, etc. (amb telescopis com ALMA, Hubble, ELT...) i per fer càlculs, com per exemple els supercomputadors. A més, els avanços recents en la física de partícules i la mecànica quàntica han permès crear models cosmològics força més precisos. Encara així, ara mateix hi ha tants temes dels quals es pot fer recerca que fins i tot els recursos que hi ha no són suficients per a la demanda de fer recerca que hi ha.

2. PART TEÒRICA

2.1. Els orígens de la cosmologia

La cosmologia és l'estudi dels orígens, de l'evolució i del futur de l'Univers. Encara que avui es fa la distinció entre cosmologia i cosmogonia. En aquest cas, la cosmologia estudia l'evolució, les propietats i el destí de l'Univers, en canvi, la cosmogonia tan sols estudia els seus orígens. Però, quan es referirà a cosmologia es farà referència a la primera definició.

Això no va ser sempre així. En el seu principi la cosmologia estava basada en les idees religioses i filosòfiques que intentaven explicar l'Univers. Per això la cosmologia ha estat practicada des de que la primera persona s'ha preguntat sobre el funcionament del seu voltant. Al principi va ser per motius més religiosos, però, mentre l'astronomia i les altres ciències anaven avançant, la cosmologia s'apropava cada vegada més a ser una ciència.

Els primers vestigis de pràctiques que es podrien anomenar cosmologia van aparèixer durant el Neolític. Durant aquest període petits grups locals van intentar entendre els processos del seu voltant. Per a ells l'Univers sols estava format pel seu ambient més proper. Es fixaven sobretot en el temps, els terratrèmols i altres esdeveniments que ells consideraven cosmològics.

La paraula "cosmologia" ve les paraules *kosmos* (món) i *-logia* (estudi de) del grec. D'allí es va originar la paraula llatina *cosmologia*, que es va mantenir al llatí vulgar i al català.

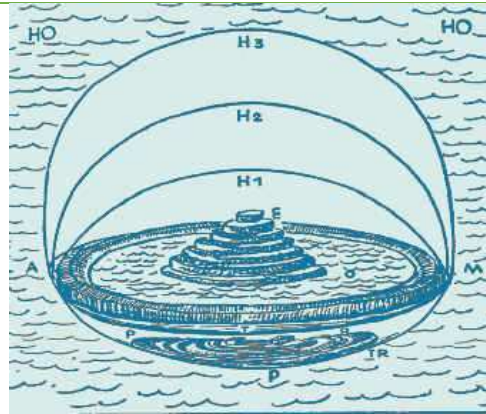
2.2. L'evolució de la cosmologia

2.2.1. La història de la cosmologia

Els indicis més antics del pensament cosmològic van aparèixer aproximadament al 20000 aC. amb la creació d'un calendari lunar sobre un fragment d'os. Altres mostres d'idees cosmològiques de l'època van ser les estructures megalítiques, com a Stonehenge, que van aparèixer a Europa i a l'Àfrica. El que totes les cultures del temps tenien en comú va ser que tenien una vista antropomòrfica o personificada del món i que expressaven aquestes

creences gastant molt temps i molts recursos per fer monuments o artefactes.

Pel 5000 aC., van aparèixer les primeres cultures. Entre el riu Tigris i el riu Èufrates, al territori de l'actual Iraq, Kuwait i parts de Síria i Turquia, va aparèixer la cultura mesopotàmica. Aquesta cultura creia, entre altres, en la **cosmologia babilònica**. Creien en un món pla que flotava en aigua i que consistia de diverses capes. Diferenciaven entre la superfície, el



Imatge 1. Representació de l'univers babilònic. Font: abyss.uoregon.edu

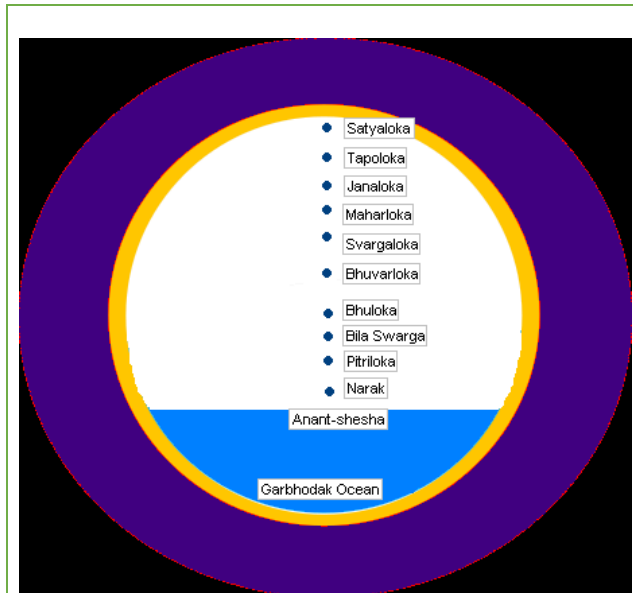
subterrani de Abzu (el déu de les aigües subterrànies) i el inframón. També creien que el cel estava dividit en capes: el firmament amb les estrelles, el Sol i la Lluna, “l’oceà del cel” i “el cel del cel”. El cel i la Terra estaven ajuntats per una cúpula sostinguda pels anomenats “pilars del cel” i “pilars de la terra”. En la cosmologia babilònica, aquesta cúpula surava en les infinites “aigües del caos”. La seva teoria creacionista diu que el déu Marduk va crear la Terra sobre aigua dolça i envoltada d’aigua salada.

És obvi que el babilònics li donaven gran importància a l’aigua, ja que la seva cultura estava basada en l’abundància d’aigua possibilitada pels rius Tigris i Èufrates. Van basar el seu model cosmològic en un recurs i, encara que ja havien fet moltes observacions astronòmiques, mai van crear un model cosmològic basat en les seves observacions.

Durant el mateix període de temps va aparèixer la cultura **egípcia**. La seva cosmologia va estar orientada a la pràctica. Va aparèixer de la necessitat de comptar el temps i de fer prediccions sobre les estacions. Seguint aquestes necessitats van desenvolupar un calendari lunar i un calendari solar. Llavors, per tal d’explicar aquests fenòmens astronòmics, van crear mites i déus que estaven assignats a determinats cossos, constel·lacions i esdeveniments celestes. El déu més important de la mitologia egípcia era Ra, el déu del Sol. Això demostra que per als egipcis els cossos astronòmics o cosmològics ja eren més importants que els recursos terrestres. Pensaven d’aquesta manera

perquè van ser els primers en realitzar que els cossos cosmològics, com el Sol, realment eren els que governaven els cicles de la vida dels recursos terrestres.

Pel voltant de l'any 2000 aC., a l'altra banda del món, la **cosmologia** de la cultura **hindú** va aparèixer. Està recollida en la *Rigveda*. La *Rigveda* és una col·lecció de himnes sagrats en la llengua sànscrita vèdica. Aquesta



Imatge 2. Diagrama de l'univers hindú que mostra l'ordre dels diferents mons. Font: pparihar.com

cosmologia encara és practicada i creu que el nostre univers existeix dintre d'un multivers. Aquest és destruït i recreat cada 311,4 bilions d'anys. Per a la cultura hindú l'Univers es va crear amb un ou universal. Els tres déus principals de la religió i cosmologia hindú són *Brama* (el creador), *Vixnú* (el mantenidor) i *Xiva* (el destructor). Per a ells, l'Univers consisteix d'un ou gegant mig ple d'aigua (l'oceà

Garbhodaka) i que a l'altra meitat té molts mons levitant al mig.

La cosmologia hindú és intensament detallada i presenta moltes variacions. Quan va ser formulada, la cosmologia hindú era molt moderna, ja que creia en un multivers, que la Terra era una esfera i que no hi havia un centre de l'Univers.

Una de les cosmologies que ha influenciat més a la cultura catòlica i occidental ha estat la **cosmologia grega**. Aquesta tenia moltes teories diferents de diversos autors que van ser escrites del 600 aC. fins al 300 aC., però totes tenien algunes coses en comú: pràcticament totes van ser desenvolupades per filòsofs i utilitzant la raó, basant-se, en alguns casos, en les matemàtiques i la geometria. Això va ser el naixement del pensament científic modern que

s'aplica en la cosmologia moderna. Les teories més destacables en ordre cronològic són:

- La cosmologia eleàtica (Parmènides d'Elea):

La cosmologia eleàtica diu que l'Univers és una esfera finita que no experimenta canvis, que no té ni principi ni fi i que el buit no existeix. També diu que qualsevol canvi en l'Univers és degut a la ignorància causada per l'experiència obtinguda en el món físic.

- L'univers atomista (Lèucip i Demòcrit):

Aquesta teoria diu que el cosmos està format de dues parts: una quantitat infinita d'àtoms i un espai infinit i buit. Tots els àtoms estan formats per la mateixa substància, però varien en mida i forma. Al principi, la força que feia canviar les combinacions dels àtoms era l'aleatorietat, però Lèucip va afegir que l'aleatorietat era impossible i que cada esdeveniment en l'Univers tenia algun tipus de propòsit. Els atomistes tampoc no creien en l'existència de déus.

- L'univers pitagòric (Filolaus de Crotona):

Estava basat en el sistema astronòmic pre-socràtic de Filolaus. Aquest model va ser el primer sistema coherent dels cicles astronòmics. Deia que la Terra, la Lluna, la Contra-terra, els altres planetes i el Sol orbiten un gran i invisible "foc central". La Terra fa una volta al voltant del foc central cada 24 hores. Durant aquest cicle el foc central cobreix a la Contra-terra constantment. El Sol orbita al foc central amb un període d'un any. Així que aquesta teoria és una dels primers sistemes astronòmics no-geocèntrics, però tampoc és del tot heliocèntric.

Encara que aquest model va ser desenvolupat pel filòsof grec Filolaus, no va rebre seu nom. Va rebre el nom de Pitàgores, perquè Filolaus va ser un seguidor de Pitàgores i va estudiar a la seva escola.

- L'univers estoic (Escola Estoica):

L'univers estoic està format per un "material" finit dintre d'un buit infinit. Per a ells, aquest material és Déu o la natura i es pot classificar en: matèria i destí. La matèria és estàtica i requereix destí per ser canviada.

va ser qüestionat massa i perquè era compatible amb les observacions imprecises que es realitzaven en aquest temps.

- L'univers d'Aristarc (Aristarc de Samos):

L'univers d'Aristarc era molt semblant a l'univers pitagòric. Aristarc sols va canviar el “foc central” pel Sol. Així, va ser la primera persona que va proposar un model heliocèntric que té el Sol com a centre de l'Univers. A més, Aristarc pensava que les estrelles podrien ser altres sols molt llunyans.

En general, gairebé cada teoria grega (i els seus predecessors) tenien un poc de “veritat” en elles des del punt de vista de la ciència contemporània.

Per l'any 500 aC., es va escriure la teoria de creació segons el Llibre del Gènesi. És la base del creacionisme i de la **cosmologia bíblica**, però sobretot la cosmogonia bíblica. És la història sobre els orígens de l'Univers més acceptada pel judaisme i pel cristianisme. Però no en parla de les seves propietats o el seu destí. En la cosmologia bíblica, el destí del nostre univers està descrit en el Llibre de la Revelació. L'Església catòlica fa referència a la cosmologia grega per tal d'explicar les propietats de l'Univers. Per exemple, a nivell astronòmic accepten l'univers aristotèlic actualitzat per Ptolemeu.

El Llibre del Gènesis forma part de la Bíblia Hebrea i de l'Antic Testament cristià. Descriu la creació del món per Déu en set dies. Cada dia equivalia a un pas en la creació i el diumenge Déu va descansar.

El Llibre de la Revelació que forma part del Nou Testament explica l'apocalipsi bíblica. Descriu que hi ha set segells i set genets de l'apocalipsi. Quan un segell és obert, el genet és alliberat i porta una de les set plagues al món. Quan tots els segells s'hauran oberts, hi haurà una batalla final entre els exèrcits de Crist i de l'Anticrist. El Llibre de la Revelació explica que l'exèrcit de Crist esdevindrà vencedor i que sols les persones verdaderament bones hauran sobreviscut l'apocalipsi per reconstruir la cultura.

La **cosmologia** i la filosofia **medieval** no va progressar molt. En el món occidental el creacionisme i el model geocèntric d'Aristòtil romanen els més acceptats. En el món islàmic una variant del creacionisme i el model aristotèlic

també eren els més acceptats, encara que s'hi van desenvolupar alguns models heliocèntrics. Durant l'edat mitjana les idees cosmològiques més importants van ser:

- La cosmologia multiversal (Fakhr al-Din al Razi, segle XII):

Fakhr va desenvolupar una teoria religiosa en la qual Déu tenia el poder d'omplir el buit infinit amb tots els universos i mons que ell volia.

- L'univers copernicà (Nicolau Copèrnic, segle XV):

L'univers copernicà és el primer model heliocèntric que va ser acceptat extensament. En el temps de la seva creació per Nicolau Copèrnic l'Església catòlica va il·legalitzar la teoria i va perseguir a tots els seus seguidors. Però, gràcies a la seva simplicitat davant del model aristotèlic i la seva compatibilitat amb les observacions, va acabant ser acceptada.

Aquest model cosmològic va ser un dels més importants en la ciència. Encara que és més astronòmic que cosmològic, va fer un gran pas cap al principi cosmològic (veure 2.3.1.b.), ja que va moure el centre de l'Univers més lluny de nosaltres per primer cop.

Els primers **avantpassats de la cosmologia moderna** apareixen amb el mètode científic. Aquests models cosmològics ja eren força científics i implicaven moltes matemàtiques, però òbviament la tecnologia i el nivell científic del moment no permetien la creació de models tant precisos com els que es faran més avant. A més encara eren models molt filosòfics.

Un dels primers vertaders models cosmològics va ser la cosmologia de Bruno (Giordanno Bruno, segle XVI). Ell creia que l'espai i el temps de l'Univers eren infinits. També va ser un dels primers en proposar un univers que no era jeràrquic, un univers en el que la Terra i el Sol no són res especial en comparació amb els altres cossos astronòmics. Alhora el seu univers era atomista.

El model keplerià (Giordanno Kepler, segle XVI – XVII) va ser un altre model astronòmic que va revolucionar l'enteniment dels moviments del sistema solar. Kepler va arribar a la conclusió de que els planetes no orbitaven el Sol seguint

orbites circulars, sinó que seguien orbites el·líptiques. Aquest model és acceptat fins avui.

Un model cosmològic que va ser acceptat durant molt de temps és l'univers estàtic de Newton (Isaac Newton, segle XVII). En aquest model, Newton va proposar un univers estàtic i infinit en el que la matèria està uniformement distribuïda, perquè l'atracció gravitatòria estigui en equilibri. En tot cas, va resultar que un univers així era massa inestable i no romandria estàtic.

Després d'una llarga evolució de la cosmologia durant la història de la humanitat, finalment arribem a la **cosmologia moderna**. La cosmologia moderna, juntament amb els seus avantpassats recents, és la primera cosmologia que podríem dir que és una ciència. Suggereix una hipòtesi que intenta comprovar amb evidència científicament correcta. La cosmologia moderna és troba en un procés de canvi continu i encara li queda molt per crear un model que expliqui perfectament tot l'Univers, però ho intenta.

La cosmologia moderna no va ser iniciada per un model concret, va aparèixer durant un procés gradual. Aquest són uns quants dels models cosmològics més importants dels últims cent anys: *l'univers d'Einstein* (Albert Einstein, 1917), *l'univers de Friedmann amb espai esfèric* (Alexander Friedmann, 1922) o *amb espai hiperbòlic* (1924), *la teoria Big Bang* (Georges Lemaître, 1927-1929), *els models Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker* (Howard Robertson i Arthur Walker, 1935) i *la inflació còsmica* (Alan Guth, 1980). Aquest models no seran descrits aquí, perquè estan inclosos en l'apartat 2.3.

2.2.2. La cosmologia i la religió

La cosmologia sempre ha estat intensament relacionada amb la religió. En els seus principis la cosmologia i la religió eren gairebé indistingibles. Amb el temps s'han anat separant lentament i finalment ha sorgit una ciència independent.

Quan els primers *Homo sapiens* es van preguntar sobre el seu entorn i com funcionava, van començar a desenvolupar idees per explicar què estava passant. Aquestes idees es podrien anomenar cosmològiques, però alhora eren religioses. Perquè intentaven explicar els orígens, les propietats i el destí

de “l’Univers”. Però també tenien un caràcter diví que involucrava déus i mites. Aquestes idees cosmològiques i les seves respostes són la base de les grans religions que coneixem avui.

La cosmologia i la religió van romandre completament inseparables fins l’aparició de la filosofia. Especialment en la filosofia grega, van aparèixer teories basades en el raonament lògic i d’un caràcter menys diví. Per exemple, els atomistes van arribar a la conclusió que tot havia d’estar format per minúscules partícules indivisibles i van excloure l’existència de déus. En tot cas, la religió i els déus encara eren un tema important de la cosmologia filosòfica.

Després d’un llarg temps de dependència per part de la cosmologia de la religió, amb l’aparició del mètode científic, la cosmologia es va tornar completament independent de la religió. La cosmologia moderna havia nascut. A partir d’aquest moment totes les idees cosmològiques serioses eren hipòtesis científiques que havien de ser comprovades experimentalment per mitjà d’observacions astronòmiques.

La cosmologia encara estava present en la religió, però ja no evolucionava en ella. Totes les noves teories cosmològiques que no eren de caràcter científic no eren acceptades per cap agrupació major o van ser oblidades ràpidament. Avui en dia la cosmologia està fortament connectada a la física. Intenta trobar els mecanismes o les lleis científicament correctes que governen el nostre cosmos mitjançant la formulació de teories, qüestionant-les i comprovant-les amb observacions i/o amb experiments.

La cosmologia és una de les pràctiques més importants de la història de la humanitat. És l’expressió de la nostra curiositat, la base de les nostres cultures i la ciència de tot.

2.3. La cosmologia moderna

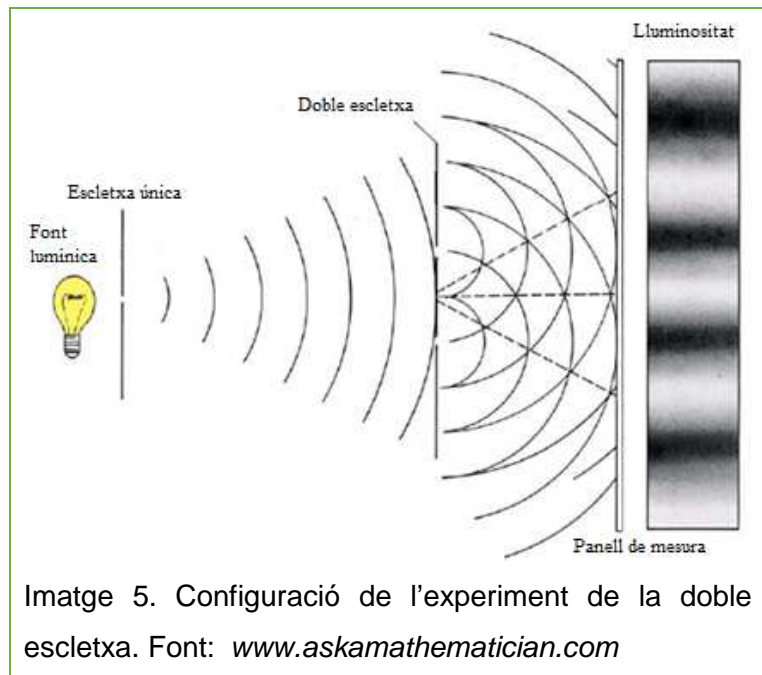
2.3.1. La base de la cosmologia moderna

La cosmologia moderna, com totes les ciències, segueix el mètode científic. Així que parteix d'una hipòtesi que intenta comprovar i demostrar experimentalment. Però, com són els experiments cosmològics?

Els experiments cosmològics poden ser molt diversos, ja que qualsevol descobriment de la física els pot afectar. Un experiment de la física de partícules o de la mecànica quàntica que tracta de les parts més petites de l'Univers, pot comprovar o refutar una teoria que tracta de descriure tot el cosmos.

En tot cas, quan es comproven aquestes teories directament, calen mesures directes d'un fenomen d'escala cosmològica (veure 2.3.1.a.). De moment els únics portadors d'informació que podem mesurar són els fotons i els neutrins.

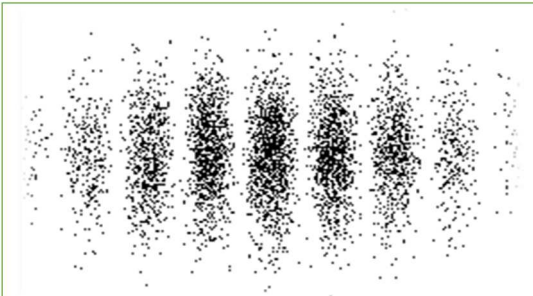
Els **fotons** són partícules associades a la força electromagnètica o més aviat, els constituents de la llum. Mostren un efecte quàntic interessant anomenat la dualitat ona-partícula. És a dir, un fotó és una partícula i una ona al mateix temps. Encara que



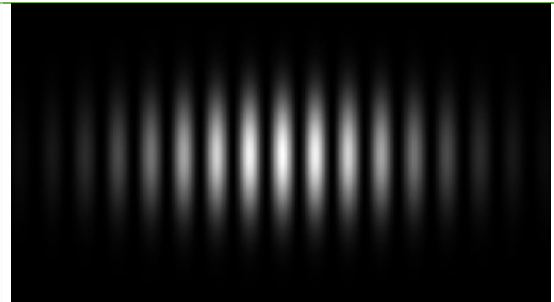
pots ser vist de diverses maneres, es pot imaginar com una partícula que té una ona probabilística assignada i que quan és observada o mesurada decideix on és, depenent de la probabilitat que té per a cada punt.

Aquest efecte pot ser comprovat amb una variant de l'experiment de la doble escletxa de Thomas Young (veure *Imatge 5*). Suposant que la llum està

dividida en unitats indivisibles i suposant que l'experiment està muntat d'una forma que permet enviar d'un en un fotons a través de les escletxes i que garanteix que el fotó no serà observat mentre passa per les escletxes, obtindrem un patró com en la *Imatge 6*. Això ens diu que cada fotó “xoca” amb el panell de mesura en un cert punt. Però, quan mirem el conjunt de fotons veiem que han creat un patró que s'assembla al patró que faria una ona sotmesa al mateix experiment (veure *Imatge 7*).



Imatge 6. Patró produït per fotons en l'experiment de la doble escletxa a causa de la dualitat ona-partícula. Font: media.tumblr.com

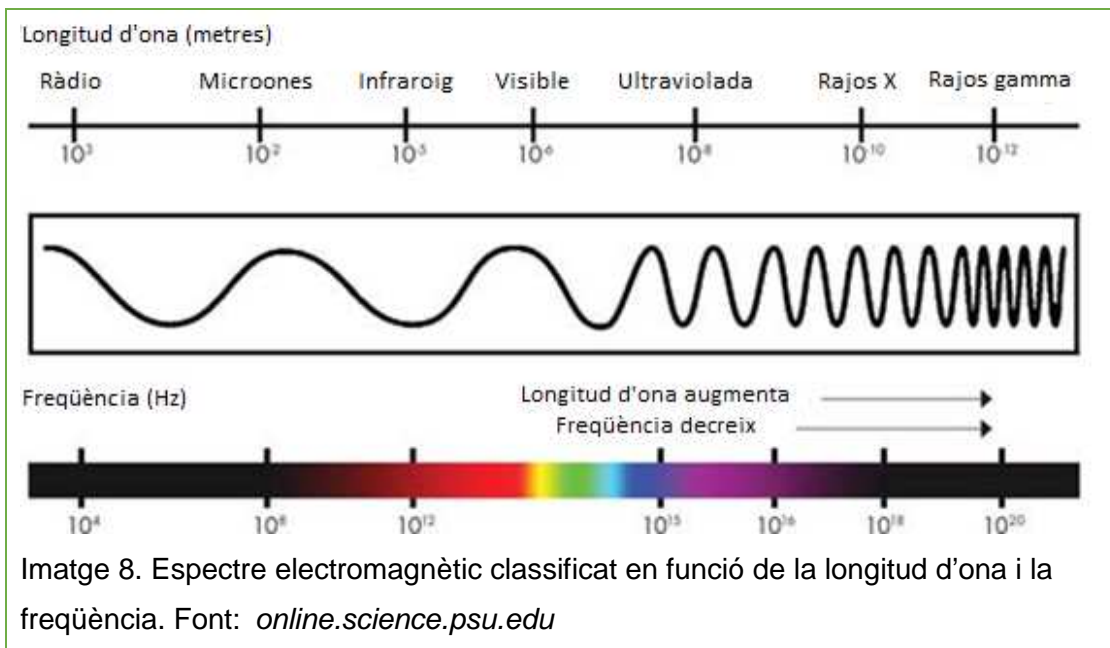


Imatge 7. Patró produït per una ona en l'experiment de la doble escletxa. Font: www.tnw.tudelft.nl

Els fotons o la llum poden presentar diferents longituds d'ona. Cada longitud d'ona pot tenir diferents orígens i pot ser usada per a determinar aquests orígens. Les ones estan classificades segons la part de l'espectre electromagnètic de la que formen part en funció de la seva longitud d'ona i les parts més importants per a la cosmologia són:

- Ones de ràdio ($>10^3 \text{ m} - 10^{-1} \text{ m}$): Tenen una longitud d'ona molt llarga. Són útils per a la detecció de galàxies molt llunyanes.
- Microones ($10^{-1} \text{ m} - 10^{-4} \text{ m}$): Tenen una longitud d'ona llarga. En el cosmos gairebé sols es troben en la radiació còsmica de fons. Això les fa una de les fonts d'informació sobre els orígens de l'Univers més importants.
- Infraroig ($10^{-4} \text{ m} - 10^{-6} \text{ m}$): És una longitud d'ona molt útil per a la detecció de galàxies joves i properes. També té l'avantatge que no és absorbida tant pels núvols còsmics de pols. Així ens permet veure darrere d'aquests núvols.

- Llum visible (10^{-6} m – 10^{-7} m): Té una longitud d'ona que els nostres ulls poden detectar i el nostre cervell pot processar. Històricament era l'única font d'informació del cosmos. Ens permet veure cossos estel·lars propers.
- Rajos X (10^{-8} m – 10^{-12} m): Tenen una de les longituds d'ona més curtes que hi ha i són essencials per al descobriment de cúmuls de galàxies. Amb llum visible, sols les mateixes galàxies d'un cúmul són visibles, però amb rajos X, es poden veure les emissions de rajos X pels núvols de gas dintre del cúmul. Així es pot confirmar que es tracta d'un cúmul de galàxies.

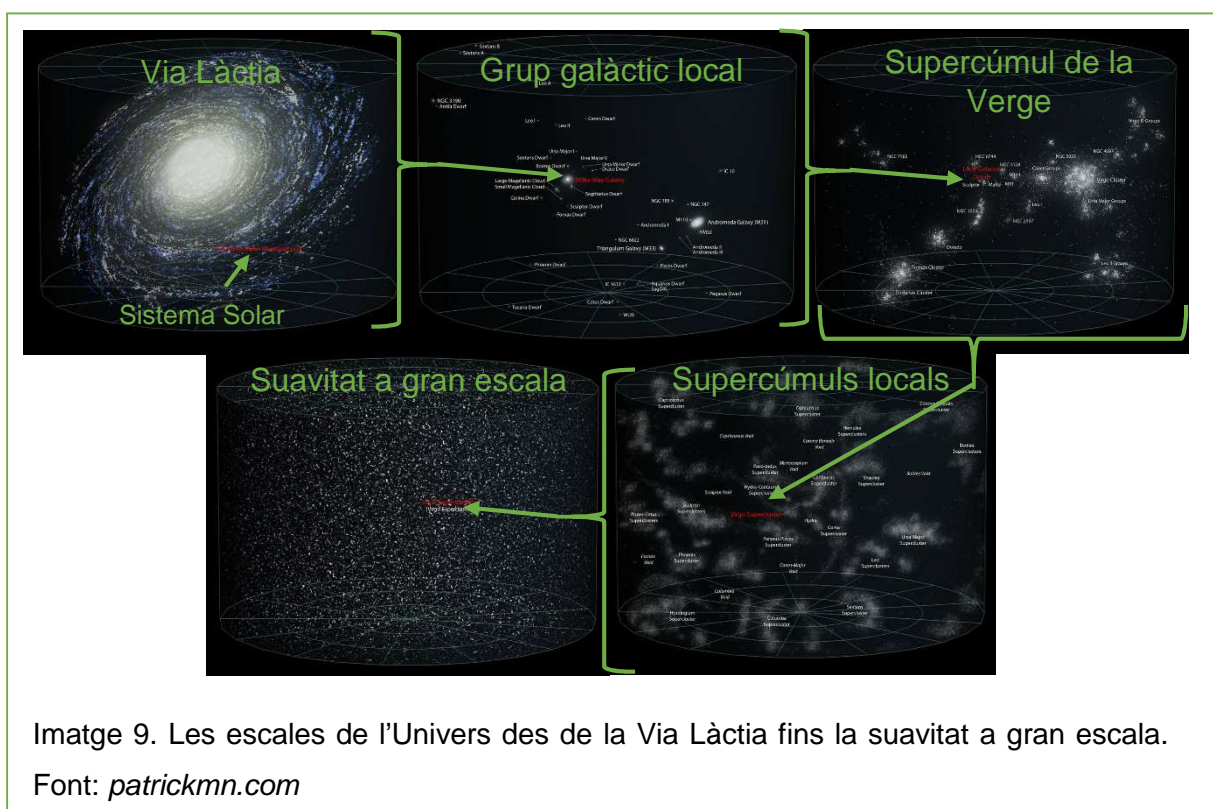


Els **neutrins** són uns altres portadors d'informació que ens arriben de l'espai. Són partícules que es mouen a la velocitat de la llum que gairebé no interaccionen amb la matèria, ja que no tenen càrrega. Per això, fins fa poc, no s'havien detectat.

Els neutrins es creen en certes reaccions nuclears o en certs processos radioactius. Com que es creen en estrelles, supernoves o, fins i tot, es van crear en el Big Bang (veure 2.3.4.b.), són molt importants per la cosmologia. Però, això dóna lloc a una altra branca de la cosmologia, la cosmologia de neutrins, la qual no tractarem.

a. Les escales de l'Univers

Quan intentem descriure un cert fenomen científic ens movem dintre d'una certa escala de les tres dimensions espacials. El mateix ocorre en la cosmologia. La cosmologia opera a l'escala de "tot" l'Univers. A aquesta escala l'Univers és completament uniforme i suau. L'anomenada **suavitat a gran escala** és un component molt important del principi cosmològic. Per un millor enteniment, la *Imatge 9* proporciona un sumari de les escales de l'Univers des de la nostra galàxia fins la suavitat a gran escala.



b. El principi cosmològic

El **principi cosmològic** diu que a grans escales la distribució de la matèria de l'Univers és homogènia i isotròpica. Homogeni vol dir que l'Univers té la mateixa aparença a qualsevol punt de l'Univers i isotròpic vol dir que té la mateixa aparença en totes direccions. Aquesta distinció és important, ja que una cosa no implica l'altra.

Gran part de la recerca cosmològica actual intenta trobar les petites variacions que fan que l'Univers no sigui perfectament homogeni i isotròpic.

c. La gravitació

En la cosmologia i, també, en aquest treball, sobretot s'utilitza **gravetat newtoniana**, perquè és perfectament aplicable a grans escales i perquè simplifica els sistemes.

Es basa en la llei de gravitació universal de Newton:

$$F = \frac{GMm}{d^2} \quad (1)$$

Aquí Newton va expressar que la força gravitatòria que experimenta un cos (F) és proporcional al producte de la massa del cos (m), la massa de l'altre cos (M) – normalment el que té la major massa – i la constant de la gravitació de Newton ($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$). També és inversament proporcional a la distància entre els dos cossos (d) elevada al quadrat. Això vol dir que si la distància entre els dos cossos (d) augmenta, la força gravitatòria disminueix en relació a aquest quadrat (doble distància, quarta part de la força). A més, si les masses dels cossos disminueixen, la força entre ells disminueix, i si augmenten, la força augmenta.

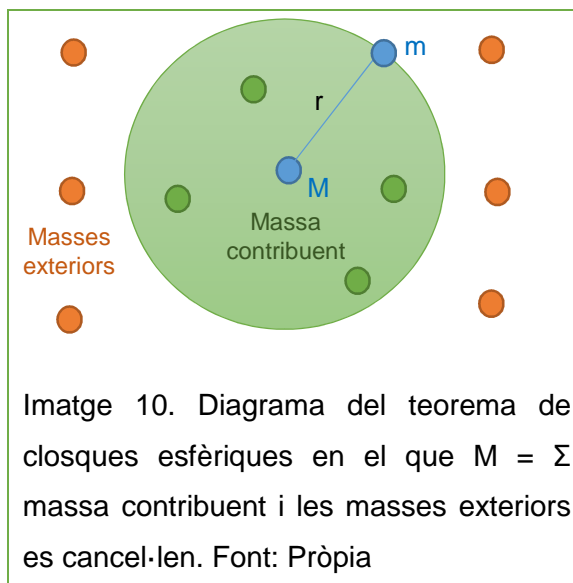
La constant de gravitació universal de Newton (G) no és res més que la força d'atracció gravitatòria que experimenten dos cossos d'un quilogram cadascun quan es troben a un metre de distància.

Newton també va descriure l'energia potencial gravitatòria amb la següent expressió:

$$E_{Pg} = -\frac{GMm}{d} \quad (2)$$

Aquesta expressió fa que l'energia potencial gravitatòria (E_{Pg}) sempre sigui negativa, ja que els valors de la massa o de la distància no poden ser negatius. El signe negatiu representa la tendència que tenen els cossos per estar propers. Sols poden aconseguir l'equilibri si s'apropen. Les forces gravitatòries són sempre atractives.

En tot cas, el nostre univers és un lloc desordenat, en el qual no seria possible tenir dues masses aïllades. Per això, en el **teorema de clesques esfèriques** Newton comprova que suposant una distribució simètrica de la matèria, la suma de la massa dintre d'una esfera amb un cert radi (r) és comporta igual que la mateixa massa acumulada en el

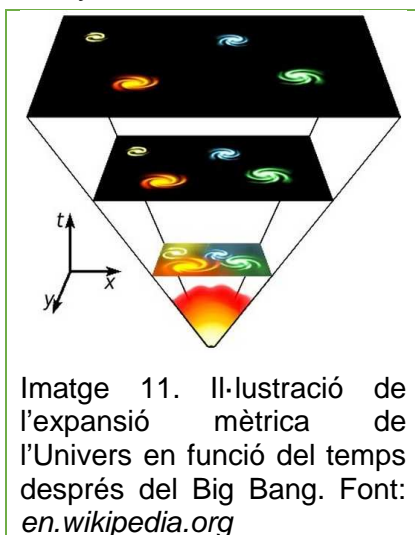


centre de l'esfera (M). Les forces atractives sobre m de les masses situades a l'exterior de l'esfera no tenen cap efecte sobre el sistema, perquè la seva força és la mateixa en totes les direccions.

Aquest teorema sols és aplicable si la distribució de la matèria és uniforme i simètrica. Per tant, potser no és aplicable a petits sistemes, però si assumim homogeneïtat i isotropia a gran escala, el teorema pot ser aplicable a tot l'Univers.

2.3.2. L'expansió de l'Univers

L'expansió de l'Univers és l'expansió mètrica de l'espai amb l'avanç del temps. Això vol dir que cada punt distant del nostre univers s'està allunyant de tots els altres punts. Des de la Terra sembla que totes les galàxies llunyanes s'estan allunyant de nosaltres, mentre que sembla que nosaltres no ens movem.



Si comparem la superfície d'un globus amb l'espai i les galàxies amb punts dibuixats sobre el globus i ara inflem el globus, veurem que tots els punts s'allunyen dels altres. Justament això està passant en el nostre univers ara mateix.

Les mateixes galàxies o qualsevol altre cos petit no augmenten en volum o són esgarrats a causa de l'expansió de l'Univers, perquè l'atracció gravitacional a aquestes escales és massa forta.

Aquest fenomen està acreditat a Edwin Hubble i està descrit per la llei de Hubble. Georges Lemaître va ser el primer en derivar-la a partir de la teoria de la relativitat general l'any 1927. Hubble va fer observacions que van confirmar la teoria de Lemaître.

La **lleï de Hubble** descriu el moviment de Hubble com a conseqüència de l'expansió de l'Univers. Aquesta llei diu que la velocitat relativa d'un cos causada per l'expansió de l'Univers varia en funció de la **constant de Hubble** (H_0) i la distància. La constant de Hubble és la velocitat de variació del factor d'escala de l'Univers (el factor que augmenta les distàncies a una certa escala).

Avui en dia sabem que la constant de Hubble (H_0) és una funció del temps i, per tant, quan treballem amb un temps que no és el temps de l'observació, l'anomenem el paràmetre de Hubble (H). El terme de constant de Hubble (H_0) sols s'utilitza per descriure el paràmetre de Hubble quan $t=0$, és a dir, al moment de l'observació o ara. El valor exacte de la constant de Hubble no es coneix, però es pensa que es troba al voltant de 70 (km/s)/Mpc*. És a dir que per cada Mpc que un cos està més lluny de nosaltres, la seva velocitat de recessió augmenta 70 km/s. A continuació està la justificació matemàtica del principi.

Sabem que la variació de la distància o separació entre dos punts en funció del temps està descrita per:

$$d(t) = a(t)d_0 \quad (3)$$

On d_0 és la distància inicial, $a(t)$ és factor d'escala de l'expansió sense unitats i $d(t)$ és la nova distància.

Si ara derivem l'expressió respecte a temps, obtenim:

$$\begin{aligned} \frac{dd(t)}{dt} &= \frac{da(t)}{dt} d_0 \\ v(t) &= \dot{a}(t)d_0 \end{aligned} \quad (4)$$

On $v(t)$ és la velocitat d'expansió, $\dot{a}(t)$ representa la derivada del factor d'escala i d_0 la distància inicial. Per conveni, el punt sobre la variable en cosmologia representa la derivada respecte a temps de la variable. Cal destacar que $\dot{a}(t)$ ara ja té unitats.

*Un megaparsec és una unitat d'espai usada per a mesurar grans distàncies fora del sistema solar.
1 Mpc $\approx 3.1 \times 10^{22}$ m

A grans distàncies, la velocitat de recessió pot sobrepassar la velocitat de la llum. Això no seria una violació de la teoria de la relativitat especial, perquè el mateix objecte no l'està sobrepassant, sinó l'espai en el que existeix l'objecte.

Sabem que el paràmetre de Hubble està definit per la següent expressió:

$$H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (5)$$

Si ara $t=0$, ocorre el següent:

$$\begin{aligned} d(0) &= a(0)d_0 \\ a(0) &= 1 \\ H &= \frac{\dot{a}(0)}{a(0)} = \frac{\dot{a}(0)}{1} = \dot{a}(0) \\ H_0 &= \dot{a}(0) \end{aligned} \quad (6)$$

Ho apliquem a l'Equació 4 i:

$$v(0) = H_0 d_0 \quad (7)$$

Ara podem veure que la constant de Hubble és igual a la derivada del factor d'escala quan $t=0$, és a dir, a l'instant de l'observació. Una aplicació d'aquest principi podria ser, a partir del valor exacte del paràmetre de Hubble i de la velocitat de recessió d'un cos (que pot ser determinada fàcilment), podem determinar la seva distància a nosaltres i viceversa.

La descripció més detallada de l'expansió de l'Univers és donada per les **equacions de Friedmann** derivades per Alexander Friedmann. Anem a justificar la seva forma estàndard:

Primerament, hem de saber que la massa (M) és el producte de volum d'un cos esfèric (V) per la seva densitat (ρ). Amb això arribem a l'Equació 8:

$$M = \frac{4\pi d^3 \rho}{3} \quad (8)$$

Si ara assumim gravetat newtoniana, podem substituir M a l'Equació 2:

$$E_{Pg} = -\frac{GMm}{d} = -\frac{Gm4\pi d^2 \rho}{3} = -\frac{Gm4\pi a^2 d_0^2 \rho}{3} \quad (9)$$

Ara apliquem la fórmula de l'energia cinètica per a determinar l'energia cinètica darrera del moviment de Hubble usant l'*Equació 4*:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{a}^2d_0^2 \quad (10)$$

Apliquem la llei de la conservació de l'energia:

$$U = E_c + E_{pg} = \frac{1}{2}m\dot{a}^2d_0^2 - \frac{Gm4\pi a^2d_0^2\rho}{3} \quad (11)$$

Aquesta funció després d'un poc d'àlgebra és:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi Gd_0^2}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} \quad (12)$$

On H és el paràmetre de Hubble, G és la constant de gravitació universal, a és el factor d'escala de l'expansió de l'Univers, c és la velocitat de la llum, d_0 és la distància inicial i $kc^2 = -2U/(m \cdot d_0^2)$.

L'*Equació 12* és la forma estàndard de les equacions de Friedmann. Les equacions de Friedmann poden aparèixer expressades de moltes formes, algunes de les quals seran utilitzades en aquest treball, però no seran justificades.

El valor de k és un valor molt important. És una constant que és única a cada univers que expandeix i que té un paper important per a la geometria del nostre univers, ja que determina la seva curvatura.

El terme ρ de l'equació de Friedmann representa la densitat del material contingut en el nostre univers. La densitat és una funció del temps, és a dir, que canvia amb el temps i està descrita per l'**equació dels fluids**:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0 \quad (13)$$

On ρ és densitat (massa/volum), p és pressió (força/superfície), c és la velocitat de llum i a és el factor d'escala de l'expansió de l'Univers. El terme ρ entre parèntesis considera la dissolució de la densitat mentre que el volum augmenta. El terme ρ/c^2 considera la pèrdua d'energia a causa del treball fet per la pressió mentre el volum de l'Univers augmenta.

És important dir que aquesta pressió no causa cap força i no fa que l'Univers expandeixi, perquè la densitat i la pressió són la mateixa a tot arreu.

Una altra relació important entre pressió i densitat és l'**equació d'estat** (w_0). L'equació d'estat (w_0) es caracteritza per l'indicador següent:

$$w_0 = \frac{p}{\rho} \quad (14)$$

On w_0 s'expressa sense unitats, p és la pressió i ρ és densitat. L'equació d'estat té l'efecte següent al factor d'escala (veure el *Gràfic 2* de la pàgina 30):

$$\rho \propto a^{-3(w_0+1)} \quad (15)$$

Ara podem aplicar aquesta equació a matèria i a radiació:

- La matèria o la matèria no relativística no exerceix pressió. Per tant, $p=0$ o $w_0=0$, i així $\rho \propto a^{-3}$.
- La pressió exercida per la radiació està descrita $p=\rho/3$. Per tant, $w_0=1/3$ i així $\rho \propto a^{-4}$.

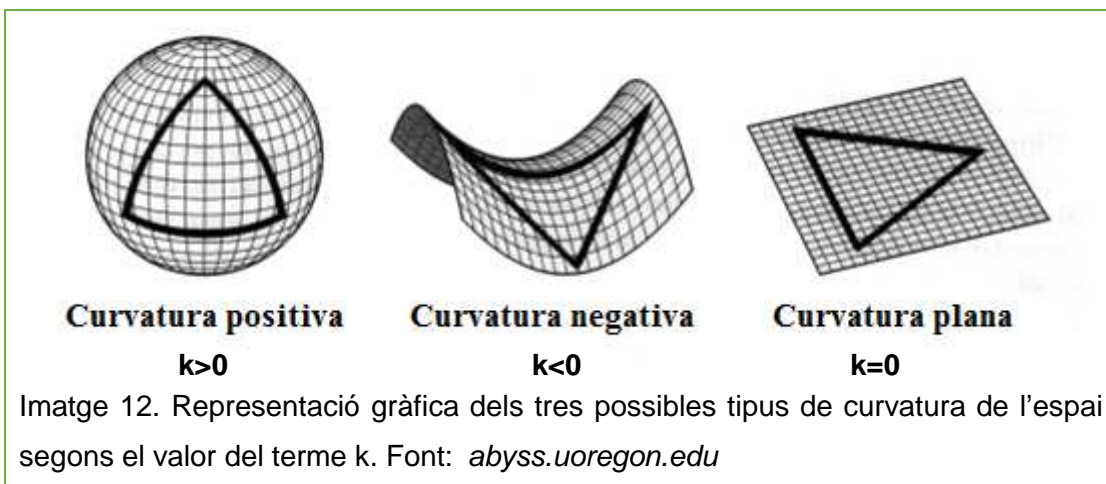
2.3.3. Geometries de l'Univers

Suposant un univers homogeni i isotròpic, hi ha tres possibles tipus d'univers i geometries que depenen del valor del terme k (com es mostra en la *Taula 1* i la *Imatge 12*). Això sols explica la geometria de l'espai tridimensional. Si volguéssim saber la geometria de l'espai-temps en quatre dimensions, hauríem d'aplicar la teoria de la relativitat general, la qual cosa no es farà en aquest treball.

Curvatura	Geometria	Tipus d'univers
$k>0$	Esfèrica	Tancat
$k=0$	Plana	Pla
$k<0$	Hiperbòlica	Obert

Taula 1. Taula de les possible geometries i tipus d'univers dependent del valor del terme k . Font: *An Introduction to Modern Cosmology* by A. Liddle

S'ha intentat comprovar quin tipus de curvatura té el nostre univers i en la majoria dels casos ha sorgit que el valor de k ha d'estar al voltant de 0. Però, els errors no permeten arribar a una conclusió final, perquè una desviació mínima del 0 ja voldria dir que l'Univers no és pla.



Tampoc no sabem si l'Univers és vertaderament infinit, però pensem que és infinit en l'espai i finit en temps. Generalment, es considera més important l'**univers observable**. Aquesta es la part de l'Univers que podem veure, és a dir, la llum del qual ha tingut temps per arribar a nosaltres. L'univers observable segurament mai inclourà tot l'Univers, ja que és molt gran o potser infinit i, a més, s'està expandint (a certes distàncies a més velocitat que la llum).

2.3.4. Models cosmològics

a. La constant cosmològica

Quan Albert Einstein va formular la teoria de la relativitat especial, la teoria cosmològica més acceptada era l'univers estàtic. Això vol dir que l'Univers estava quiet, ni s'expandia ni es contraïa. Però va resultar que la teoria de la relativitat general no permetia un univers estàtic, perquè l'atracció gravitatòria faria col·lapsar l'Univers. Per això, Einstein va introduir la **constant cosmològica** (Λ), una força que acciona contra la gravetat per tal de mantenir l'Univers estàtic. Més tard, Einstein va dir que la constant cosmològica va ser la seva "major pífia".

Avui sabem que l'Univers està expandint i que fins i tot està accelerant (com comprovarem més avant). Així que la teoria d'un univers estàtic està refutada, però la constant cosmològica encara s'utilitza. Per ara, la constant

cosmològica és la millor explicació per a l'expansió i l'acceleració de l'espai. Ara no tant sols pensem que s'equilibra amb la gravetat, sinó que la supera i causa una expansió i una acceleració de l'Univers. No sabem exactament què està darrere de la constant cosmològica o si vertaderament és una constant, però podria ser energia fosca (veure 2.4.3.).

Si ara introduïm aquesta constant en l'equació de Friedmann de l'Equació 12, l'equació és:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (16)$$

On H és el paràmetre de Hubble, G és la constant gravitatòria, ρ és la densitat, k és la constant de curvatura, c és la velocitat de la llum, a és el factor d'escala i Λ és la constant cosmològica.

També podem afegir el terme a l'equació d'acceleració (la derivada de l'equació de Friedmann que descriu l'acceleració de l'Univers):

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda}{3} \quad (17)$$

On a és el factor d'escala, G és la constant gravitatòria, ρ és la densitat, p és la pressió, c és la velocitat de llum i Λ és la constant cosmològica.

Aquesta equació ens mostra que la constant cosmològica pot accionar en contra de la gravetat. Si no existís, fos negativa o fos molt petita, l'Univers desacceleraria i eventualment col·lapsaria. Si fos positiva i igual a l'atracció gravitatòria, causaria un univers estàtic. Però aquest tipus d'univers seria molt inestable i impossible a la pràctica. Finalment, si la constant cosmològica és positiva i més gran que l'atracció gravitatòria, podria superar-la i causar l'acceleració de l'expansió de l'Univers.

Els models cosmològics que utilitzen la constant cosmològica (Λ) i la matèria fosca (veure 2.4.2.) per descriure l'Univers s'anomenen **models Λ CDM** (models de lambda i de matèria fosca freda). Són els models més simples per explicar la suavitat a gran escala (veure 2.3.1.a.), el Big Bang (veure 2.3.4.b.) i l'acceleració de l'Univers. També són els models que s'utilitzaran en la part pràctica del treball.

b. La teoria Big Bang i el model inflacionari

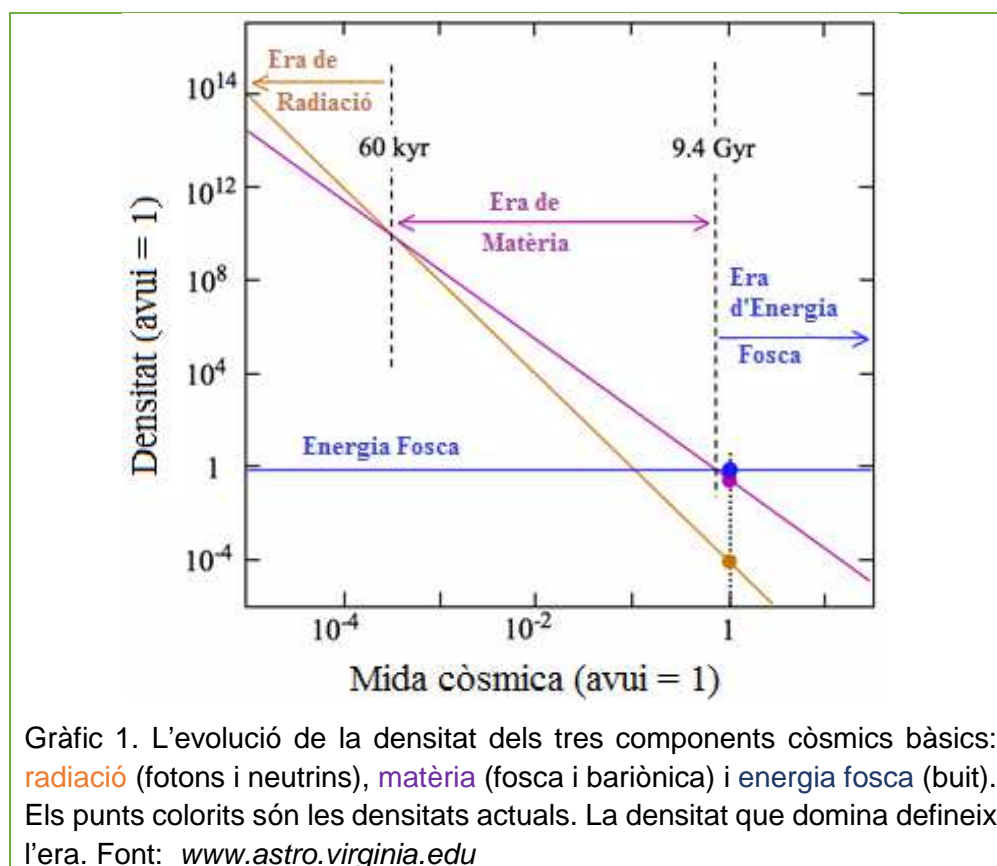
La **teoria Big Bang** és la teoria més acceptada per explicar els orígens del nostre univers. Aquesta teoria diu que quan el temps no existia, tot l'espai estava comprimit en un punt infinitament petit anomenat singularitat. L'explosió de la singularitat, el Big Bang, és l'inici del temps i de l'expansió de l'espai. Després del Big Bang, l'Univers va passar per uns quants processos:

- **Inflació** (aproximadament 10^{-36} - 10^{-32} s): Segons el model inflacionari, just després del Big Bang, l'Univers va expandir de manera exponencial durant un període de temps molt curt. En aquell moment l'Univers consistia d'una sopa de partícules elementals en la que no s'havia format cap tipus d'estructura.
- **Refrigeració** (aproximadament 10^{-32} s – 300000 anys): Quan la inflació va acabar, l'Univers va continuar expandint i va començar a refrigerar-se. El Big Bang probablement va crear quantitats gairebé iguals de matèria i d'antimatèria. Aquestes es van anular entre elles i van convertir tota la seva massa en radiació electromagnètica d'alta energia. Fins 60000 anys després del Big Bang, l'Univers estava dominat per radiació i l'expansió de l'Univers estava governada per aquesta. La taxa d'expansió durant la dominació per la radiació era molt baixa. Però, quan la densitat de matèria va sobrepassar la densitat de radiació, l'expansió va ser governada per la matèria. Aquesta expansió era més ràpida, perquè la desacceleració era menor, però tenia un comportament asimptòtic. L'Univers ha estat dominat per matèria fins fa poc, però l'etapa de refrigeració de l'Univers va acabar 300000 anys després del Big Bang.
- **Formació d'estructures** (aproximadament 300000 anys – avui): Aquesta fase comença quan la matèria de l'Univers arriba a una temperatura prou baixa per que es formin àtoms estables. Fins aquell moment, a causa de les altres temperatures, tots els àtoms estaven ionitzats i els nuclis i electrons existien independents uns dels altres. Això no permetia el pas de la llum, ja que els fotons interactuaven amb

els electrons. La formació d'estructures coincideix amb l'aparició dels primers rajos de llum que podien viatjar llargues distàncies i arribar fins a nosaltres.

La llum que ens arriba del principi d'aquest període s'anomena el fons còsmic de microones (veure 2.4.1.). Encara que quan aquesta radiació va ser creada, eren rajos gamma d'alta energia, tan sols ens arribem microones de baixa energia, perquè l'expansió de l'Univers ha estirat la seva longitud d'ona.

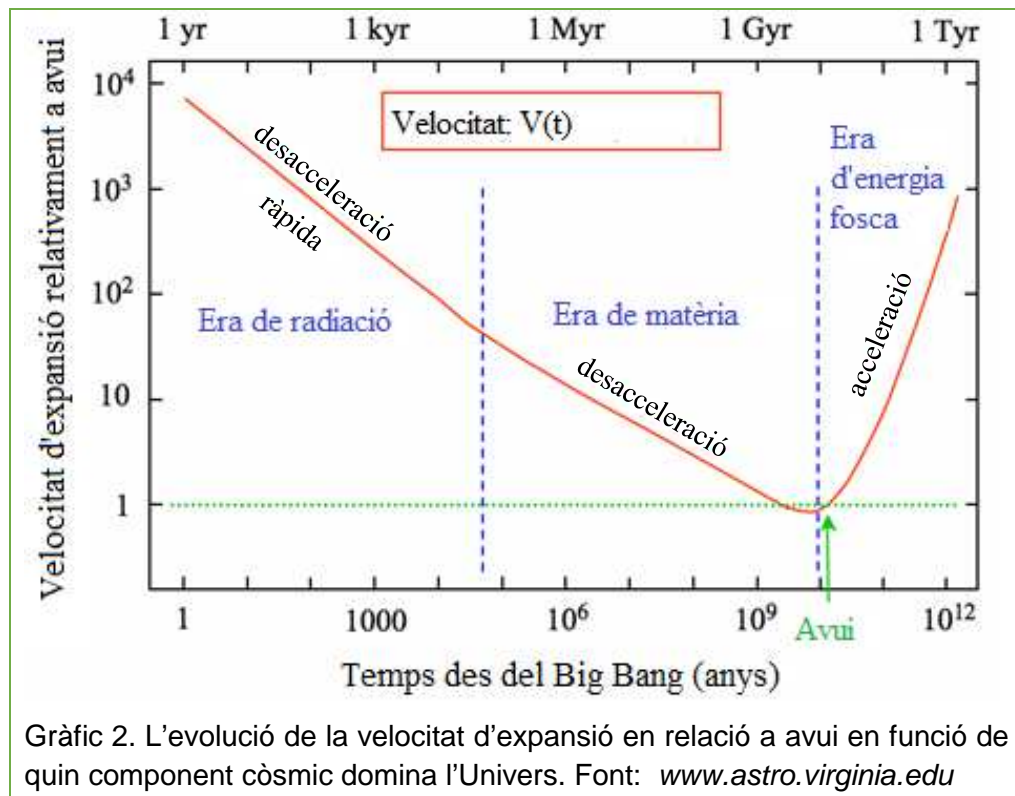
Quan la matèria ja no estava continguda en una sopa de plasma, ja podia començar a formar estructures. Durant aquest període apareixen les primeres galàxies. També podríem dir que aquest procés continua fins avui. Però, s'ha de fer una distinció important: fins fa "poc" l'Univers estava dominat per matèria i l'expansió de l'Univers estava governada i era desaccelerada per la matèria, però, mentre la densitat de matèria continuava disminuint, va haver un punt en el que la densitat de l'energia fosca (veure 2.4.3.) era major i va començar a dominar l'expansió de l'Univers.



- **Expansió còsmica:** Quan va acabar l'era de la matèria, l'Univers estava dominat per la constant cosmològica o l'energia fosca (si vertaderament és una constant). Això vol dir que l'expansió ara ja no era lenta, sinó que augmentava exponencialment. Actualment estem experimentant l'expansió còsmica, ja que gran part de l'evidència observacional apunta cap a un univers accelerant.

L'expansió còsmica arribarà a un punt en el que la velocitat d'expansió serà tan elevada que totes les galàxies s'allunyaran de les altres a una velocitat més gran que la de la llum. Això significa que la llum emesa per aquestes galàxies i estrelles mai arribarà a cap altre punt de l'Univers. Llavors, si l'expansió encara augmenta més, arribarem a un punt en el que la gravetat no podrà aguantar junts ni als cossos més propers i s'acabarà la formació d'estructures.

El *Gràfic 1* classifica el temps després del Big Bang segons quin material dominava l'Univers i el *Gràfic 2* descriu l'expansió de l'Univers durant cadascuna d'aquestes eres.

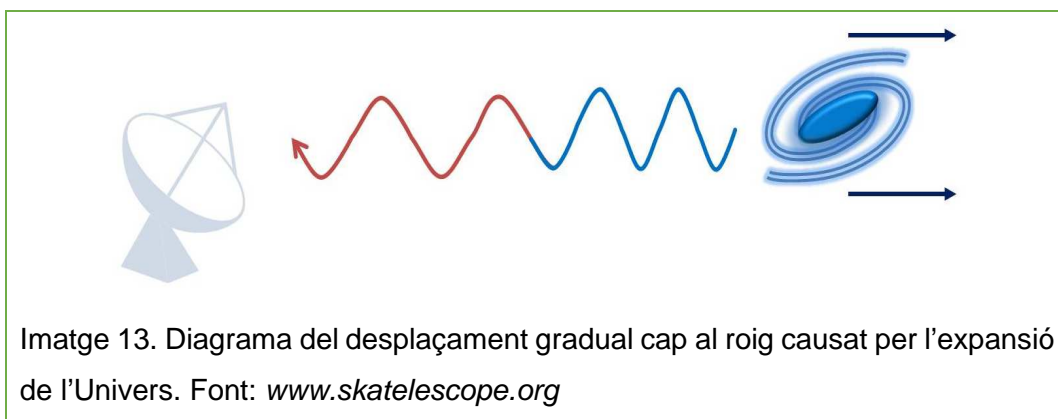


2.3.5. Observacions

a. Paràmetres observacionals

La cosmologia moderna requereix molt de treball experimental. Molts paràmetres sols es poden determinar amb observacions astronòmiques.

El **redshift** (z) o el desplaçament cap al roig és un valor que es pot mesurar gairebé directament. El *redshift* es pot definir com l'estirament de la longitud d'ona d'un raig de llum a causa de l'expansió de l'Univers o perquè el focus de llum s'està allunyant de l'observador (efecte Doppler). La paraula *redshift* prové de l'anglès i es refereix a què l'augment de la longitud d'ona causa que el raig es mogui cap al cantó roig de l'espectre electromagnètic.



El *redshift* pot ser descrit per la fórmula següent:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} \quad (18)$$

On z és *redshift*, λ_{obs} és la longitud d'ona observada i λ_{em} és la longitud d'ona emesa pel cos. El *redshift* també es pot descriure com el quocient de la velocitat de recessió (v) i la velocitat de la llum (c):

$$z = \frac{v}{c} \quad (19)$$

Però això sols és veritat si $v \ll c$. Si els cossos estan més llunyans i la velocitat de recessió, per tant, és major, s'haurà de considerar la teoria de la relativitat especial:

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (20)$$

Amb aquesta relació entre *redshift* i la velocitat de recessió d'un cos ens apropem a poder calcular la constant de Hubble, ja que aquesta està relacionada amb la velocitat de recessió per la llei de Hubble (*Equació 7*).

Un altre valor observacional que podem obtenir és la **distància de lluminositat** (D_L). La distància de lluminositat és la distància en megaparsecs determinada a partir de la magnitud absoluta i la magnitud aparent. La magnitud absoluta és la lluminositat relativa emesa pel cos i la magnitud aparent és la lluminositat relativa mesurada quan ens arriba. La distància de lluminositat s'obté a partir de la següent funció logarítmica:

$$D_L = 10^{\frac{(m-M)}{5}+1} \quad (21)$$

On D_L és la distància de lluminositat, m és la magnitud aparent i M és la magnitud absoluta.

Ara tenim tot el que necessitem per a calcular el paràmetre de Hubble. Però, apareix un problema. Tots dos, el *redshift* i la distància de lluminositat, depenen d'un valor inicial: la longitud d'ona emesa i la magnitud absoluta, respectivament. Trobar una manera per determinar aquests valors inicials va ser un problema que va intrigar científics durant molt de temps. Al cap i a la fi, es va trobar una solució. Es va descobrir que certs tipus de supernoves – les explosions que ocorren quan una estrella gran es mor – sempre emetien llum d'una mateixa longitud d'ona i magnitud. Aquestes supernoves es diuen supernoves del tipus 1a i sempre apareixen en sistemes binaris d'estrelles. Gràcies a aquests ciris estàndards – terme usat per a anomenar els cossos que sempre presenten la mateixa magnitud sense que importi on estan – els cosmòlegs han estandarditzat la seva longitud d'ona emesa i magnitud absoluta per a calcular la constant de Hubble.

Un paràmetre observacional molt important que apareixerà en aquest treball és el **paràmetre de densitat** (Ω). Pot ser definit com una ajuda per

a entendre el terme de densitat (ρ) de l'apartat 2.3.2. També es pot descriure amb la següent fórmula:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (22)$$

On Ω és el paràmetre de densitat, ρ és la densitat actual i ρ_c és la densitat crítica. Totes les variables són funcions de temps, però el valor actual de Ω , de vegades, s'anomena Ω_0 .

La densitat crítica (ρ_c) és la densitat requerida per tal que $k=0$ en l'equació de Friedmann (*Equació 12*) i així l'Univers tingui una geometria plana. Cal dir que l'ús d'aquest terme no implica que l'Univers sigui pla. Sols és un punt de referència per tal que el paràmetre de densitat sigui físicament informatiu, com es pot veure en la *Taula 2*.

Densitat	Paràmetre de densitat	Curvatura	Tipus d'univers	Geometria de l'Univers
$\rho > \rho_c$	$\Omega > 1$	$k > 0$	Tancat	Esfèrica
$\rho = \rho_c$	$\Omega = 1$	$k = 0$	Pla	Plana
$\rho < \rho_c$	$\Omega < 1$	$k < 0$	Obert	Hiperbòlica

Taula 2. Taula de les possibles geometries i tipus d'univers que mostra la relació entre la densitat, el paràmetre de densitat i la curvatura. Font: Pròpia

El valor de la densitat crítica actual ($\rho_c(0)$) és aproximadament igual a $9,27 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3$. Això potser no sembla molt, però és aproximadament igual a la densitat que tenim actualment, perquè Ω_0 s'ha mesurat a estar a $(1,02 \pm 0,02)$. Aquest valor significa que el nostre univers podria ser pla. Per això, a la part pràctica assumirem que l'Univers és pla.

El paràmetre de densitat també es pot descompondre en els seus constituents: la matèria, la radiació i l'energia fosca. Ara podem dir que:

$$\Omega = \Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_R \quad (23)$$

On Ω és el paràmetre de densitat total, Ω_M és el paràmetre de densitat de la matèria (incloent matèria fosca, veure 2.4.2.), Ω_Λ és el paràmetre de densitat de l'energia fosca i Ω_R és el paràmetre de densitat de la radiació.

Però, en la majoria dels casos, el paràmetre de densitat de la radiació és negligible, perquè avui $\Omega_R \approx 0$:

$$\Omega_0 = \Omega_M + \Omega_\Lambda \quad (24)$$

Finalment, podem veure que el paràmetre de densitat pot ser determinat experimentalment, perquè és proporcional a la densitat, la qual hem relacionat amb el paràmetre de Hubble per mitjà de l'equació de Friedmann.

b. Instruments de mesura

Tots aquells models cosmològics no podrien ser comprovats mai si no tinguéssim instruments per dur a terme experiments i/o observacions. Aquests instruments normalment són els telescopis. Però els telescopis usats no són els petits tubs amb lents que la majoria de nosaltres ja hem utilitzat, sinó que són més grans i complexos. Poden ser de molts tipus i poden operar en moltes longituds d'ona diferents de l'espectre electromagnètic (*Imatge 8*).

La localització correcta d'un telescopi és essencial. Depenent d'on està localitzat pot obtenir millors observacions. Els factors més importants a tenir en compte són les pertorbacions aèries i la contaminació lumínica.

En primer lloc, l'aire de la nostra atmosfera causa una refracció de la llum que arriba als nostres telescopis. Això pot provocar mesures imprecises.

Per això, els telescopis d'alta precisió estan localitzats a grans altures on hi ha menys aire i els corrents de l'aire són més linears. La millor manera de superar aquest problema és tenir un telescopi en un ambient sense aire, a l'espai. Encara que això permet altes precisions, és molt car.



Imatge 14. L'Atacama Large Millimeter/submillimeter Array operant durant la nit. Font: www.soychile.cl

Un altre problema pels astrònoms quan han d'escollir la localització del seu telescopi és la contaminació lumínica. La contaminació lumínica és la emissió de llum artificial innecessària al medi. Per evitar això, els telescopis normalment es localitzen a deserts o a illes.

Alguns dels telescopis més famosos que s'utilitzen ara mateix són el Telescopi Espacial de Hubble, el Telescopi Espacial de Planck, ALMA (*Atacama Large Millimeter/ submillimeter Array*), el VLT (*Very Large Telescope*) o el GTC (Gran Telescopio de Canarias).

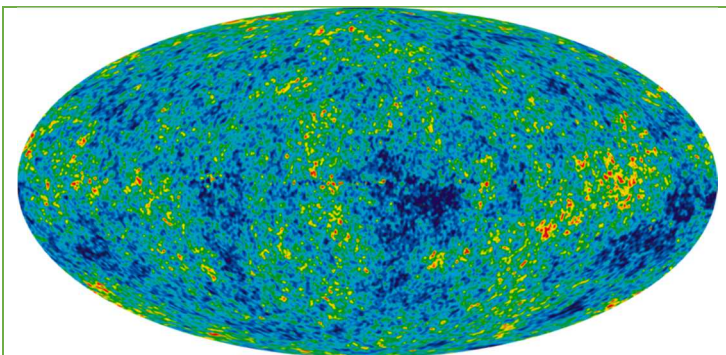
2.4. Descobriments recents

2.4.1. La radiació còsmica de fons

La **radiació còsmica de fons** o el fons còsmic de microones (CMB), com ja hem vist en l'apartat 2.3.4.b., és la primera llum creada després del Big Bang que ha pogut arribar-nos. Va aparèixer després que l'Univers s'havia refrigerat prou com per a permetre la formació d'àtoms i per deixar passar la llum sense que interaccionés amb electrons.

Encara que aquest fenomen s'havia predit durant els anys 40, no va ser fins el 1964 quan Arno Penzias i Rober Woodrow Wilson van fer la primera detecció clara del CMB. Per aquesta observació i la comprovació del CMB, van rebre el Premi Nobel de la Física de l'any 1978.

La “temperatura” mitjana del CMB és $(2,72548 \pm 0.00057)$ K i sembla que és molt regular, però encara mostra variacions mínimes. Aquestes variacions podrien ser les causes de les diferències a gran escala que hi ha avui i, per tant, són molt interessants per als cosmòlegs.



Imatge 15. Representació de les dades de temperatura del CMB obtingudes pel WMAP (blau vol dir fred i roig vol dir calent). Font: en.wikipedia.org

2.4.2. La matèria fosca

La **matèria fosca** és un component molt abundant en el nostre univers que posseeix massa i no interacciona amb matèria comuna ni amb radiació. Encara no s'ha detectat d'una forma directa, però se n'han observat els efectes gravitatoris. Per tant, no sabem de què està feta.

La idea de matèria fosca va aparèixer quan científics van observar que les velocitats de rotació de les galàxies esperades no coincidien amb les observades. La velocitat de rotació estimada provenia de la suposició de que l'única massa que té una galàxia és la visible. Però, per tal d'arribar a les velocitats que tenien, les galàxies haurien de tenir molta més massa que la que es veu. Llavors és quan va aparèixer la idea de matèria fosca durant els anys 60 i 70.

Fins avui s'han obtingut més proves de l'existència de la matèria fosca en el CMB o el moviment de cúmuls de galàxies. També s'està fent molta recerca teòrica per intentar descriure la matèria fosca i alhora es dissenyen experiments per observar-la directament.

2.4.3. L'energia fosca

L'**energia fosca** és la força del buit que omple tot l'espai i supera l'atracció gravitatòria per tal d'accelerar l'expansió de l'Univers. Actualment la teoria més acceptada és que sigui un camp de densitat constant a tot arreu que no interacciona amb matèria bariònica o radiació. Es desconeix exactament què és, però encara podria ser que sigui algun altre tipus de camp i que no tingui densitat constant.

La idea d'energia fosca va aparèixer com una explicació per l'acceleració de l'expansió de l'Univers descoberta pel *High-Z Supernova Search Team* i el *Supernova Cosmology Project* l'any 1998. Per aquest descobriment científics dels dos grups van rebre el Premi Nobel de la Física de l'any 2011.

Una comprovació més detallada de la naturalesa de l'energia fosca serà subministrada en la part pràctica d'aquest treball.

3. PART PRÀCTICA

3.1. Introducció

Fins ara hem vist el què és la cosmologia moderna, els seus orígens i alguns dels temes que es tracten en ella. Però, com és el treball d'un cosmòleg d'avui en dia? Per respondre-ho, es tractarà un tema de recerca actual i els mètodes de recerca que utilitzaria un cosmòleg per estudiar-lo.

En la part pràctica d'aquest treball veurem com, amb dades mesurades i utilitzant el models Λ CDM (veure 2.3.4.a.), podem calcular valors que ens permeten descobrir nous fenòmens físics. Encara que tot el que apareixerà en aquest treball ja s'ha descobert per científics, el treball es farà partint des de zero, com si fóssim cosmòlegs que estan intentant descobrir física nova.

Aquesta física nova, com s'ha definit abans, és refereix a l'acceleració de l'expansió de l'Univers i l'energia fosca. Utilitzant dades de supernoves de tipus 1a obtingudes pel *Supernova Cosmology Project* compilació Union 2.1 (veure 8.1. Annex A) constrenyerem el contingut de matèria del nostre univers i intentarem comprovar l'existència d'una força del buit o energia fosca.

Com que les dades configuren una matriu (taula de dades) força gran, els càlculs no es poden fer a mà. Per això utilitzarem MatLab. El *Matrix Laboratory* o laboratori de matrius és un programa que permet escriure un codi que manipula dades tot seguint un cert algorisme. Tan sols els passos de l'algorisme i els gràfics o les taules que genera apareixeran en aquesta part pràctica. El codi i diagrama de flux apareixen en l'Annex B (veure 8.2.).

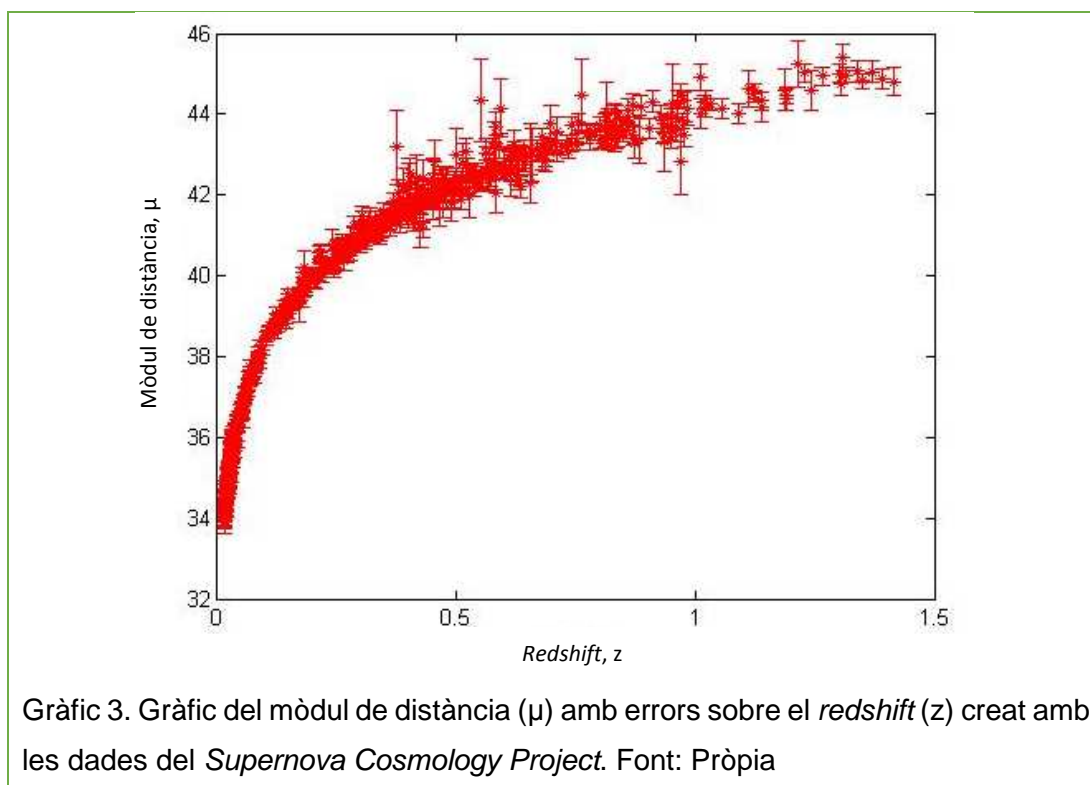
Per a operar amb aquests valors mesurats, caldrà operar amb els seus errors i les seves probabilitats. Per fer això, s'utilitzarà estadística bayesiana. Les fórmules poden semblar aterridores, però sols intenten compensar les inexactituds de les dades generant una probabilitat de que una proposició sigui certa, és a dir, proposicions que abans sols podien ser certes o falses, amb la estadística bayesiana tenen una certa probabilitat de ser certes o falses. Més informació sobre l'estadística es pot trobar en el llibre *Probabilidad y estadística* de Michael J. Evans i Jeffrey S. Rosenthal.

3.2. L'expansió i l'acceleració de l'Univers

Les dades (veure 8.1. Annex A) han estat obtingudes pel *Supernova Cosmology Project* del centre *Berkeley Lab* (EUA). Les dades es poden trobar a la seva pàgina web: supernova.lbl.gov. S'han utilitzat telescopis amb un gran camp de visió per a detectar les supernoves i uns quants altres telescopis per a analitzar els seus espectres i per a fer-ne la fotometria. Se'ns dóna el nom de la supernova, el seu *redshift* (z) (veure 2.3.5.a.) i el seu mòdul de distància (μ) amb l'error ($\Delta\mu$). Es pot definir com:

$$\mu = m - M \quad (25)$$

On μ és el mòdul de distància, m és la magnitud aparent i M és la magnitud absoluta. Els 580 punts de dades es troben representats al *Gràfic 3*.



El simple fet que el *redshift* (z) augmenti amb el mòdul de distància (μ) o la distància a nosaltres, verifica que l'Univers està **expandint**. Perquè si l'Univers no s'estigués expandint gairebé no hi hauria *redshift* i encara menys estaria relacionat amb la distància. Però, el gràfic ja no ens permet treure més conclusions. Tan sols és una visualització de les dades que tenim. Per tant, per treure més informació haurem de convertir el mòdul de distància (μ) i el seu

error ($\Delta\mu$) en distància de lluminositat (D_L) i el seu error (ΔD_L). Aplicant l'Equació 21 obtenim que:

$$D_L = 10^{\frac{\mu-25}{5}} \quad (26)$$

Per obtenir l'error de la distància de lluminositat (ΔD_L) a partir de l'error del mòdul de distància ($\Delta\mu$), hem d'utilitzar la fórmula de propagació d'errors per una funció $f(x) = Ae^{\pm Bx}$:

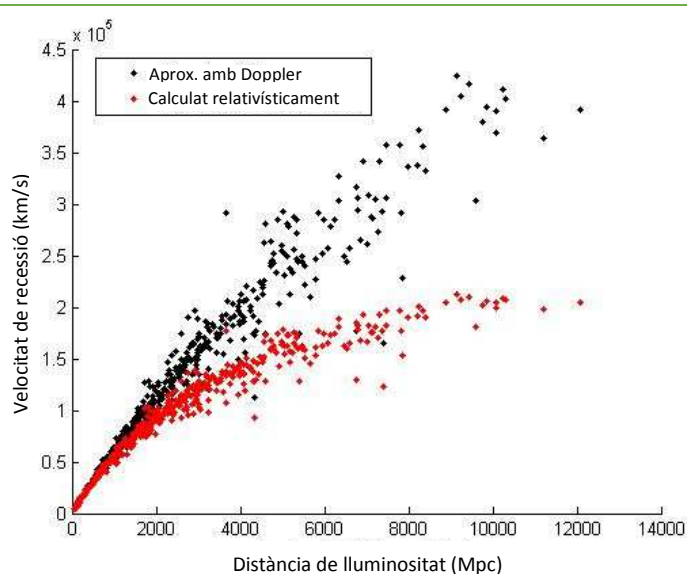
$$\sigma_f = B\sigma_x f(x) \quad (27)$$

On σ_f és l'error de la funció, B és un factor constant, σ_x és l'error de la variable i $f(x)$ és la funció. Per a la funció de distància de lluminositat serà:

$$\Delta D_L = \frac{\Delta\mu D_L}{5} \quad (28)$$

On ΔD_L és l'error de la distància de lluminositat, $\Delta\mu$ és l'error del mòdul de distància i D_L és el mòdul de distància.

També hem de convertir el *redshift* (z) en velocitat de recessió (v). Com hem vist en l'apartat 2.3.5.a., hi ha una relació clara entre els dos valors descrits per una aproximació amb l'efecte Doppler (Equació 19) o per la teoria de la relativitat especial (Equació 20). Sabem que pel tipus



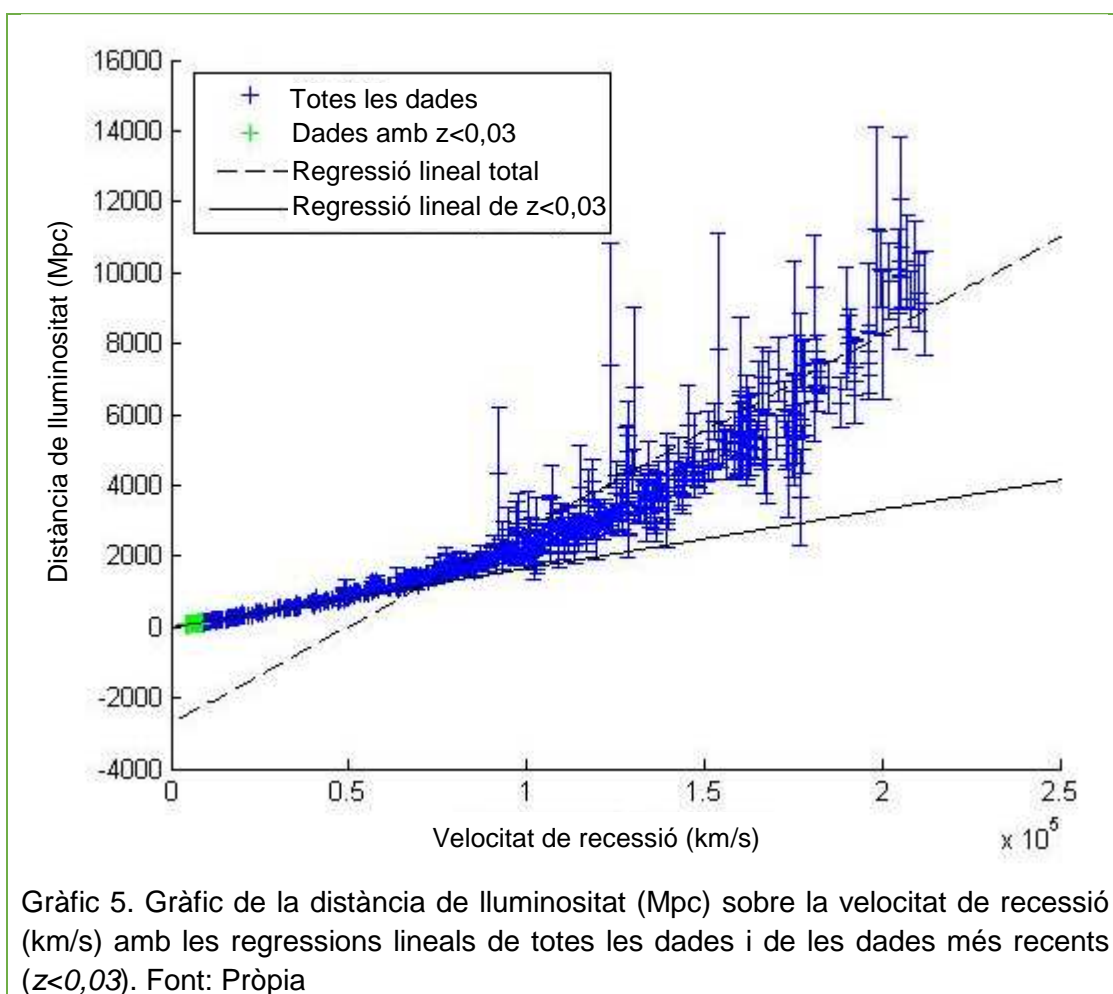
Gràfic 4. Gràfic de la velocitat de recessió (km/s) sobre la distància de lluminositat (Mpc) comparant dades relativístiques i dades aproximades. Font: Pròpia

de fenomen que estem descrivint utilitzar la relativitat és més correcte, com es veu amb la diferència notable que apareix a partir de $v > 0,5 \times 10^5$ km/s entre les dos fórmules en el Gràfic 4. Per tant, les dades utilitzades a partir d'ara s'han obtingut amb la fórmula relativística obtinguda a partir de l'Equació 20:

$$v = c \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1} \quad (29)$$

On v és la velocitat de recessió, c és la velocitat de la llum i z és el *redshift*.

Si ara representem les dades i fem una regressió lineal de totes les dades i una altra de les dades amb $z < 0,03$ obtenim el *Gràfic 5*.



En el *Gràfic 5* es fa una regressió lineal de totes les dades (la línia discontinua), és a dir, es genera la línia recta que millor descriu el comportament de tots els punts. Però, podem observar que aquesta línia no segueix correctament els punts de dades. Per tant, és una aproximació incorrecta. La línia d'ajust pertinent hauria de ser una corba. Sabem que totes les corbes presenten una variació del pendent. Això en aquest cas significa que el paràmetre de Hubble (H), que segons la llei de Hubble és la inversa del pendent del gràfic, varia en funció de la velocitat de recessió (v) la qual varia en funció del redshift (z) el

qual varia en funció del temps, és a dir, H (la “velocitat” d’expansió de l’Univers) augmenta amb el temps i, per tant, l’expansió de l’Univers **accelera**.

Del *Gràfic 5* també es pot deduir la constant de Hubble. Com hem vist en l’apartat 2.3.2., la constant de Hubble és el paràmetre de Hubble quan $t=0$. Si agafem els valors de $z < 0,03$ i agafem la inversa del pendent de la regressió lineal del *Gràfic 5*, podem calcular la constant de Hubble. Està clar que en aquest interval de *redshift* el temps no és exactament igual a zero, però és una aproximació bona. Perquè l’error generat per l’ús d’un interval així és negligible en comparació a l’error de les mesures. La funció de la línia generada per la regressió lineal (la línia contínua) segueix l’equació:

$$f(x) = mx + n \quad (30)$$

La línia generada amb les dades amb un $z < 0,03$ cau en el següent interval:

$$f(x) = (0,01492, 0,01832)x + (-20,94, 1,784) \quad (31)$$

Ara podem calcular la constant de Hubble (H_0) amb la mitjana de l’interval de pendents (\bar{m}):

$$H_0 = \frac{1}{\bar{m}} = \frac{1}{0,01662} = 60,168 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (32)$$

Pels errors apliquem:

$$\Delta H_0 = \frac{m_{\text{màx}} - m_{\text{mín}}}{2\bar{m}^2} = \frac{0,01832 - 0,01492}{2(0,01662)^2} = 6,154 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (33)$$

On ΔH_0 és l’error de la constant de Hubble, $m_{\text{màx}}$ és el valor màxim del pendent, $m_{\text{mín}}$ és el valor mínim del pendent i \bar{m} és la mitjana de l’interval de pendents.

Hem obtingut una aproximació del valor de la constant de Hubble:

$$H_0 = (60,168 \pm 6,154) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (34)$$

3.3. Energia fosca

Fins ara hem arribat a la conclusió que la velocitat d’expansió de l’Univers no és constant i que, per tant, hi hauria d’haver algun tipus d’acceleració. A més, sabem que aquesta acceleració és positiva i per això alguna cosa està

superant l'atracció de la gravetat. Veiem l'equació de l'acceleració (*Equació 17*) que està derivada de l'equació de Friedmann estàndard (*Equació 16*) amb la constant cosmològica (Λ):

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda}{3} \quad (35)$$

Podem veure que l'acceleració només serà positiva, $\frac{\ddot{a}}{a} > 0$, si el terme de la gravetat $(-\frac{4\pi G}{3}(\rho + \frac{3p}{c^2}))$ és més petit que el de la constant cosmològica ($\frac{\Lambda}{3}$):

$$\left| -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) \right| < \left| \frac{\Lambda}{3} \right| \quad (36)$$

De moment no sabem què hi ha darrere de la constant cosmològica i tampoc no sabem si vertaderament és una constant o si potser és una funció de temps. Per determinar-ho ens cal una versió de l'equació de Friedmann amb els paràmetres de densitat:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_R(1+z)^4 + \Omega_\Lambda} \quad (37)$$

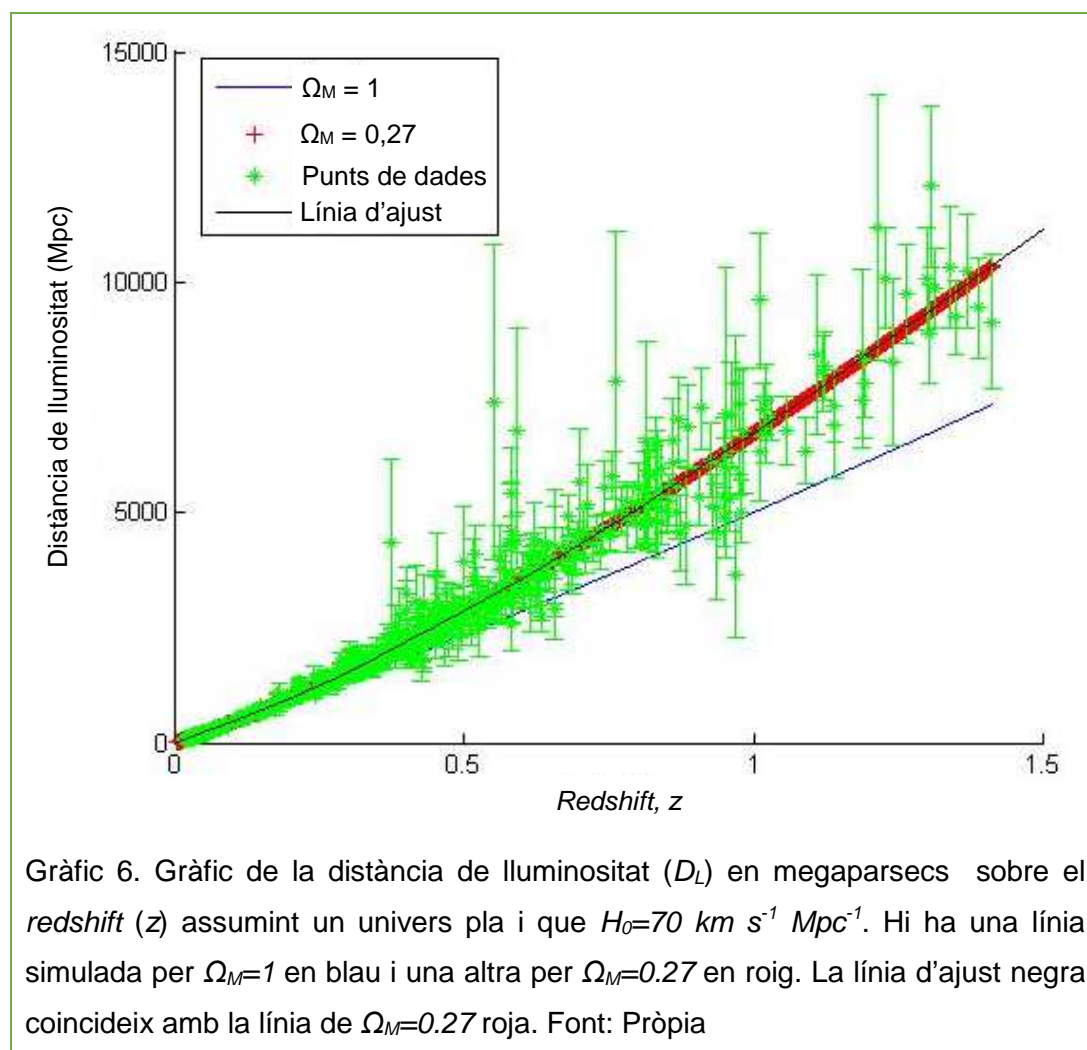
On $H(z)$ és el paràmetre de Hubble en funció del *redshift*, H_0 és la constant de Hubble, Ω_M és el paràmetre de densitat de matèria, Ω_R és el paràmetre de densitat de radiació i Ω_Λ és el paràmetre de densitat de la constant cosmològica. Aquesta fórmula ens diu que sols l'efecte de la matèria i el de la radiació sobre el paràmetre de Hubble ($H(z)$) varia amb el *redshift* (z), ja que la seva densitat no és constant i varia amb temps, igual que el *redshift* (z). El paràmetre de densitat de la constant cosmològica (Ω_Λ) no té un factor que depèn del *redshift* (z), ja que estem assumint que es tracta d'una constant que sempre té la mateix densitat.

Si ara utilitzem l'*Equació 37* juntament amb la llei de Hubble i assumim que $\Omega_R \approx 0$, podem aïllar la distància de lluminositat (D_L) en funció del *redshift* (z), la constant de Hubble (H_0), el paràmetre de densitat de matèria (Ω_M) i el paràmetre de densitat de la constant cosmològica (Ω_Λ):

$$D_L = c(1+z) \int_0^z \frac{dz}{H(z)} = \frac{c}{H_0} (1+z) \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad (38)$$

Si apliquem aquesta equació a les dades mentre assumim un univers pla ($\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$), obtenim el *Gràfic 6*. També utilitzant l'*Equació 38*, hem simulat la línia que presentaria el gràfic si $\Omega_M=1$ i $\Omega_\Lambda=0$ (no hi ha constant cosmològica, línia blava) i la línia que presentaria si $\Omega_M=0,27$ i $\Omega_\Lambda=0,73$ (línia roja), els valors més probables segons els resultats d'altres estudis. En el gràfic veiem que la línia real de les dades (línia negra) coincideix amb la línia simulada per $\Omega_M=0,27$ i $\Omega_\Lambda=0,73$ (línia roja). Això vol dir que el valor real de Ω_M i Ω_Λ ha d'estar al voltant d'aquests valors.

En conclusió, podem dir que, assumint que $H_0=70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ i que l'Univers és pla ($\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$), al voltant de 73% de l'energia de l'Univers hauria d'estar formada per una constant cosmològica o energia fosca. Així que hem refutat el model d'un univers pla i dominat per matèria ($\Omega_M=1$) el qual era el més acceptat fins l'any 1998, perquè les dades es desvien clarament de la línia de $\Omega_M=1$.



En tot cas, no podem dir amb certesa el valor exacte dels valors de paràmetres de densitat, perquè els errors de les dades permeten que siguin tot un interval de valors. Tampoc no sabem el valor exacte de la constant de Hubble (H_0) la qual també fa variar els valors dels paràmetres. Per això cal fer una anàlisi de la probabilitat que té cada valor de Ω_M i Ω_Λ per ser el correcte.

Per fer això usem la funció de probabilitat bayesiana per a 580 punts de dades:

$$\mathcal{L}(j) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{580} \frac{[D_{Ldad}(i) - D_{Lt}(i,j)]^2}{\Delta D_L(i)^2} \right\} \quad (39)$$

On $\mathcal{L}(j)$ és la probabilitat com a funció de j (la resolució), \exp és igual a e^x , D_{Ldad} és la distància de lluminositat de les dades, D_{Lt} és la distància de lluminositat simulada i ΔD_L és l'error de les dades de distància de lluminositat.

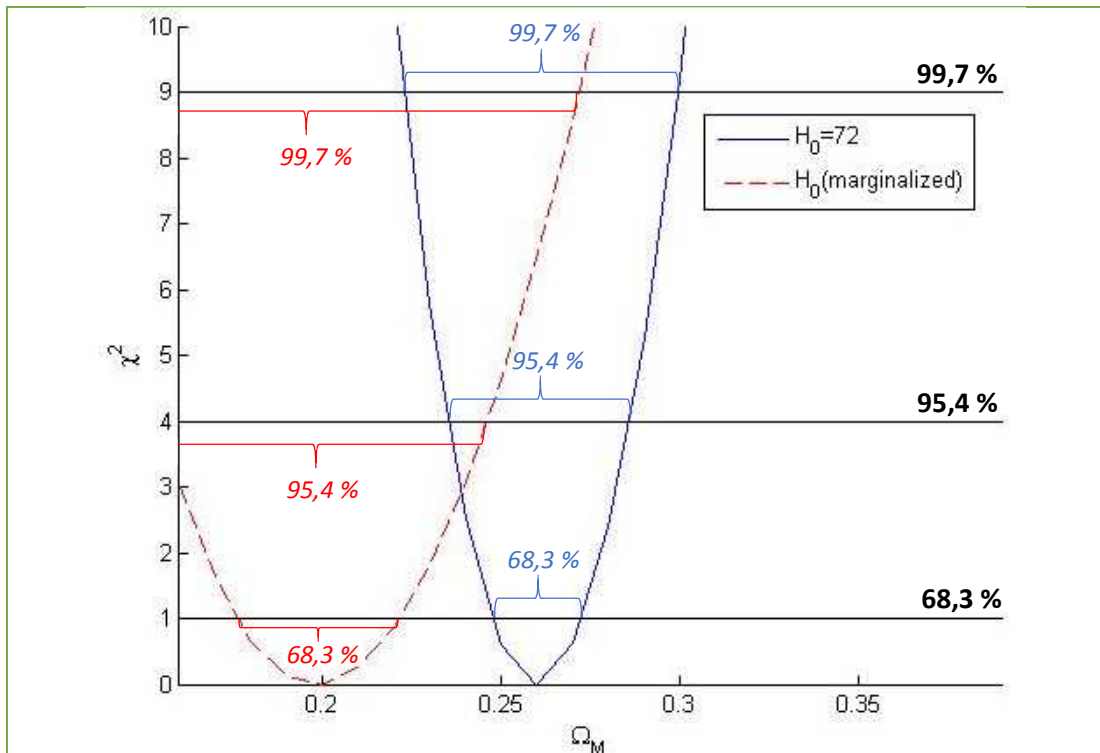
Però, el valor de probabilitat que obtenim és un poc difícil de visualitzar. Per això utilitzarem el valor de xi elevat al quadrat (χ^2) per obtenir un nombre més petit i fàcil de visualitzar:

$$\chi^2 = -2 \ln \mathcal{L}(j) = \sum_{i=1}^{580} \frac{[D_{Ldad}(i) - D_{Lth}(i,j)]^2}{\Delta D_L(i)^2} \quad (40)$$

Hem d'establir un valor priori* per a la constant de Hubble (H_0), ja que no el coneixem amb precisió i afectarà el valor de les distàncies de lluminositat. Per a fer el *Gràfic 7* hem utilitzat dos tipus de valors priori diferents. El primer era un valor priori fixat a $H_0=72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. El segon era un valor de priori de distribució marginal, és a dir que s'ha assumit un interval de valors per H_0 per tal de generar una probabilitat. L'interval utilitzat per a la distribució marginal era $H_0=(70, 74) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Sols s'han utilitzat nombres naturals i cada valor tenia el mateix pes en la probabilitat.

Segons el *Gràfic 7*, utilitzant les nostres dades i assumint que $H_0=72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ hi ha un 99,7% de probabilitat que el valor de Ω_M estigui entre 0,23 i 0,30. Això vol dir que en un univers pla ($\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$), el valor de Ω_Λ hauria de ser entre 0,77 i 0,70. Fins i tot, canviant la constant de Hubble, el paràmetre de densitat d'energia fosca (Ω_Λ) sempre estarà present i per tant, hi ha d'haver un camp energètic que fa accelerar l'Univers.

*Un valor priori és una aproximació a un valor desconegut o conegut amb poca precisió per poder utilitzar-lo en els càlculs. Pot ser fix (un sol valor) o de distribució marginal (diversos valors).



Gràfic 7. Gràfic de la probabilitat que té cada valor de Ω_M entre 0,15 i 0,40 assumint un univers pla i usant $H_0=72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ de valor priori fix per la línia blava i $H_0=(70, 74) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ de distribució marginal per la línia roja. $\Delta\chi^2 = 1 = 1\sigma = 68,3\%$, $\Delta\chi^2 = 4 = 2\sigma = 95,4\%$, $\Delta\chi^2 = 9 = 3\sigma = 99,7\%$. Font: Pròpia

3.3.1. Vertaderament és energia fosca?

I si les mesures que utilitzem són falses? Potser els valors de *redshift* (z) i mòdul de distància (μ) mesurat pel *Supernova Cosmology Project* estan causats per núvols de pols que han absorbit la llum o algun fenomen físic desconegut que estira les longituds d'ona. Per a comprovar si l'energia fosca pot existir si es donen aquestes condicions farem una anàlisi de probabilitat.

Sabem que el flux lumínic (F , energia/ segon/ unitat d'àrea) està definit per:

$$F = \frac{L}{4\pi r^2} \quad (41)$$

On L és la lluminositat en unitats d'energia per segon i el denominador és l'àrea en funció del radi (r).

Ara hem de quantificar l'absorció d'aquest flux de llum. Per fer-ho podem usar un paràmetre d'opacitat (τ) que escali el flux lluminós:

$$F_{obs} = F_{em} e^{-\tau} \quad (42)$$

On F_{obs} és el flux lluminós observat, F_{em} és el flux lluminós emès i τ és el paràmetre d'opacitat. D'aquí podem derivar que:

(43)

$$D_L \propto e^{\frac{\tau}{2}}$$

Si realment hi ha núvols o alguna altra cosa que està absorbint llum, el paràmetre d'opacitat (τ) serà major que zero. Si $\tau > 0$, la distància de lluminositat (D_L) que mesurarem, serà més gran que la real, perquè semblarà que ens arribi menys llum.

Si el paràmetre d'opacitat (τ) està relacionat amb la distància de lluminositat (D_L), també ha de ser una funció de *redshift* (z). Assumint una dependència lineal quantificada pel factor èpsilon (ϵ), la funció és:

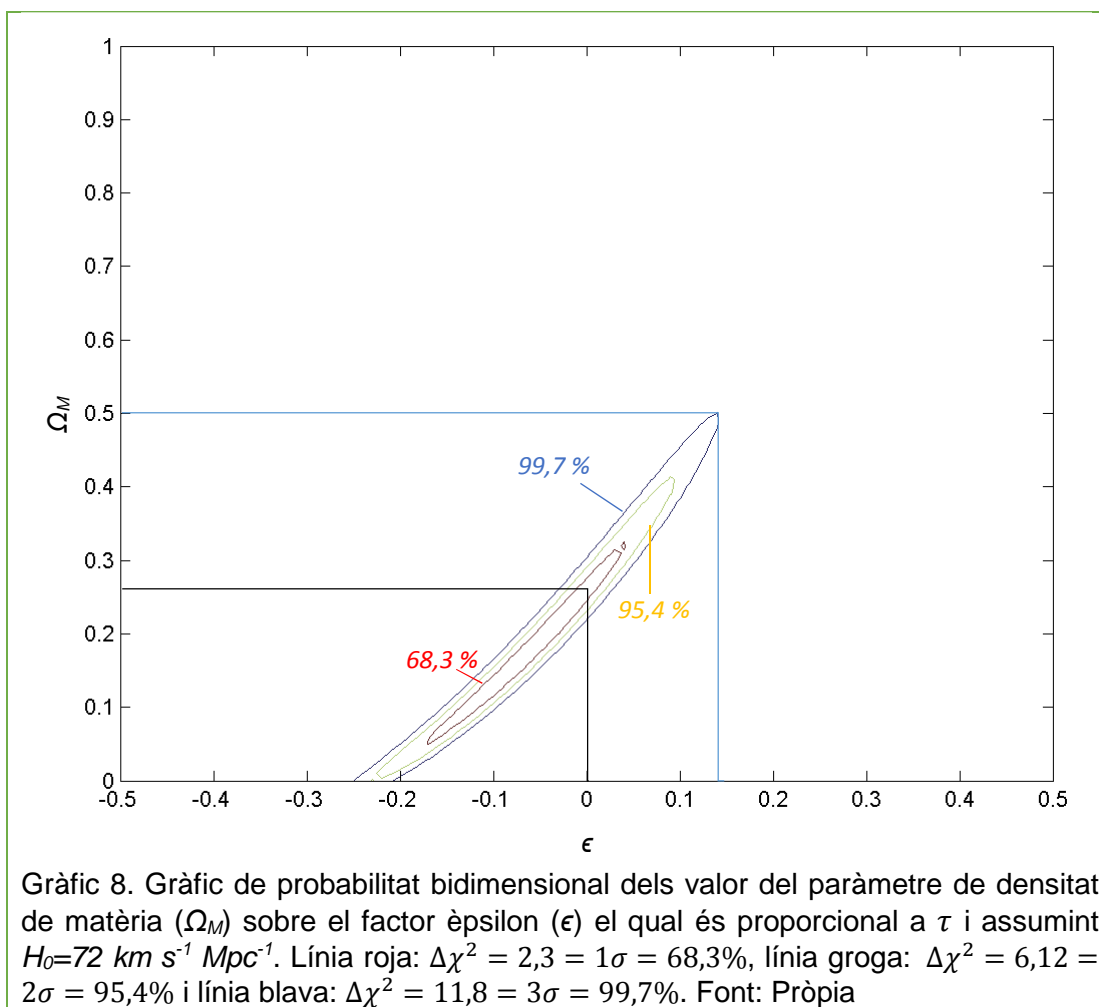
$$\tau(z) = 2\epsilon z \quad (44)$$

Per tant, la distància de lluminositat teòrica (D_{Lth}) de l'Equació 40, ara canvia:

$$D_{Lth} \rightarrow D_{Lth} e^{\epsilon z} \quad (45)$$

Si implementem aquest canvi en la fórmula i fem un contorn bidimensional obtenim el *Gràfic 8*. Un contorn bidimensional és un gràfic amb dos variables en el que la probabilitat és una variable que no apareix en l'eix de coordenades. Se substitueix la línia o els punts que estem acostumats a veure en gràfics per un camp de probabilitats dintre del qual cada punt té una certa probabilitat de ser el correcte.

Quan mirem el *Gràfic 8*, veiem que quan $\epsilon=0$ i, per tant, $\tau=0$ i no hi ha absorció de llum, el valor que obtenim pel paràmetre de densitat de matèria (Ω_M) probablement és el mateix que hem obtingut anteriorment, al voltant de 0,27. Si hi ha absorció de llum, $\epsilon>0$, hi ha un 99.7% de probabilitat que ϵ no serà més gran que 0,15. Això vol dir que el paràmetre de densitat de matèria (Ω_M) més gran possible al nostre univers està al voltant de 0,50. Així que, en un univers pla ($\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$), en el que $H_0=72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ i amb la absorció de llum més elevada possible, encara hi hauria d'haver energia fosca o energia del buit per justificar l'acceleració de l'expansió de l'espai.



Els valors negatius d'èpsilon, $\epsilon < 0$, representarien que tal i com la llum viatja es fa més intensa. Això requeriria algun tipus de física nova que crea llum al buit i, al mateix temps, voldria dir que hi hauria molt poca matèria a l'Univers. Però, sabem que no hi ha cap llei de la física que permeti la creació espontània de llum estable al buit. També sabem que Ω_M com a mínim pot ser 0,2 i no pot ser 0, perquè tot el que veiem està fet de matèria.

Descartant que ϵ pugui ser negatiu, encara que arribi al seu valor màxim positiu ($\epsilon \approx 0,15$), veiem que el valor del paràmetre de densitat de la matèria (Ω_M) no pot ser més gran que 0,5. Per tant, si assumim un univers pla ($\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$), el valor mínim de Ω_Λ és 0,5, és a dir, que l'energia fosca encara ha d'existir.

3.3.2. Què és l'energia fosca?

Hem comprovat l'existència d'una força del buit que està accelerant l'expansió de l'Univers. Però no sabem realment què és aquesta força. Fins ara, hem tractat l'energia fosca com si fos una constant. L'anomenada constant cosmològica (Λ), com vam dir en l'apartat 3.4.3., és un camp format per alguna cosa desconeguda que té una densitat uniforme en tot l'Univers.

Amb els recursos que tenim és impossible determinar què forma l'energia fosca. Però sí que tenim els recursos per a intentar comprovar quin tipus de densitat presenta l'energia fosca i per saber si realment és una constant. Per fer-ho hem de recordar l'equació d'estat (w_0) (veure 3.3.2.) i la proporcionalitat que la relacionava amb la densitat per mitjà del factor d'escala (a):

$$\rho \propto a^{-3(1+w_0)} \quad (46)$$

Si ho escrivim en funció del *redshift* (z), obtenim:

$$\rho \propto a^{-3(1+w_0)} \propto (1+z)^{3(1+w_0)} \quad (47)$$

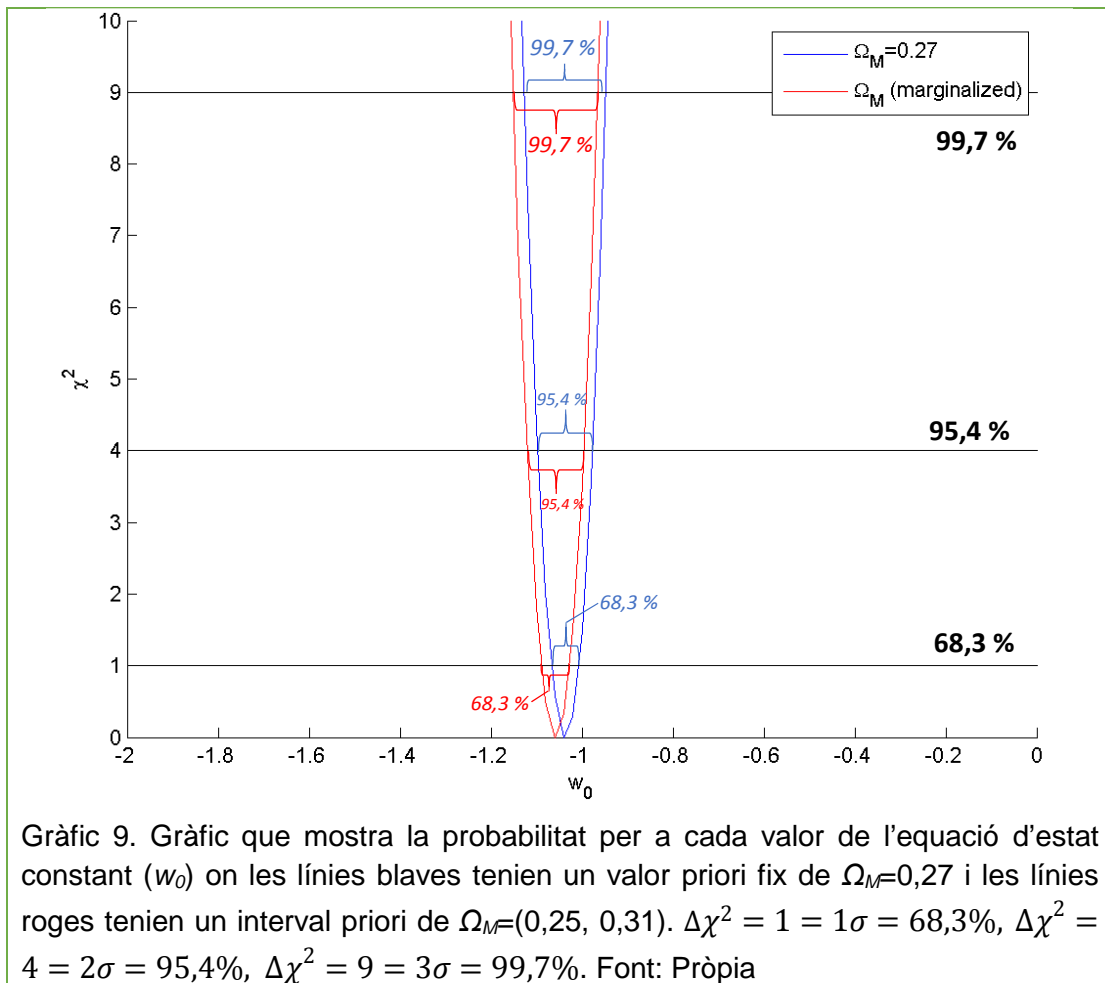
Això ens permet introduir l'equació d'estat com a constant dintre de l'Equació 37 (l'equació de Friedmann amb els paràmetres de densitat):

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_D(1+z)^{3(1+w_0)}} \quad (48)$$

On $H(z)$ és el paràmetre de Hubble en funció del *redshift* (z), H_0 és la constant de Hubble, Ω_M és el paràmetre de densitat de matèria, Ω_D és el paràmetre de densitat de l'energia fosca (ja que ara no sabem si és una constant cosmològica) i w_0 és l'equació d'estat com a constant.

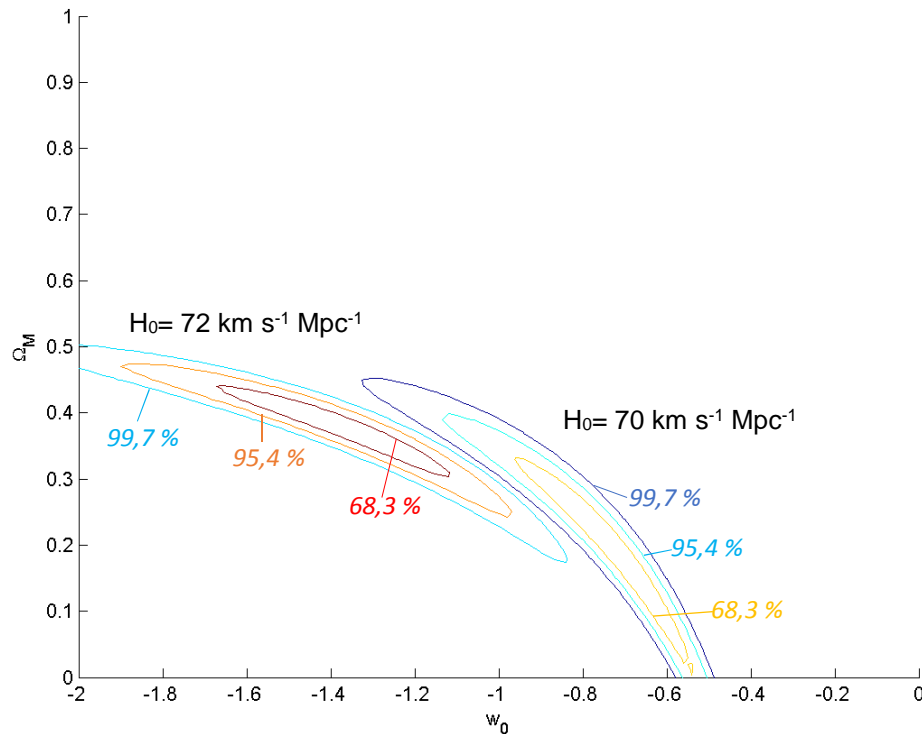
Quan assumíem que l'energia fosca és una constant cosmològica estàvem assumint que $w_0 = -1$. Veiem que si $w_0 = -1$, el terme $(1+z)^{3(1+w_0)}$ de l'Equació 48 equival a 1 i ens quedem amb Ω_D o Ω_Λ . Ara ja no assumim això i deixem que w_0 variï.

Per a obtenir una idea de quin pot ser el valor de w_0 , hem de fer una anàlisi de probabilitat amb l'Equació 40 i l'Equació 48. A partir d'això obtenim el Gràfic 9.



En el Gràfic 9 la probabilitat que $w_0=-1$ quan $\Omega_M=0,27$ i $H_0=72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ és de aproximadament 66.7%. Cal dir que aquesta és una probabilitat molt baixa per utilitzar uns valors priori tant definits. Aquest resultat no és molt valuós, perquè si haguéssim utilitzat valors priori un poc més diferents podríem haver obtingut qualsevol valor per w_0 .

Per veure millor quin podria ser el valor de l'equació d'estat constant (w_0) de l'energia fosca quan canviem els valors priori, haurem de fer una anàlisi de probabilitat bidimensional semblant a la del Gràfic 8. Però ara en el Gràfic 10 no hi ha cap tipus d'absorció, sinó que ara varia la densitat de l'energia fosca.



Gràfic 10. Gràfic de la probabilitat bidimensional del paràmetre de densitat de matèria (Ω_M) sobre l'equació d'estat constant (w_0) per dos valors prioris de H_0 diferents. A la línia interior $\Delta\chi^2 = 2,3 = 1\sigma = 68,3\%$, a la mitja $\Delta\chi^2 = 6,12 = 2\sigma = 95,4\%$ i a l'exterior $\Delta\chi^2 = 11,8 = 3\sigma = 99,7\%$. Font: Pròpia

Ja que el valor de l'equació d'estat constant (w_0) depèn tant del valor de la constant d'Hubble (H_0), la incertesa d'aquesta no ens permet extreure alguns valors o tendències de w_0 . Això complica la cerca de l'essència de l'energia fosca.

Si $w_0 = -1$, l'energia fosca és una constant cosmològica. Si $w_0 \neq -1$, l'energia fosca certament no serà una constant cosmològica. En lloc podria ser quinta essència* (un camp dinàmic) que pot tenir una equació d'estat constant o variable.

Per tal d'obtenir una major precisió podem afegir més dades, però no seria de molta ajuda afegir més dades de supernoves. Afegir altres tipus de dades augmenta la precisió encara més a causa del seu comportament diferent. Dades completament diferents poden excloure valors que amb les altres dades encara es consideraven. Utilitzarem mesures del paràmetre de Hubble provinents de diferents fonts (*Taula 3*).

Fem el mateix que hem fet amb les dades per fer el *Gràfic 10*, però ara usem aquesta expressió per a la probabilitat: (49)

$$\mathcal{L} = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{28} \frac{[H_{obs}(i) - H_{th}(i, \Omega_M, w_0)]^2}{\sigma_H^2} \right\}$$

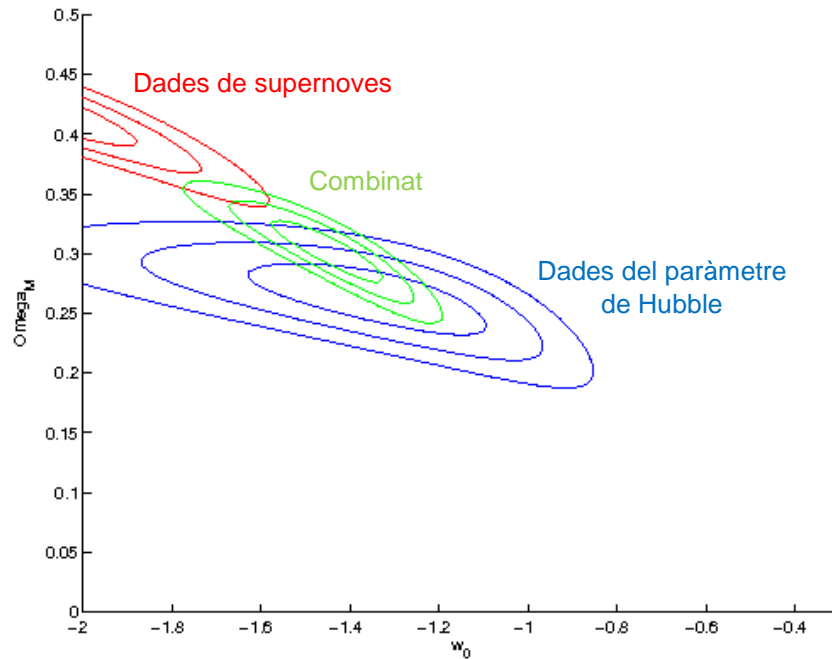
On \mathcal{L} és la probabilitat, H_{obs} és el paràmetre Hubble observat, H_{th} és el paràmetre de Hubble simulat, σ_H és l'error del paràmetre de Hubble observat, Ω_M és el paràmetre de densitat de matèria i w_0 és l'equació d'estat constant.

A continuació apliquem l'*Equació 40* per obtenir la probabilitat en χ^2 . Després representem aquesta probabilitat juntament amb la probabilitat obtinguda amb les dades de supernova. A més, combinem la probabilitat de les dos taules de dades multiplicant la probabilitat en cada punt. D'això obtenim un altre contorn de probabilitat que és més petit i més precís que els seus antecessors. A partir de les mateixes dades, però utilitzant per cadascun un altre valor priori de H_0 , s'ha generat el *Gràfic 11*, el *Gràfic 12* i el *Gràfic 13*.

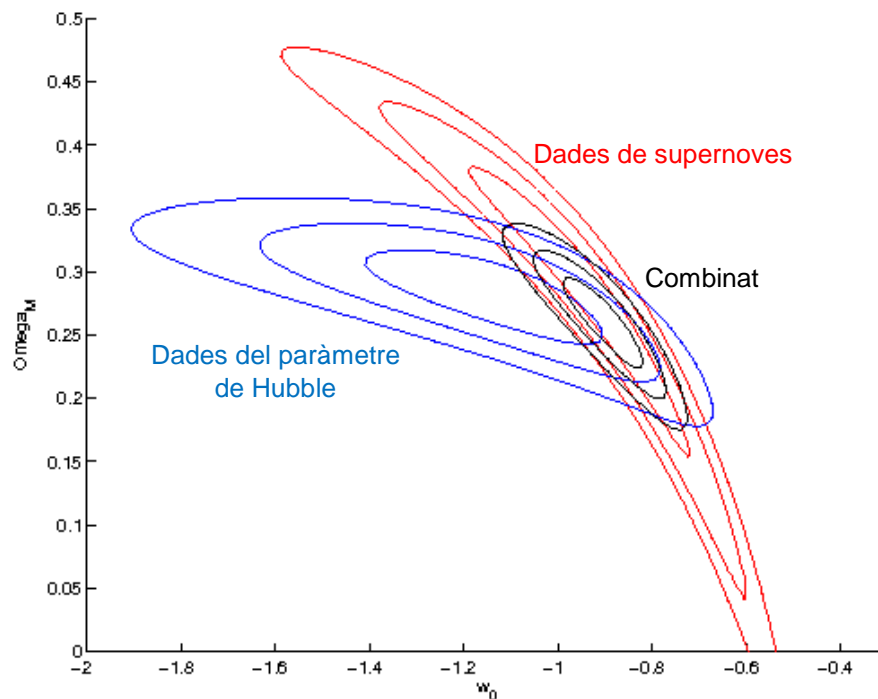
z	$H(z)$ (km s ⁻¹ Mpc ⁻¹)	σ_H (km s ⁻¹ Mpc ⁻¹)
0.070	69	19.6
0.100	69	12
0.120	68.6	26.2
0.170	83	8
0.179	75	4
0.199	75	5
0.200	72.9	29.6
0.270	77	14
0.280	88.8	36.6
0.350	76.3	5.6
0.352	83	14
0.400	95	17
0.440	82.6	7.8
0.480	97	62
0.593	104	13
0.600	87.9	6.1
0.680	92	8
0.730	97.3	7.0
0.781	105	12
0.875	125	17
0.880	90	40
0.900	117	23
1.037	154	20
1.300	168	17
1.430	177	18
1.530	140	14
1.750	202	40
2.300	224	8

Taula 3. Taula de mesures del paràmetre de Hubble ($H(z)$) amb els errors (σ_H) a redshifts (z) diferents. Font: *Hubble Parameter Measure Constraints on the Cosmological Deceleration –Acceleration Transition Redshift* by Omar Farooq and Bharat Ratra

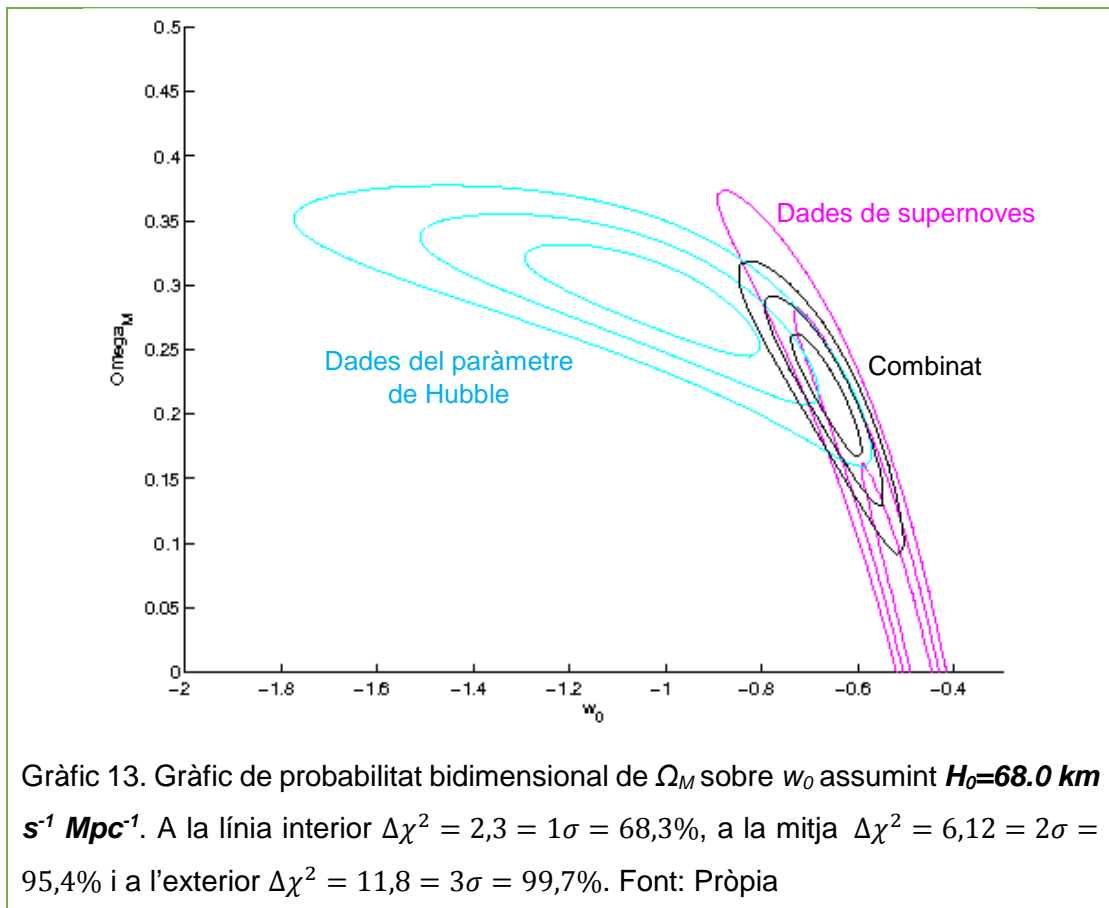
*La quinta essència és una explicació possible per l'essència de l'energia fosca que la descriu com la cinquena força fonamental de la natura. En aquesta teoria, la quinta essència és un camp variant en funció del temps i la força pot ser repulsiva o atractiva.



Gràfic 11. Gràfic de probabilitat bidimensional de Ω_M sobre w_0 assumint $H_0=73.8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. A la línia interior $\Delta\chi^2 = 2,3 = 1\sigma = 68,3\%$, a la mitja $\Delta\chi^2 = 6,12 = 2\sigma = 95,4\%$ i a l'exterior $\Delta\chi^2 = 11,8 = 3\sigma = 99,7\%$. Font: Pròpia



Gràfic 12. Gràfic de probabilitat bidimensional de Ω_M sobre w_0 assumint $H_0=70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. A la línia interior $\Delta\chi^2 = 2,3 = 1\sigma = 68,3\%$, a la mitja $\Delta\chi^2 = 6,12 = 2\sigma = 95,4\%$ i a l'exterior $\Delta\chi^2 = 11,8 = 3\sigma = 99,7\%$. Font: Pròpia



Combinant les mesures del paràmetre de Hubble amb les dades de supernoves de tipus 1a hem aconseguit constrènyer notablement la probabilitat, així que el valor de Ω_M es troba al voltant de 0,25 i no passa mai de 0,5. Malauradament encara es nota el fort efecte de la constant de Hubble sobre les dades de supernoves. Això no ens permet un resultat clar.

Hem comprovat que no és incorrecte assumir que l'energia fosca és una constant cosmològica, perquè encara és possible que ho sigui. Per tal d'obtenir millors resultats per a explicar l'essència de l'energia fosca, necessitaríem millors mesures de la constant de Hubble (H_0), més dades (com mesures de la constant d'estructura fina*) o intentar comprovar altres models en els que w_0 no és una constant. Encara que els dos últims serien possibles de fer, fer-los es desviaria dels objectius del treball i li afegiria complexitat innecessàriament.

De moment l'essència de l'energia fosca continuarà essent un misteri. Però en aquest instant científics de tot el món l'intenten descobrir.

*La constant d'estructura fina (α) és una constant sense unitats que descriu la força de la interacció electromagnètica i està relacionada amb moltes constants de la natura. Alguns científics sospiten que aquesta constant varia segons on estem en l'Univers.

4. CONCLUSIONS

4.1. Respostes a les preguntes i hipòtesis

Les respostes a les preguntes que hem formulat en la introducció d'aquest treball són:

- Què és la cosmologia moderna? Com m'afecta?

La cosmologia moderna és una ciència jove que estudia els orígens, l'evolució, el destí i l'essència del nostre univers. S'ha practicat d'una manera poc científica durant mil·lennis, ja que aquests temes sempre han estat interessants pels humans.

La cosmologia moderna és una ciència que ens afecta a tots. Ens pot proporcionar les respostes a les preguntes que tinguéssim sobre l'Univers. A més, la recerca d'aquestes respostes empeny avanços tecnològics que poden tenir aplicacions en els nostre dia a dia. Però els descobriments directes de la cosmologia també podrien tenir aplicacions en les enginyeries o en altres ciències. Per exemple, sense la cosmologia no coneixeríem l'existència de la matèria fosca, la qual potser algun dia podrem manipular.

- Com treballa un cosmòleg actual?

Com hem vist en la part teòrica i pràctica del treball, un cosmòleg modern sempre segueix el mètode científic. Proposa models i/o teories per descriure l'Univers i després ell o altres cosmòlegs han d'intentar demostrar o refutar el model amb observacions.

Com hem vist, els models cosmològics ja no són conjectures sobre el nostre univers. Són models matemàtics i físics basats en teories, models o lleis prèvies. Per fer aquests models, un cosmòleg ha de tenir un coneixement matemàtic profund i a la vegada l'habilitat d'interpretar les matemàtiques físicament.

Una vegada tenim un model, aquest model s'ha de comprovar. Per comprovar un model cosmològic normalment s'utilitzen telescopis per observar fenòmens llunyans o de gran escala i veure si es comporten com ho prediu el model. Si ho fan, el model queda comprovat fins que es faci un

experiment que el refuta. En tot cas, és molt difícil per a un cosmòleg arribar a una conclusió definitiva, perquè les observacions astronòmiques poden ser poc precises (com hem vist en l'apartat 3.3.2.).

- El nostre univers està expandint? Aquesta expansió està accelerant?

En la part pràctica d'aquest treball hem arribat a la conclusió que l'Univers està expandint, perquè observem que la longitud d'ona de la llum emesa per cossos llunyans s'estira o es desplaça cap al roig. Això sols pot passar si s'estan allunyant de nosaltres a causa de l'expansió de l'Univers.

També hem comprovat que l'expansió de l'Univers està accelerant, ja que hem comprovat que la constant de Hubble (H_0) – la velocitat d'expansió de l'Univers – canvia en funció del temps. Aquest canvi fa augmentar la constant de Hubble amb el pas del temps i per tant, accelera l'expansió de l'Univers.

- Què causa l'acceleració de l'expansió de l'Univers? Què és?

Si l'Univers està accelerant, hi ha d'haver una força que està superant la força atractiva de la gravetat. En la part pràctica del treball hem vist que gran part de l'energia del nostre univers està en forma d'energia fosca. Aquesta energia fosca sembla tenir una força repulsiva que fa accelerar l'expansió de l'Univers.

Pensem que l'expansió de l'Univers no sempre estava accelerant (veure 2.3.4.b.). Quan la densitat de la matèria era més elevada que la densitat de l'energia fosca, l'expansió descelerava. Però sabem que la densitat actual de l'energia fosca és més elevada que la densitat actual de la matèria. L'explicació més acceptada per aquest fenomen és que l'energia fosca es comporta com una constant cosmològica (veure 2.3.4.a.), és a dir, que sempre té la mateixa densitat en tot l'Univers. Això significa que, encara que la densitat de la matèria inicialment era més elevada que la de l'energia fosca, l'energia fosca ara pot ser més densa que la matèria. Perquè la densitat de l'energia fosca es mantenia constant i la de la matèria disminuïa amb l'augment del volum de l'Univers. Per tant, probablement l'energia

fosca és un camp de densitat constant en tots els llocs de l'Univers. Però, això encara no és definitiu, ja que tampoc no sabem de què està formada.

- Quins són els orígens del nostre univers? Quin podria ser el seu final?

Tal i com hem vist en l'apartat 2.3.4.b., pensem que el nostre univers ha estat creat en el Big Bang. El Big Bang és una explosió que va començar l'expansió de l'espai des d'un punt infinitament petit.

Si l'Univers és pla (veure 2.3.3.) i l'energia fosca vertaderament té la mateixa densitat en tot l'espai, l'expansió de l'Univers continuaria accelerant per sempre. Algun dia l'expansió de l'Univers serà tant ràpida que fins i tot les galàxies més properes a nosaltres s'allunyan a més velocitat que la velocitat de la llum. Llavors ja no podrem veure cap altra galàxia, tant sols veurem les estrelles de la nostra galàxia. Si l'expansió encara es fa més ràpida, pot arribar a superar la gravetat completament. Això desfaria lentament a les galàxies i, després d'un temps, sistemes solars com el nostre. Al cap i a la fi, l'expansió de l'Univers es farà tant ràpida que s'esgarraran els forats negres i fins i tot, els àtoms. Això continua fins que l'Univers sols és una sopa de fotons amb poca energia separats per anys llum. Res podrà interaccionar i l'entropia arribarà al seu màxim.

Això tan sols és una de les teories més acceptades entre moltes altres. Dependentment de la vertadera geometria del nostre univers i de la natura de l'energia fosca l'Univers podria tenir diferents finals. Ja que encara desconeixem la geomètrica exacta de l'Univers i la vertadera essència de l'energia fosca, el destí definitiu del nostre univers encara quedarà desconegut.

4.2. Què he après?

Aquest treball m'ha donat una comprensió profunda de la cosmologia moderna i dels temes que tracta. També han millorat moltes de les meves habilitats. He après a treballar amb el mètode científic, he millorat les meves habilitats matemàtiques, he après a programar i s'ha millorat el meu pensament lògic.

A més, escriure el treball en Anglès i en Català ha estat una experiència molt interessant. Ha estat una oportunitat per practicar les dues llengües i per aprendre a traduir millor. La traducció de tot el treball ha estat un gran esforç afegit que m'ha fet invertir moltes més hores en l'elaboració del treball.

Finalment, penso que aquest treball ha estat un preparació important per altres treballs que faré en el futur.

4.3. Què m'ha agradat més/menys?

M'ha agradat molt la interpretació física de números. M'ha resultat molt interessant veure valors o equacions i poder veure quin és el seu efecte en la realitat. També he gaudit fent les matemàtiques per arribar a aquestes equacions.

A més a més, m'ha agradat molt fer la recerca històrica dels orígens de la cosmologia, ja que era molt interessant veure la seva evolució i aprendre com algunes cultures pensaven que era l'Univers.

Fer el codi m'ha agradat menys. Tot i que m'agrada programar, era molt molest quan el codi no funcionava i havia de buscar l'error. Afortunadament, he rebut ajuda mentre feia el codi.

4.4. Si tornéssim a començar...

Si tornés a començar, tornaria a fer la majoria de les coses com les he fetes. Penso que he donat tota la informació necessària i l'he organitzat de la millor manera que he pogut, malgrat que la cosmologia és un tema molt complicat. Potser formularia algunes coses d'una manera diferent i consultaria encara més fonts per trobar algunes coses que potser m'hagi deixat.

4.5. Quines coses han quedat pendents?

Hi ha unes quantes coses que he hagut de deixar pendents. En la part teòrica, tan sols he donat una petita explicació d'alguns models cosmològics de la història. Hi ha molts més i els que he descrit tenen molts detalls més dels que no he pogut parlar.

També, he hagut de deixar pendents molts temes de la cosmologia moderna que no eren rellevants per l'enteniment de la ciència o de la part pràctica del treball. Alguns temes que no he tractat són la nucleosíntesi (la creació dels primers elements), l'edat de l'Univers, la cosmologia de neutrins, etc. Tampoc no he aprofundit massa en la matèria fosca, el model inflacionari o la teoria Big Bang.

En la part pràctica, hagués pogut continuar afegint dades o hagués pogut intentar utilitzar altres models cosmològics apart dels models Λ CDM. Això m'hauria permès obtenir millors resultats, però penso que això no hauria estat rellevant per a algú que està intentant entendre la cosmologia moderna i el que fa. Potser seria més rellevant per a un cosmòleg.

Per acabar, ja que la cosmologia moderna és una ciència que està evolucionant constantment, aquest treball conté idees que en uns quants anys seran diferents. Potser que algunes coses que he descrit es refutin o que algunes altres coses que he descrit com no definitives seran demostrades. Això és el que fa que aquesta ciència sigui tan interessant.

5. DIETARI

Juliol 2014:

El dia 5 de Juliol he anat a Porto (Portugal) durant dues setmanes per fer una pràctica al *Centro de Astrofísica da Universidade do Porto* amb el programa *Joves i Ciència*. Allí la Catarina Rocha, la Mar Pino i jo hem tingut de tutor al Prof. Dr. Carlos Martins. Hem estudiat l'energia fosca i hem fet el codi durant 6-8 hores cada dia. També hem atès a una conferència d'astrònoms i astrofísics portuguesos.

Durant tot els mes de Juliol he llegit el llibre *An Introduction to Modern Cosmology* d'Andrew Liddle, uns quants articles científics sobre energia fosca, supernoves, etc., i he continuat programant el codi. També estava contínuament en contacte amb Carlos Martins, Catarina i Mar.

Agost 2014:

Durant el més d'agost he començat a planejar el treball de recerca. He parlat amb l'institut i he escollit els meus tutors. Tot seguit he decidit fer el treball en dos llengües: anglès i català. El volia fer en anglès, perquè la majoria de les fonts que tenia estaven en anglès. Però també el volia fer en català, perquè seria més fàcil de llegir per als meus professors.

Dolors (la meva tutora) i jo hem tingut la idea de fer un treball de recerca per a tots els públics, ja que la part pràctica que havia proposat era bastant complexa. Ho fariem donant una explicació simple de cada concepte, però alhora donar una explicació més detallada i matemàtica per a cada concepte. Hem pensat en crear un apartat complex i un altre simple, però hem pensat que això sols trencaria la continuïtat del text. Per això hem optat per fer que la descripció matemàtica d'un tema sempre seguint la seva explicació conceptual. A més a més, he continuat treballant en el codi i he continuat llegint articles científics.

Setembre 2014:

En setembre he buscat més fonts, he treballat en el codi de MatLab i he començat a desenvolupar l'estructura del treball. No he tingut l'oportunitat d'escriure molt, ja que havia començat l'institut.

Octubre 2014:

En octubre he escrit la primera versió de l'índex i de la introducció del treball. Tal i com ho escrivia en anglès, ho traduïa al català. Així mateix, he començat a buscar fonts històriques sobre cosmologia i he començat a escriure sobre la història de la cosmologia.

Novembre 2014:

Mentre continuava escrivint la part teòrica del treball, Dolors havia contactat al Prof. Àlvarez Gaumé (un cosmòleg al CERN). Ell ens va recomanar contactar a Jaume Garriga i Roberto Emparan (dos cosmòlegs de la Universitat de Barcelona). Els vaig contactar el desembre i em van oferir visitar-los després de Nadal. Malauradament, no els vaig poder visitar.

Durant el mes de novembre també he acabat les parts del codi de MatLab que volia incloure en aquest treball.

Desembre 2014:

Durant el mes de desembre he acabat la part teòrica d'aquest treball. Per fer-ho, he hagut de tornar a llegir *An Introduction to Modern Cosmology*. També he hagut de llegir més articles científics.

Normalment, quan acabava d'escriure un capítol, el traduïa directament al català. Sempre enviava la part anglesa a Mercè i la part catalana a Dolors. Llavors, quan rebia les correccions, feia els canvis necessaris, escrivia uns quants apartats més i ho enviava de nou als tutors.

Al voltant de Nadal, he començat a escriure la part pràctica. Encara que ja tenia els gràfics fets des de l'estiu. Encara havia de interpretar-los i d'introduir-los al treball.

Gener 2015:

Durant la primera setmana de gener he acabat la part pràctica en anglès i després d'uns dies en català. Després he escrit la conclusió i la bibliografia. Els últims dies abans del dia d'entrega consistien en fer canvis i correccions al treball.

6. AGRAÏMENTS

Vull donar les gràcies a Prof. Dr. Carlos Martins per fascinar-me per la cosmologia, donar-me la idea per a la part pràctica i per guiar-me. També, vull donar les gràcies als companys que han programat el codi amb mi, Mar Pino i Catarina Rocha. Especialment vull donar les gràcies a Maria Dolors Vidal Segarra i a Mercè Izquierdo Zaragoza pel seu suport i per ser les tutores d'aquest treball. Per acabar vull donar les gràcies a totes les persones que m'han ajudat o que m'han donat suport en aquest treball.

7. BIBLIOGRAFIA

AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS. *Cosmic Journey: A History of Scientific Cosmology* [en línia]. Melville (EUA), actualització: 2014. Disponible des d'Internet a: <<http://www.aip.org/history/cosmology/>> [última consulta: 17-01-15]

CALDWELL, Robert R. *Dark Energy* [en línia]. EUA, 2004, actualització: 29-05-2004. Disponible des d'Internet a: <<http://physicsworld.com/cws/article/print/2004/may/30/dark-energy>> [última consulta: 17-01-15]

CALDWELL, Robert R. i KAMIONKOWSKI, Marc (2009) "The Physics of Cosmic Acceleration" dins *Annual Review of Nuclear and Particle Science*. Palo Alto (EUA): Annual Reviews.

DRPHYSICSA. *Dark Energy* [vídeo]. EUA, YouTube, 2012. 70 min.

EVANS, Michael J. i ROSENTHAL, Jeffrey S. (2004)¹ Probabilidad y estadística. Barcelona (Espanya): Editorial Reverté

FAROOQ, Omer i BHARAT, Ratra (2013) "Hubble Parameter Measurement Constraints on the Cosmological Deceleration-Acceleration Transition Redshift" dins *The Astrophysical Journal Letters*, 766. EUA: The American Astronomical Society.

FRIEMAN, Joshua A. i TURNER, Michael S. i HUTERER, Dragan (2008) "Dark Energy and the Accelerating Universe" dins *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*. Palo Alto (EUA): Annual Reviews.

GIER, N. F. (1987)¹ *God, Reason, and the Evangelicals: The Case Against Evangelical Rationalism*. EUA: University Press of America.

HOGG, David W. (2000) "Distance measures in cosmology" dins <<http://arxiv.org/abs/astro-ph/9905116>> [última consulta: 19-01-2015]. EUA: Cornell University Library.

HUBBLE, Edwin (1929) "A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae" dins *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 15. EUA: SAO/NASA Astrophysics Data System

LIDDLE, Andrew (2003)² *An Introduction to Modern Cosmology*. West Sussex (Regne Unit): Wiley.

LINDER, Eric. *Dark Energy: the decade ahead* [en línia]. EUA, 2007, actualització: 03-12-2007. Disponible des d'Internet a: <<http://physicsworld.com/cws/article/print/2007/dec/03/dark-energy-the-decade-ahead>> [última consulta: 17-01-15]

PERLMUTTER, Saul (2003) "Supernovae, Dark Energy, and the Accelerating Universe" dins *Physics Today*, 56. Melville (EUA): AIP Publishing.

SUPERNOVA COSMOLOGY PROJECT. *Union 2.1. Compilation Magnitude vs. Redshift Table* [en línia]. EUA, actualització: 27-12-2011. Disponible des d'Internet a: <http://supernova.lbl.gov/Union/figures/SCPUnion2.1_mu_vs_z.txt> [última consulta: 17-01-15]

THE SUPERNOVA COSMOLOGY PROJECT (1998) "Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae" dins *The Astrophysical Journal*. EUA: IOPscience.

UNIVERSITY OF CALIFORNIA, RIVERSIDE. *Aristotelian Cosmology* [en línia]. Riverside (EUA), actualització: 24-09-1998. Disponible des d'Internet a: <http://physics.ucr.edu/~wudka/Physics7/Notes_www/node35.html> [última consulta: 17-01-15]

UNIVERSITY OF OREGON. *Cosmology* [en línia]. Oregó (EUA), actualització: *desconeguda*. Disponible des d'Internet a: <<http://abyss.uoregon.edu/~js/ast123/lectures/lec01.html>> [última consulta: 17-01-15]

VATICÀ. *The Book of Genesis* [en línia]. Ciutat del Vaticà, actualització: *desconeguda*. Disponible des d'Internet a: <http://www.vatican.va/archive/bible/genesis/documents/bible_genesis_en.html> [última consulta: 17-01-15]

WIKIPEDIA. *Cosmology* [en línia], actualització: 15-01-2015. Disponible des d'Internet a: <<http://en.wikipedia.org/wiki/Cosmology>> [última consulta: 17-01-15]

EDICIÓ CATALANA

La cosmologia moderna per a tothom

L'origen, l'evolució i el destí de l'Univers

ANNEXOS

8. ANNEXOS

8.1. Annex A: Taula de dades de supernoves

La compilació “Union 2.1” de supernoves 1a de l’agrupació científica *Supernova Cosmology Project* del Berkeley Lab (EUA) és una base de dades de lliure ús que reuneix dades que s’han obtingut entre l’any 2008 i el 2011. Hi apareixen el nom, el *redshift* o desplaçament cap al roig (z), el mòdul de distància (μ) i l’error del mòdul de distància ($\Delta\mu$) de 580 supernoves.

La metodologia emprada pel *Supernova Cosmology Project*, en general, consisteix en l’observació de grans camps de galàxies per tal de trobar supernoves. Una vegada s’han detectat supernoves, se’n fa una espectroscòpia amb el telescopi Keck de Hawaii per comprovar de quin tipus de supernova es tracta. Les supernoves que resulten ser de tipus 1a, és a dir, que en una fase de la supernova sempre emeten llum de la mateixa lluminositat i longitud d’ona, se n’analitza el *redshift* i la lluminositat amb telescopis com el Hubble, el Cerro Tololo (Chile), el WIYN (EUA) i el Isaac Newton (Illes Canàries). A causa d’aquesta metodologia tan complexa, dades d’aquesta qualitat serien impossibles d’aconseguir per un estudiant de batxillerat.

La metodologia exacta, la base de dades i altres activitats del *Supernova Cosmology Project* es poden veure en la seva pàgina web: supernova.lbl.gov

Supernova	z	μ	$\Delta\mu$	
1993ah	0.028488	35.3465833928	0.223905932998	0.128418942246
1993ag	0.050043	36.6823679154	0.166828851413	0.128418942246
1993o	0.052926	36.8176912545	0.1557559148	0.128418942246
1993b	0.070086	37.4467365424	0.158466934433	0.128418942246
1992bs	0.062668	37.4834093505	0.156099434739	0.128418942246
1992br	0.087589	38.2290570494	0.187745679272	0.128418942246
1992bp	0.078577	37.4881622607	0.155635656185	0.128418942246
1992bo	0.017227	34.6543699503	0.199337179559	0.128418942246
1992bl	0.042233	36.3364595483	0.167174042338	0.128418942246
1992bh	0.045295	36.6402721756	0.164981248644	0.128418942246
1992bg	0.03648	35.9053219652	0.170174952845	0.128418942246
1992bc	0.019599	34.5852174312	0.184691219687	0.128418942246
1992aq	0.100915	38.4567455954	0.167333481677	0.128418942246
1992ag	0.027342	35.0857656693	0.175510835947	0.128418942246
1992ae	0.074605	37.5881157565	0.15977086456	0.128418942246
1992p	0.026489	35.4806851993	0.19131226974	0.001870261557
1990af	0.049922	36.5669734706	0.162303819627	0.128418942246
1990o	0.030604	35.5502377594	0.173295444142	0.128418942246
2001cz	0.016345641	34.0440277752	0.142912931364	0.128418942246
2001cn	0.0154363	33.9409483971	0.148694109648	0.128418942246
2001ba	0.030529	35.5992457186	0.088750663709	0.128418942246
2000ca	0.024525	35.0581706649	0.102438504345	0.128418942246
2000bh	0.023953	34.9687103775	0.107041197195	0.128418942246
1999gp	0.026038	35.3672620682	0.108499792159	0.128418942246
1993ac	0.048948	36.7315973987	0.172547618731	0.0
1994m	0.024314	35.1094950645	0.181662706307	6.1999960721-11
1994s	0.015166	34.1016666152	0.215239340732	0.009354993721
1994t	0.03572	35.9605406407	0.171186987363	0.79821525066
1995ac	0.048818	36.3820107761	0.160299265066	5.14460000156-08
1995ak	0.0219800059146	34.8529733574	0.187544764358	0.128418942246
1996ab	0.1244	39.0447885112	0.164268687505	0.128418942246
1996bl	0.036	35.8210170957	0.167885249541	0.128418942246
1996bo	0.016321	34.0174211141	0.204965074268	0.128418942246
1996bv	0.01673	34.2263371692	0.209464670311	0.128418942246
1996c	0.0275	35.6497059082	0.176364688958	0.218251065653
2000fa	0.021793	34.9737868712	0.232449382954	0.128418942246
2000dk	0.01645	34.1812962858	0.250896560248	0.128418942246
2000cn	0.023208	35.0855427174	0.231479604833	0.128418942246
2000cf	0.036457	36.1342331256	0.217628588382	0.128418942246
1999gd	0.019264	34.9526137319	0.24063381695	0.128418942246
1999ek	0.017605	34.3437956957	0.271650644819	0.128418942246
1999cc	0.031528	35.7287687764	0.225362488845	0.0
1998eg	0.023536	35.1695990888	0.234698201629	0.128418942246
1998ef	0.016743	34.0027278026	0.248385125526	0.128418942246
1998dx	0.05371	36.4764384949	0.221700260552	0.128418942246
1998co	0.016991	34.3787718073	0.309889810973	0.128418942246
1998ab	0.027865	35.0933783283	0.222426416634	0.00016313449
1998v	0.017173	34.2606714573	0.248216009365	0.128418942246
1997dg	0.029955	35.9722578275	0.224368551768	0.128418942246
1997y	0.016559	34.3438338071	0.251177496491	0.018543670198
1999aa	0.015	34.1635038861	0.161452856549	0.128418942246
1999ao	0.0544	36.9544354105	0.0860953525286	0.128418942246
1999ar	0.1561	39.2292540222	0.0841441236726	0.128418942246
1999aw	0.0393	36.3343950149	0.0991005283825	0.128418942246
1999bi	0.1241	38.8220333958	0.111614246562	0.128418942246
1999bm	0.1441	38.8360422985	0.156777491835	0.128418942246
1999bn	0.1299	38.979185469	0.12944495155	0.128418942246
1999bp	0.0784	37.6822404534	0.0872168046336	0.128418942246
2001ah	0.0583	37.0326301671	0.206256669369	0.0
2001ay	0.0309	35.9294728801	0.183689296262	0.128418942246
2001az	0.0406	36.3656351257	0.172317344841	0.128418942246
2001bf	0.0152	34.0169042989	0.21507123117	0.128418942246
2001cp	0.0224	34.9470872022	0.239011369258	0.128418942246
2001da	0.016	34.1740153938	0.221115374688	0.137610159633
2001eh	0.0362	35.9868705998	0.171742204068	0.128418942246
2001g	0.0173	34.2497347985	0.215508499624	0.128418942246
2001ie	0.0312	35.6268097646	0.180216697419	0.0
2001n	0.0221	34.9115497582	0.189960682839	2.64313000042-07
2001v	0.016	33.824608888	0.207959703185	0.0
2002bf	0.0249	34.8037070766	0.193523924165	4.231227-06
2002ck	0.0303	35.6282613469	0.17674738626	4.96800001137-09
2002de	0.0283	35.5202699542	0.180124445838	0.128418942246
2002do	0.0152	34.2583697939	0.241474862259	0.128418942246
2002g	0.0345	35.9782444842	0.211562474249	9.21700005208-09

2002hd	0.036	35.679259682	0.179022122406	0.128418942246
2002he	0.0248	35.2561775084	0.184605302796	0.128418942246
2002hu	0.0292	35.9925667846	0.174820107635	0.128418942246
2002hw	0.0163	34.453252912	0.212891042717	0.128418942246
2002jy	0.0187	35.0482998472	0.197196789214	0.012399792616
2002kf	0.0195	34.75691168	0.197526188093	0.128418942246
2003ch	0.0256	35.6847217932	0.186173891969	0.128418942246
2003cq	0.0337	35.8436933159	0.179737453597	0.0
2003ic	0.0546	36.6095585146	0.176655181089	0.0
2003it	0.024	35.1761857794	0.195512674436	0.128418942246
2003iv	0.0336	36.0053945507	0.18852047363	0.128418942246
2003kc	0.0341	35.8419046981	0.175222461707	0.128418942246
2003u	0.0261	35.3604177873	0.192469561714	0.004314509643
2003w	0.0211	34.6607182426	0.188393367669	0.128418942246
2004as	0.0321	35.8959945722	0.173845159832	0.128418942246
2004bg	0.0221	34.9221291018	0.189014756295	0.128418942246
2004l	0.0334	35.8799403015	0.1757727334	9.24477300002-06
2005eu	0.0341	35.9425408413	0.172834591542	0.128418942246
2005hf	0.0421	36.4004650275	0.169930417471	0.128418942246
2005hj	0.0576	37.0802566571	0.161852672221	0.996265053657
2005ls	0.0205	34.6172800695	0.191412743444	0.128418942246
2005kz	0.0402	36.3745330785	0.17063734958	0.128418942246
2005mc	0.026	35.3812932276	0.183933665117	1.7670300001-07
2005ms	0.0259	35.4159686901	0.178489658823	0.033789980906
2006ac	0.0239	35.0349741436	0.181392417208	1.09587499997-06
2006al	0.069	37.566047978	0.176163639895	3.07778750001-05
2006an	0.0651	37.3066907976	0.162808584338	1.0
2006ar	0.0229	35.1968671677	0.185459075264	0.089659819877
2006az	0.0315	35.651136343	0.170993523745	0.0
2006bq	0.0215	34.9327363282	0.187040817965	1.1733000016-08
2006br	0.0255	35.7201731359	0.196167302112	0.128418942246
2006bt	0.0325	35.8130914151	0.170394735896	0.0
2006bu	0.0843	38.0518311208	0.200253645227	0.128418942246
2006bw	0.0308	35.6289808082	0.178370444318	0.128418942246
2006cc	0.0327	36.0941672133	0.16949230504	0.128418942246
2006cf	0.0423	36.392825896	0.171582196702	0.0
2006cj	0.0684	37.7311969845	0.170591643132	0.0
2006cm	0.0153	34.7071857289	0.213242896074	0.128418942246
2006cp	0.0233	34.8821286745	0.183424685088	0.011101109848
2006cq	0.0491	36.7301358821	0.175843223164	0.0
2006cz	0.0425	35.9281018139	0.195296013078	0.128418942246
2006ej	0.0192	34.7366784514	0.197842881265	8.36000046966-10
2006en	0.0308	35.7791362444	0.173310004596	0.128418942246
2006et	0.0212	34.8471345313	0.19152972211	0.128418942246
2006gj	0.0277	35.7050037726	0.183298735051	0.128418942246
2006gr	0.0335	35.9738325393	0.170490251613	0.128418942246
2006kf	0.0208	34.7954563657	0.201629405401	0.128418942246
2006le	0.0173	34.2300660446	0.220994474003	0.128418942246
2006mo	0.036	36.146298861	0.177000363965	0.128418942246
2006mp	0.0233	35.1983574195	0.185738575456	0.128418942246
2006oa	0.0589	37.1116475131	0.16568235078	1.0
2006ob	0.0583	37.0582881494	0.16808968138	0.0
2006on	0.0688	37.4866356466	0.198025808769	0.027111473488
2006os	0.0321	35.6480768335	0.175025422739	0.128418942246
2006ot	0.0522	36.6743146094	0.189117803003	0.128418942246
2006qo	0.0308	35.5935042223	0.172493084423	0.128418942246
2006s	0.0329	35.9417685428	0.170393175896	0.00076391263
2006sr	0.023	35.0706425048	0.186848384979	0.128418942246
2006td	0.015	34.3797728047	0.217348534701	0.128418942246
2006te	0.0321	35.8703618342	0.1737410077	0.000101920284
2007ae	0.0643	37.1755022179	0.166008010074	0.128418942246
2007ai	0.032	35.8266913419	0.193104691662	0.128418942246
2007au	0.0209	34.7028984995	0.19422693515	0.128418942246
2007bc	0.0219	34.8489904808	0.188387184264	3.80834000002-07
2007bd	0.032	35.5884973241	0.173446310936	7.81762000024-07
2007ca	0.0151	34.5258752881	0.213682160531	0.128418942246
2007ci	0.0192	34.4915623332	0.197091647943	0.006396224841
2007co	0.0266	35.3234935897	0.177716836428	0.128418942246
2007cp	0.0377	35.7952144325	0.294106560612	0.128418942246
2007cq	0.0247	34.9136928277	0.181621011598	0.128418942246
2007f	0.0242	35.1893805829	0.180174916343	0.435402819564
2007o	0.0366	35.9712906539	0.168963687947	0.128418942246
2007qe	0.0229	35.1386260702	0.183018039949	0.128418942246
2007r	0.0312	35.8828585622	0.173762463024	0.0
2007s	0.015	34.1114109643	0.213388869977	0.128418942246

2008af	0.0341	35.770474764	0.177569140796	0.0
2008bf	0.0251	34.9482752367	0.179222700336	0.0
2008l	0.0189	34.3747016599	0.209571630196	0.10474237468
2004ef	0.029802136901	35.4709217104	0.122226817874	0.128418942246
2004gc	0.0321340168614	35.3781278853	0.127512090116	0.128418942246
2004gs	0.0275687259109	35.4754718132	0.128117983088	0.128418942246
2004gu	0.0469673346156	36.4944134465	0.110309142172	0.128418942246
2005a	0.0183152320362	34.3717548996	0.160464926406	0.128418942246
2005ag	0.0800481440021	37.6857093353	0.101968492144	0.128418942246
2005bg	0.0241852990802	35.052324275	0.133368622118	0.128418942246
2005bo	0.0150270427632	33.9501915023	0.178117024083	0.128418942246
2005eq	0.0283960268116	35.5481484694	0.125198881719	9.90000303958-11
2005hc	0.0449766726113	36.5503954158	0.108342547225	0.930467219184
2005iq	0.0329123710881	35.9678520173	0.118114324121	0.128418942246
2005ir	0.0753501119815	37.5800899168	0.102274672969	0.996080571775
2005ki	0.0203747245299	34.6564438473	0.145603349944	0.000769867316
2005m	0.0229711675782	35.133882951	0.135640926041	0.128418942246
2005na	0.0268091974805	35.2601505395	0.127879595703	0.128418942246
2006ax	0.0179312833626	34.3498200027	0.155413940574	0.128418942246
2006eq	0.0483921953954	36.6858343824	0.119215628214	0.128418942246
2006py	0.0566833670752	36.9636230671	0.110070937939	0.128418942246
2005kt	0.0638640836964	37.3159416121	0.119614965162	0.551671793295
10106	0.146290296068	39.5590095488	0.120248735474	0.551671793295
2005ez	0.129278206634	38.9180009489	0.134402615626	2.58499999184-09
2005lk	0.102715033935	38.4872595888	0.119892508421	0.551671793295
2005ll	0.242504680476	40.1304465537	0.150915056663	0.551671793295
2005lf	0.29840927363	41.0624002336	0.21581859647	0.551671793295
2005ku	0.0437189114895	36.3865660158	0.127214292529	0.551671793295
2005ml	0.113042644637	38.5514541276	0.119237437717	0.551671793295
2005jb	0.256475742725	40.6108439003	0.156286225391	0.551671793295
2005fc	0.295585550063	41.1370597018	0.215064876219	0.551671793295
2005mm	0.380359487336	41.657498659	0.217910527631	0.551671793295
2005ln	0.145668547261	39.056715703	0.125750126249	0.551671793295
2005mo	0.273454768884	40.7271582441	0.163668270948	0.551671793295
2005lo	0.297518833561	40.7722050136	0.205185826917	0.551671793295
2005lq	0.378965802039	41.5814889023	0.197094007682	0.551671793295
1166	0.380416514286	41.2723405299	0.198558434394	0.551671793295
2005lp	0.301755029535	41.4938104959	0.246761480943	0.551671793295
2005mq	0.348345020835	41.3077915312	0.217774889061	0.551671793295
2005ff	0.0856894593607	37.9974134061	0.116365280048	0.004916236676
2005fd	0.260586108317	40.5231676777	0.141595051803	0.551671793295
2005fe	0.215543320953	40.2965294236	0.140207657342	0.551671793295
2005fh	0.117625328764	38.5794185081	0.113609962836	7.41867000054-07
2005gj	0.18221823956	39.5938188438	0.119334463704	0.551671793295
1688	0.357507357032	41.3288394045	0.202587682493	0.551671793295
2005fj	0.141787999126	39.2738113329	0.119521982693	0.551671793295
2005fo	0.260533476953	40.8081341413	0.148279348857	0.551671793295
2005fl	0.232781107182	40.2045290903	0.15178836784	0.551671793295
2005fm	0.151857894665	39.155788359	0.113847311938	0.989888621753
2005fn	0.0939086318905	38.1728205141	0.117952906116	0.551671793295
2005fr	0.286618706522	41.0384076468	0.133800275646	0.551671793295
2005fy	0.194316512142	39.9615200415	0.126373844923	0.551671793295
2005ey	0.147025138268	39.3035839668	0.111657296738	4.30000479668-11
2005fp	0.2115869815	40.5603236924	0.159324733885	0.551671793295
2005ft	0.180119779968	39.6385777035	0.115560254718	0.551671793295
2005fi	0.263491026592	40.7673226085	0.127293080139	0.551671793295
2005fu	0.192149980044	40.0392178782	0.121087443202	0.001229231543
2005fs	0.338802609134	41.3053718801	0.170908367946	0.551671793295
2005fv	0.117277362889	38.7459338248	0.113702596154	0.551671793295
2005fw	0.1424046524	39.1164772511	0.113661193986	0.830402042657
2005fa	0.160861854636	39.3191758892	0.11864489981	9.9997787828-13
2005fx	0.288418344585	40.8427853587	0.149598782119	0.551671793295
2005fz	0.12282889997	38.7997897008	0.12106543913	0.551671793295
2005go	0.263647950642	40.5481756685	0.139823620366	0.551671793295
2005gp	0.126473161901	38.7104691761	0.119200794649	0.586055835562
2005ga	0.172742230556	39.5029361421	0.113458015916	0.551671793295
2005gc	0.163795894987	39.3945630608	0.113134872307	1.0
2005gs	0.249511054792	40.7809243328	0.132323047466	0.551671793295
2005gh	0.257740303509	40.6514783957	0.135891055781	0.551671793295
2005hn	0.106712340103	38.6366669013	0.117621429285	0.867576933443
2005gd	0.159889937748	39.3505845262	0.114747057769	0.999968604262
2005ge	0.204979685349	40.0245002346	0.123526942937	0.551671793295
2005gr	0.244378876797	40.2019303938	0.124309900698	0.551671793295
2005gf	0.248508130676	40.2721746838	0.125645589328	0.551671793295
2005gg	0.228528473881	40.2544336386	0.12201137132	0.551671793295

2005gb	0.0858546441437	37.9524441212	0.112589853288	1.0
2005ho	0.0618357646938	37.1309944806	0.115680071342	0.987710988495
2005gt	0.277853422619	40.8380084515	0.168994207516	0.551671793295
2005gw	0.275440197435	40.743391802	0.142941615821	0.551671793295
4064	0.155247328221	39.3173204059	0.115415755865	0.551671793295
2005gu	0.330512448683	41.2279390018	0.156723683034	0.551671793295
2005gv	0.361934308832	41.3844533517	0.166441914984	0.551671793295
2005gy	0.33063462833	41.0522598891	0.152699339448	0.551671793295
2005gx	0.144621085972	39.290829773	0.112727024487	1.0
2005gq	0.389288787688	41.6026284289	0.200867575788	0.551671793295
2005hp	0.173910056566	39.5319411053	0.128967775815	0.551671793295
2005hs	0.300312695802	40.8468481928	0.15150098613	0.551671793295
2005hr	0.116348502599	38.7461381651	0.112296117135	1.0
2005hu	0.218585189041	40.1990974567	0.117113950953	0.551671793295
2005hx	0.119671538006	38.7555381178	0.110740033634	0.551671793295
2005hy	0.154632097239	39.3239502295	0.112047393667	0.999997454964
2005hw	0.408319092164	41.840293526	0.206369618511	0.551671793295
2005hv	0.177600694977	40.070675851	0.12481415503	1.0
2005ia	0.25066763111	40.7456030264	0.120970959661	0.551671793295
2005jz	0.251740186424	40.5417217599	0.118440110682	0.551671793295
5737	0.391599213441	41.5087271022	0.171564315895	0.551671793295
2005hz	0.128726735467	38.8642253068	0.109513340257	0.551671793295
2005hq	0.399601334976	41.7288003127	0.205132433748	0.551671793295
2005ic	0.309492645411	41.0181924732	0.134960171498	0.551671793295
2005is	0.170628396749	39.474900116	0.116376625267	0.551671793295
2005ie	0.278924676328	40.7678297655	0.130157044183	0.551671793295
2005it	0.308580866071	40.9076217053	0.177652782589	0.551671793295
2005ht	0.18581244671	39.8240975844	0.120667757481	0.551671793295
2005if	0.0664403123402	37.3721050548	0.1175824014	0.543563084394
2005ka	0.316429844695	41.3950733806	0.192866122248	0.551671793295
2005ih	0.257497888297	40.5941645935	0.131393591319	0.551671793295
2005iv	0.298777444088	41.0293579818	0.154536935815	0.551671793295
2005jy	0.270434442827	40.668983836	0.145477928824	0.551671793295
2005ig	0.27945473261	40.5012843665	0.138724732909	0.551671793295
2005ii	0.292469756082	40.919048654	0.141400626542	0.551671793295
2005jk	0.188853175387	39.7920374862	0.119741860505	7.8208394-05
2005ix	0.265762479518	40.4981499217	0.124803942242	0.551671793295
2005ij	0.124273528772	38.719986901	0.111134858876	0.029911743888
2005id	0.182548913397	39.7840215634	0.114083136974	0.986226043013
2005jd	0.312883364158	41.0144487771	0.139506514174	0.551671793295
2005ik	0.309547337158	41.1925567238	0.154012332803	0.551671793295
2005iu	0.0890194292939	37.8284529286	0.117432705446	0.551671793295
2005iy	0.402459619216	41.9111467578	0.211278493994	0.551671793295
2005iz	0.200611719928	39.8523918219	0.132867364384	1.0
2005ja	0.326396483203	40.972304176	0.144388065833	0.551671793295
2005jc	0.211629598493	39.9801047509	0.115235180715	0.551671793295
2005jl	0.17968564077	39.7209599451	0.116984880342	1.0
2005je	0.0931494026855	38.280913725	0.114453830019	0.551671793295
2005jg	0.30240162108	41.033200098	0.134910116135	0.551671793295
2005jh	0.108638265524	38.6505001979	0.119489654857	0.551671793295
2005ed	0.0856961170652	37.9937917107	0.117971237872	0.551671793295
2005jm	0.202608679897	39.9677592554	0.128807331127	1.0
2005kn	0.196716068579	39.9244173787	0.134983153598	0.551671793295
2005ei	0.12668798909	38.9152084322	0.123937308071	0.551671793295
2005ji	0.214568258658	40.2018496659	0.11698744578	0.551671793295
2005jn	0.320446988861	41.102785135	0.134380311167	0.551671793295
2005jo	0.218347445403	40.2208498377	0.124421502953	0.551671793295
2005eg	0.189706566951	39.9395625109	0.119682792229	0.551671793295
2005ex	0.0929368181997	38.1458300404	0.118950355954	0.551671793295
2005jw	0.379662293575	41.4330618932	0.147219740299	0.551671793295
2005jp	0.210938395061	39.983937734	0.120818770577	0.551671793295
2005jj	0.366602898789	41.8598572351	0.198404429556	0.551671793295
2005jv	0.420926821103	42.1335480049	0.202321001311	0.551671793295
2005ju	0.258028270562	40.6446788667	0.137108498782	0.551671793295
2005ko	0.183568404877	39.7107958033	0.123775734742	0.551671793295
2005mi	0.212548765094	40.0875932773	0.13157696281	0.551671793295
2005jt	0.360034211989	41.1573004359	0.175048186524	0.551671793295
2005mh	0.393974478272	41.7811534223	0.150707319622	0.551671793295
2005kp	0.11471262087	38.669095116	0.113372328428	1.0
2005ld	0.143705907	39.1857706544	0.116311967547	0.372920925377
2005le	0.252486060029	40.5184210801	0.145050195669	0.551671793295
2005kq	0.387297107465	41.8924653292	0.18642986619	0.551671793295
2005lg	0.348583857544	41.3009410359	0.177371887871	0.551671793295
2005li	0.255490620022	40.4859446261	0.150967373278	0.551671793295
2005lh	0.216582821954	40.3602717031	0.152479838933	0.551671793295

1996e	0.43	41.3188581715	0.357827626062	0.551671793295
1996h	0.62	43.2279620233	0.390344663066	0.551671793295
1996i	0.57	42.4891103591	0.388952633173	0.551671793295
1996j	0.3	40.9627951522	0.314865571912	0.551671793295
1996k	0.38	42.063176534	0.327833114422	0.551671793295
1996u	0.43	42.3985415069	0.458327873977	0.551671793295
1995ao	0.24	40.7421915815	0.402844159873	0.551671793295
1997ce	0.44	42.0495332736	0.319794878908	0.551671793295
1997cj	0.5	42.3630032623	0.317337166801	0.551671793295
1997ck	0.97	42.8212038325	0.805210302782	0.551671793295
1995k	0.479	42.3517577625	0.358136299792	0.551671793295
1997ap	0.83	43.5424034366	0.471046842772	0.551671793295
1997am	0.416	42.4236170407	0.556342333092	0.551671793295
1997aj	0.581	42.063423278	0.505033960368	0.551671793295
1997ai	0.45	41.8319918495	0.453701962845	0.551671793295
1997af	0.579	43.1863633442	0.643297806625	0.551671793295
1997ac	0.32	41.2446034516	0.420998113276	0.551671793295
1997r	0.657	42.9752487173	0.658728481435	0.551671793295
1997q	0.43	41.7661368295	0.608328916424	0.551671793295
1997p	0.472	41.9691632564	0.514472850425	0.551671793295
1997o	0.374	43.1851146804	0.923198713714	0.551671793295
1997n	0.18	40.1895173161	0.445447560867	0.551671793295
1997l	0.55	44.3434675429	1.00681218041	0.551671793295
1997k	0.592	44.1523548256	0.717963493004	0.551671793295
1997i	0.172	39.3022260063	0.429709120635	0.551671793295
1997h	0.526	41.9560808598	0.513679185483	0.551671793295
1997g	0.763	44.4724245942	0.898163121417	0.551671793295
1997f	0.58	43.3051250139	0.519962251252	0.551671793295
1996cn	0.43	41.8019360973	0.458804990654	0.551671793295
1996cm	0.45	42.2709731768	0.589947886789	0.551671793295
1996ck	0.656	43.1448591059	0.627202505766	0.551671793295
1996ci	0.495	42.1189081538	0.443653473108	0.551671793295
1996cg	0.49	41.7874349383	0.446484505947	0.551671793295
1996cf	0.57	42.6714667124	0.470382088569	0.551671793295
1995ba	0.388	42.2076140366	0.465017827284	0.551671793295
1995az	0.45	42.4024477254	0.508290617768	0.551671793295
1995ay	0.48	42.1599485926	0.521420422571	0.551671793295
1995ax	0.615	42.542636608	0.556222743429	0.551671793295
1995aw	0.4	42.3127671586	0.477589020966	0.551671793295
1995at	0.655	42.3150852482	0.497081624743	0.551671793295
1995as	0.498	42.9837202371	0.642406504117	0.551671793295
1995ar	0.465	41.8251633017	0.600030636232	0.551671793295
1995aq	0.453	42.8212084765	0.524912951846	0.551671793295
1994g	0.425	41.2021312228	0.489149082777	0.551671793295
2002ad	0.514	42.7861936213	0.493735911043	0.551671793295
2002ab	0.423	41.5655258816	0.243579000627	0.551671793295
2002x	0.859	44.0929026019	0.296965045086	0.551671793295
2001kd	0.936	43.3071058635	0.705981399741	0.551671793295
2001jp	0.528	42.4543495693	0.24429067529	0.551671793295
2001jm	0.978	43.5000721647	0.292647301809	0.551671793295
2001jh	0.885	44.1843333063	0.286230184051	0.551671793295
2001jf	0.815	44.0744016007	0.728921730286	0.551671793295
2001jb	0.698	43.768728686	0.433480217975	0.551671793295
2001iy	0.568	42.7092496229	0.289546896784	0.551671793295
2001ix	0.711	43.5665495646	0.366725181041	0.551671793295
2001iw	0.3396	41.0839733838	0.226527941211	0.551671793295
2001iv	0.3965	41.4879207897	0.202374999057	0.551671793295
2001hy	0.812	43.6535732762	0.379016341937	0.551671793295
2001hx	0.799	43.3788294006	0.233174228134	0.551671793295
2001hu	0.882	43.3750389271	0.583987119465	0.551671793295
2001hs	0.833	43.6880978478	0.520913245917	0.551671793295
2001fs	0.874	43.295379241	0.388089303157	0.551671793295
2001fo	0.772	43.5099938279	0.218834770025	0.551671793295
1999du	0.178	39.454790821	0.235746048095	0.551671793295
1999dr	0.26	40.8233657709	0.199851735971	0.551671793295
1999du	0.186	39.7121679254	0.189043139487	0.551671793295
1999dx	0.269	40.7761617315	0.25640063853	0.551671793295
199dy	0.215	40.3780576732	0.193933997767	0.551671793295
2000fr	0.543	42.4788058506	0.0981414342081	0.551671793295
1998bi	0.75	43.242998687	0.138318457637	0.551671793295
1998be	0.64	42.7642472749	0.18880937743	0.551671793295
1998ba	0.43	42.1841242053	0.148171058429	0.551671793295
1998ay	0.64	43.1643806938	0.193749016644	0.551671793295
1998ax	0.497	42.3245530903	0.167980194286	0.551671793295
1998aw	0.44	42.0106475331	0.107484807666	0.551671793295

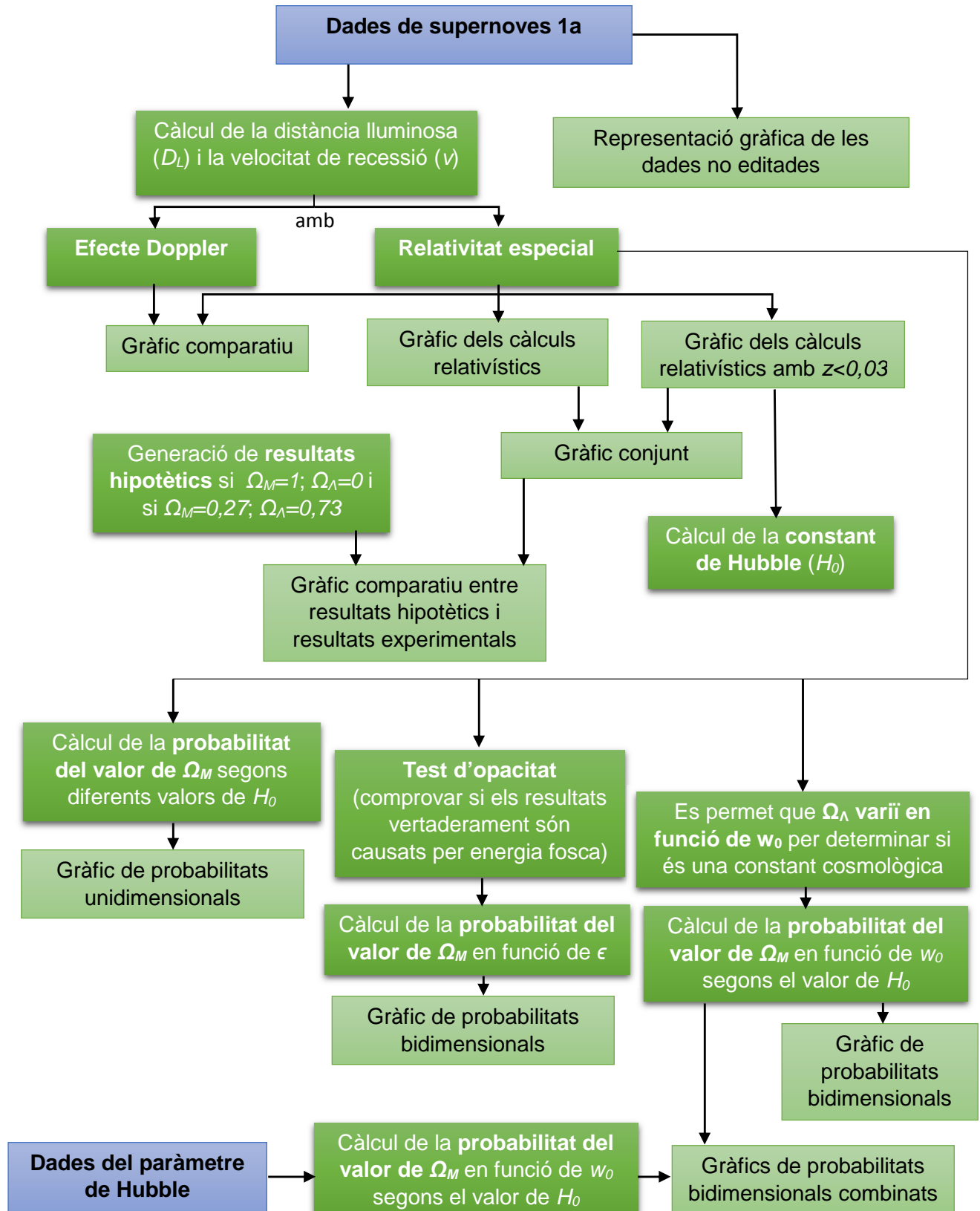
1998as	0.355	41.3423115755	0.20146843402	0.551671793295
1997ez	0.78	43.6008071703	0.171318833305	0.551671793295
1997eq	0.54	42.4246212672	0.111551880919	0.551671793295
1997ek	0.86	43.9216606703	0.172411965167	0.551671793295
03D4au	0.468	42.5489037371	0.1639147706	0.551671793295
04D4bk	0.84	43.8731031943	0.222348502282	0.910256228198
04D3nr	0.96	43.6132116082	0.275514631381	0.551671793295
04D3lu	0.8218	43.8153639621	0.21320698395	0.0
04D3ki	0.93	43.5524295782	0.289918379066	0.551671793295
04D3gt	0.451	41.7966744145	0.143055821894	0.551671793295
04D3do	0.61	42.904965712	0.156248253322	0.0
04D3cp	0.83	44.0506599335	0.208835355956	0.019019116792
04D2gp	0.707	43.2824256201	0.256253916455	0.999999011725
04D2fp	0.415	41.8767704643	0.141093702805	0.125506643627
04D1ag	0.557	42.5570112027	0.157456031152	0.551671793295
03D4fd	0.791	43.5768811197	0.201343679161	0.424378352473
03D4cz	0.695	43.2117042607	0.20544919439	0.048213467444
03D4at	0.633	43.0498635302	0.169957137727	1.0
03D3bh	0.2486	40.6111853429	0.154515955385	0.551671793295
03D3af	0.532	42.5658156596	0.166651053217	0.551671793295
03D1fc	0.331	41.0784700501	0.137704766569	0.0
03D1bp	0.346	41.3646268615	0.15221324645	9.00002294912-12
04D4dw	0.961	44.2642016168	0.340056560686	9.6749703-05
04D4an	0.613	42.9937246636	0.165096720419	0.000122102116
04D3nh	0.3402	41.3280915278	0.135546197344	1.0
04D3lp	0.983	44.1572843671	0.43499764107	1.0
04D3is	0.71	43.0220388098	0.184280954678	0.551671793295
04D3fq	0.73	43.27699552	0.194894052413	1.0
04D3df	0.47	42.1345594858	0.15323960172	0.551671793295
04D3co	0.62	43.0092526047	0.169564685824	0.964610252373
04D2gc	0.521	42.1801294521	0.160996803083	0.998949555959
04D2cf	0.369	41.6340230154	0.152644121885	7.25190000272-08
03D4gl	0.571	42.3991620661	0.174223963618	0.999999999363
03D4dy	0.604	42.526976481	0.15968704969	0.991658804539
03D4cy	0.9271	43.9404978712	0.286707554506	0.846559054956
03D4ag	0.285	40.8542434728	0.136594130276	5.69999603073-11
03D3ba	0.2912	40.8390642775	0.146624503178	0.005691513851
03D1gt	0.548	42.2962985563	0.18837089341	0.551671793295
03D1ew	0.868	43.4932874061	0.24609516526	0.921233644992
03D1ax	0.496	42.2146760288	0.152814539841	0.0
04D4dm	0.811	43.4045360216	0.210619526441	1.0
04D3oe	0.756	43.8139921904	0.192775955331	0.551671793295
04D3nc	0.817	43.6515637361	0.210286863572	1.0
04D3ks	0.752	43.3018298804	0.207071436502	0.999999999949
04D3hn	0.5516	42.3031837333	0.149254872779	0.0
04D3fk	0.3578	41.4349095934	0.136096151868	0.0027167408
04D3dd	1.01	44.0124745362	0.375672417143	0.999785771595
04D2ja	0.741	43.7172522874	0.223286859678	0.0
04D2gb	0.43	41.8109207973	0.15108214332	0.001759266231
04D1ak	0.526	42.4002106795	0.16694309723	0.551671793295
03D4gg	0.592	42.5773227618	0.172394047168	0.0
03D4di	0.905	43.6387400062	0.25746754741	0.860692933969
03D4cx	0.949	43.4449098532	0.284630783131	9.00002294912-12
03D3cd	0.4607	42.0716665463	0.18126245549	0.999972076003
03D3ay	0.3709	41.6692043983	0.154834006045	0.000892345443
03D1fq	0.8	43.7140601053	0.215165244047	5.37990000327-08
03D1co	0.679	43.4574063402	0.195969077309	0.999996816858
03D1aw	0.5817	42.6720406074	0.159803369147	1.0
04D4bq	0.55	42.2756470464	0.15520464155	0.916905651559
04D3ny	0.81	43.3698924946	0.212685692189	0.399751945497
04D3ml	0.95	43.9766075066	0.291243768847	0.620797641982
04D3kr	0.3373	41.2944909521	0.137240588972	1.0
04D3gx	0.91	44.305516423	0.267241049423	0.551671793295
04D3ez	0.263	40.6346721186	0.134567832845	0.0
04D3cy	0.643	43.0112669877	0.166369771753	0.474555440866
04D2iu	0.691	43.0887669301	0.253842244922	0.551671793295
04D2fs	0.357	41.4255279641	0.137721476533	0.99999988436
04D1aj	0.721	43.1756783825	0.187179852377	0.551671793295
03D4gf	0.581	42.7423233406	0.155462517843	1.0
03D4dh	0.6268	42.7586126154	0.157227804978	0.999411415446
03D4cn	0.818	43.3928941721	0.26755880574	0.551671793295
03D3cc	0.4627	42.0422849962	0.14756880162	0.551671793295
03D3aw	0.449	42.0230683496	0.157063020734	0.0
03D1fl	0.688	43.0539860347	0.165777265258	0.551671793295
03D1cm	0.87	44.2313042047	0.278817290376	0.551671793295

03D1au	0.5043	42.3382006953	0.149577507475	0.999977235075
b010	0.591	43.2091059677	0.306006112419	0.551671793295
b013	0.426	41.7615774796	0.22492067105	0.551671793295
b016	0.329	41.3402567282	0.269807401411	0.551671793295
d058	0.583	42.4011253659	0.28648393048	0.551671793295
d084	0.519	43.071509714	0.314462491184	0.551671793295
d085	0.401	41.6954244654	0.229308722315	0.551671793295
d086	0.205	39.9037694347	0.217272003785	0.551671793295
d087	0.34	41.2131787728	0.228190770173	0.551671793295
d089	0.436	41.8800161997	0.21653394713	0.551671793295
d093	0.363	41.551975686	0.208173297091	0.551671793295
d097	0.436	41.9257693002	0.228262759927	0.551671793295
d117	0.309	41.1737957091	0.235823875951	0.551671793295
d149	0.342	41.3845981768	0.21481032067	0.551671793295
e020	0.159	39.4163640953	0.242628007812	0.551671793295
e029	0.332	41.2554783013	0.239903276269	0.551671793295
e108	0.469	42.3544812112	0.28315240581	0.551671793295
e132	0.239	40.2591287799	0.204167929675	0.551671793295
e136	0.352	41.423779352	0.224191540842	0.551671793295
e138	0.612	42.813940944	0.283023414891	0.551671793295
e140	0.631	42.3773831209	0.244974123167	0.551671793295
e147	0.645	42.8169731662	0.234273129747	0.551671793295
e148	0.429	41.8900388123	0.215471389689	0.551671793295
e149	0.497	42.0757738154	0.221637712856	0.551671793295
f011	0.539	42.2266632084	0.241797816352	0.551671793295
f041	0.561	42.8719504017	0.306521908685	0.551671793295
f076	0.41	41.3474933283	0.256981142148	0.551671793295
f096	0.412	41.4237121884	0.312056381676	0.551671793295
f216	0.599	42.7434648961	0.382165112455	0.551671793295
f231	0.619	43.056018637	0.247822481956	0.551671793295
f235	0.422	41.7283094576	0.230713845858	0.551671793295
f244	0.54	42.5111635186	0.282945441834	0.551671793295
f308	0.401	42.5546203602	0.369893982362	0.551671793295
g005	0.218	40.0754074212	0.222222737823	0.551671793295
g050	0.633	42.2016724827	0.259877853306	0.551671793295
g052	0.383	41.6420339038	0.251010174803	0.551671793295
g055	0.302	41.3107982848	0.272346550274	0.551671793295
g097	0.34	41.0800432546	0.231193988299	0.551671793295
g120	0.51	41.8806853688	0.226762461825	0.551671793295
g133	0.421	42.1360316298	0.322004955245	0.551671793295
g142	0.399	41.4880817606	0.292952212036	0.551671793295
g160	0.493	42.1469146695	0.2639575465	0.551671793295
g240	0.687	42.9963850785	0.285188798534	0.551671793295
h300	0.687	42.8348351217	0.272537782393	0.551671793295
h319	0.495	42.2486633669	0.232347965963	0.551671793295
h323	0.603	42.6462047067	0.278628902676	0.551671793295
h342	0.421	42.1796277538	0.233773507359	0.551671793295
h359	0.348	41.5896262003	0.217425302485	0.551671793295
h363	0.213	40.109041203	0.22335261095	0.551671793295
h364	0.344	41.1728711166	0.209772839036	0.551671793295
k396	0.271	40.5323020705	0.21526700069	0.551671793295
k411	0.564	42.3728917486	0.292022400672	0.551671793295
k425	0.274	40.7246506476	0.208670920573	0.551671793295
k429	0.181	39.6828885172	0.227088514354	0.551671793295
k430	0.582	43.1639102562	0.325207917744	0.551671793295
k441	0.68	42.9040344577	0.290951926367	0.551671793295
k448	0.401	41.9356323131	0.332838743195	0.551671793295
k485	0.416	41.5575369467	0.303252121943	0.551671793295
m027	0.286	41.2111308437	0.25814462102	0.551671793295
m034	0.562	43.0505225945	0.33321544156	0.551671793295
m043	0.266	40.3907073912	0.250227167194	0.551671793295
m062	0.314	41.2319680355	0.242363893683	0.551671793295
m138	0.581	43.668679767	0.391236930244	0.551671793295
m158	0.463	41.947753754	0.26646445376	0.551671793295
m193	0.341	40.9915138593	0.224504319999	0.551671793295
n256	0.631	42.8818252933	0.234369669625	0.551671793295
n258	0.522	42.6773303466	0.24715086884	0.551671793295
n263	0.368	41.4676952372	0.207180966902	0.551671793295
n278	0.309	40.8607746451	0.214863256477	0.551671793295
n285	0.528	42.3696918414	0.302654151443	0.551671793295
n404	0.216	40.4049089433	0.21521177477	0.551671793295
p455	0.284	40.8353825838	0.206616021304	0.551671793295
p524	0.508	42.1942707319	0.231767202806	0.551671793295
p528	0.781	43.4372295515	0.321348684213	0.551671793295
p534	0.613	42.6167095942	0.260214469673	0.551671793295

1999fw	0.278	40.5662405695	0.198452987813	0.551671793295
1999fn	0.477	42.0543351554	0.183599933891	0.551671793295
1999fm	0.95	43.6383176075	0.297754710705	0.551671793295
1999fk	1.057	44.1506301001	0.238584685235	0.551671793295
1999fj	0.816	43.6910828816	0.457863421823	0.551671793295
1999ff	0.455	42.3239322721	0.229627540013	0.551671793295
04Eag	1.02	44.3629247027	0.220963762065	0.551671793295
04Gra	1.14	44.322957093	0.228701029542	0.551671793295
04Man	0.854	43.6084642861	0.225569905838	0.551671793295
04Mcg	1.37	45.049713349	0.262748449529	0.551671793295
04Omb	0.975	44.3337254974	0.21278060312	0.551671793295
04Pat	0.97	44.4626016974	0.291454456047	0.551671793295
04Rak	0.74	43.2875467038	0.198402487067	0.551671793295
04Sas	1.39	44.8762343403	0.250631965185	0.551671793295
04Yow	0.46	42.1484496113	0.210095497723	0.551671793295
05Fer	1.02	44.1640655276	0.232339527378	0.551671793295
05Gab	1.12	44.5144054871	0.224079094547	0.551671793295
05Lan	1.23	45.0206757228	0.235028400564	0.551671793295
05Red	1.19	44.3628316562	0.247108113742	0.551671793295
05Spo	0.839	43.3980657237	0.222124147444	0.551671793295
05Str	1.01	44.9121378293	0.33374861699	0.551671793295
05Zwi	0.521	42.3782445565	0.199332155448	0.551671793295
2002dc	0.475	42.1048814028	0.255958316646	0.551671793295
2002dd	0.95	43.884150294	0.235845124417	0.551671793295
2002fw	1.3	45.0162581016	0.242719167821	0.551671793295
2002hp	1.305	44.740169328	0.25954011501	0.551671793295
2002kc	0.216	40.5560465985	0.244099860655	0.551671793295
2002kd	0.735	43.0918403533	0.200575809439	0.551671793295
2002ki	1.14	44.1969521333	0.368403293803	0.551671793295
2003aj	1.307	45.4107441086	0.314696709568	0.551671793295
2003az	1.265	44.944110841	0.235469959716	0.551671793295
2003bd	0.67	43.1432095538	0.209654285426	0.551671793295
2003be	0.64	42.9242754337	0.280114332269	0.551671793295
2003dy	1.34	45.0675055813	0.275015093127	0.551671793295
2003eq	0.84	43.5143043773	0.208697053243	0.551671793295
2003XX	0.935	43.5401972359	0.227616538358	0.551671793295
2001cw	0.953	44.2736202267	0.954717441018	0.551671793295
2001gn	1.124	44.5675191814	0.197263047621	0.551671793295
2001go	0.552	42.5109342761	0.103414502954	0.551671793295
2001gq	0.671	42.9820070011	0.12054552758	0.551671793295
2001gy	0.511	42.3736604669	0.0890617545983	0.551671793295
2001hb	1.03	44.2400933572	0.141254202601	0.551671793295
A-004	1.192	44.4587516	0.200258071902	0.551671793295
C-000	1.092	44.0078477189	0.246511864633	0.551671793295
C-001	0.974	43.8341432564	0.174238940337	0.551671793295
F-012	1.11	44.6253358523	0.447832632795	0.551671793295
G-00	1.35	44.8270654771	0.185705412075	0.551671793295
H-00	0.85	43.4942573455	0.171796430655	0.551671793295
H-005	1.241	44.5817029608	0.478371053196	0.0
K-000	1.414	44.8037661387	0.346181483252	0.0
N-033	1.188	44.6076425498	0.500544949291	0.551671793295
D-000	1.017	44.2939707709	0.171046154322	1.4752251-05
D-006	1.315	44.9713577744	0.187508839367	0.551671793295
P-009	0.821	43.6409387868	0.194013591972	0.551671793295
R-012	1.215	45.2465209495	0.560317445151	0.000147652666
Z-005	0.623	42.5145239973	0.241428134977	0.551671793295

8.2. Annex B: Codi de MatLab

El codi programat per Catarina Rocha, Mar Pino i Maximilian von Wietersheim i amb la guia del Prof. Dr. Carlos Martins, segueix el següent diagrama:



```

load data.dat
z=data(:,2); % here we load the redshifts
d=data(:,3); % here we load the distance modulus
errorord=data(:,4);

figure(1) %raw data plot
errorbar(z,d,errorord,'*r');
xlabel('Redshift')
ylabel('Distance Modulus')
print -dpng distance_plot

c=299792.458;
a=(1+z).^2-1;
b=(1+z).^2+1;
vrel=c*(a./b); % convert redshift to recession velocity (relativistic way)
v=c*z; % convert redshift to recession velocity (Doppler shift approx)

Dl=10.^((d-25)/5); %convert distance modulus into luminosity distance

errorDl=(log(10)/5)*errorord.*Dl;

% vrelp1=23.79; %
% vrelp2=2.584e+04;
% vp1=41.15;
% vp2=1.749e+04;
%
% Dlfit=0:10^3:2.5*10^5;
% vrelfit=vrelp1*Dlfit+vrelp2;
% Dlfit=0:10^3:2.5*10^5;
% vfit=vp1*Dlfit+vp2;
%
figure(2) %comparison of relativistically and non-rel. calculated data
hold on
% errorbar(Dl,vrel,'+b');
% errorbar(Dl,v,'+r');
plot(Dl,v,'k.',Dl,vrel,'r.')
ylabel('Recession Velocity (km/s)')
xlabel('Luminosity Distance (Mpc)')
legend('Doppler shift approx.','Relativistically calculated')
hold off
print -dpng velocity_compared

figure(3) %slope=H0 over the whole range of measurements
errorbar(vrel,Dl,errorDl,'+b');
xlabel('Recession Velocity (km/s)')
ylabel('Luminosity Distance (Mpc)')
print -dpng hubble_plot

p1=0.05492; %values must be changed when data set is changed
p1max=0.05737;
p1min=0.05247;
p2= -2739;
Rsquare=0.7702;

H0=1/p1; %hubble parameter
errorH0=((p1max-p1min)/2)/(p1^2);

```

```

lowz=z(z<0.03);
lowa=(1+lowz).^2-1;
lowb=(1+lowz).^2+1;
lowv=c*(lowa./lowb); % convert redshift to recession velocity (relativity),
with LOW redshifts
lowd=d(z<0.03);
errorlowd=error(d(z<0.03));
lowDl=10.^((lowd-25)/5);
errorlowDl=(log(10)/5)*errorlowd.*lowDl;

```

```

figure(4)
errorbar(lowv,lowDl,errorlowDl,'+g'); %slope=H0 from the most recent data
xlabel('Restricted Recession Velocity (km/s)')
ylabel('Restricted Luminosity Distance (Mpc)')
print -dpng restricted_hubble_plot

```

```

lowp1= 0.01662; %values must be changed when data set is changed
lowp1max=0.01832;
lowp1min=0.01492;
lowp2=-9.579;
lowRsquare=0.8183;

```

```

xfit1=0:10^3:2.5*10^5;
yfit1=p1*xfit1+p2;
xfit2=0:10^3:2.5*10^5;
yfit2=lowp1*xfit2+lowp2;

```

```

restrictedH0=1/lowp1; %"today's" hubble parameter
error_restrictedH0=((lowp1max-lowp1min)/2)/(lowp1^2);

```

```

figure(5) %comparison of H0 using recent data and using all data
hold on
errorbar(vrel,Dl,errorDl,'+b');
errorbar(lowv,lowDl,errorlowDl,'+g');
plot(xfit1,yfit1,'k--',xfit2,yfit2,'k-')
xlabel('Recession Velocity (km/s)')
ylabel('Luminosity Distance (Mpc)')
legend('All data','Low redshift data (z<0.03)','All fit','Low redshift fit (z<0.03)')
hold off
print -dpng combined_hubble_plot

```

```

omm=1; %z vs. Dl if matter dominated universe
omr=0;
H0=70;
zmax=1.414;
N=580;

```

```

zgrid=0:zmax/579:zmax;
Int=zeros(1,N);
for i=2:N;
    Int(i)=Int(i-1)+(zmax/N)/sqrt(omm*(1+zgrid(i)).^3);
end

```

```

Dlomml=(c/H0)*(1+zgrid).*Int;

```

```

omm027=0.27; %z vs. Dl for assumed omm and omr

```

```

omr073=0.73;

zgrid=0:zmax/579:zmax;
Int=zeros(1,N);
for i=2:N;
    Int(i)=Int(i-1)+(zmax/N)/sqrt(omm027*(1+zgrid(i)).^3+omr073);
end

Dlomm027=(c/H0)*(1+zgrid).*Int;

figure(6) %plot of model lines and data
hold on
plot(zgrid,Dlomm1,'-b');
plot(zgrid,Dlomm027,'+r');
errorbar(z,Dl,errorDl,'*g')
xlabel('Redshift')
ylabel('Luminosity Distance (Mpc)')

hubble=@(z,omm,omr)1./sqrt(omm*(1+z).^3+omr);

zmax=1.414;
H0=70;

zbin=0:0.1:1.5;

for i=1:16
    Dlt(i)=c/H0*(1+zbin(i))*integral(@(z)hubble(z,0.27,0.73),0,zbin(i));
end
plot(zbin,Dlt,'-k') % data best fit line (overlapping with assumed model)
legend('\Omega_M=1','\Omega_M=0.27','Supernovae Data','Data fit')

hold off
print -dpng z_Dlommx_compared

H0=72; %1D likelihood (loglikelihood) for omega mass using supernovae data
(fixed H0)
omm=0.0:1/100:1;
omr=1-omm;
Loglike=zeros(101:1);
for j=1:101
    Loglike(j)=0;
    for i=1:580
        zgrid=0:z(i)/100:z(i);
        Int=0;
        for k=1:101
            Int=Int+(z(i)/100)/sqrt(omm(j)*(1+zgrid(k)).^3+omr(j));
        end
        Dlt=(c/H0)*(1+z(i))*Int;
        Loglike(j)=Loglike(j)-(1/2)*(Dlt-Dl(i)).^2/errorDl(i).^2;
    end
end
end

omm=0.0:1/100:1; %1D likelihood (loglikelihood) for omega mass using
supernovae data (ranged H0)
omr=1-omm;
Loglikem=zeros(101:1);
for j=1:101

```



```

Loglikem(j)=0;
for l=1:5
    H0=69+l;
    for i=1:580
        zgrid=0:z(i)/100:z(i);
        Int=0;
        for k=1:101
            Int=Int+(z(i)/100)/sqrt(omm(j)*(1+zgrid(k)).^3+omr(j));
        end
        Dlt=(c/H0)*(1+z(i))*Int;
        Loglikem(j)=Loglikem(j)-(1/2)*(Dlt-Dl(i)).^2/errorDl(i).^2;
    end
    Loglikem(j)=Loglikem(j)/5
end
end

figure(7)
hold on
plot(omm,Loglike,'b-',omm,Loglikem,'r--');
ylabel('Loglike')
xlabel('\Omega_M')
legend('H_0=72','H_0(marginalized)')
print -dpng ommass_vs_loglike

chisq=-2*Loglike; %1D likelihood (chi-squared) for omega mass using
supernovae data
chisq=chisq-min(chisq);
chisqm=-2*Loglikem;
chisqm=chisqm-min(chisqm);

figure(8)
hold on
plot(omm,chisq,'b-',omm,chisqm,'r--');
ylabel('\chi^2')
xlabel('\Omega_M')
legend('H_0=72','H_0(marginalized)')
print -dpng ommass_vs_chisq

xtemp=0.16:0.0001:0.39;

figure(9)%same as figure 8, but with a shorter range of values/ zooming in
hold on
plot(omm,chisq,'b-',omm,chisqm,'r--'); %changed range because minimum
plot(xtemp,1,'k-');
plot(xtemp,4,'k-');
plot(xtemp,9,'k-');
axis([0.16 0.39 0 10])
ylabel('\chi^2')
xlabel('\Omega_M')
legend('H_0=72','H_0(marginalized)')
hold off
print -dpng ommassranged_vs_chisq

H0=72; %opacity test (long process)
N=100;
omm=0:1/N:1;

```

```

omr=1-omm;
eps=-0.5:1/N:0.5;
Loglike=zeros(N+1:N+1);
for j=1:N+1
    for l=1:N+1
        Loglike(j,l)=0;
        for i=1:580
            zgrid=0:z(i)/100:z(i);
            Int=0;
            for k=1:101
                Int=Int+(z(i)/100)/sqrt(omm(j)*(1+zgrid(k)).^3+omr(j));
            end
            Dlt=(c/H0)*(1+z(i))*Int;
            Loglike(j,l)=Loglike(j,l)-(1/2)*(Dlt*exp(eps(l)*z(i))-
Dl(i)).^2/errorDl(i).^2;
        end
    end
end

figure(10)
contour(eps,omm,Loglike)
contour(eps,omm,Loglike,[max(max(Loglike))-5.9,max(max(Loglike))-
3.1,max(max(Loglike))-1.15])
ylabel('\Omega_M')
xlabel('\epsilon')
zlabel('Loglike')
print -dpng opacity_test

zlittle=z(z<0.5); %restricted version of the above opacity test (fig 10)
Dllittle=Dl(z<0.5);
errorDllittle=errorDl(z<0.5);
H0=72;
N=100;
omm=0:1/N:1;
omr=1-omm;
eps=-0.5:1/N:0.5;
Loglike=zeros(N+1:N+1);
for j=1:N+1
    for l=1:N+1
        Loglike(j,l)=0;
        for i=1:412
            zgrid=0:z(i)/100:z(i);
            Int=0;
            for k=1:101
                Int=Int+(z(i)/100)/sqrt(omm(j)*(1+zgrid(k)).^3+omr(j));
            end
            Dlt=(c/H0)*(1+z(i))*Int;
            Loglike(j,l)=Loglike(j,l)-(1/2)*(Dlt*exp(eps(l)*z(i))-
Dl(i)).^2/errorDl(i).^2;
        end
    end
end

figure(11)
contour(eps,omm,Loglike)
contour(eps,omm,Loglike,[max(max(Loglike))-5.9,max(max(Loglike))-
3.1,max(max(Loglike))-1.15])
ylabel('\Omega_M')
xlabel('\epsilon')

```

```

xlabel('Loglike')
print -dpng opacity_test_restricted

omm=0.27; %equation of state: 1D (w0) constant prior array (assuming flat
universe)
omd=1-omm;
N=100;
w0=-2:2/N:0;
Loglike=zeros(N+1:1);
H0=72;
for j=1:101
    Loglike(j)=0;
    for i=1:580;
        zgrid=0:z(i)/100:z(i);
        Int=0;
        for k=1:N+1

Int=Int+(z(i)/100)/((sqrt(omm*(1+zgrid(k)).^3+omd*(1+zgrid(k)).^(3*(1+w0(j))
)));
            end
            Dlt=(c/H0)*(1+z(i))*Int;
            Loglike(j)=Loglike(j)-(1/2)*(Dlt-Dl(i)).^2/errorDl(i).^2;
        end
    end

Logliken=zeros(101:1);%the same as the above (fig 12), but running over
range of omm values
w0=-2:2/N:0;
H0=72;
for j=1:101
    Logliken(j)=0;
    for i=1:580
        zgrid=0:z(i)/100:z(i);
        for l=1:13
            omm=0.245+0.005*l;
            omd=1-omm;
            Int=0;
            for k=1:101

Int=Int+(z(i)/100)./(sqrt(omm*(1+zgrid(k)).^3+omd*(1+zgrid(k)).^(3.*(1+w0(j)
)))));
                end
                Dlt=(c/H0)*(1+z(i))*Int;
                Logliken(j)=Logliken(j)-(1/2)*(Dlt-Dl(i)).^2/errorDl(i).^2;
            end
        end
    end

Logliken=Logliken/13;

xtemp=-2.5:0.0001:0.5;

figure(12)
hold on
plot(w0,-2*Loglike-min(-2*Loglike),'b-')
plot(w0,-2*Logliken-min(-2*Logliken),'r-');
legend('\Omega_M=0.27','\Omega_M (marginalized)')
plot(xtemp,1,'k-');
plot(xtemp,4,'k-');

```

```

plot(xtemp,9,'k-');
axis([-2 0 0 10])
ylabel('\chi^2')
xlabel('w_0')
hold off
print -dpng w0_vs_loglikelihood

```

```

H0=72; %equation of state: 2D (w0,omm) constant prior array (assuming flat
universe)

```

```

N=100;
omm=0:1/N:1;
omd=1-omm;
w0=-2:2/N:0
Loglike=zeros(N+1:N+1);
for j=1:N+1
    for l=1:N+1
        Loglike(j,l)=0;
        for i=1:580
            zgrid=0:z(i)/100:z(i);
            Int=0;
            for k=1:101

Int=Int+(z(i)/100)/(sqrt(omm(j).*(1+zgrid(k)).^3+omd(j).*(1+zgrid(k)).^(3*(
1+w0(l))))));
                end
                Dlt=(c/H0)*(1+z(i))*Int;
                Loglike(j,l)=Loglike(j,l)-(1/2).*(Dlt-Dl(i)).^2./errorDl(i).^2;
            end
        end
    end
end

```

```

figure(13)
hold on
contour(w0,omm,Loglike,[max(max(Loglike))-5.9,max(max(Loglike))-
3.1,max(max(Loglike))-1.15])
ylabel('\Omega_M')
xlabel('w_0')
zlabel('Loglike')

```

```

H0=70; %the same as the above (fig 13) with different H0 prior

```

```

N=100;
omm_1=0:1/N:1;
omd_1=1-omm_1;
w0_1=-2:2/N:0
Loglike_1=zeros(N+1:N+1);
for j=1:N+1
    for l=1:N+1
        Loglike_1(j,l)=0;
        for i=1:580
            zgrid=0:z(i)/100:z(i);
            Int=0;
            for k=1:101

Int=Int+(z(i)/100)/(sqrt(omm_1(j).*(1+zgrid(k)).^3+omd_1(j).*(1+zgrid(k)).^
(3*(1+w0_1(l))))));
                end
                Dlt=(c/H0)*(1+z(i))*Int;
                Loglike_1(j,l)=Loglike_1(j,l)-(1/2).*(Dlt-
Dl(i)).^2./errorDl(i).^2;
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end

contour(w0_1,omm_1,Loglike_1,[max(max(Loglike_1))-5.9,max(max(Loglike_1))-
3.1,max(max(Loglike_1))-1.15])
hold off
print -dpng w0_vs_omm

load hubble.dat
zh=hubble(:,1);
Hz=hubble(:,2);
errorHz=hubble(:,3);
c=299792.458;

N=100;
H0=68;
omm=0:1/N:1;
omd=1-omm;
w0=-2:2/N:0;
Loglike=zeros(N+1:N+1);
for j=1:N+1
    for l=1:N+1
        Loglike(j,l)=0;
        for i=1:28

Hzt=H0*sqrt(omm(j)*(1+zh(i)).^3+omd(j)*(1+zh(i)).^(3*(1+w0(l)))));
        Loglike(j,l)=Loglike(j,l)-(1/2).*(Hz(i)-Hzt).^2./errorHz(i).^2;
        end
    end
end

figure(14)
hold on
contour(w0,omm,Loglike,[max(max(Loglike))-5.9,max(max(Loglike))-
3.1,max(max(Loglike))-1.15])
ylabel('\Omega_M')
xlabel('w_0')
zlabel('Loglike')

Transposedm=Loglike';

figure(15)
hold on
contour(w0,omm,Transposedm,[max(max(Loglike))-5.9,max(max(Loglike))-
3.1,max(max(Loglike))-1.15])
xlabel('\Omega_M')
ylabel('w_0')
zlabel('Loglike')

N=100;
H0=73.8;
omm_1=0:1/N:1;
omd_1=1-omm;
w0_1=-2:2/N:0;
Loglike_1=zeros(N+1:N+1);
for j=1:N+1
    for l=1:N+1
        Loglike_1(j,l)=0;

```

```
for i=1:28
    zgrid=0:z(i)/100:z(i);
    Int=0;
    Hzt=H0*Int;
    Loglike_1(j,l)=Loglike_1(j,l)-(1/2).*(Hz(i)-
Hzt(i,j,l)).^2./errorHz(i).^2;
end
end
end

contour(w0_1,omm_1,Loglike_1,[max(max(Loglike_1))-5.9,max(max(Loglike_1))-
3.1,max(max(Loglike_1))-1.15])
hold off
print -dpng w0_vs_omm
```