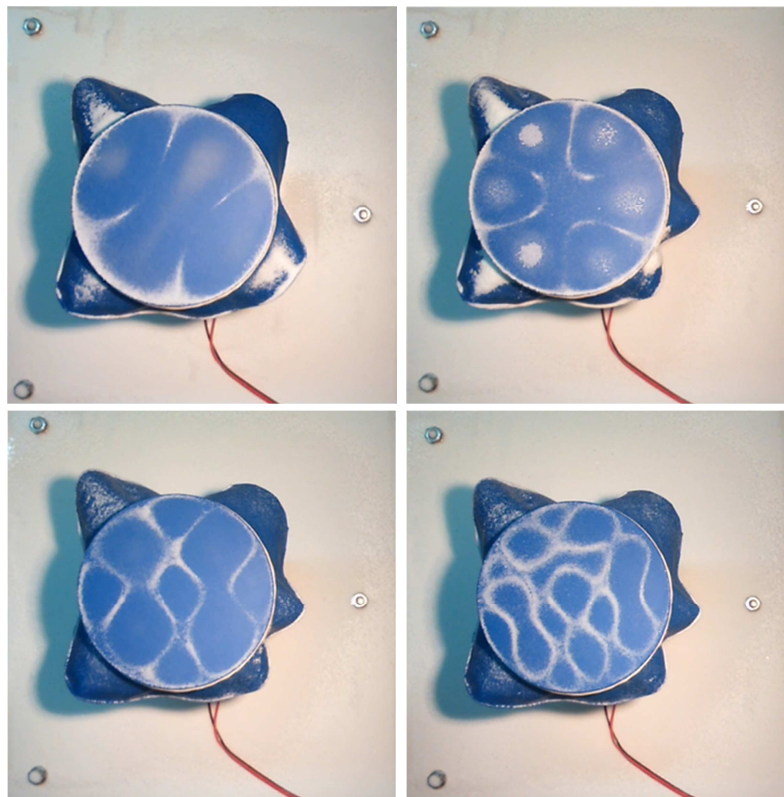


LA CIMÀTICA EN DUES FREQUÈNCIES SIMULTÀNIES

Un pas més per a la visualització de l'harmonia musical



Autor: [REDACTED]

Pseudònim: Cimàtica

Tutors: [REDACTED]

Institut: [REDACTED]

1r i 2n BTX.

Cursos 2014-2015 i 2015-2016

INTRODUCCIÓ

L'àmbit d'aquest estudi és la cimàtica, ciència que estudia la visualització gràfica dels patrons nodals que es generen en una superfície plana a causa de les ones estacionàries que s'hi formen en aplicar-hi diferents freqüències. El Plat de Chladni (o cimatoscopi) és l'eina principal per a l'estudi d'aquestes Figures de Chladni, i és una variant d'aquest la que s'ha utilitzat per a realitzar l'estudi.

El terme "*cimàtica*" no està acceptat a cap diccionari ni enciclopèdia catalans, però és la traducció que s'utilitza per al terme anglès "*cymatics*", acceptat a alguns diccionaris i enciclopèdies on-line com per exemple *Collins Dictionary*, *Your Dictionary* o la *Viquipèdia* (aquesta última també en castellà, amb el nom de "*cimática*"). És per això que considero legítim -a més d'extremadament útil i necessari- utilitzar el terme "*cimàtica*" per a referir-me a aquesta ciència, encara que de moment no s'hagi acceptat en llengua catalana de manera oficial.

RESUM

L'objectiu d'aquest estudi era trobar una relació directa entre l'harmonia musical -és a dir, la ciència que estudia les relacions matemàtiques entre les ones sonores, relacions que són bàsiques per a la construcció dels acords i de les escales musicals- amb la cimàtica -és a dir, la ciència que estudia la visualització de les ones estacionàries en una superfície. La hipòtesi principal afirmava que la relació entre les ones estacionàries consonants era la mateixa que entre les ones sonores consonants. Per poder-ho comprovar, era necessari determinar experimentalment si els intervals harmònics consonants (és a dir, dues ones sonores semblants entre si) es traduïen sempre en figures més regulars i més ben definides que els intervals harmònics dissonants.

Així doncs, mitjançant la construcció d'un cimatoscopi que permetés visualitzar aquestes ones estacionàries amb la màxima qualitat possible, es va comprovar experimentalment quins factors intervenien en la creació d'aquestes, tant a l'aplicar una sola freqüència com a l'aplicar-n'hi dues simultàniament. Es va comprovar que les Figures de Chladni en membranes circulars per a una freqüència eren sempre les mateixes independentment de la tensió, la mida o la densitat de la membrana. També es va comprovar que, per a dues freqüències simultànies, la figura resultant era sempre una combinació de les dues figures per separat (una superposició de les dues ones estacionàries). Tenint en compte aquests resultats, es podia deduir que les figures resultants més regulars i més ben definides es correspondrien amb les combinacions de dues figures semblants entre si. Faltava trobar, doncs, quina era la relació matemàtica entre les parelles de freqüències que generaven figures semblants.

En aquest punt, l'extrema complexitat matemàtica dels càlculs teòrics va impedir determinar quina relació hi ha exactament entre aquestes freqüències, i de forma experimental tampoc es va poder establir quina era aquesta relació. Tot i no poder establir la relació exacta, sí que es va poder refutar la relació proposada en les hipòtesis: és impossible que les ones sonores semblants i les ones estacionàries de la membrana semblants tinguin la mateixa relació entre les freqüències, ja que les ones sonores són unidimensionals i les ones estacionàries de la membrana són bidimensionals. En conclusió: tot i no poder trobar la relació matemàtica exacta entre l'harmonia musical i la cimàtica, sí que s'ha pogut descartar la relació proposada inicialment a les hipòtesis. La cimàtica, doncs, si bé permet visualitzar el so, no permet visualitzar l'harmonia atès que, al combinar dues ones sonores consonants, la relació entre elles no coincideix amb la relació entre dues ones estacionàries bidimensionals.

Paraules clau: cimàtica, Figures de Chladni, harmonia musical, intervals, harmònics, ones estacionàries, superposició

ABSTRACT

The purpose of this study was to find a direct relation between musical harmony (the science of mathematical relations between sound waves, which are essential for the creation of chords and musical scales) and cymatics (the science that studies the display of static waves on a surface). The main hypothesis stated that the mathematic relation between static waves was the same relation than between consonant sound waves. To do this, it was necessary to determine experimentally if those consonant harmonic intervals (two similar sound waves), when combined, they always become into more regular and well-defined figures than dissonant harmonic intervals.

By building a cymascope which was able to make static waves visible with the possible highest quality level, it was experimentally tested which were the factors involved in static waves creation, either applying a single frequency or applying two simultaneous frequencies. It was found that Chladni Figures on circular membranes, by applying just one frequency, they are always the same figures, whatever the tension, size or density of the membrane. It was also verified that, by applying two frequencies, the resulting figure was always a combination of the two separate figures (superposition of two static waves). Thus the more regular and well-defined figures combinations will correspond with combinations of similar separate figures. It still had to be found, though, which was the mathematical relation between the pairs of frequencies that generated similar figures.

At this point, the extreme mathematical complexity of the theoretical calculations made it impossible to determine the relation between these frequencies. Despite not being able to establish it, it has been possible to refute the original relation which was on the hypothesis: it is impossible that such similar sound waves and similar membrane's static waves have the same relation between their frequencies, as sound waves are one-dimensional and membrane's static waves are two-dimensional. In conclusion: despite the fact that it was not possible to establish the exact mathematical relation between musical harmony and cymatics, it was possible to refute the one that was originally given on the hypothesis. Consequently, it has been proved that although cymatics can make sound visible, it is not able to make harmony visible because, when combining two consonant sound waves, the relation between the two frequencies does not match with the relation between two consonant static waves.

Key words: cymatics, Chladni Patterns, musical harmony, intervals, harmonics, static waves, superposition

Índex

INTRODUCCIÓ	1
RESUM	2
ABSTRACT	3
1. Proposta inicial.....	6
1.1. Objecte d'estudi	6
1.2. Hipòtesis	6
1.3. Metodologia	6
1.4. Objectius	6
2. Estat de la qüestió	7
2.1. Antecedents.....	7
2.2. Aportació	9
3. Fonaments teòrics	10
3.1. Cimàtica	10
3.1.1. Ones mecàniques	10
3.1.2. Ones estacionàries unidimensionals.....	10
3.1.3. Ones estacionàries bidimensionals	12
3.1.4. Figures de Chladni	12
3.2. L'harmonia musical.....	14
3.2.1. Harmònics	14
3.2.2. L'escala musical	14
3.2.3. Intervals i acords.....	17
4. Disseny de la part pràctica	18
4.1. Construcció del plat de Chladni.....	18
4.1.1. Construcció d'un prototip	18
4.1.2. Testatge i millora del prototip	18
4.1.3. Construcció del muntatge definitiu	18
4.2. Realització dels experiments.....	19
4.2.1. Per a freqüències individuals.....	19
4.2.2. Per a combinacions de freqüències	19
4.3. Recopilació dels resultats	19

5.	Desenvolupament de la part pràctica	20
5.1.	Construcció del plat de Chladni.....	20
5.1.1.	Construcció d'un prototip	20
5.1.2.	Testatge i millora del prototip	25
5.1.3.	Construcció del muntatge definitiu	26
5.2.	Realització dels experiments.....	27
5.2.1.	Per a freqüències individuals.....	27
5.2.2.	Per a combinacions de freqüències	37
5.3.	Recopilació dels resultats	40
6.	Conclusions	42
7.	Bibliografia	46
7.1.	Bibliografia	46
7.1.1.	Llibres.....	46
7.1.2.	Documents.....	46
7.2.	Webgrafia	46
8.	Agraïments.....	48

1. Proposta inicial

1.1. Objecte d'estudi

Les ones estacionàries que es formen en una superfície plana en aplicar-hi més d'una freqüència simultàniament.

1.2. Hipòtesis

Sobre la construcció del plat:

- El plat quadrat metàl·lic serà el que formarà unes figures més ben definides, a causa de la seva rigidesa i estabilitat.

Sobre les figures obtingudes:

- Les combinacions de freqüències que presentin una relació matemàtica més simple formaran figures més semblants a les que es formarien amb les dues freqüències per separat.
- A l'afegir una freqüència múltiple sobre la fonamental, aquesta només afegirà matisos sobre la mateixa figura principal.
- Com més complexa sigui la relació matemàtica menys intel·ligible serà la figura resultant, fins a l'extrem que les figures quedaran tant difuminades que no es podran distingir correctament.

1.3. Metodologia

Aquest estudi consta principalment de dues parts: primerament la construcció i millora d'un "cimatoscopi" que permeti visualitzar les Figures, i posteriorment la realització dels experiments:

- Construcció del *cimatoscopi*
Aquest apartat es realitzarà mitjançant el testatge de diverses superfícies en un rang de freqüències comprès entre els 20Hz i els 1500Hz, utilitzant diferents sistemes per transmetre les vibracions i també diferents granulats que permetin visualitzar les figures resultants.
- Realització dels experiments
Un cop construït el millor cimatoscopi, es duran a terme els experiments per a una sola freqüència i posteriorment per a dues freqüències simultànies. L'anàlisi més exhaustiu es durà a terme en una sola freqüència per a evitar al màxim els errors que la superposició de dues freqüències simultànies podria causar.

1.4. Objectius

Establir una relació entre l'harmonia musical i la cimàtica per avançar cap a la visualització gràfica dels acords i la música en general.

2. Estat de la qüestió

2.1. Antecedents

En aquest treball, tal i com s'ha dit anteriorment, es vol estudiar la visualització de les ones sonores. Sobre aquest àmbit, doncs, els antecedents més importants són justament aquells científics que, al llarg de la història, s'han dedicat extensament a l'estudi d'aquest fenomen:

Galileo Galilei

Va ser el primer científic en parlar del fenomen ondulatori, en el seu llibre *Diàleg sobre els dos principals sistemes mundials*, publicat l'any 1632. En aquest llibre es donen a conèixer les seves observacions sobre la regularitat dels patrons geomètrics originats per l'oscil·lació d'un cos (plats, diafragmes o membranes, en aquest cas). D'aquesta manera es va entrar en un camp de la física fins llavors desconegut, i es van començar a estudiar els fenòmens d'ona (o modals) i la visualització del so.

Robert Hooke

Va ser capaç, l'any 1680, de visualitzar els patrons nodals associats als modes de vibració, fent lliscar un arc pel lateral d'un plat de vidre cobert de farina.

Ernst Chladni

Va formular una tècnica per mostrar els diferents modes de vibració sobre una superfície mecanitzada, polida; aquesta tècnica s'anomena experiment del Plat de Chladni. També va elaborar la "Llei de Chladni", una equació algèbrica que permet calcular les freqüències dels modes de vibració en superfícies circulars planes en funció de les propietats del plat. Tots aquests descobriments estan recollits en el seu llibre *Descobriments sobre la teoria del so*, escrit i publicat durant el segle XVIII.

Hans Jenny

Va investigar durant catorze anys els fenòmens periòdics, especialment l'exposició visual del so. Va batejar aquesta vessant científica amb el nom de "*cymatics*", que prové de la paraula grega *kyma* (ona), referint-se a tot allò que pertany a les ones. Va publicar un llibre titulat *Cymatics*, amb abundants il·lustracions sobre els efectes de la vibració del so en pastes, líquids i pols.

A part d'aquests grans investigadors, però, també s'han realitzat nombrosos estudis més reduïts, que pretenen relacionar aquest fet amb diversos aspectes. A continuació, doncs, es presenta un llistat amb alguns d'aquests estudis, ordenats per temàtiques:

Figures de Chladni en diferents instruments musicals:

Estudi 1

Comas, Caterina; Milià, Maria; Uroz, Marina (estudiants de 2n de Batxillerat) _ *Ciència i música: física dels instruments de l'orquestra* _ 27/02/2015 _ <<http://hdl.handle.net/2072/13359>>

Descripció: s'estudia la creació del so en els diversos instruments de l'orquestra. S'analitzen, a més, diverses Figures de Chladni que sorgeixen a les tapes d'un violí a l'aplicar-hi certes vibracions.

Estudi 2

Yanet Álvarez, Roberto Morales, Joaquín Silveira, Ignacio Bruvera, Gustavo Basso (distintos departamentos de la Universidad Nacional de La Plata, Argentina) _ *Patrones de Chladni y factor de calidad para una tapa trasera de guitarra* _ 27/02/2015 _ <<http://goo.gl/XOycVs>>

Descripció: es realitza l'experiment de Chladni en una tapa de guitarra acústica, per tal de definir-ne la qualitat i les propietats sonores.

Demostració matemàtica de les figures de Chladni

Estudi 3

Arango, Jaime; Escobar, León; Reyes, Carlos (Universidad del Valle, Cali, Colombia) _ *Chladni figures in drums* _ 27/02/2015 _ <<http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4086870.pdf>>

Descripció: s'estudien les Figures de Chladni en tambors circulars, i s'utilitzen nombroses fórmules matemàtiques per a demostrar les formes de les figures.

Comparació de les figures obtingudes amb les figures teòriques

Estudi 4

Alumne universitari anònim _ 2. *Vibración de una placa cuadrada* _ 27/02/2015 _ <<http://goo.gl/f5aAVT>>

Descripció: s'estudien les Figures de Chladni que es formen en una placa metàl·lica quadrada, en funció de les diferents freqüències que s'hi apliquen. També calcula matemàticament la forma teòrica que haurien de tenir, i acaba fent una exhaustiva comparació entre els resultats teòrics i els resultats pràctics.

Tots aquests estudis han sigut d'utilitat per a definir la metodologia, els fonaments teòrics i el disseny de la part pràctica, però no han estudiat allò en què se centra aquest treball: les Figures de Chladni en més d'una freqüència simultània. Així doncs, el tipus d'estudi que es pretén fer, tot i que n'hi hagi de semblants, encara no ha estat realitzat; això aporta a aquest estudi un interès afegit, ja que pretén ampliar el coneixement que es té fins ara de la ciència que estudia la visualització del so, la cimàtica.

2.2. Aportació

La música es defineix com a "Art que s'expressa mitjançant la combinació de sons, d'acord amb les lleis de la melodia, l'harmonia i el ritme". Tot i ser un art, però, la música es diferencia clarament de la resta de creacions artístiques en un aspecte fonamental: es basa absolutament en les lleis de la física i les matemàtiques.

S'ha estudiat molt sobre la ciència que s'amaga al darrere de la música, aquesta ciència capaç d'emocionar, de commoure, de despertar sentiments o de canviar l'estat d'ànim; no obstant això, encara queda molt camí a recórrer per arribar a comprendre perquè la música té un poder tan gran. S'han desenvolupat moltes teories i lleis per poder explicar matemàticament conceptes com l'harmonia, la tonalitat o simplement el so. Tot i així, seria molt útil poder explicar aquests conceptes de forma més gràfica, més visual i fàcil d'entendre.

Aquest és, doncs, l'objectiu del que s'ha denominat com a *cimàtica*: la ciència que estudia la forma visible del so i la vibració. En el camp de la cimàtica, doncs, utilitzant el plat de Chladni (o cimatoscopi), s'han realitzat nombrosos experiments -alguns de prestigi- per a investigar les figures que produeix una freqüència en funció del material i les propietats d'aquest. No obstant això, en el camp de la cimàtica hi ha un buit en el qual falta encara molta investigació: la cimàtica per visualitzar la música. Fins al moment s'ha comprovat que la cimàtica permet generar figures per a freqüències individuals, però no s'ha fet cap estudi important per investigar què passa amb les figures nodals quan s'hi aplica més d'una freqüència simultànies.

És per això que en aquest treball s'intentarà establir alguna relació entre la ciència que estudia la visualització de freqüències amb la ciència que estudia les relacions entre les freqüències de les ones sonores. Agafant com a fil conductor els harmònics i els punts nodals s'intentarà investigar si la cimàtica és o no una bona manera de visualitzar l'harmonia musical o si, contràriament al que semblaria lògic, aquesta ciència no permet visualitzar la proporció dels acords de forma fidedigna.

3. Fonaments teòrics

L'objecte d'estudi d'aquest treball són les *ones estacionàries* que es formen en una superfície (cimàtica) en funció les *ones sonores* que hi arriben i la relació entre elles (*harmonia*). Així doncs, els fonaments s'han dividit en aquests dos apartats: cimàtica (ones estacionàries creades per ones sonores) i harmonia musical (relacions de proporció entre ones sonores).

3.1. Cimàtica

3.1.1. Ones mecàniques

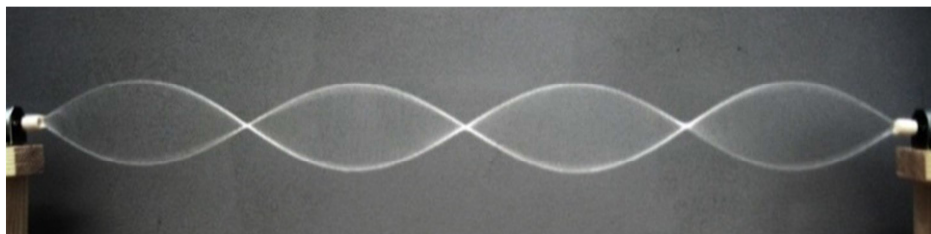
Una ona mecànica és aquella ona que necessita d'un medi material per poder transmetre's en l'espai. Consisteixen, doncs, en un moviment vertical o horitzontal de cadascuna de les partícules del medi pel qual es transmet l'ona. L'efecte resultant d'aquests moviments successius de les partícules és una transmissió de l'ona a través de l'espai.

Una ona periòdica és aquella que es genera gràcies a un moviment periòdic de les partícules del medi. Aquest moviment harmònic simple, vertical o horitzontal, de les partícules és el que, en produir-se de forma successiva i ordenada genera de nou el moviment de l'ona resultant.

Quan es produeix una interferència entre dues ones mecàniques, les dues ones se superposen, sumant així les seves amplituds a cadascun dels punts per on l'ona es transmet. Aquest principi que determina que l'amplitud de l'ona resultant és la suma de les amplituds individuals s'anomena *principi de superposició*.

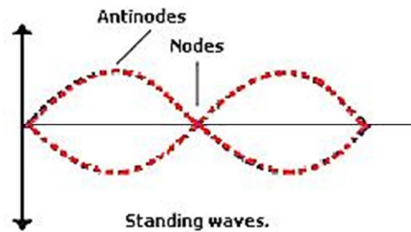
3.1.2. Ones estacionàries unidimensionals

Una ona estacionària es forma gràcies a la interferència i superposició d'una ona mecànica amb ella mateixa. Per exemple: quan una ona mecànica avança per una corda i, a l'arribar a l'extrem d'aquesta, la pròpia ona retorna passant pels mateixos punts però en sentit oposat, es genera una ona estacionària en aquesta.



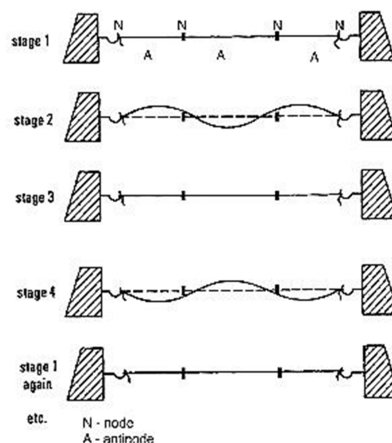
Imatge 1: Ona estacionària de quatre ventres creada en una corda.

Pel principi de superposició, la pertorbació resultant serà igual a la suma de les pertorbacions individuals. Això implica que hi haurà punts en què les dues ones s'anul·laran mútuament (nodes) i punts en què les dues ones se sumaran obtenint així una ona del doble d'amplitud que l'original (ventres o antinodes), donant lloc així a l'ona estacionària.¹



Imatge 2: Punts rellevants d'una ona estacionària

Cadascuna de les ones que generen l'ona estacionària, doncs, consisteixen en una successió ordenada de vibracions de les partícules (moviments harmònics simples d'igual amplitud) que avancen cap a sentits oposats. Al sumar-se les dues pertorbacions, els moviments harmònics simples (la vibració) de les partícules es sumen també (als nodes s'anul·len les dues vibracions mentre que als ventres es complementen). Ara bé, la velocitat de transmissió de les dues ones, al tractar-se de dues magnituds vectorials iguals i de sentit oposat, s'anul·len sempre. Això implica, doncs, que una ona estacionària no és una ona viatgera que es desplaci per l'espai, sinó que només es conserven les vibracions de cadascun dels punts, estacionaris. En altres paraules, una ona estacionària consisteix en el conjunt de moviments harmònics simples (d'amplitud variable) que duen a terme les partícules, però que en el seu conjunt no generen cap velocitat de transmissió de l'ona per l'espai.



Imatge 3: Esquema de les fases de vibració d'una ona estacionària en una corda.

¹ Extret de <http://ca.wikipedia.org/wiki/Ona_estacionària>, <<https://youtu.be/wYoxOJDzZw>>, <http://en.wikipedia.org/wiki/Node_%28physics%29> .

En aquest esquema s'ha dividit el període d'una ona estacionària qualsevol en quatre fases, que s'han representat per ordre. D'aquesta manera es poden observar amb més claredat com els nodes (N) no es mouen en cap de les quatre fases, mentre que els ventres (A) i la resta de punts de la corda segueixen un moviment harmònic simple vertical.

De totes maneres, és molt més fàcil de veure en un *Gif* animat, així que recomano seguir el següent enllaç per acabar d'entendre perfectament el fenomen de les ones estacionàries:

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7d/Standing_wave_2.gif>

*Aquest enllaç, així com d'altres materials addicionals que es descriuran més endavant, es poden trobar també al blog d'aquest treball de recerca:

<[http://TreballDeRecerca\[REDACTED\].blogspot.com](http://TreballDeRecerca[REDACTED].blogspot.com)>

3.1.3. Ones estacionàries bidimensionals

La creació d'ones estacionàries no només succeeix en cordes o tubs unidimensionals, sinó que també poden crear-se ones estacionàries en superfícies planes o fins i tot en l'espai tridimensional. L'objecte d'estudi d'aquest treball, doncs, són les ones estacionàries bidimensionals que es creen en una superfície plana sòlida.

En aquest tipus d'ones estacionàries, el fenomen dels nodes i antinodes és el mateix, però en aquest cas no es tractarà de punts nodals sinó de línies nodals, que seran les que crearan les Figures de Chladni.

La superposició d'ones estacionàries bidimensionals segueix el mateix principi que en les ones unidimensionals: el principi de superposició.

3.1.4. Figures de Chladni²

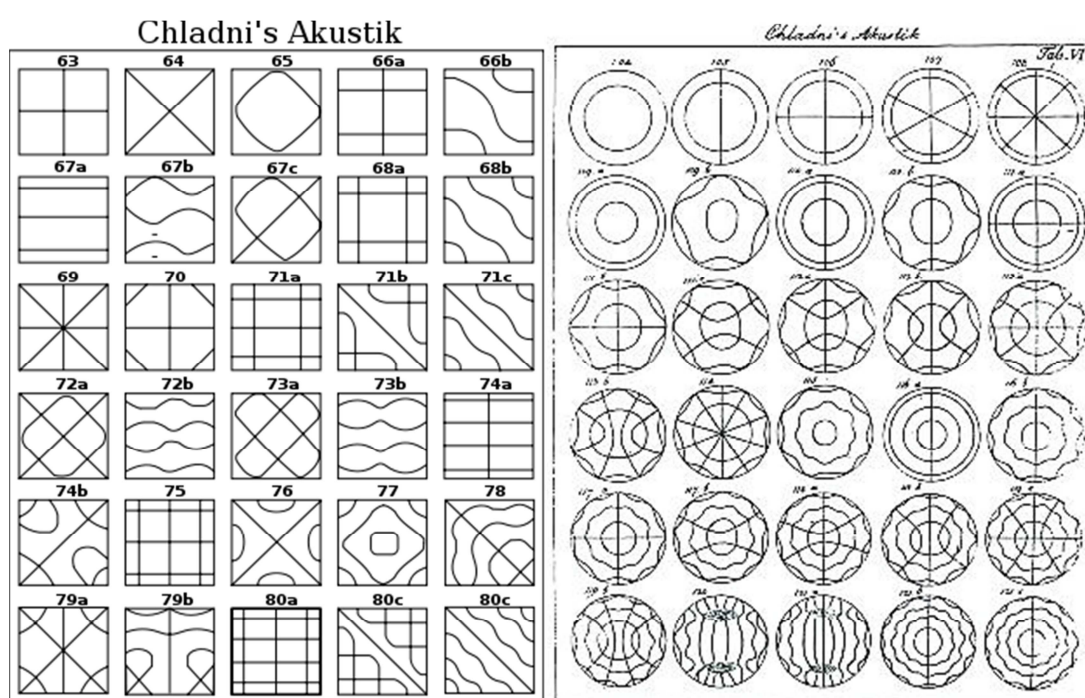
Ernst Florens Friedrich Chladni va ser un físic i músic alemany. Tot i que va viure durant l'última meitat del segle XVIII i el primer terç del segle XIX, més tard que altres físics importants com Hooke, és considerat sovint el pare de l'acústica. Això és així, sobretot, per la seva obra més important, publicada l'any 1787 en el seu llibre *Entdeckungen über die Theorie des Klanges* ("Els descobriments en la teoria del so"). En aquesta obra s'hi plantejava un model que consistia en el següent: fer lliscar un arc sobre un tros de metall amb la superfície lleugerament coberta de sorra, i passar l'arc fins a aconseguir ressonància. D'aquesta manera, la vibració feia que la sorra es mogués i es concentrés al llarg de les *línies nodals*, aquelles línies formades pels nodes, on la superfície no vibrava. Els *patrons nodals* formats per aquestes línies són el que ara s'anomenen Figures de Chladni.

² Extret de <http://en.wikipedia.org/wiki/Ernst_Chladni> i de <http://es.wikipedia.org/wiki/Figuras_de_Chladni>.

Hooke, a l'any 1680, ja havia fet el mateix experiment: passar un arc de violí al llarg de la vora d'una placa de vidre coberta amb farina i veure que emergien uns patrons. La innovació que va aportar Chladni, però, va ser el fet d'inventar una tècnica per mostrar els diferents modes de vibració que emergien per a diferents freqüències en qualsevol superfície rígida.

Què és un patró nodal?

Quan ressona, una placa o membrana es divideix en regions que vibren en direccions oposades. Aquestes regions estan delimitades per línies en què no es produeix vibració. Aquestes línies són les anomenades *línies nodals*, i els dibuixos que es formen, *patrons nodals*. A la imatge següent es poden veure els patrons nodals més clars que va aconseguir trobar Chladni mitjançant la tècnica del plat de Chladni.



Imatge 4: patrons nodals obtinguts per Chladni en plaques metàl·liques quadrades

Imatge 5: patrons nodals obtinguts per Chladni en plaques metàl·liques circulars

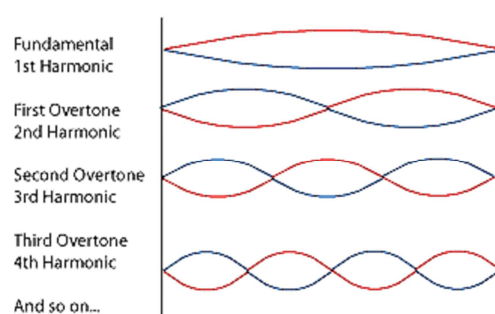
Les variacions d'aquesta tècnica encara s'utilitzen comunament en el disseny i construcció d'instruments acústics com violins, guitarres i violoncel·ls. Des del segle XX, però, és més comú col·locar un altaveu accionat per un generador de freqüència, per sobre o per sota de la placa, per aconseguir una freqüència ajustable i més precisa.

Així doncs, malgrat les innovacions tecnològiques en la font emissora del so, el plat de Chladni segueix sent la tècnica més utilitzada per a la visualització de les ones estacionàries i dels patrons nodals de les superfícies planes.

3.2. L'harmonia musical

3.2.1. Harmònics

Un so sempre està compost per diverses freqüències simultànies. Una de les freqüències és la *fonamental* o *primer harmònic*, i les altres són múltiples enters d'aquesta (per exemple, si la freqüència fonamental és f , els harmònics tenen freqüències f , $2f$, $3f$, $4f$, etc.). Aquestes freqüències són anomenades *harmònics*, i tenen ones sonores semblants entre si, ja que comparteixen més nodes que amb d'altres freqüències. Així doncs, són freqüències consonants, ja que aquesta semblança de les ones implica que sigui un so agradable.³



Imatge 6: harmònics d'una ona unidimensional

3.2.2. L'escala musical

L'escala musical es fonamenta en les proporcions matemàtiques que hi ha per naturalesa entre els harmònics. Inicialment, l'afinació pitagòrica utilitzava la relació exacta que hi ha entre els tres primers harmònics per generar l'escala. Posteriorment, el temperament just va intentar portar més enllà aquestes relacions matemàtiques naturals. Finalment, però, mitjançant el temperament igual es va optar per arrodonir aquestes relacions matemàtiques respecte la fonamental perquè s'assemblessin també als harmònics que es correspondrien si canviéssim la fonamental per qualsevol de les altres dotze notes de l'escala. És a dir, per poder tenir un sistema d'afinació circular que permeti agafar com a fonamental qualsevol de les dotze notes de l'escala s'ha renunciat a l'exactitud de les relacions entre els intervals. Així doncs, la major part d'instruments musicals no segueixen les proporcions exactes entre les freqüències, tot i que en un origen l'escala es va establir en funció d'aquestes relacions entre les freqüències de les ones sonores.⁴

Per a aprofundir més en aquesta evolució dels sistemes d'afinació, basats tots (en major o menor mesura) en les proporcions naturals entre freqüències harmòniques, es necessita un nivell més avançat d'alguns conceptes musicals. Si bé és cert que aquest apartat ja s'allunya una mica més de l'objectiu principal d'aquest estudi, també pot ser molt útil per entendre la necessitat d'estudiar la vessant més matemàtica i física de la música:

³ Harmònic: <<http://ca.wikipedia.org/wiki/Harmònic>>.

⁴ Afinació pitagòrica: <http://es.wikipedia.org/wiki/Afinación_pitagórica>

Temperament just: <http://es.wikipedia.org/wiki/Temperamento_justo>

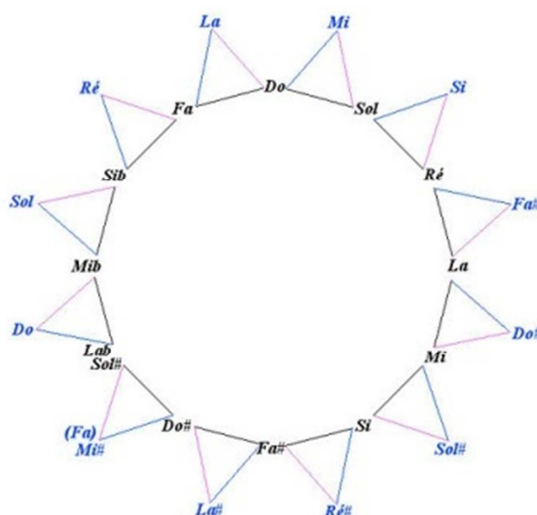
Temperament igual: <http://es.wikipedia.org/wiki/Temperamento_igual>

AFINACIÓ PITAGÒRICA

Si agafem una freqüència qualsevol com a fonamental i en fem sonar el segon harmònic, ens surt una nota amb el doble de freqüència. Com que aquesta nota és tant semblant, es considera que es tracta de la mateixa nota però en una altura diferent. Aquesta distància és el que es coneix com *octava*. Així, si agafem com a fonamental el do_3 , el segon harmònic és el do_4 : la mateixa nota, però una octava més amunt.

Si seguim fent sonar els harmònics de la fonamental, veurem que el tercer està a una distància de dotzena. La distància entre el segon i el tercer harmònics s'anomena *quinta* justa. Aquest és, doncs, l'únic interval que s'utilitzarà en un principi per trobar noves notes, ja que una octava, l'interval més natural, és considerada la mateixa nota.

Així doncs, si afegim sis quintes per dalt i sis quintes per baix respecte la fonamental, les dues notes dels extrems acaben sent aproximadament la mateixa.



Imatge 7: Cicle de quintes del sistema d'afinació pitagòric. A l'interior, el cicle de quintes que té per fonamental Do. A l'exterior, el cicle de quintes que té per fonamental Mi. Els triangles interiors representen els acords triades perfectes majors i els triangles exteriors els acords triades perfectes menors.

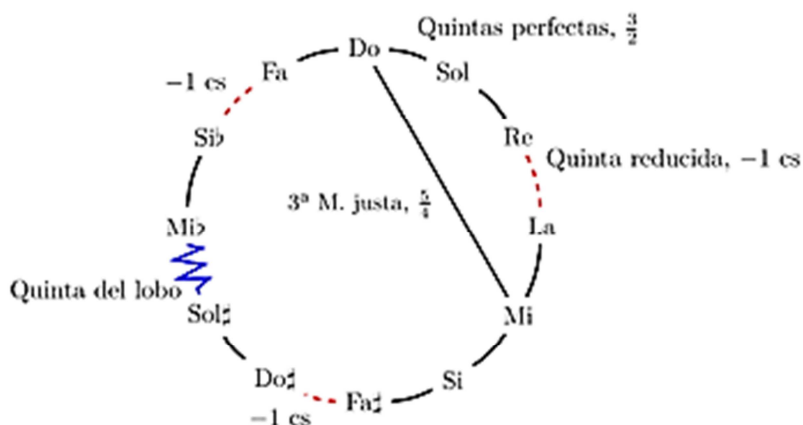
Finalment, agrupem les 12 notes diferents que han sortit en una sola octava, és a dir, en l'espai comprès entre la fonamental i el segon harmònic. Així doncs, aquestes dotze notes són les que formen l'escala musical Pitagòrica:

Escala cromàtica



TEMPERAMENT JUST

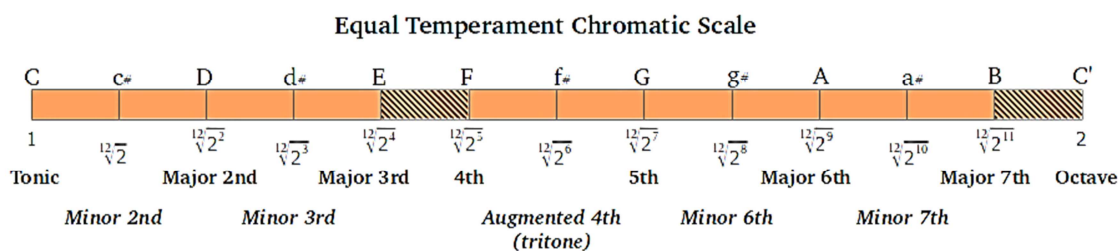
El temperament just és una variació que es va fer sobre el sistema d'afinació pitagòric per a intentar millorar la sonoritat tant en la tonalitat fonamental com en les altres. La idea era aprofitar, a més de l'interval de quinta (l'interval que genera el tercer harmònic), aprofitar l'interval de tercera major (el que crea el quart harmònic) per a obtenir així un més bon efecte al tocar l'acord major. Així doncs, es van ajustar tres de les quintes (equidistants entre si) per poder aconseguir la relació de tercera major.



Imatge 8: cicle de quintes corresponent al temperament just

TEMPERAMENT IGUAL

No obstant això, en construir l'escala musical d'aquesta manera la separació entre les 12 notes no és regular, sinó que és diferent per a cadascun dels intervals. Això provoca que si volem començar l'escala per una nota que no sigui el do, la successió d'interval·ls no és exactament la mateixa. Per culpa d'aquesta asimetria, quan es tocava en una tonalitat diferent les notes de l'escala no es corresponien amb els harmònics de la fonamental, fet que provocava una sonoritat extremadament dolenta. Per evitar aquest problema i poder tocar en qualsevol de les 12 tonalitats, es va crear el temperament igual, que consisteix en una divisió de la octava en dotze parts iguals, que reben el nom de *semitò temperat*. D'aquesta manera, les notes de l'escala no es corresponen exactament amb tots els harmònics de la nota fonamental, però sí una aproximació bastant exacta als primers harmònics de totes les 12 notes.



Imatge 9: divisió de l'octava en 12 parts iguals corresponent al temperament igual

3.2.3. Interval·s i acords

Un *interval* és la relació que hi ha entre dues notes, i es concreta en la raó matemàtica que hi ha entre les dues freqüències corresponents. Així, els interval·s més consonants -aquells que sonen millor- són aquells en els quals la relació matemàtica és més simple, mentre que els interval·s dissonants són aquells la relació dels quals no es pot simplificar gaire.

Intervalos consonantes

Nombre del intervalo	Notas (en tonalidad de do mayor)	Relación ideal de frecuencias	Número de semitonos
octava	do-do	2	12
quinta	do-sol	3/2	7
cuarta	do-fa	4/3	5
tercera mayor	do-mi	5/4	4
tercera menor	mi-sol	6/4	3
sexta mayor	do-la	5/3	9
sexta menor	mi-do	8/5	8

Imatge 10: interval·s consonants amb les relacions corresponents

Les relacions matemàtiques més simples es corresponen amb les relacions d'harmònics, i aquestes, al seu torn, amb les freqüències que tenen més nodes en comú entre elles. En resum, doncs, fem servir el terme *consonància* quan dues o més ones sonores tenen molts nodes en comú (és a dir, l'una és múltiple de l'altre), i utilitzem el terme *dissonància* per referir-nos als sons desagradables que es produeixen quan dues vibracions no tenen quasi cap node en comú (produint moltes vegades el fenomen dels batecs).

Un *acord* és el conjunt de tres o més notes. Així doncs, podem entendre un acord com una suma de dos interval·s o més. Els acords més utilitzats, doncs, seran aquells que siguin més consonants. Els acords dissonants, per contra, es fan servir en els punts en què es necessita generar una tensió interpretativa, que sempre acaba resolent en un acord consonant.⁵

En aquest estudi, doncs, s'analitzaran quins patrons nodals sorgeixen per als diferents tipus d'interval·s (consonants i dissonants), i comprovar si hi ha semblances entre les diferents figures que es formin totes elles a partir d'una mateixa fonamental.

⁵ La ciència que té per objecte l'estructura, progressió i modulació dels acords (consonants i dissonants) és el que s'anomena harmonia.

4. Disseny de la part pràctica

La part principal d'aquest projecte és, doncs, la investigació de les Figures de Chladni que es formen per diferents combinacions de freqüències. Per a realitzar això s'ha de dur a terme una part experimental, que constarà dels següents passos:

4.1. Construcció del plat de Chladni

4.1.1. Construcció d'un prototip

Construir un plat de Chladni utilitzant tota la informació recollida als fonaments teòrics, intentant seguir el model més utilitzat en els altres treballs i estudis, i intentant també invertir el mínim de diners possibles per aconseguir el màxim resultat. Les parts que formen qualsevol plat de Chladni són l'emissor de les ones, el medi pel qual es transmeten, la superfície en la qual es crea l'ona estacionària i el granulat que permet visualitzar els patrons nodals. Aquests seran els aspectes que es tindran en compte a l'hora de la selecció dels components del cimatoscopi.

4.1.2. Testatge i millora del prototip

Analitzar la qualitat de les formes obtingudes i comprovar si es milloren els resultats al canviar els diversos components del cimatoscopi.

També forma part del testatge fer un recorregut per totes les freqüències per observar en quines i quantes freqüències la superfície vibra millor i es generen formes més ben definides. Un cop realitzat aquest escàner, intentar redissenyar el muntatge per a millorar les seves característiques i propietats: per a obtenir formes més ben definides, ampliar el rang de freqüències i contrastar els resultats construint dues superfícies diferents.

4.1.3. Construcció del muntatge definitiu

Un cop establert quin és el millor tipus de granulat, quina és la millor superfície i quina és la millor transmissió de les ones, dissenyar un muntatge que compleixi totes les condicions i que permeti efectuar els experiments amb la màxima qualitat possible. Es preveu en aquest apartat que, en cas que no es trobi una única superfície en la qual es generin Figures de qualitat, es pugui continuar la investigació en més d'una superfície.

4.2. Realització dels experiments

Realitzar els experiments pràctics utilitzant l'aplicació per a mòbils *Frequency Sound Generator* per a generar les freqüències, i anotant els resultats tal i com es descriu en els següents dos subapartats.

4.2.1. Per a freqüències individuals

Fer un llistat per a cada superfície anotant cadascuna de les freqüències en les quals es genera una figura, juntament amb la foto de la figura que es genera. Per a fer les fotos s'instal·larà un suport per a una càmera just a sobre del plat, de tal manera que quedin imatges sense reflexes ni contrallums i sempre des del mateix angle, per no influir en la posterior lectura dels resultats.

Freqüència	Resultats		
	Superfície 1	Superfície 2	Superfície 3
440 Hz	[Foto]	[Foto]	[Foto]
...			

4.2.2. Per a combinacions de freqüències

En funció de la qualitat dels resultats que es puguin obtenir, realitzar el mateix experiment combinant dues freqüències (o més de dues, en cas que se segueixin formant figures ben diferenciades i definides). Anotar els resultats de la mateixa manera que per les freqüències individuals.

Freqüències		Resultats		
Fonamental	Harmònic	Superfície 1	Superfície 2	Superfície 3
440 Hz	2n			
	3r			
	4t			
...				

Comparar, ja durant el procés de recollida de dades, les figures obtingudes, i classificar-les segons les seves semblances. Llavors intentar trobar si les freqüències de les figures més semblants tenen alguna relació matemàtica de les exposades en els fonaments teòrics, és a dir, si es corresponen amb els conceptes de consonància, si coincideixen amb la teoria de l'harmonia... o bé si, per contra, les formes que es generen són independents de tots aquests conceptes.

4.3. Recopilació dels resultats

Fer una síntesi de tots els resultats obtinguts al llarg del procés d'experimentació i també de les semiconclusions obtingudes en l'anàlisi dels mateixos. Aquesta recopilació servirà per a facilitar-ne l'anàlisi final de cara a l'obtenció de les conclusions definitives.

5. Desenvolupament de la part pràctica

És important destacar en aquest punt que el disseny de la part pràctica d'aquest treball de recerca era (i havia de ser) un disseny obert, cosa que implicava que s'anava establint a mesura que s'anaven realitzant els experiments. Així doncs, en aquest apartat, a més dels resultats obtinguts, s'hi han hagut d'incloure les conclusions parcials principals que se n'obtenien per poder així anar restablint el disseny durant l'experimentació.

5.1. Construcció del plat de Chladni

5.1.1. Construcció d'un prototip

En primer lloc, calia construir un prototip de cimatoscopi, provant diversos materials fins a comprovar experimentalment quin era el més idoni. Així doncs, es van realitzar una sèrie de 14 experiments, previs a la construcció del prototip definitiu, per a analitzar les característiques que havia de tenir el muntatge. La taula següent, doncs, resumeix els experiments que es van fer de forma prèvia a la construcció del prototip, amb els resultats corresponents:

Taula 1: Experiments previs a la realització del prototip definitiu

Exp.	Muntatge			Resultats
	Font emissora	Superfície	Granulat	
1	Altaveu gran (200W)	safata metàl·lica	farina	Res.
2	Altaveu gran (200W)	paper film rectangular	farina	Lleugera vibració momentània.
3	Altaveu gran (200W)	safata metàl·lica	boletes de pasta	Vibració indefinida (sense figures) en les freqüències següents: 150, 170, 200, 250, 280, 290, 315, 380, 455, 620, 710 i 800 (Hz).
4	Altaveu gran (200W)	xapes metàl·liques	sal	Vibració indefinida (sense figures) en freqüències greus: 84, 93, 118, 134 (Hz).
5	Altaveu petit (100W)	xapes metàl·liques petites	sal	Algunes figures mal definides en freqüències greus: 100-150 (Hz).
6	Altaveu petit (100W)	vidre	farina	Res.
7	Altaveu gran (200W)	safata rígida	sal	Primeres formes ben definides, en freqüències greus: 100, 112, 115, 124 (Hz).

8	Altaveu gran (200W)	paper film circular	sal	Algunes figures (mal definides) en freqüències greus: 65, 73, 82, 87, 97, 110, 123 (Hz)
9	Altaveu gran (200W)	globus	sal	Vibració entre 90 i 700Hz. Figures de més qualitat que en l'experiment anterior, tot i que molt pitjors que en el prototip A (experiment 7).
10	Veu	globus	sal	La sal vibra en totes les freqüències que la veu humana és capaç de fer, i forma figures ben definides en freqüències centrals i agudes.
11	Altaveu petit (100W)	caixa de bateria	sal	Vibració en tot el rang de freqüències. Alguna forma (difícil d'aconseguir) en freqüències centrals, ja que necessita volums alts novament.
12	Altaveu petit (100W)	globus (diàmetre més gran)	sal	Vibració en tot el rang de freqüències. Formes de qualitat per a freqüències baixes. Requereix volums alts novament.
13	Altaveu petit (100W)	globus	sal	Vibració en tot el rang de freqüències. Formes de qualitat per a freqüències centrals i altes. No requereix volums excessius.
14	Altaveu petit (100W)	guant de làtex	sal	Vibració en tot el rang de freqüències. Resultats molt semblants als del globus.

En els dos primers experiments no es va obtenir cap resultat visible. En el tercer experiment, en canvi, es va poder observar que les boletes de pasta, tot i ser més grans, funcionaven millor per a la safata metàl·lica, atès que la farina quedava enganxada a la superfície i pràcticament no es movia quan aquesta vibrava.

Amb l'experiment tres, però, les formes obtingudes necessitaven la utilització d'intensitats sonores massa elevades, molestes fins i tot utilitzant taps per les orelles. Això es deu al fet que la transmissió de les ones per l'aire no era suficient per a fer vibrar safates metàl·liques tant gruixudes. Així doncs, a causa dels resultats obtinguts en l'experiment tres, es va decidir millorar els prototips en aquests dos aspectes: primer, garantir una bona vibració de la superfície, i segon, garantir una bona transmissió de les ones sonores.

Per aconseguir la primera de les dues millores, es poden plantejar dues possibles solucions: utilitzar una placa rígida de menys gruix o bé utilitzar una membrana elàstica circular. Aquestes dues vies d'investigació són les que determinaran la creació dels dos prototips següents. Posteriorment, en cadascun dels prototips ja es tractarà de dur a terme la segona millora.

PROTOTIP A: plaques rígides primes (experiments 4 - 7)

Veient els problemes que presentava tenir una superfície tant gruixuda, es va decidir canviar-la per xapa d'alumini de 0,5mm de gruix. Es van retallar dues xapes, en forma quadrada i circular, de 50cm de costat o diàmetre respectivament. Van ser subjectades pel centre per minimitzar l'esmorteïment de la vibració, i van ser situades a tan sols 5cm de l'altaveu per millorar la transmissió de les ones sonores. Es va decidir, a més, utilitzar un granulat més petit que les boletes de pasta, d'acord amb les noves característiques del muntatge: la sal. Els resultats, però, encara no eren de prou qualitat atès que, en aquest cas, les xapes metàl·liques eren massa poc rígides: tendien a inclinar-se cap als laterals, de manera que no quedava una superfície horitzontal on la sal pogués formar les figures. A més, encara era necessari utilitzar intensitats massa elevades.

Així doncs, es va decidir reduir les dimensions de les xapes (van passar a ser de 30cm), i conseqüentment reduir també les dimensions de l'altaveu. Per a fer-ho, es van provar diversos altaveus extrets de cotxes vells, per veure quin funcionava millor. Els altaveus d'aquestes característiques, però, necessiten d'una tapa de potència externa per amplificar el senyal que proporciona el generador de freqüències. Per fer aquesta funció es va utilitzar l'amplificador d'una cadena de música convencional, connectat en sèrie entre el generador de freqüència i l'altaveu. Un cop connectat l'altaveu, es va col·locar la xapa recolzada sobre la carcassa del mateix altaveu per garantir una bona transmissió de les ones. No obstant això, l'alumini seguia sense transmetre correctament les ones a causa de la seva flexibilitat i de les altes intensitats requerides.

També amb l'altaveu petit es va intentar fer vibrar una placa de vidre amb farina al damunt, per intentar trobar un material rígid que transmetés les vibracions a baixes intensitats, però tampoc es va aconseguir cap resultat visible. Així doncs, l'altaveu petit quedava descartat per a fer vibrar plaques rígides, degut a la seva baixa potència.

Es va retornar, doncs, a l'altaveu gran, però aquest cop es va utilitzar una superfície intermèdia, prou rígida per mantenir-se horitzontal al ser subjectada pel centre, però prou prima com per garantir la formació d'ones estacionàries de qualitat: una safata circular de plàstic rígida.



Imatge 11: muntatge final corresponent al Prototip A

Aquest material va permetre que es formessin les primeres figures de qualitat, i va ser el que va permetre els millors resultats en una superfície rígida. No obstant això, aquest primer prototip de cimatoscopi va seguir presentant els mateixos problemes que presentaven totes les superfícies rígides: la dificultat per mantenir la superfície perfectament horitzontal sense esmorteir la vibració, un rang de freqüències molt petit en el qual s'aconguessin resultats i la necessitat d'utilitzar intensitats massa elevades. Aquests tres factors van fer que el prototip A quedés descartat i se seguís la investigació en el prototip B.

PROTOTIP B: membranes elàstiques circulars (experiments 8 - 14)

Primerament, doncs, seguint amb la tendència d'utilitzar l'altaveu gros, es va comprovar quins resultats s'obtenien amb aquest en utilitzar una membrana circular de paper film tensada en un recipient circular de plàstic. Només s'obtenien resultats en freqüències baixes, i a més de mala qualitat, a causa que la membrana tenia tendència a enfonsar-se quan s'acumulava sal en un punt.

En vista dels resultats obtinguts amb el paper film, aquest material es va descartar i es va canviar per un globus tensat en un pot metàl·lic cilíndric. Així es van aconseguir figures semblants però amb volums més baixos i per a un rang de freqüències molt més ampli. No obstant això, el volum seguia sent massa elevat per ser viable.

Llavors, al veure que al parlar en veu alta ressonaven determinades freqüències dins el pot amb certa facilitat, es va provar de generar freqüències cantant a través d'un tub connectat per un extrem amb el pot. Sorprenentment, d'aquesta manera es van aconseguir millors resultats que amb l'altaveu gros, de manera que es va descartar de manera definitiva la utilització de volums alts.

Per poder generar les freqüències a volum baix però amb precisió, es va tornar a l'altaveu petit, i es va provar amb quatre membranes diferents: caixa de bateria, globus de làtex amb diàmetre del pot més gran que l'altaveu, globus de làtex i guant de làtex (les dues últimes, en un pot de les mateixes dimensions que l'altaveu, com l'utilitzat en l'experiment 9). La primera i la segona necessitaven volums alts altra vegada, així que va ser descartada ràpidament la utilització de membranes grans. Les altres dues, en canvi, oferien bons resultats i per un ampli rang de freqüències.



Imatge 12: muntatge final corresponent al Prototip B. Globus de làtex blau.

Imatge 13: muntatge final corresponent al Prototip B. Guant de làtex blanc.

L'experimentació, doncs, havia portat a la conclusió que s'obtenien més bons resultats en una membrana elàstica circular que en un plat metàl·lic rígid. Tot i així, els resultats obtinguts pels grans investigadors en aquest camp són essencialment en plats metàl·lics. Això es pot explicar gràcies al fet que disposaven dels recursos que els permetien transmetre l'ona directament fins a la placa a través d'un sòlid, i no a través de l'aire. Així doncs, no és pas estrany que, quan aquests recursos no hi són, el millor muntatge per obtenir les ones estacionàries sigui una membrana elàstica circular: presenta una alta capacitat per vibrar a volums baixos i es manté sempre horitzontal.

Un cop establert això, però, es feia difícil triar quina de les dues membranes era millor, així que es va decidir quedar-se amb totes dues per al següent apartat, *Testatge i millora del prototip*.

5.1.2. Testatge i millora del prototip

Primerament, per a evitar qualsevol interferència en el correcte funcionament de l'altaveu, s'hi van col·locar quatre potes ajustables, aprofitant els orificis que aquet ja presentava en la carcassa. Així, aquest deixava d'estar recolzat sobre ell mateix i passava a estar subjectat sobre la carcassa, fet que garantia un millor moviment d'aquest. El fet que es poguessin ajustar, va permetre que la superfície pogués estar completament horitzontal independentment de la inclinació del terra.

No obstant això, aquestes potes metàl·liques tenien dos problemes. El primer: feien soroll quan s'apujava el volum de l'altaveu, ja que també vibraven i xocaven contra el terra. Per solucionar-ho es va decidir recobrir-ne la punta amb plastilina, de manera que aquestes vibracions quedessin esmorteïdes. El segon: el fet que fossin quatre potes i no tres dificultava molt el procés d'ajustament del nivell, ja que era molt difícil d'aconseguir que totes quatre estiguessin sempre tocant al terra. Per solucionar-ho, es va decidir construir una altra superfície de fusta que es pogués ajustar a partir de tres potes fàcilment regulables, que es col·locaria sota de l'altaveu i permetria ajustar el nivell fàcilment sense tocar les potes de l'altaveu. Aquesta última millora també va permetre que, afegint una cartolina al lateral de la fusta, la sal no caigués i quedés recollida tota allà mateix; això va facilitar molt el procés d'experimentació.

Aprofitant que les connexions de plastilina entre les potes i la fusta havien sigut realment útils, es va provar de fer el mateix entre la carcassa de l'altaveu i el pot metàl·lic. Va permetre novament evitar vibracions no desitjades, fet que va contribuir a la qualitat del muntatge.

Per millorar els resultats, finalment, es van provar nous granulats com el sucre o la pròpia sal passada per un sedàs. Es va observar que el millor granulat de tots era la sal colada, ja que el sucre seguia sent més gros i, conseqüentment, formava figures més imprecises.

En aquest punt, doncs, amb el millor muntatge possible i el millor granulat possible ja només quedava comprovar quines característiques havien de tenir el pot i la membrana. Aquest aspecte, però, requeria una experimentació més rigorosa, així que es va decidir incloure aquesta part del treball en l'apartat 5.2. *Realització dels experiments*. Així doncs, el següent pas va consistir en la construcció del muntatge definitiu per a poder començar amb l'experimentació central del treball.

5.1.3. Construcció del muntatge definitiu

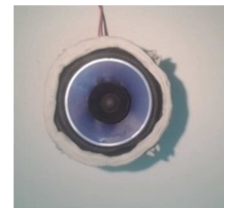
- Suport: fusta llisa rectangular de 36x39cm, dotada de 3 potes ajustables i d'un contorn fet de cartolina per contenir la sal que caigui de la membrana.



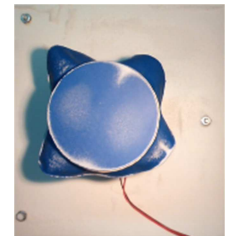
- Altaveu: con dual de 13cm de diàmetre, potència màxima de 100W (potència nominal de 25W) i impedància de 4Ω , dotat de 4 potes (unides entre si per una creu metàl·lica) que permeten mantenir-lo alçat respecte el suport.



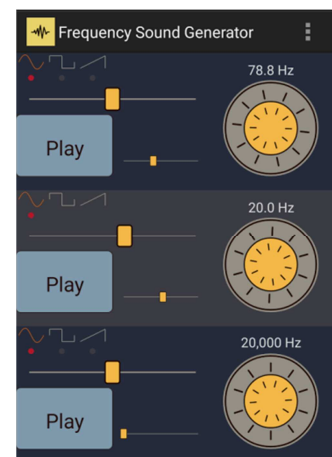
- Esmorteïment: juntes de plastilina entre les potes de l'altaveu i el suport, i entre la carcassa de l'altaveu i el pot, per evitar la interferència en els experiments de la vibració de les carcasses sòlides que subjecten les membranes.



- Superfície: membrana elàstica circular tensada en un pot metàl·lic cilíndric de 129mm de diàmetre i 138mm d'alt. El fet que el pot sigui del mateix diàmetre que l'altaveu permet l'obtenció de millors resultats en volums més baixos, ja que les ones sonores es queden dins del pot. El tipus de membrana elàstica circular es decidirà mitjançant l'experimentació més exhaustiva que es durà a terme en el següent apartat.



- Granulat: sal colada diverses vegades, escampada mitjançant la utilització d'un sedàs per repartir-la a parts iguals per tota la membrana.
- Generació de la freqüència: selecció de la freqüència a través de l'aplicació per a Android "Frequency Sound Generator" (versió 1.20), i amplificació posterior de l'ona mitjançant un amplificador d'una cadena de música convencional.



5.2. Realització dels experiments

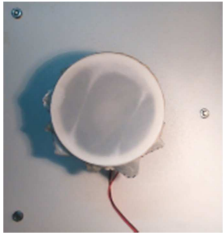
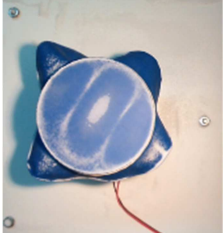
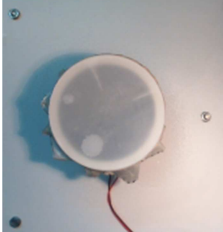
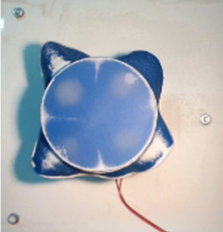

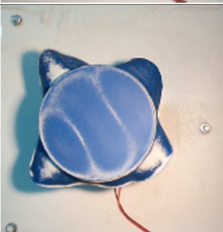
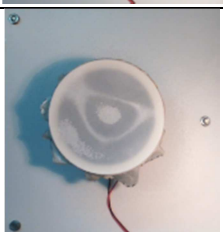
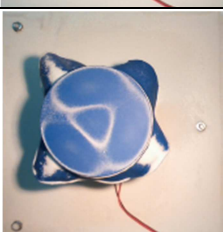
5.2.1. Per a freqüències individuals

Anàlisi per a les dues membranes diferents

Després de la construcció del muntatge definitiu, doncs, es van realitzar els experiments descrits en el disseny de la part pràctica per a les dues membranes de més qualitat aconseguides fins llavors: el guant de làtex i el globus. Els resultats es van recollir en dues taules, una per a cada membrana, en les quals s'hi introduïa cadascuna de les figures i s'hi feia constar la freqüència en què es formaven.⁶

Es va poder observar que, per a una mateixa freqüència, no s'obtenia la mateixa figura en les dues membranes. En canvi, una mateixa figura es formava en totes dues membranes, a freqüències diferents. A més, aquestes figures coincidents sempre apareixien pel mateix ordre:

Taula 2: a tall d'exemple, les primeres 4 figures en les membranes 1 i 2

Superfície 1		Superfície 2	
Freq. (Hz)	Figura	Freq. (Hz)	Figura
304		375	
317		386	
324		395	
372		471	

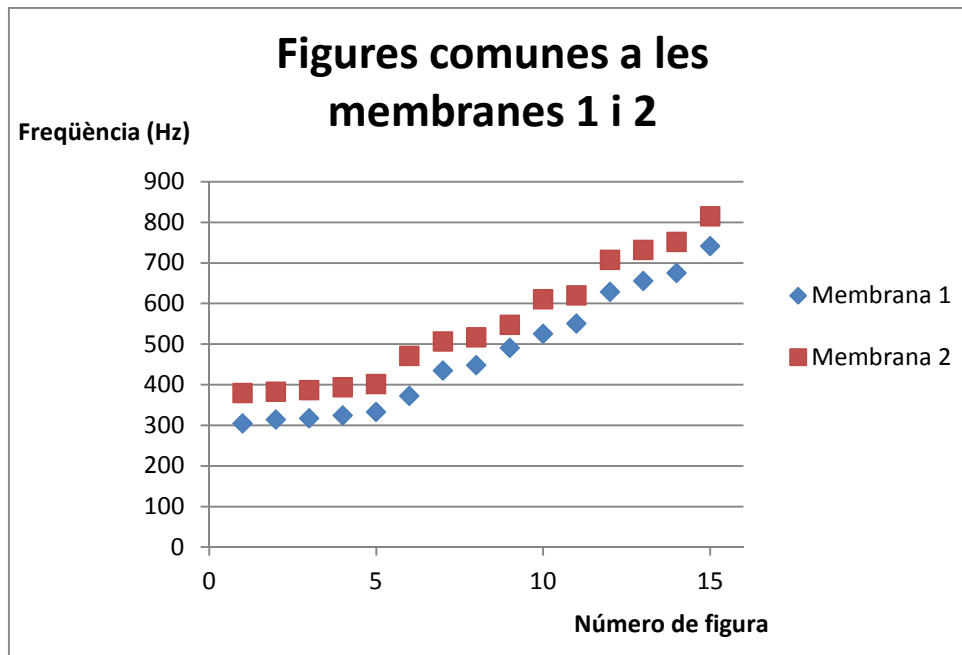
⁶ Vegi's l'Annex 1 i l'Annex 2.

Les figures formades a la membrana 1, doncs, eren més difícils d'identificar que les de la membrana 2. Això pot ser degut a un mal repartiment de la tensió en la membrana, o una capacitat inferior del material per a què s'hi formin ones estacionàries. A més d'aquesta diferència entre les dues membranes, la transició des d'una figura fins la següent era un procés gradual, de manera que va resultar complicat establir objectivament en quina freqüència exacta es tractava d'una nova figura. Aquests dos aspectes, juntament amb possibles errors experimentals causats per interferències, van fer que la major part de les figures, sobretot les més allunyades de la freqüència fonamental, a la pràctica no es poguessin identificar en totes dues membranes.

Tot i així, es podia deduir que les ones estacionàries que es formaven a les dues membranes sí que eren sempre les mateixes, de manera que es va intentar trobar una relació entre les figures coincidents. Així doncs, d'un total de 52 figures documentades en la membrana 1 i de 110 figures en la membrana 2, se'n van seleccionar 15 que visualment s'assemblaven, i es van numerar. Llavors, es va representar gràficament la freqüència a la qual es formaven aquestes figures en cadascuna de les superfícies:

Taula 3: freqüències de les figures coincidents en ambdues membranes

Núm. Figura	Membrana 1	Membrana 2
1	304	379
2	314	382
3	317	386
4	324	393
5	333	401
6	372	471
7	434	506
8	448	516
9	490	547
10	525	610
11	550	620
12	628	707
13	655	732
14	675	751
15	741	814



Gràfic 1: figures comunes a les membranes 1 i 2

Aquest gràfic va servir per visualitzar com la mateixa figura es genera en freqüències més altes o més baixes en funció de les propietats de la membrana. Així doncs, es podia observar que en la superfície 1, més prima i menys tensada, es necessitava menys freqüència per a obtenir les mateixes figures que en la superfície 2, més densa i tensada.

Teòricament, les figures creades en cadascuna de les membranes haurien de tenir una relació de proporcionalitat amb l'augment de la freqüència. En aquest gràfic, però, el fet que les figures es numeressin de forma arbitrària sense poder seguir cap criteri matemàtic va fer que no se n'obtinguessin dues rectes exactes.

Cal remarcar que en aquest gràfic no s'hi va representar la freqüència fonamental, que és aquella en què la membrana vibra tota sencera sense fer cap dibuix més enllà del propi contorn. No es va poder representar perquè experimentalment això succeïa en un ampli rang de freqüències, de més de 200Hz, fet que impossibilitava determinar-la a través dels resultats obtinguts. No obstant això, si el gràfic fos una recta sense distorsions, el punt de tall amb l'eix vertical ens donaria aquesta freqüència fonamental que es volia determinar.

Incorporació d'una 3a membrana per a l'anàlisi de la tensió

Amb aquest objectiu, doncs, es va decidir afegir una tercera membrana. Aquesta, del mateix material que la segona però amb una tensió més baixa, havia de servir per comprovar, a part del tipus de material, com influïa la tensió en la freqüència fonamental i en la resta de figures.


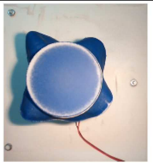
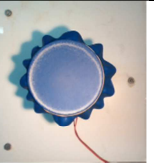
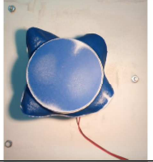
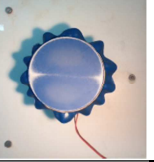
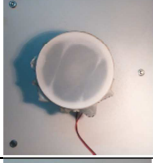
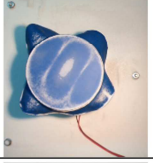
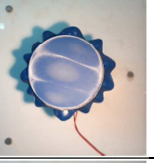

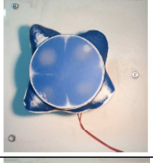
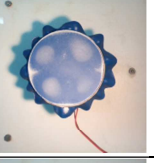

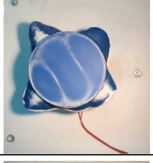
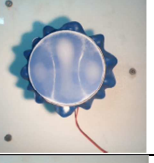
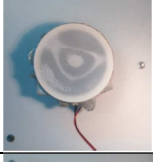
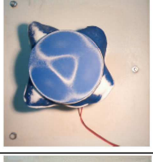
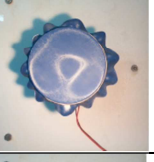
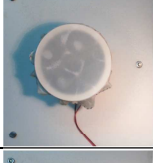
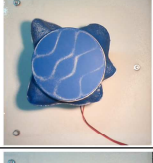
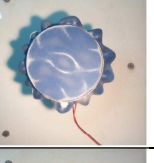
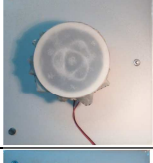
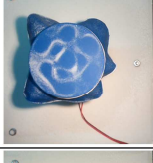
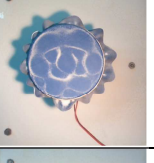
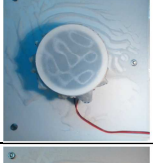
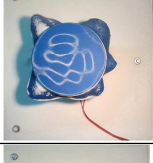
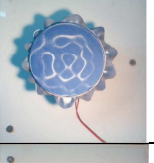

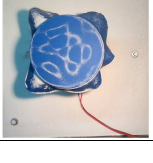
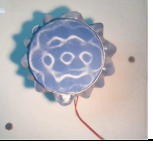
Així doncs, els resultats per a aquesta nova membrana es van recollir de la mateixa manera.⁷ El fet que la tensió fos més baixa va implicar que les figures resultants es formessin en freqüències bastant més greus. Efectivament, les figures obtingudes eren de qualitat i les mateixes que en les altres membranes. Hi havia més coincidències especialment amb la segona membrana, ja que la qualitat de les ones estacionàries en el globus era bastant superior a la qualitat de les figures en el guant. Així doncs, basant-se en les dues últimes superfícies però tenint en compte també la primera, es va crear una nova taula on es visualitzessin les figures coincidents a totes les tres membranes.⁸

Es van obtenir 9 figures principals, dos de les quals coincidien amb dos dels modes de vibració teòrics propis de les membranes circulars. Això va fer que es pogués fer un càlcul, tot i que precari, de la freqüència fonamental de cada membrana a partir d'aquests modes teòrics. Així doncs, a la primera fila de la següent taula s'hi ha representat en vermell el rang de freqüències a la qual s'obtenia experimentalment la fonamental, i en verd la fonamental teòrica obtinguda posteriorment.

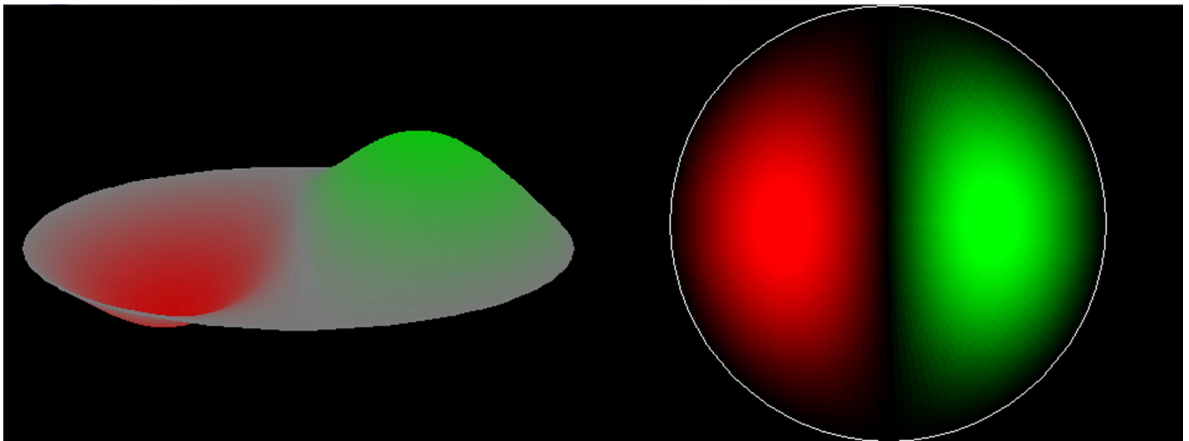
⁷ Vegi's l'Annex 3.

⁸ Vegi's l'Annex 4.

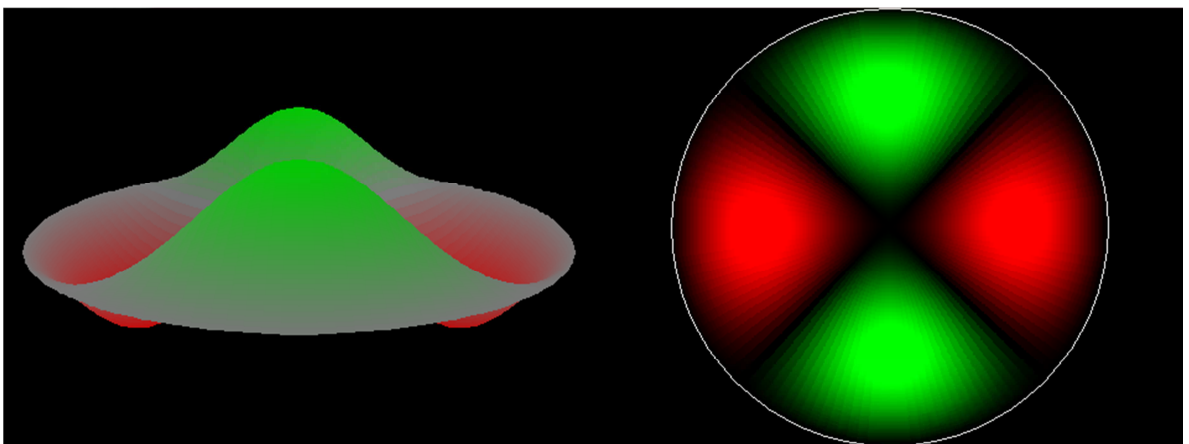
Taula 4: figures coincidents en les tres membranes

Núm. Figura	Superfície 1		Superfície 2		Superfície 3	
	Freq.	Figura	Freq.	Figura	Freq.	Figura
0	50-250 148		40-270 177		50-72 60	
1	---	---	276 inestable		95 inestable	
2	304		375		126	
3	317		386 inestable		130 inestable	
4	324		395		141	
5	372		471		166	
6	525		598		195	
7	741		814		268	
8	902		992		341	
9	968		1021		363	

D'aquestes nou figures comunes a totes les superfícies, doncs, només dues es corresponen clarament amb dos dels modes de vibració propis de les membranes circulars: la figura 1 i la figura 3. Aquests modes propis teòrics es van obtenir mitjançant un simulador 3D creat per Paul Falstad⁹:



Imatge 14: mode de vibració (1,1) obtingut al simulador 3D

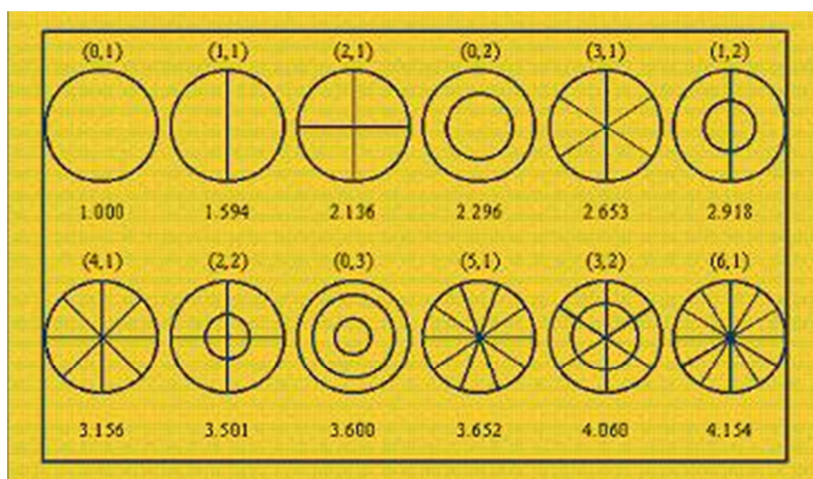


Imatge 15: mode de vibració (2,1) obtingut al simulador 3D

És remarcable que, a diferència de la resta de figures obtingudes experimentalment, les figures 1 i 3 eren inestables: la seva forma canviava en funció de la intensitat que s'hi aplicava. No es va poder trobar cap explicació per a aquest fet aparentment contradictori.

⁹ FALSTAD, PAUL – *Circular Membrane Waves Applet* – <<http://www.falstad.com/circosc/index.html>> / <<http://www.falstad.com/circosc/directions.html>>

En la imatge següent, la figura 1 es correspon amb el mode de vibració (1,1), i la figura 3, amb el mode (2,1). La primera xifra indica el nombre de diàmetres de la figura, mentre que la segona xifra indica el nombre de circumferències concèntriques. A sota de cada mode de vibració representat a la següent imatge, hi ha indicada la relació amb la freqüència fonamental.



Imatge 16: modes de vibració propis de les membranes elàstiques circulars

Es va decidir, doncs, crear la mateixa taula i el mateix gràfic que per a dues freqüències. Aquest cop, però, es va decidir calcular la freqüència fonamental teòrica de cada membrana a partir de les figures 1 i 3, i llavors obtenir la relació de totes les altres figures respecte la fonamental.

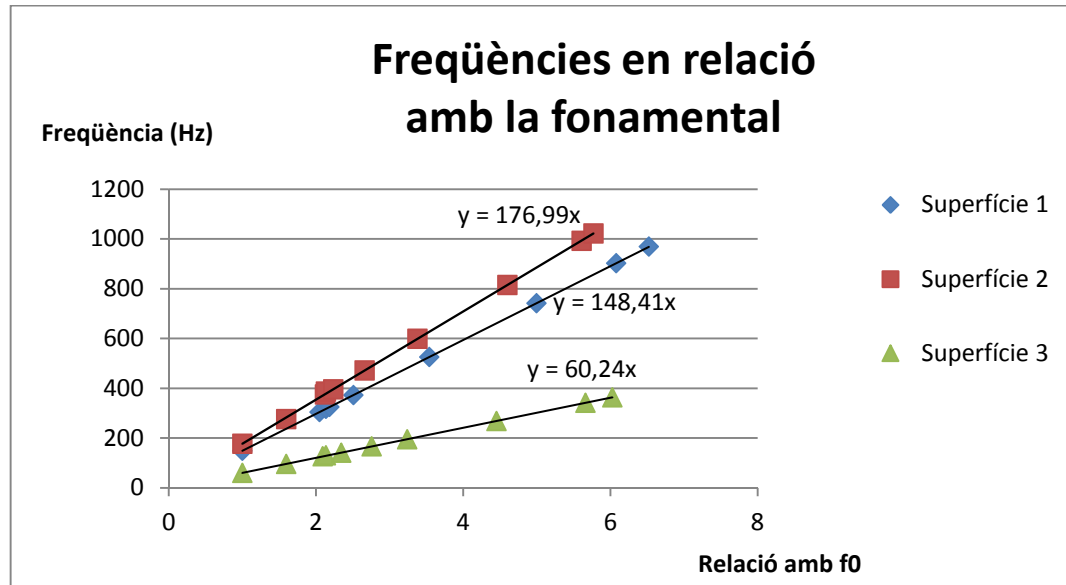
A la taula es van representar en color negre els resultats experimentals o teòrics, en verd, els càlculs teòrics de les freqüències, i en blau, els càlculs fets a partir de les dades en color verd.

Taula 5: freqüències de les figures coincidents, i relació amb la freqüència fonamental

Núm. Figura	Superfície 1		Superfície 2		Superfície 3	
	Freq	Relació f0	Freq	Relació f0	Freq	Relació f0
0	148	1	177	1	60	1
1	---	---	276	1,594	95	1,594
2	304	2,048	375	2,119	126	2,092
3	317	2,136	386	2,136	130	2,136
4	324	2,183	395	2,233	141	2,341
5	372	2,507	471	2,662	166	2,756
6	525	3,538	598	3,380	195	3,238
7	741	4,993	814	4,601	268	4,450
8	902	6,078	992	5,607	341	5,662
9	968	6,523	1021	5,771	363	6,027

Les dades de color blau, doncs, eren les menys fiables, ja que provenien del càlcul de la freqüència fonamental, que s'havia realitzat prèviament a partir de només dues de les figures obtingudes (les figures 1 i 3).

A partir d'aquesta taula, doncs, es va representar gràficament les freqüències en funció de la relació que tenien amb la freqüència fonamental calculada:

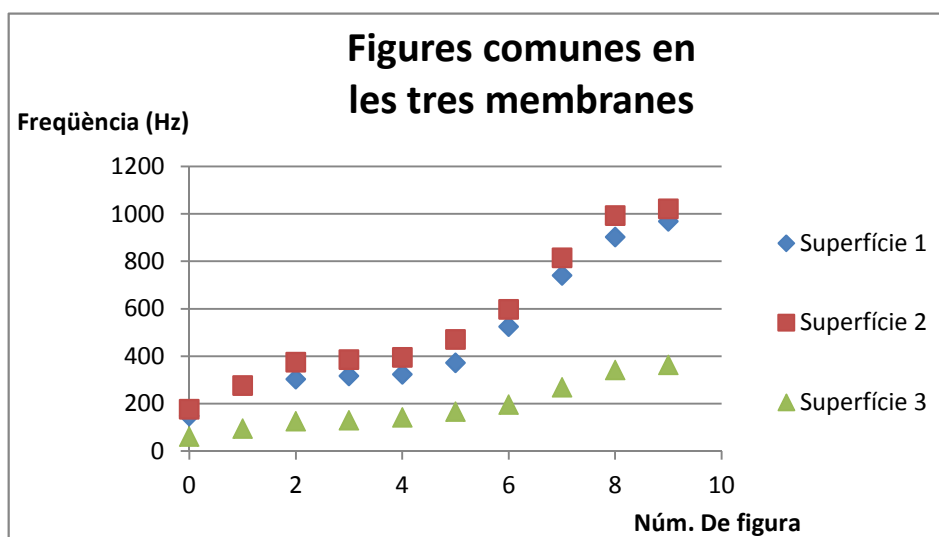


Gràfic 2: relacions de les freqüències amb la fonamental

Aquest gràfic, però, estava buit de significat: el punt de tall amb els eixos indica només que a una freqüència 0Hz obtenim la fonamental multiplicada per 0, és a dir, cap figura, mentre que el pendent ens indica la fonamental mateixa que ja hem calculat. A part d'això, com que cada punt es correspon a una figura, i aquesta hauria de tenir la mateixa relació en totes les membranes, els punts de les tres rectes haurien d'estar alineats verticalment.

Per aconseguir-ho, necessitaríem establir aquestes relacions de forma teòrica, tal com es va fer en les figures 1 i 3. D'aquesta manera, sense introduir la fonamental, el pendent del gràfic equivaldria a la fonamental teòrica. De fet, si representéssim gràficament només aquelles figures de les quals en coneixem la relació amb la fonamental (figures 1 i 3), obtindríem rectes amb només dos punts, el pendent dels quals seria el que ja s'ha calculat en color verd a la taula. Així doncs, el càlcul de la fonamental seguia sense poder-se comprovar.

Es va decidir, doncs, retornar al primer tipus de gràfic, ja que les dades representades eren totes experimentals i no es produïen aquest tipus d'ambigüitats. D'aquesta manera, el gràfic obtingut per a les 9 figures coincidents a les tres membranes va ser el següent:



Gràfic 3: figures comunes a les tres membranes

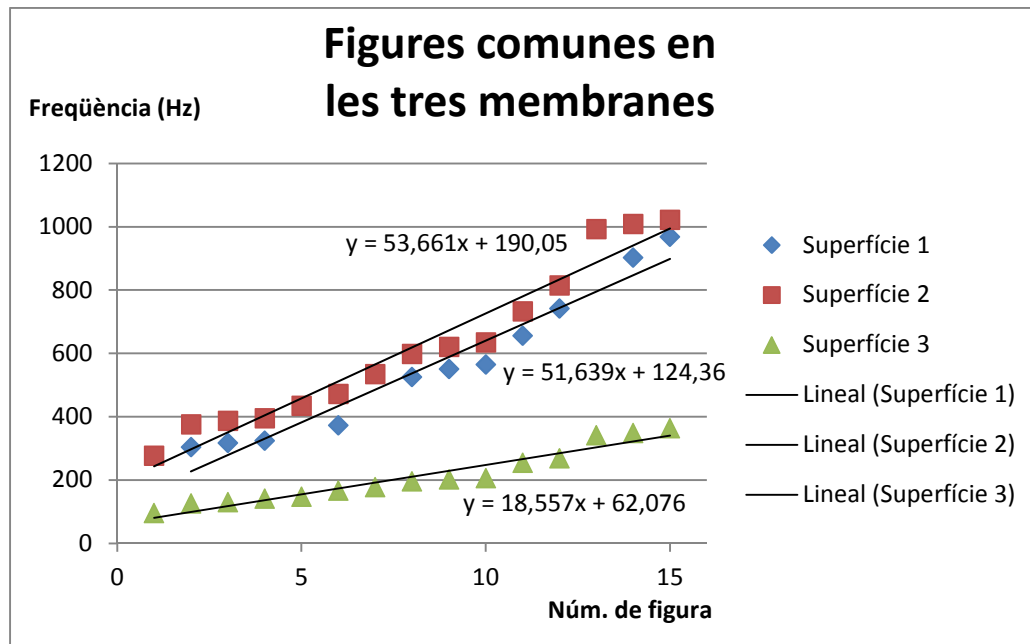
En aquest gràfic, però tornava a haver-hi el problema que les figures establertes arbitràriament no tenien una separació regular entre elles, fet que distorsionava el gràfic. Així doncs, es va decidir incrementar el nombre de figures en aquells punts on no se n'havia triat cap.

Increment del nombre de figures seleccionades

Es van afegir, doncs, 6 noves figures intermèdies. Això va permetre que la separació entre les figures seleccionades fos més regular, però alhora va comportar que les noves figures no coincidissin tan rigorosament com les primeres. Així doncs, la taula i el gràfic resultants van ser els següents:

Taula 6: ampliació de la taula 5, augmentant el nombre de figures

Núm. Figura	Superfície 1		Superfície 2		Superfície 3	
	Freq	Relació f0	Freq	Relació f0	Freq	Relació f0
0	148	1	177	1	60	1
1	---	---	276	1,594	95	1,594
2	304	2,048	375	2,119	126	2,092
3	317	2,136	386	2,136	130	2,136
4	324	2,183	395	2,233	141	2,341
5	---	---	434	2,453	147	2,441
6	372	2,507	471	2,662	166	2,756
7	---	---	534	3,018	177	2,939
8	525	3,538	598	3,380	195	3,238
9	550	3,706	620	3,504	201	3,337
10	564	3,800	634	3,583	206	3,420
11	655	4,414	732	4,137	254	4,217
12	741	4,993	814	4,601	268	4,450
13	---	---	992	5,607	341	5,662
14	902	6,078	1008	5,697	348	5,778
15	968	6,523	1021	5,771	363	6,027



Finalment, doncs, aquest és el gràfic amb la separació entre figures més regular possible. D'aquesta manera, es va poder comprovar que el punt de tall amb l'eix vertical equival a la freqüència fonamental. Aquesta freqüència fonamental, tot i ser calculada de forma diferent, era semblant a la calculada anteriorment, de manera que es va poder comprovar que, efectivament, les figures obtingudes seguien en totes les membranes la mateixa proporció respecte la freqüència fonamental.

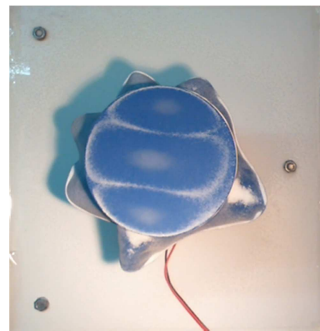
Es va poder concloure que, tot i que aparentment les dues superfícies generaven figures diferents, ni la tensió ni el material influeixen realment en quines figures es formen. Conseqüentment, es va poder deduir que paràmetres com la tensió o el material tan sols determinen a quina freqüència i a quina intensitat es generen les figures, que són comunes per a totes les membranes circulars elàstiques.

L'altre conclusió important que es va poder extreure d'aquestes proves és que a la segona membrana s'obtenien figures de més qualitat que en les altres, fet que facilitava molt el procés d'anàlisi i comparació. Així doncs, per a la realització del següent subapartat, l'anàlisi per a combinacions de freqüències simultànies, es va optar per utilitzar la membrana circular elàstica número 2, el globus, ja que les ones estacionàries eren les mateixes i es veien millor.

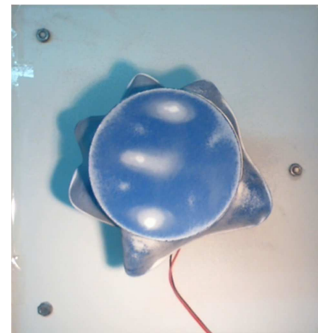
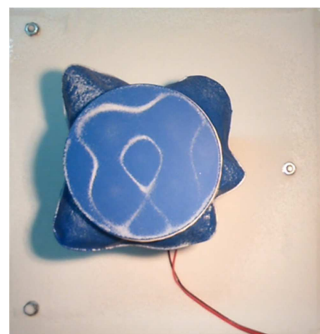
5.2.2. Per a combinacions de freqüències

Per dur a terme l'experimentació, doncs, es va utilitzar la segona membrana. Primerament, es va agafar la primera freqüència a la qual es formava una figura i es va decidir deixar-la constant, en valor de fonamental. Llavors, se li va afegir una segona freqüència al damunt. Aquesta començava a l'uníson amb la primera, i s'anava incrementant, passant per totes les freqüències, fins a arribar al quart harmònic, ja que més enllà de 1100-1200Hz s'obtenien figures massa complexes per ser analitzades sense errors. Les figures es van guardar en una altra taula molt similar a les anteriors.¹⁰

Es va fer aquesta comprovació també per a la figura número 2, per contrastar els resultats, i es va poder comprovar el següent: les figures resultants de dues freqüències simultànies eren sempre una combinació de les dues figures per separat. Per tant, a l'afegir una freqüència que produís una figura diferent, en la figura resultant només es veien bé aquells punts que hi coincidien:

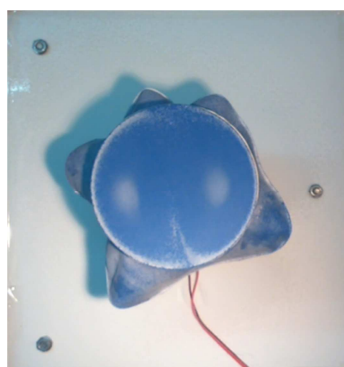


+

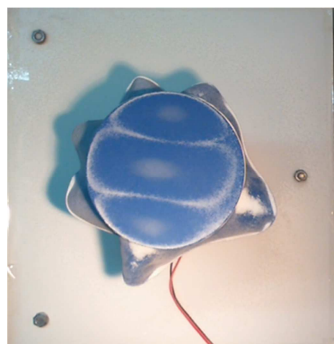
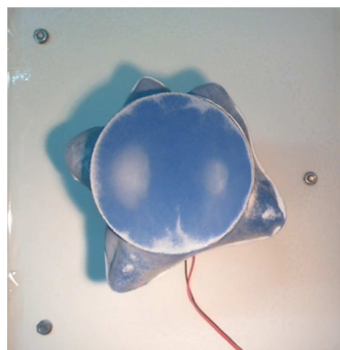
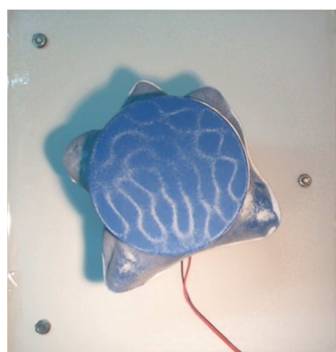


¹⁰ Vegi's l'Annex 5.

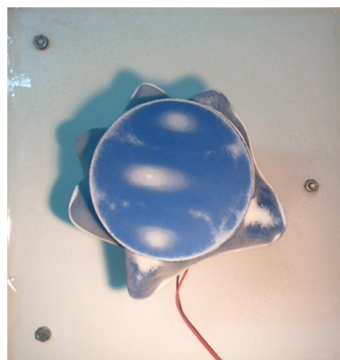
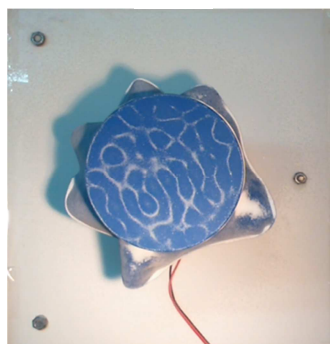
No obstant això, en la majoria dels casos predominava la freqüència greu sobre l'aguda, tal com es pot veure en els següents exemples:



+



+



Així doncs, la continuació de l'anàlisi en dues freqüències simultànies va resultar ser innecessària, ja que ja s'havia comprovat que en superposar dues figures nodals (dues ones estacionàries) s'obtenia la suma d'aquestes dues. Això, juntament amb els resultats obtinguts per a una freqüència, eren tots els resultats necessaris per a poder verificar o refutar les hipòtesis inicials.

*Com a suport a les taules adjuntades als annexos, s'han penjat al blog d'aquest treball tots els vídeos de l'experimentació, tant per una freqüència com per dues freqüències simultànies. Tal i com s'ha dit anteriorment, l'enllaç al blog és el següent:

<[http://TreballDeRecerca\[REDACTED\].blogspot.com](http://TreballDeRecerca[REDACTED].blogspot.com)>

5.3. Recopilació dels resultats

Sobre la construcció del plat:

- La millor superfície d'entre les deu que s'han provat és el globus de làtex, disposat com a membrana elàstica circular. Aquesta superfície genera ones estacionàries sense necessitat d'utilitzar grans intensitats sonores, i és molt més fàcil que les altres superfícies de mantenir perfectament horitzontal.
- El diàmetre del pot que suporta la membrana ha de ser pràcticament idèntic al de l'altaveu per obtenir una millor visualització de les ones estacionàries amb la mateixa intensitat sonora.
- Les juntes de plastilina entre l'altaveu i el terra permeten aïllar mecànicament el sistema del medi i evitar així possibles influències externes, així com permeten assegurar que les potes de l'altaveu es mantinguin immòbils tot i la vibració d'aquest. Les juntes de plastilina entre l'altaveu i el pot permeten que el pot quedi aïllat mecànicament respecte l'altaveu (assegurant així la transmissió per l'aire de les ones i no pel propi pot), i fan a més que l'espai entre l'altaveu i la membrana quedi tancat hermèticament, de manera que es necessita menys intensitat sonora per a la correcta transmissió de les ones i per a una millor resolució de les imatges.
- El millor granulat d'entre els quatre que s'han provat (boletes de pasta, farina, sal i sal colada) és la sal colada, ja que s'adapta amb més facilitat a les línies nodals que es creen a la membrana circular elàstica. Durant el procés de colar la sal, a més de seleccionar-ne els grans més petits, també se'n van esmicolar molts espontàniament, per la fricció amb la resta de la sal. Aquest fet permet que no només es produeixi la distinció *hi ha sal / no hi ha sal*, sinó que es pot veure que a les línies nodals principals s'hi acumulen els grans de sal de mida mitjana (estables, quiets sobre la membrana) mentre que als punts nodals més inestables la sal més fina és l'única que s'hi manté (rebotant contínuament però sense marxar del punt nodal feble).

Sobre les figures obtingudes per a una freqüència simultània:

- Sempre s'ha observat la mateixa successió de figures nodals i pel mateix ordre, independentment de qualsevol dels paràmetres estudiats (tensió, tipus de membrana elàstica).
- L'altura a la qual es comença la successió de figures nodals ve determinada per la tensió de la membrana.
- La resta de figures es formen sempre seguint la mateixa proporció respecte la freqüència fonamental pròpia de la membrana.

Sobre les figures obtingudes per a dues freqüències simultànies:

- Com que es tracta de la superposició de dues ones estacionàries diferents, podem establir a més que les figures que s'han format no tenien només línies nodals i ventres, sinó que tenien sempre tres tipus de vibració a la membrana: nodes totals (punts estacionaris coincidents a les dues figures), ventres totals (punts que vibren a màxima amplitud coincidents a les dues figures) i nodes parcials (els ventre de només una de les dues figures per separat). Aquests últims són punts que vibren (a diferència dels nodes totals), però que vibren menys que els ventres totals, de manera que una part de la sal més fina és capaç de mantenir-s'hi però la major part d'aquesta se'n va cap als nodes totals o fora de la membrana.
 - Conseqüentment, la figura resultant de dues freqüències simultànies és sempre la combinació (superposició) de les dues figures per separat.
 - Aquesta combinació o superposició de dues figures nodals no és en relació d'igualtat, sinó que preval sempre la figura de la freqüència més greu.
- Això provoca que, ja que la freqüència greu -la fonamental- s'ha mantingut fixada en aquest estudi, la figura resultant és pràcticament sempre la mateixa, independentment de quina sigui la relació entre les dues freqüències.

6. Conclusions

Després de tots els experiments realitzats en aquest treball, i dels resultats que se n'han derivat, podem arribar a les següents conclusions:

Sobre la construcció del cimatoscopi:

Hipòtesi inicial: *"El plat quadrat metàl·lic serà el que formarà unes figures més ben definides, a causa de la seva rigidesa i estabilitat."*

Conclusió: La membrana elàstica circular és la millor superfície d'entre les deu que s'han testat experimentalment ja que requereix intensitats sonores més baixes per a la creació d'ones estacionàries, i pot crear-les amb molta més precisió a causa de la seva elasticitat.

Sobre les figures obtingudes:

- **Hipòtesi 1:** *"Les combinacions de freqüències que presentin una relació matemàtica més simple formaran figures més semblants a les que es formarien amb les dues freqüències per separat."*
- **Hipòtesi 2:** *"A l'afegir una freqüència múltiple sobre de la fonamental, aquesta només afegirà matisos sobre la mateixa figura principal."*
- **Hipòtesi 3:** *"Com més complexa sigui la relació matemàtica menys intel·ligible serà la figura resultant, fins a l'extrem que les figures quedaran tant difuminades que no es podran distingir correctament."*

Aquestes tres hipòtesis en realitat consten totes tres d'una primera meitat comuna i d'una segona part que les diferencia. La part comuna implícita en totes elles té a veure amb les relacions matemàtiques entre les freqüències, mentre que la segona part de cadascuna d'elles se centra en els resultats experimentals. Així doncs, a continuació s'explicarà el tractament que s'ha fet de la hipòtesi implícita comuna en totes elles, i posteriorment es procedirà a l'aclariment de les tres hipòtesis per separat.

Hipòtesi implícita: *"Les freqüències que presentin una relació matemàtica simple entre si també generaran formes semblants entre si."*

Aquesta hipòtesi matemàtica no s'ha pogut demostrar:

- Si s'agafen de referència les figures semblants entre si, no s'ha observat que hi hagi cap relació matemàtica entre elles.
- Per contra, si ens centrem en els múltiples d'una suposada freqüència fonamental, tampoc es veu cap semblança entre les figures obtingudes.

Això es deu al fet que, contràriament al que s'esperava, aquest apartat és d'una dificultat matemàtica que supera el nivell de 2n de Batxillerat. Tot i aquesta dificultat, s'ha pogut comprovar que la relació matemàtica hi segueix sent, però que no és la relació esperada en un principi. Inicialment es considerava que els harmònics de la membrana (bidimensional) equivalien als harmònics del so (unidimensional) pel que fa a la relació matemàtica. És a dir, es creia que quan es fes sonar un harmònic del so fonamental, també estaria vibrant el mateix harmònic a la membrana, fent així correspondre els diversos modes de vibració amb els harmònics de les ones sonores. Al comprovar que aquesta correspondència no es dóna a la realitat, ha estat impossible de realitzar el càlcul matemàtic teòric dels harmònics de la freqüència fonamental pròpia de la membrana.

En resum, s'ha refutat la relació matemàtica que plantejava la hipòtesis, ja que s'estava considerant que els harmònics de l'ona sonora i els harmònics de la membrana coincidirien. Així doncs, no s'ha pogut establir la relació entre les figures semblants entre si i les raons matemàtiques de les freqüències superposades.

No obstant aquestes complicacions matemàtiques, les tres hipòtesis contenien totes una segona part que és independent d'això, de manera que podem establir el següent:

- 1- **Hipòtesi 1 (segona part):** *La figura resultant en superposar dues freqüències és la suma de les dues figures per separat. Aquesta figura resultant s'assemblarà a totes dues per igual.*

Conclusió: La figura resultant és la combinació de les dues figures originals, però no en relació d'igualtat, sinó que la figura corresponent a la freqüència greu sempre predomina sobre l'altra.

La suma de dues ones estacionàries és la superposició d'aquestes dues. D'aquesta manera, la figura resultant està constituïda pels punts nodals que les dues figures tenen en comú. Així doncs, les figures resultants de superposar dues freqüències de forma simultània són més ben definides quan les dues figures s'assemblen, ja que hi ha més punts nodals en comú i la figura resultant no pateix gaire variacions.

- 2- **Hipòtesi 2 (segona part):** *Les figures semblants entre si generen figures resultants en les quals es manté un patró principal comú, i sobre aquest patró es van afegint només alguns matisos.*

Conclusió: Això passa en totes les combinacions de freqüències, a causa que la freqüència greu predomina. Així doncs, no és que s'afegeixin matisos sobre la part coincident de les dues figures, sinó que s'afegeixen matisos sobre la figura de la freqüència més greu, independentment de si coincideix o no amb l'altra figura.

3- **Hipòtesi 3 (segona part):** *La nitidesa amb què es definirà la figura resultant depèn de la relació de semblança entre les dues figures.*

Conclusió: Aquesta part de la 3a hipòtesi és certa, però implica que la conclusió resultant s'oposa en certa manera a la hipòtesi original: les figures més semblants entre si no es produeixen en freqüències múltiples l'una de l'altra sinó quan hi ha molt poca variació en la freqüència. Si la variació de la freqüència és pràcticament nul·la, tot i la relació matemàtica complexa (dissonància), la figura resultant és la mateixa, ja que les dues figures per separat no han patit pràcticament cap variació l'una respecte l'altra.

Finalment, per resumir les conclusions de forma breu i simple, podríem afirmar el següent:

1. Les figures de Chladni que es formen en una membrana circular elàstica són independents als següents paràmetres: tensió, densitat i dimensions de la membrana. Tots aquests aspectes només influeixen en quina és la freqüència fonamental pròpia de cada membrana a partir de la qual es comencen a generar les figures.
2. Al barrejar dues figures nodals s'obté la suma d'aquestes dues figures (és a dir, la superposició entre les dues ones estacionàries que les formen). Si bé és cert que la figura corresponent a la freqüència més greu predomina visualment en la figura resultant, això segueix sent compatible amb el fet que quan dues figures siguin més semblants entre si, la figura resultant serà més ben definida.
3. La relació matemàtica que relaciona les figures semblants entre si no es correspon directament amb la relació matemàtica que relaciona els sons semblants entre si. Així doncs, amb els recursos de què es disposava no s'ha pogut establir cap relació entre els harmònics de les ones sonores i els harmònics de les ones estacionàries en les membranes elàstiques circulars. Conseqüentment, la hipòtesi inicial principal ha quedat refutada: no s'ha pogut trobar cap relació directa entre l'harmonia musical -és a dir, la ciència que estudia les relacions matemàtiques entre les ones sonores, bàsiques per a la construcció dels acords i de les escales musicals- amb la cimàtica -és a dir, la ciència que estudia la visualització de les ones estacionàries en una superfície.

Propostes de millora del muntatge:

Hi ha hagut varis aspectes del muntatge que, tot i resultar ser els millors d'entre els que s'han testat, han aportat errors i interferències notables en els resultats:

1. L'ús d'un pot cilíndric com a suport per a la membrana. El pot feia que no es necessitessin intensitats tant altes per a la creació de les figures, però actuava com a caixa de ressonància, creant i amplificant freqüències harmòniques no desitjades que interferien en els resultats. Aquestes freqüències no van poder ser determinades atesa la dificultat del seu càlcul teòric. Així doncs, seria recomanable la eliminació del pot cilíndric en nous experiments per evitar aquest tipus d'errors; en el seu lloc, es proposa la utilització d'una anella rígida per a suportar la membrana.
2. L'ús de plastilina per a tancar l'espai entre l'altaveu i la membrana dins el pot. Aquest procediment només serveix per amplificar l'efecte ressonant del pot i els errors que aquest comporta.
3. L'ús de materials reciclats per a l'elaboració del muntatge. Això va permetre, sens dubte, construir el cimatòscopi de manera molt més econòmica, però va exigir una adaptació de l'experimentació al material del qual es disposava. L'ideal, doncs, seria poder realitzar els experiments en un cimatòscopi professional, fiable en la generació de les ones i precís en l'obtenció de les Figures.

Propostes de millora de plantejament:

La cimàtica, tot i ser molt útil per a visualitzar ones estacionàries creades per ones sonores, no es pot utilitzar per representar l'harmonia musical. Així doncs, si l'objectiu segueix sent visualitzar la vessant matemàtica de les lleis que regeixen la música, aquesta via d'investigació no serveix per complir l'objectiu. Així doncs, els nous estudis que pretenguin visualitzar l'harmonia musical no podran utilitzar la cimàtica, sinó que hauran d'utilitzar altres tècniques.

No obstant això, la cimàtica té encara moltes vies d'investigació en què pot ser d'extrema utilitat, sempre i quan se centri en l'estudi d'una sola freqüència. Un exemple seria l'estudi de les Figures de Chladni per a mateixes freqüències tocadetes amb instruments musicals diferents. Aquest anàlisi podria servir per a analitzar la característica sonora del timbre, definint millor el timbre característic de cada instrument, aportant així nous paràmetres a tenir en compte per a millorar-ne la seva construcció.

En resum, doncs, l'aportació d'aquest treball ha estat que la cimàtica queda descartada com a via d'investigació per a la visualització de l'harmonia musical. Això implica, doncs, que cal seguir investigant, d'una banda, per a trobar més utilitats a aquesta ciència, i d'altra banda, per a descobrir noves possibles maneres de fer realitat la visualització de la música, fonamental per a poder arribar a comprendre algun dia la clau de l'èxit d'aquest art que, més que un art, hauria de ser considerat una ciència.

7. Bibliografia

7.1. Bibliografia

7.1.1. Llibres:

- TIPLER, PAUL ALLEN; MOSCA, GENE. *Física para la ciencia y la tecnología*. Vol. 1: *Mecánica. Oscilaciones y ondas. Termodinámica*. Editorial Reverté [Edició 5a, 2005. Reimpressió: 2007]. ISBN: 978-84-291-4411-6
- *Física 2n Batxillerat*. Editorial Vicens Vives.
- PIERCE, JOHN ROBINSON. *Los sonidos de la música*. Editorial Biblioteca Scientific American. ISBN: 84-7593-009-3
- GOLDÁRAZ GAÍNZA, J. JAVIER. *Afinación y temperamento en la música occidental*. Editorial Alianza Música. ISBN: 84-206-8558-5
- CANDÉ, ROLAND DE. *Diccionari de la música*. Editorial Edicions 62.

7.1.2. Documents:

- COMAS, CATERINA [et al.]. *Ciència i música: física dels instruments de l'orquestra*. <<http://hdl.handle.net/2072/13359>> [Consulta: 8/11/2015]
- ÁLVAREZ, YANET [et al.] (Universidad Nacional de La Plata, Argentina). *Patrones de Chladni y factor de calidad para una tapa trasera de guitarra*. <<http://goo.gl/XOycWs>> [Consulta: 8/11/2015]
- ARANGO, JAIME [et al.] (Universidad del Valle, Cali, Colombia). *Chladni figures in drums*. <<http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4086870.pdf>> [Consulta: 8/11/2015]
- 2. *Vibración de una placa cuadrada*. <<http://goo.gl/f5aAVT>> [Consulta: 8/11/2015]

7.2. Webgrafia

Estat de la qüestió:

- Recercat: Dipòsit de Recerca de Catalunya. <<http://www.recercat.cat/>> [Consulta: 26/02/2015]
- Recerca [redacted]. <[http://recerca\[redacted\].blogspot.com.es/](http://recerca[redacted].blogspot.com.es/)> [Consulta: 26/02/2015]
- Google Acadèmic. <<http://scholar.google.cat/>> / <<http://scholar.google.com/ncr>> [Consulta: 26/02/2015]
- Google Advanced Search. <http://www.google.com/advanced_search> [Consulta: 26/02/2015]
- Fundació Dialnet. <<http://dialnet.unirioja.es>> [Consulta: 26/02/2015]

Fonaments teòrics:

VIQUIPÈDIA

- Ernst Chladni. <http://en.wikipedia.org/wiki/Ernst_Chladni> [Consulta: 8/11/2015]
- Figures de Chladni. <http://es.wikipedia.org/wiki/Figuras_de_Chladni> [Consulta: 8/11/2015]
- So. <<http://ca.wikipedia.org/wiki/So>> [Consulta: 8/11/2015]
- Ona estacionària. <http://ca.wikipedia.org/wiki/Ona_estacionària> [Consulta: 8/11/2015]
- Node. <[http://en.wikipedia.org/wiki/Node_\(physics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Node_(physics))> [Consulta: 8/11/2015]
- Harmònic. <<http://ca.wikipedia.org/wiki/Harmònic>> [Consulta: 8/11/2015]
- Afinació Pitagòrica. <http://es.wikipedia.org/wiki/Afinación_pitagórica> [Consulta: 8/11/2015]
- Temperament just. <http://es.wikipedia.org/wiki/Temperamento_justo> [Consulta: 8/11/2015]
- Temperament igual. <http://es.wikipedia.org/wiki/Temperamento_igual> [Consulta: 8/11/2015]
- Ressonància acústica. <http://en.wikipedia.org/wiki/Acoustic_resonance> [Consulta: 8/11/2015]

YOUTUBE

- "PHYSICS GIRL". *Singing plates - Standing Waves on Chladni plates*. <<https://youtu.be/wYoxOJDrZzw>> [Consulta: 8/11/2015]
- HARADA, CESAR. *Chladni vibrating membrane (Part 1)*. <<https://youtu.be/3WHRIMecov8>> [Consulta: 8/11/2015]
- IZQUIERDO, AMPARO [et al.] (Laboratorio de Física General. Facultad de Ciencias. Universidad Complutense de Madrid) <<http://youtu.be/9b1ESUsQeHU>> [Consulta: 8/11/2015]

ALTRES PÀGINES:

- Enciclopèdia.cat. <<http://www.enciclopedia.cat/>> [Consulta: 8/11/2015]
- DIEC2. <<http://dlc.iec.cat/>>

Simulació dels Resultats:

- FALSTAD, PAUL _ *Circular Membrane Waves Applet* _
<<http://www.falstad.com/circosc/index.html>> /
<<http://www.falstad.com/circosc/directions.html>> (08/11/2015)

8. Agraïments

Agraeixo a totes les persones que m'han ajudat d'alguna manera o altra en l'elaboració d'aquest estudi:

- A [REDACTED], perquè tot i no ser la meva tutora s'ha implicat molt en aquest treball i m'ha ajudat a entendre els conceptes teòrics de la vessant més física.
- A la [REDACTED] i en [REDACTED], per l'esforç i dedicació que han invertit en les xerrades de treball de recerca, que han sigut d'especial utilitat.
- A en [REDACTED] i la [REDACTED], per a ajudar-me a comprendre millor els fenòmens ondulatoris i els conceptes bàsics que hi estan relacionats, fent-me adonar així dels errors de plantejament que m'impedien avançar.
- A [REDACTED], [REDACTED] i [REDACTED], professors d'altres centres de secundària, per als consells i orientacions que m'han donat per poder seguir amb el treball.
- A [REDACTED](UdG) i [REDACTED](UPC) per a acceptar posar-se en contacte amb mi i orientar-me i ajudar-me a veure les mancances i virtuts del treball realitzat.

I especialment als meus tutors [REDACTED] i a [REDACTED] per l'ajuda i implicació que han tingut durant la realització d'aquest treball i per donar-me sempre les millors indicacions sobre com millorar constantment el meu estudi.