ANNEXOS

ÍNDEX

- Annex 1: Imaginary 2

- Annex 2: El GeoGebra 9
  1. La página oficial del Geogebra 9
  2. Instal.lació del programa 10
  3. L'entorn de treball 14
  4. Entrades geomètriques 17
  5. Entrades algebraiques 23
  6. Comandaments 26
  7. Opcions menú 27
  8. Característiques especials 28
  9. Recull construccions d'elaboració pròpia 30
  10. Explicació de com he elaborats applets de GeoGebra 32

- Annex 3: Demostracions de les singularitats 34

ANNEX 1. IMAGINARY

En aquest annex hi trobareu tots els esdeveniments que s'han celebrat relacionats amb IMAGINARY des del primer que es va celebrar a Munich l'any 2008 per celebrar l'any internacional de les matemàtiques fins els que hi han programats fins el desembre de2014.

Si observem aquest llistat veiem que se'n celebren molts i arreu del món.

Reunió d'agents de comunicació de la ciència 3 desembre 2014 a desembre 4, 2014
Mediació i compartir plataformes científiques en PROTO204 2 desembre 2014
IMAGINARI a Recklinghausen al Max-Born-Berufskolleg 28 novembre 2014
MILLOR ANIMACIÓ D'ÀUSTRIA 2014 20 novembre 2014
AIMS-IMAGINARI Comunicació / Matemàtiques a l'Àfrica 5 novembre 2014 a novembre 7, 2014
AIMS-IMAGINARI Exposicions 5 novembre 2014 a novembre 7, 2014
AIMS-IMAGINARI a l'Àfrica Fòrum STI 2014 13 octubre 2014 a octubre 16, 2014
IMAGINARI a Moscou 9 octubre 2014 a octubre 11, 2014
SURFIN'MAT 2 octubre 2014 a abril 29, 2015
RSME-imaginari al Planetari d'Osca 2 octubre 2014 a desembre 30, 2014
IMAGINARI a Heidelberg Fòrum Laureate 2014 20 setembre 2014 a setembre 24, 2014
Conferència MATRIX a Dresden 17 setembre 2014 a setembre 19, 2014
IMAGINARI en Latitud Ciències 2014 15 setembre 2014 a setembre 20, 2014
Matemàtiques Dia de la Família 5 setembre 2014
Exposició Permanent NIMS-IMAGINARI Agost 31, 2014
Panell IMAGINARI: comunicació Matemàtiques per al futur - un colp visió Agost 20, 2014
IMAGINARI a l'ICM 2014 12 agost 2014 a agost 20, 2014
Donauction a l'ICM 2014 7 agost 2014 a agost 19, 2014
IMAGINARI a Heidelberg 19 juliol 2014 a agost 9, 2014
IMAGINARI en el Dia de Matemàtiques a Kaiserslautern 18 juliol 2014
IMAGINARI en KinderUniKunst a Viena 30 juny 2014 a juliol 2, 2014
"Les formes i les fórmules" a Hongria 20 juny 2014 a agost 30, 2014
Humboldt Kolleg a Kíev 11 juny 2014 a juny 14, 2014
Surfin'Mat Competència Maig. 31, 2014 a desembre 30, 2014
IMAGINARI a Arendal Maig. 25, 2014 a desembre 30, 2014
Cartell IMAGINARI en ECSITE Conferència 2014 Maig. 21, 2014 a maig. 23, 2014
Matemàtiques del Planeta Terra en la 19a Berlín Dia Matemàtiques Maig. 16, 2014
IMAGINARI a Matemàtiques-Fest Oldenburg Maig. 10, 2014
Matemàtiques del Planeta Terra a Berlín Nit de Ciències Maig. 9, 2014
IMAGINARI a la Universität Tübingen 24 abril 2014
Der Grenzbereiche Matemàtiques 13 abril 2014 a agost 28, 2014
Parli "Les matemàtiques entre la investigació, l'aplicació i la Comunicació" 10 abril 2014
Matopia: exposició permanent "Ciència Remix" 8 abril 2014
IMAGINARI a Orenburg 6 abril 2014 a abril 10, 2014
SURFER a Leipzig 1 abril 2014 a abril 3, 2014
Matemàtiques del Planeta Terra al Deutsches Technikmuseum 26 març 2014 a març 30, 2015
RSME-IMAGINARI a Logronyo 24 març 2014 a juny 21, 2014
IMAGINARI en cooperació amb AIMS a π-Dia de Dar Es Salaam 12 març 2014 a març 13, 2014
IMAGINARI a Göttingen 9 març 2014 a juliol 29, 2014

IMAGINARI a la Reunió de DMG a Koblenz 9 març 2014 a març 13, 2014
Vortrag: MFO und IMAGINARI - Vermittlung von Spitzenforschung 15 gener 2014
IMAGINARI a Ho Chi Minh City 20 desembre 2013 a desembre 22, 2013
IMAGINARI a Uruguai 17 desembre 2013 a desembre 19, 2013
IMAGINARI a Hanoi 15 desembre 2013 a desembre 19, 2013
IMAGINARI a Quy Nhon City 11 desembre 2013 a desembre 14, 2013
Surferinvaders actuació en viu a Buenos Aires 6 desembre 2013
Matemàtiques del Planeta Terra 21 novembre 2013 a novembre 30, 2013
Exposició IMAGINARI a Krasnoyarsk 18 novembre 2013 a desembre 8, 2013
IMAGINARI a Trondheim 14 novembre 2013 a març 29, 2014
Medienpreis 2013 - Cerimònia de Premiación 14 novembre 2013
Matemàtiques del Planeta Terra al OMG-DMV Conferència Innsbruck 22 setembre 2013 a setembre 26, 2013
Segona Conferència de l'ESMA a Càller 17 setembre 2013 a setembre 19, 2013
Surfer - visitants creen una exposició de les matemàtiques 12 setembre 2013 a setembre 14, 2013
SURFER a Ljubljana 8 setembre 2013 a setembre 9, 2013
SURFER al Ideen-Expo de Hannover 23 agost 2013 a agost 31, 2013
IMAGINARI a la Conferència de Ponts 2013 26 juliol 2013 a juliol 30, 2013
IMAGINARI al Taller "Alegria de Pensar" a Santa Creu 19 juliol 2013
REUNIÓ EINSTEIN // James Sethian // Matemàtiques de les bombolles de sabó 13 juny 2013
IMAGINARI en EXPERIMINTA a Frankfurt 5 juny 2013
Conferència Anual ECSITE 2013 5 juny 2013 a juny 7, 2013
SURFER a "cultura Salon et mathématiques jeux" a París Maig. 29, 2013 a juny 1, 2013
IMAGINARI a Tomsk Maig. 20, 2013 a juny 2, 2013
IMAGINARI al taller "objets Matemàtiques" a París Maig. 14, 2013
"Mathe x anders" - la màgia de les formes i patrons Maig. 3, 2013 a febrer 22, 2014
IMAGINARI en Pushchino 21 abril 2013 a abril 28, 2013
IMAGINARI a Aarhus 4 abril 2013 a agost 30, 2013
MPE2013 a Bowdoin, EUA 3 abril 2013 a juny 1, 2013
RSME-IMAGINARI a Santiago de Compostel·la 14 març 2013 a maig. 15, 2013
Exposició MPE2013 a París 4 març 2013 a març 7, 2013
IMAGINARI a Novosibirsk 4 febrer 2013 a febrer 16, 2013
SURFER al MoMath 14 desembre 2012
IMAGINARI a Xi'an Jiaotong la Universitat de Liverpool 7 desembre 2012 a desembre 13, 2012
SURFER i Ventafocs en Leibniz-Exposició-Prevista 28 novembre 2012 a novembre 29, 2012
Taller IMAGINARI a la Conferència ISMTF 22 novembre 2012 a novembre 24, 2012
IMAGINARI a Yaroslavl 22 novembre 2012 a desembre 8, 2012
IMAGINARI a Coclé 11 novembre 2012 a novembre 25, 2012
IMAGINARI al Planetari de Buenos Aires 19 octubre 2012 al novembre 17, 2012
IMAGINARI a Ulyanovsk 9 setembre 2012 a setembre 29, 2012
Tecnòpolis IMAGINARIS a Buenos Aires 11 juliol 2012 al novembre 6, 2012

IMAGINARI a explorar la ciència a Mannheim 19 juny 2012 a juny 23, 2012
Taller: IMAGINARI per a Artistes, Buenos Aires 18 juny 2012 a juliol 5, 2012
Tallers escolars IMAGINARI ITBA 17 juny 2012 a juliol 4, 2012
RSME-IMAGINARI a Granada 14 juny 2012 a març 9, 2013
Formes i Fórmules Maig. 31, 2012 a desembre 30, 2014
SURFER i Arts - Matemàtiques Art Cimera de Brussel·les Maig. 23, 2012 a maig. 24, 2012
RSME-IMAGINARI a Albacete Maig. 2, 2012 a maig. 22, 2012
IMAGINARI a Belgrad / Sèrbia 30 abril 2012 a maig. 30, 2012
IMAGINARI Conferència de Barcelona 23 abril 2012 a abril 25, 2012
IMAGINARI a Atenes 22 abril 2012 a abril 26, 2012
IMAGINARI a Moscou 28 març 2012 a abril 14, 2012
IMAGINARI a Coimbra 22 març 2012 a març 29, 2013
RSME-IMAGINARI a Barcelona 14 març 2012 a abril 26, 2012
RSME-IMAGINARI a Màlaga 9 febrer 2012 a març 6, 2012
RSME-IMAGINARI a València 19 desembre 2011 a febrer 4, 2012
RSME-IMAGINARI a Sevilla 17 novembre 2011 a desembre 12, 2011
RSME-IMAGINARI a Madrid 16 octubre 2011 al novembre 10, 2011
RSME-IMAGINARI a Saragossa 14 setembre 2011 a octubre 10, 2011
IMAGINARI a Barranquilla 16 agost 2011 a agost 18, 2011
IMAGINARI a Deutsches Museum 27 juliol 2011
IMAGINARI en Spektrale 2011 14 juliol 2011 a agost 13, 2011
RSME-IMAGINARI a Gijón 30 juny 2011 a agost 30, 2011
RSME-IMAGINARI a Pamplona 2 juny 2011 a juny 23, 2011
IMAGINARI a Cracòvia 1 juny 2011 a juny 17, 2011
IMAGINARI a Varsòvia Maig. 29, 2011 a juny 10, 2011
RSME-IMAGINARI a Bilbao Maig. 3, 2011 a maig. 25, 2011
RSME-IMAGINARI a Palma de Mallorca 29 març 2011 a abril 26, 2011
RSME-IMAGINARI a Valladolid 24 febrer 2011 a març 22, 2011
RSME-IMAGINARI a Salamanca 26 gener 2011 a febrer 16, 2011
IMAGINARI a CosmoCaixa Madrid i Barcelona 19 gener 2011 al novembre 19, 2011
IMAGINARI a París 8 novembre 2010 a desembre 16, 2010
IMAGINARI i "Mathe - Cool" a Àustria 4 novembre 2010 al novembre 29, 2012
IMAGINARI en un taller de Homi Institut Babha a Mumbai 25 octubre 2010 a octubre 29, 2010
IMAGINARI a Zuric 20 setembre 2010 a octubre 6, 2010
IMAGINARI a Cambridge 7 març 2010 a març 16, 2010
Converses imaginàries a Tel Aviv i Jerusalem 16 febrer 2010 a febrer 23, 2010
IMAGINARI a Hannover 18 gener 2010 a febrer 13, 2010
IMAGINARI a Kiev 3 novembre 2009 al novembre 14, 2009
IMAGINARI al festival "Sigues creatiu!", Viena 8 octubre 2009
IMAGINARI a Münster 28 setembre 2009 a octubre 19, 2009

IMAGINARI a Bonn 25 setembre 2009
IMAGINARI a Stanford 26 abril 2009 a abril 30, 2009
IMAGINARI a Dresden 23 març 2009 a maig. 10, 2009
IMAGINARI a Berkeley 22 març 2009 a abril 18, 2009
Formació IMAGINARI per a professors de matemàtiques i xerrades al Pakistan 19 març 2009 a abril 12, 2009
IMAGINARI a Viena 1 març 2009 a març 19, 2009
IMAGINARI a Passau 4 desembre 2008 a desembre 18, 2008
IMAGINARI a Saarbrücken 23 octubre 2008 al novembre 15, 2008
IMAGINARI a Constanza 30 setembre 2008 a octubre 18, 2008
IMAGINARI a LMU Munich 24 setembre 2008 a octubre 20, 2008
IMAGINARI a Colònia 7 setembre 2008 a setembre 25, 2008
IMAGINARI a Kassel 4 agost 2008 a agost 28, 2008
IMAGINARI al Europa-Park de Rust 7 juliol 2008 a juliol 29, 2008
IMAGINARI a Leipzig 27 juny 2008 a juliol 3, 2008
IMAGINARI a Potsdam Maig. 28, 2008 a juny 24, 2008
IMAGINARI a Stuttgart Maig. 16, 2008 a maig. 24, 2008
IMAGINARI a Kaiserslautern 9 març 2008 a abril 10, 2008
IMAGINARI a Berlin, Urania 18 febrer 2008 a març 5, 2008
IMAGINARI en Universitat Tècnica de Munic 9 desembre 2007 al gener 17, 2008

IMAGINARY at the Math Day in Kaiserslautern Jul. 18, 2014
IMAGINARY at KinderUniKunst in Vienna De Jun. 30, 2014 hasta Jul. 2, 2014
"Forms and Formulas" in Hungary De Jun. 20, 2014 hasta Ago. 30, 2014
Humboldt Kolleg en Kiev De Jun. 11, 2014 hasta Jun. 14, 2014
Surfin'Mat Competition De Mayo. 31, 2014 hasta Dic. 30, 2014
IMAGINARY in Arendal De Mayo. 25, 2014 hasta Dic. 30, 2014
IMAGINARY poster en ECSITE De Mayo. 21, 2014 hasta Mayo. 23, 2014
Mathematics of Planet Earth at the 19th Berlin Math Day Mayo. 16, 2014
IMAGINARY at the Mathematik-Fest Oldenburg Mayo. 10, 2014
Mathematics of Planet Earth at Berlin Science Night Mayo. 9, 2014
IMAGINARYen la Universidad de Tübingen Abr. 24, 2014
Grenzbereiche der Mathematik De Abr. 13, 2014 hasta Ago. 28, 2014
Talk "Mathematics between Research, Application and Communication" Abr. 10, 2014
Matopía: exposición permanente "Ciencia Remix" Abr. 8, 2014
IMAGINARY in Orenburg De Abr. 6, 2014 hasta Abr. 10, 2014
SURFER en Leipzig De Abr. 1, 2014 hasta Abr. 3, 2014
Matemáticas del Planeta Tierra en el Deutsches Technikmuseum De Mar. 26, 2014 hasta Mar. 30, 2015
RSME-IMAGINARY en Logroño De Mar. 24, 2014 hasta Jun. 21, 2014
IMAGINARY en cooperación con AIMS en el π-Day en Dar Es Salaam De Mar. 12, 2014 hasta Mar. 13, 2014
IMAGINARY en Göttingen De Mar. 9, 2014 hasta Jul. 29, 2014

IMAGINARY at the Math Day in Kaiserslautern Jul. 18, 2014
IMAGINARY at KinderUniKunst in Vienna De Jun. 30, 2014 hasta Jul. 2, 2014
"Forms and Formulas" in Hungary De Jun. 20, 2014 hasta Ago. 30, 2014
Humboldt Kolleg en Kiev De Jun. 11, 2014 hasta Jun. 14, 2014
Surfin'Mat Competition De Mayo. 31, 2014 hasta Dic. 30, 2014
IMAGINARY in Arendal De Mayo. 25, 2014 hasta Dic. 30, 2014
IMAGINARY poster en ECSITE De Mayo. 21, 2014 hasta Mayo. 23, 2014
Mathematics of Planet Earth at the 19th Berlin Math Day Mayo. 16, 2014
IMAGINARY at the Mathematik-Fest Oldenburg Mayo. 10, 2014
Mathematics of Planet Earth at Berlin Science Night Mayo. 9, 2014
IMAGINARYen la Universidad de Tübingen Abr. 24, 2014
Grenzbereiche der Mathematik De Abr. 13, 2014 hasta Ago. 28, 2014
Talk "Mathematics between Research, Application and Communication" Abr. 10, 2014
Matopía: exposición permanente "Ciencia Remix" Abr. 8, 2014

IMAGINARY at the Math Day in Kaiserslautern Jul. 18, 2014
IMAGINARY at KinderUniKunst in Vienna De Jun. 30, 2014 hasta Jul. 2, 2014
"Forms and Formulas" in Hungary De Jun. 20, 2014 hasta Ago. 30, 2014
Humboldt Kolleg en Kiev De Jun. 11, 2014 hasta Jun. 14, 2014
Surfin'Mat Competition De Mayo. 31, 2014 hasta Dic. 30, 2014
IMAGINARY in Arendal De Mayo. 25, 2014 hasta Dic. 30, 2014
IMAGINARY poster en ECSITE De Mayo. 21, 2014 hasta Mayo. 23, 2014
Mathematics of Planet Earth at the 19th Berlin Math Day Mayo. 16, 2014
IMAGINARY at the Mathematik-Fest Oldenburg Mayo. 10, 2014
Mathematics of Planet Earth at Berlin Science Night Mayo. 9, 2014
IMAGINARYen la Universidad de Tübingen Abr. 24, 2014
Grenzbereiche der Mathematik De Abr. 13, 2014 hasta Ago. 28, 2014
Talk "Mathematics between Research, Application and Communication" Abr. 10, 2014
Matopía: exposición permanente "Ciencia Remix" Abr. 8, 2014

IMAGINARY en Göttingen De Mar. 9, 2014 hasta Jul. 29, 2014
Vortrag: MFO und IMAGINARY - Vermittlung von Spitzenforschung Ene. 15, 2014
IMAGINARY in Ho Chi Minh City De Dic. 20, 2013 hasta Dic. 22, 2013
IMAGINARY in Uruguay De Dic. 17, 2013 hasta Dic. 19, 2013
IMAGINARY in Hanoi De Dic. 15, 2013 hasta Dic. 19, 2013
IMAGINARY in Quy Nhon City De Dic. 11, 2013 hasta Dic. 14, 2013
Surferinvaders Live Performance in Buenos Aires Dic. 6, 2013
Mathematics of Planet Earth De Nov. 21, 2013 hasta Nov. 30, 2013
IMAGINARY exhibition in Krasnoyarsk De Nov. 18, 2013 hasta Dic. 8, 2013
Medienpreis 2013 - Award Ceremony Nov. 14, 2013
IMAGINARY in Trondheim De Nov. 14, 2013 hasta Mar. 29, 2014
Mathematics of Planet Earth at the ÖMG-DMV Conference Innsbruck De Sep. 22, 2013 hasta Sep. 26, 2013
Second ESMA Conference in Cagliari De Sep. 17, 2013 hasta Sep. 19, 2013
SURFER - visitors create a maths exhibition De Sep. 12, 2013 hasta Sep. 14, 2013
SURFER in Ljubljana De Sep. 8, 2013 hasta Sep. 9, 2013
SURFER at the Ideen-Expo in Hannover De Ago. 23, 2013 hasta Ago. 31, 2013
IMAGINARY at the Bridges Conference 2013 De Jul. 26, 2013 hasta Jul. 30, 2013
IMAGINARY at the Workshop "Alegría de Pensar" in Santa Cruz Jul. 19, 2013
MEETING EINSTEIN // James Sethian // Mathematics of Soap Bubbles Jun. 13, 2013
IMAGINARY at EXPERIMINTA in Frankfurt Jun. 5, 2013

Annual ECSITE Conference 2013 De Jun. 5, 2013 hasta Jun. 7, 2013
SURFER at "Salon culture et jeux mathématiques" in Paris De Mayo. 29, 2013 hasta Jun. 1, 2013
IMAGINARY in Tomsk De Mayo. 20, 2013 hasta Jun. 2, 2013
IMAGINARY at the Workshop "objets mathématiques" in Paris Mayo. 14, 2013
"Mathe x anders" - the magic of forms and patterns De Mayo. 3, 2013 hasta Feb. 22, 2014
IMAGINARY in Pushchino De Abr. 21, 2013 hasta Abr. 28, 2013
IMAGINARY in Aarhus De Abr. 4, 2013 hasta Ago. 30, 2013
MPE2013 in Bowdoin, USA De Abr. 3, 2013 hasta Jun. 1, 2013
RSME-IMAGINARY in Santiago de Compostela De Mar. 14, 2013 hasta Mayo. 15, 2013
MPE2013 Exhibition in Paris De Mar. 4, 2013 hasta Mar. 7, 2013
IMAGINARY in Novosibirsk De Feb. 4, 2013 hasta Feb. 16, 2013
SURFER at the MoMath Dic. 14, 2012
IMAGINARY at Xi'an Jiaotong Liverpool University De Dic. 7, 2012 hasta Dic. 13, 2012
SURFER and Cinderella at Leibniz-Exhibition-Preview De Nov. 28, 2012 hasta Nov. 29, 2012
IMAGINARY workshop at ISMTF Conference De Nov. 22, 2012 hasta Nov. 24, 2012
IMAGINARY in Yaroslavl De Nov. 22, 2012 hasta Dic. 8, 2012
IMAGINARY in Coclé De Nov. 11, 2012 hasta Nov. 25, 2012
IMAGINARY at the Planetarium in Buenos Aires De Oct. 19, 2012 hasta Nov. 17, 2012
IMAGINARY in Ulyanovsk De Sep. 9, 2012 hasta Sep. 29, 2012
IMAGINARY Tecnópolis at Buenos Aires De Jul. 11, 2012 hasta Nov. 6, 2012

IMAGINARY at Explore Science in Mannheim De Jun. 19, 2012 hasta Jun. 23, 2012
IMAGINARY para Artistas, Buenos Aires De Jun. 18, 2012 hasta Jul. 5, 2012
ITBA IMAGINARY School workshops De Jun. 17, 2012 hasta Jul. 4, 2012
RSME-IMAGINARY in Granada De Jun. 14, 2012 hasta Mar. 9, 2013
Formas & Fórmulas De Mayo. 31, 2012 hasta Dic. 30, 2014
SURFER and Arts - Math Art Summit Brussels De Mayo. 23, 2012 hasta Mayo. 24, 2012
RSME-IMAGINARY in Albacete De Mayo. 2, 2012 hasta Mayo. 22, 2012
IMAGINARY in Belgrade / Serbia De Abr. 30, 2012 hasta Mayo. 30, 2012
IMAGINARY Conference Barcelona De Abr. 23, 2012 hasta Abr. 25, 2012
IMAGINARY in Athens De Abr. 22, 2012 hasta Abr. 26, 2012
IMAGINARY in Moscow De Mar. 28, 2012 hasta Abr. 14, 2012
IMAGINARY in Coimbra De Mar. 22, 2012 hasta Mar. 29, 2013
RSME-IMAGINARY in Barcelona De Mar. 14, 2012 hasta Abr. 26, 2012
RSME-IMAGINARY in Málaga De Feb. 9, 2012 hasta Mar. 6, 2012
RSME-IMAGINARY en Valencia De Dic. 19, 2011 hasta Feb. 4, 2012
RSME-IMAGINARY in Sevilla De Nov. 17, 2011 hasta Dic. 12, 2011
RSME-IMAGINARY in Madrid De Oct. 16, 2011 hasta Nov. 10, 2011
RSME-IMAGINARY en Zaragoza De Sep. 14, 2011 hasta Oct. 10, 2011
IMAGINARY in Barranquilla De Ago. 16, 2011 hasta Ago. 18, 2011
IMAGINARY at Deutsches Museum Jul. 27, 2011

IMAGINARY at Spektrale 2011 De Jul. 14, 2011 hasta Ago. 13, 2011
RSME-IMAGINARY in Gijón De Jun. 30, 2011 hasta Ago. 30, 2011
IMAGINARY en Pamplona De Jun. 2, 2011 hasta Jun. 23, 2011
IMAGINARY in Krakow De Jun. 1, 2011 hasta Jun. 17, 2011
IMAGINARY in Warsaw De Mayo. 29, 2011 hasta Jun. 10, 2011
RSME-IMAGINARY in Bilbao De Mayo. 3, 2011 hasta Mayo. 25, 2011
RSME-IMAGINARY in Palma de Mallorca De Mar. 29, 2011 hasta Abr. 26, 2011
RSME-IMAGINARY in Valladolid De Feb. 24, 2011 hasta Mar. 22, 2011
RSME-IMAGINARY in Salamanca De Ene. 26, 2011 hasta Feb. 16, 2011
IMAGINARY at CosmoCaixa Madrid and Barcelona De Ene. 19, 2011 hasta Nov. 19, 2011
IMAGINARY in Paris De Nov. 8, 2010 hasta Dic. 16, 2010
IMAGINARY and "Mathe - Cool!" in Austria De Nov. 4, 2010 hasta Nov. 29, 2012
IMAGINARY at a workshop at Homi Babha Institute in Mumbai De Oct. 25, 2010 hasta Oct. 29, 2010
IMAGINARY in Zurich De Sep. 20, 2010 hasta Oct. 6, 2010
IMAGINARY in Cambridge De Mar. 7, 2010 hasta Mar. 16, 2010
IMAGINARY talks in Tel Aviv and Jerusalem De Feb. 16, 2010 hasta Feb. 23, 2010
IMAGINARY in Hannover De Ene. 18, 2010 hasta Feb. 13, 2010
IMAGINARY in Kiev De Nov. 3, 2009 hasta Nov. 14, 2009
IMAGINARY at the festival "Be Creative!", Vienna Oct. 8, 2009
IMAGINARY in Münster De Sep. 28, 2009 hasta Oct. 19, 2009

IMAGINARY in Bonn Sep. 25, 2009
IMAGINARY in Stanford De Abr. 26, 2009 hasta Abr. 30, 2009
IMAGINARY in Dresden De Mar. 23, 2009 hasta Mayo. 10, 2009
IMAGINARY in Berkeley De Mar. 22, 2009 hasta Abr. 18, 2009
IMAGINARY training for maths teachers and talks in Pakistan De Mar. 19, 2009 hasta Abr. 12, 2009
IMAGINARY in Vienna De Mar. 1, 2009 hasta Mar. 19, 2009
IMAGINARY in Passau De Dic. 4, 2008 hasta Dic. 18, 2008
IMAGINARY in Saarbrücken De Oct. 23, 2008 hasta Nov. 15, 2008
IMAGINARY in Konstanz De Sep. 30, 2008 hasta Oct. 18, 2008
IMAGINARY at LMU Munich De Sep. 24, 2008 hasta Oct. 20, 2008
IMAGINARY in Cologne De Sep. 7, 2008 hasta Sep. 25, 2008
IMAGINARY in Kassel De Ago. 4, 2008 hasta Ago. 28, 2008
IMAGINARY at Europa-Park Rust De Jul. 7, 2008 hasta Jul. 29, 2008
IMAGINARY in Leipzig De Jun. 27, 2008 hasta Jul. 3, 2008
IMAGINARY in Potsdam De Mayo. 28, 2008 hasta Jun. 24, 2008
IMAGINARY in Stuttgart De Mayo. 16, 2008 hasta Mayo. 24, 2008
IMAGINARY in Kaiserslautern De Mar. 9, 2008 hasta Abr. 10, 2008
IMAGINARY in Berlin, Urania De Feb. 18, 2008 hasta Mar. 5, 2008
IMAGINARY at TU Munich De Dic. 9, 2007 hasta Ene. 17, 2008

ANNEX 2: EL GEOGEBRA

1. La pàgina oficial del GeoGebra

L'adreça de la página oficial del GeoGebra és http://www.geogebra.org, si fem clic sobre aquesta adreça, arribem a:

A la part superior dreta d'aquesta pàgina, hi ha el desplegable dels diferents idiomes.

Per descarregar el programa cal anar a **Descàrrega.**

Si cliquem a l'opció **Ajuda**, obtenim diferents ajudes:

- El **GeoGebra Manual**.
- Els **Tutorials i les Publicacions**.
- L'enllaç al fòrum **Fòrum d'usuaris del GeoGebra** que conté el fòrum en català dels usuaris del GeoGebra.

Si cliquem **a Materials** s'obren un ventall de materials compartits entre diferents usuaris que qualsevol persona que vulgui els pots utilitzar..

Si cliquem a **Comunitat** hi trobem:

- Els **fòrum d'usuaris de GeoGebra** on es poden demanar dubtes o fer suggeriments.
- **Instituts de GeoGebra** que hi ha en tot el món.
- **Esdeveniments,** mapa on hi ha els tallers i presentacions.
- **GeoGebra Tube,** lloc web on podem trobar i compartir recursos d'ensenyament—aprenentatge totalment gratuïts.

Per últim cal saber que existeix l'ACG: **Associació Catalana de GeoGebra,** que es pot trobar a l'adreça : http://acgeogebra.cat

Actualment l'ACG s'encarrega del manteniment de la versió catalana de la pàgina web: www.geogebra.org, de l'estructura i continguts de la Wiki en català www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Catalan. Així com de la moderació del Fòrum en català i de la traducció al català del programar.

A més s'organitzen les jornades anuals, amb conferenciants invitats de diverses nacions i obertes a la presentació de comunicacions de tot el professorat interessat.

2.-Instal·lació del programa

El GeoGebra està desenvolupat amb Java. El Java és una eina de programació que permet crear aplicacions que poden funcionar en diversos tipus d'ordinadors (PC, MAC…), diversos sistemes operatius (el Windows, el Linux, el Solaris, el MacOS-X…) i diversos navegadors web (l'Explorer, el Firefox, el Chrome, l'Òpera…); per aquesta raó, s'acostuma a dir que les aplicacions Java són multiplataforma.

Per executar aplicacions Java, cal que l'ordinador disposi d'un programari Java especial, anomenat Java Runtime Environment (JRE), màquina virtual Java, intèrpret Java o motor Java per a la plataforma corresponent.

Com a conseqüència de tot el que s'ha dit, abans de començar la instal·lació del GeoGebra, assegureu-vos que teniu instal·lat el JRE corresponent en la plataforma que utilitzeu, sense el qual el GeoGebra no funciona. Si no és així, cal que accediu a http://www.java.com/es/ i seguiu les indicacions que us vagin sortint per pantalla.

El GeoGebra és un programa viu i evoluciona constantment. Això significa que cada cert temps hi ha disponible una nova versió. Ara ja estem versió 4.4 i està a punt de sortir la versió 5.

Tot i així, aquesta versió actual s'està millorant constantment. A partir dels suggeriments dels usuaris als fòrums del GeoGebra (http://www.geogebra.org/forum/), els desenvolupadors del programa van penjant noves versions, amb petites millores que no afecten l'estructura del programa, numerades amb més dígits. Per exemple, una versió d'aquestes podria ser la 4.0.31.0, que seria posterior a la 4.0 esmentada abans.

Per poder estar al dia d'aquestes innovacions hi ha un procediment per instal·lar el programa de manera que davant de qualsevol novetat, ell mateix es posa al dia automàticament. Per fer-ho: Cal accedir a http://www.geogebra.org., prémer el botó central Descàrrega i s'accedeix a una pàgina com aquesta:

Cal tornar a prémer el botó Webstart (si cliquem l'opció AppletStart accedirem al programa via Internet sense cap instal·lació local).

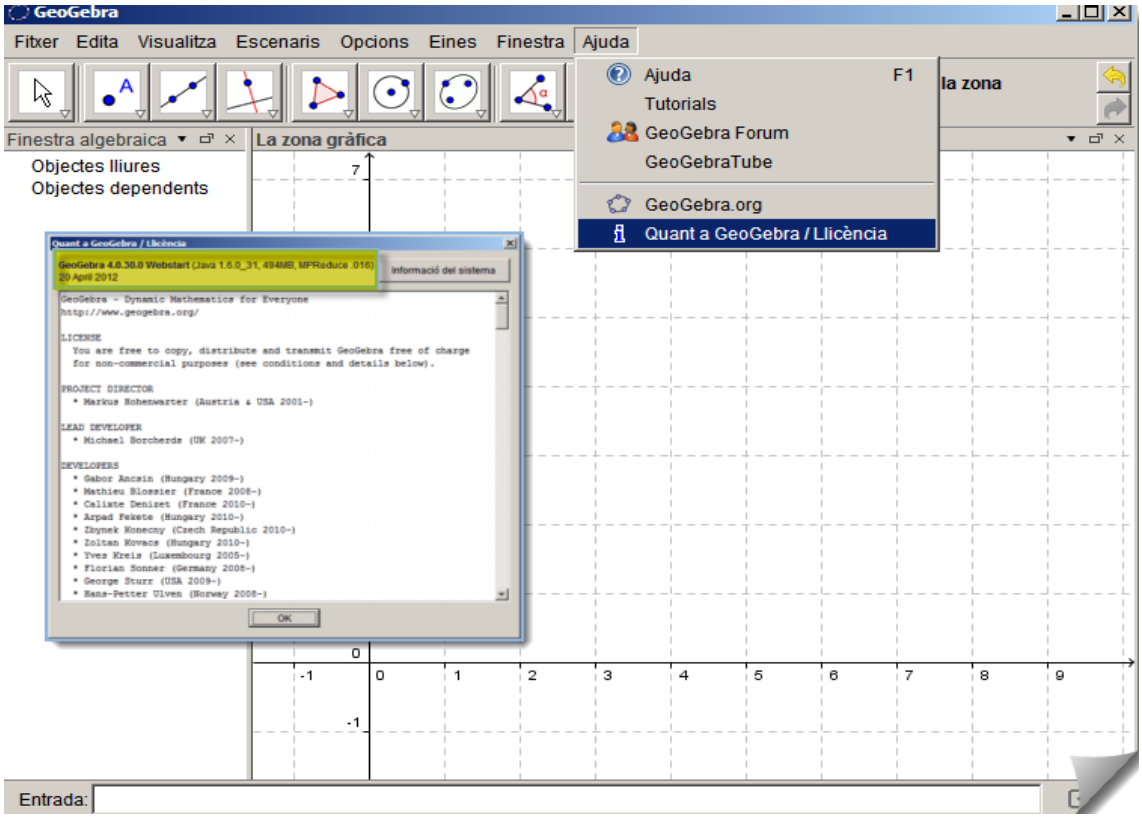
Segons el navegador que fem servir, s'instal·larà immediatament el programa o bé podrem desar el fitxer geogebra.jnlp i després executar-lo. En qualsevol cas, cal contestar afirmativament totes les preguntes que vagin sortint per pantalla.

En canvi, quan hi una versió estable del programa es pot fer la instal·lació manual (això és útil en ordinadors sense connexió a Internet).

Finalment, s'obrirà el programa. En l'escriptori hi apareixerà una nova icona que servirà per engegar-lo cada vegada.

Podria ser que el primer cop els menús no estiguin en la llengua que volem emprar. Si és així, aneu a Opcions | Idioma, trieu-la i tanqueu el programa. Quan el tornem a obrir, fent servir la nova icona que tindrem en l'escriptori, ja s'han de veure els menús amb l'idioma triat. Si encara no els hi veiem, cal que revisar la configuració de l'ordinador pel que fa a les opcions regionals.

Per conèixer amb quina versió estem treballant, cal accedir al menú Ajuda, trieu l'opció **Quant a GeoGebra | Llicència** i arribarem a:



Cal observar la informació que apareix en el lloc remarcat a la figura i podrem saber la versió que fem servir i la data de llançament, que serà molt posterior a la que veieu en l'exemple.

Un cop oberta aquesta opció, val la pena donar un cop d'ull a la resta d'informació que hi apareix. Aquí es veu com el GeoGebra s'ha convertit en un projecte on la c

Instal·lació alternativa

Malgrat tot el que hem dit en l'apartat anterior, també es pot la instal·lació d'una altra manera, cal accedir a http://www.geogebra.org, i seleccionar l'opció de veure el lloc

web en català i Triar l'opció Descàrrega, Instal·ladors fora de línia de la dreta i sortirà una pantalla com aquesta:

Aquí hi ha el punt de partida per a la instal·lació del programa segons el sistema operatiu que feu servir. Podeu seguir les instruccions concretes.

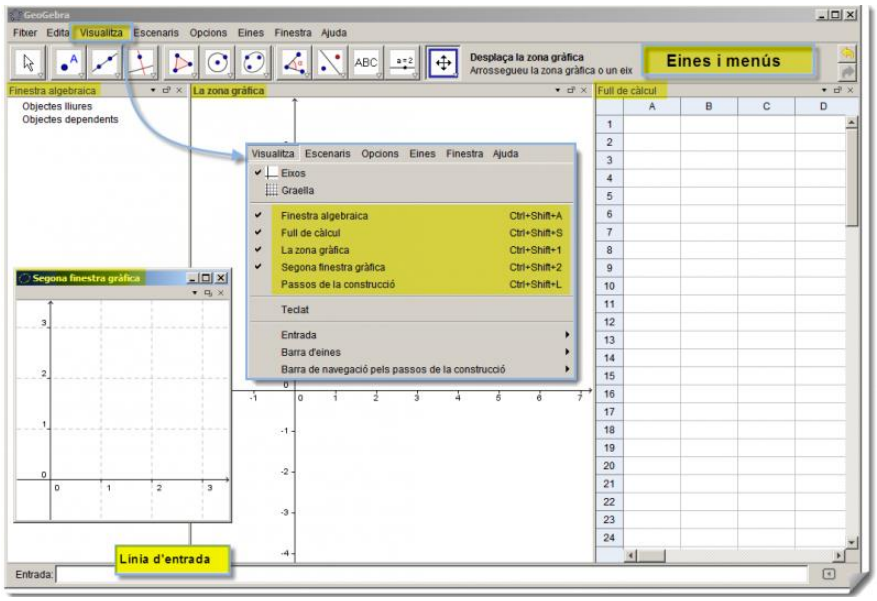
D'aquesta manera s'inicia la descàrrega del fitxer GeoGebra-Windows-Installer.

Quan s'hagi descarregat, cal executar-lo Es potu triar l'idioma per fer la instal·lació. Cal seguir les instruccions que van apareixent. Es convenient triar l'opció Típica quan ho demani.

Si la instal·lació s'ha fet bé, en l'escriptori surt una nova icona que serveix per obrir el programa. En acabar el procés d'instal·lació, ja s'obrirà el programa.

3.-L'entorn de treball

L'entorn de treball del GeoGebra és el següent:



3.1 Parts de la pantalla inicial

Quan entrem al GeoGebra, accedim al menú **Visualitza** i GeoGebra ofereix la possibilitat de mostrar els objectes matemàtics en tres parts diferents de la pantalla:
a la Zona gràfica, a la Finestra algebraica i al Full de càlcul.

Així doncs, s'observen tres maneres diferents de representar-los: gràfica (per exemple, punts, gràfics de funcions), algebraica (per exemple, les coordenades de punts, equacions) i en cel·les del Full de càlcul. Totes les representacions del mateix objecte es vinculen dinàmicament i s'adapten automàticament als canvis fets en qualsevol de les parts, independentment de la forma en què inicialment van ser creats.

En el meu treball només he fet servir la zona gràfica i la finestra algebraica, per tant no explicaré res del full de càlcul.

3.2 Zona gràfica

La zona gràfica, és on es veuen les figures geomètriques, les corbes i les gràfiques de les funcions. Per defecte, hi apareixen uns eixos de coordenades. Si situem el ratolí a l'interior d'aquesta zona i fem clic amb el botó dret, accedim a un menú que ens permet treure i posar els eixos i fer visible o invisible una graella. També és possible mostrar o amagar els eixos i la graella amb l'opció corresponent del menú Visualitza.

3.3 Finestra algebraica

La finestra algebraica és on es reflecteixen les coordenades dels punts, les equacions de rectes i corbes, l'expressió algebraica de les funcions i altres valors que el programa facilita. Tots aquests elements queden classificats en les tres carpetes que es veuen. La carpeta Objectes auxiliars i, fins i tot, tota la finestra algebraica, poden ser visibles o no segons les opcions triades del menú Visualitza.

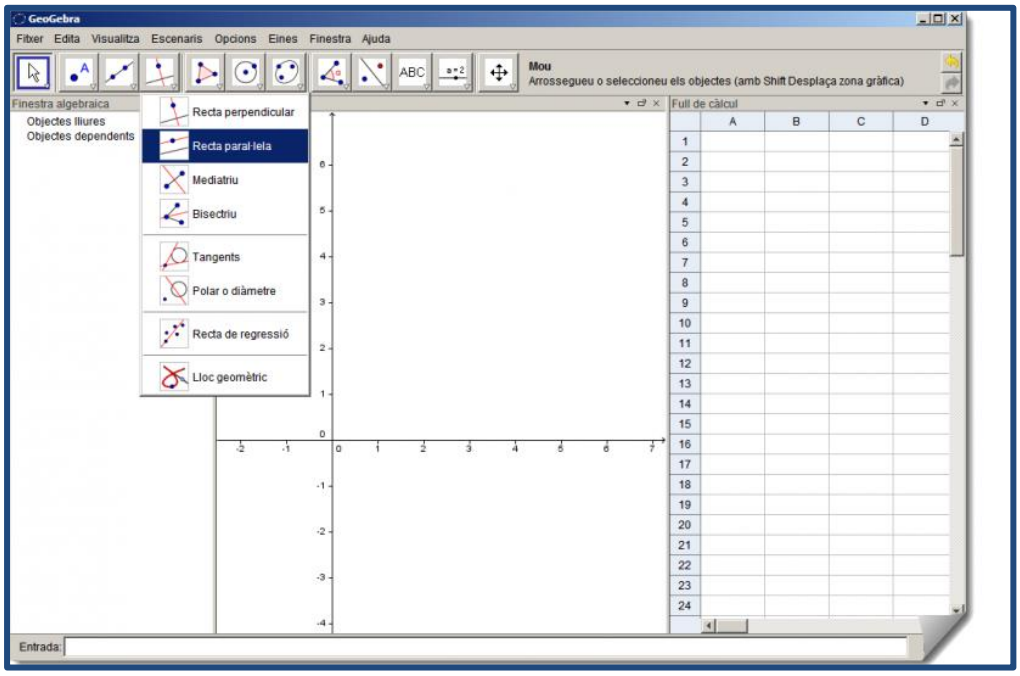
3.4 Línia d'entrada

A la part inferior hi ha una casella on es poden entrar les expressions algebraiques de les funcions que vulguem representar, i també els comandaments, que podem triar d'un desplegable de la dreta.

3.5 Eines i menús

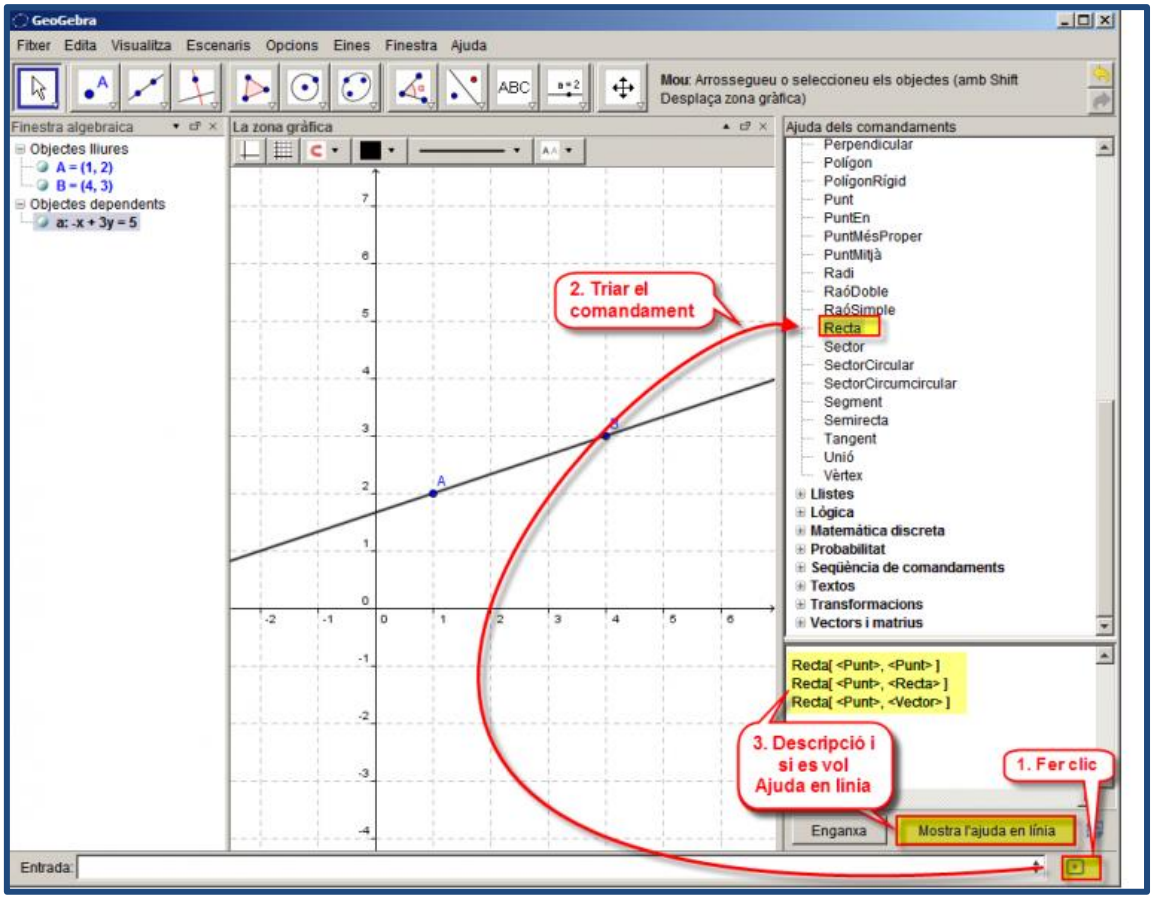
A la part superior de la pantalla tenim els menús i les eines. Les eines estan agrupades en diversos grups.

Si hem de fer servir alguna de les eines que és visible, n'hi ha prou de clicar-hi a sobre. Però si necessitem una eina que en aquell moment no és visible, cal clicar sobre un dels petits triangles i tot seguit es desplegaran les eines del grup triat.



3.6 Llistat de comandaments organitzat en categories

Per accedir a aquest llistat cal clicar a la icona que apareix a la cantonada inferior dreta de la finestra gràfica



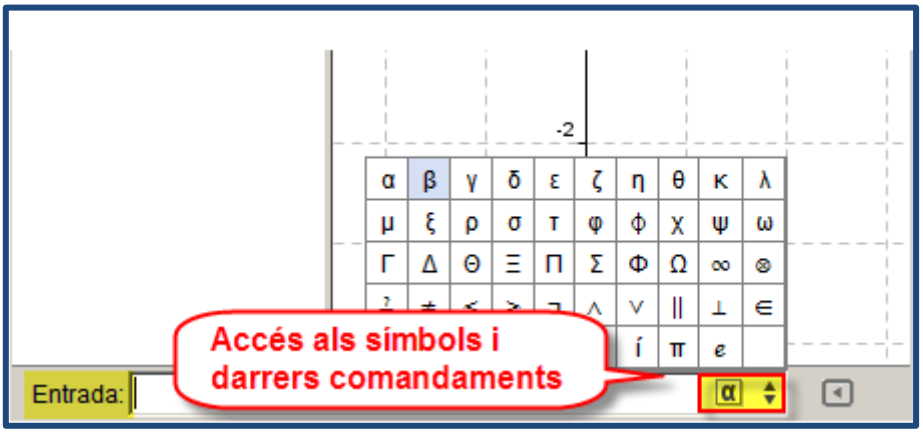
El llistat que apareix inclou moltes categories (Àlgebra, Comandaments d'optimització, Còniques, ….) i per a cadascuna d'elles el símbol + que en desglossa el contingut.

Si escollim l'opció Tots els comandaments ens mostrarà la llista amb tots els comandaments.

3.7 Escriure símbols i accés a l'històric de comandaments

Sovint pot ser necessari escriure algun símbol, ja sigui com un objecte nou o com un text per enriquir una construcció. Per exemple, un angle α, o bé un operador lògic com ara ∧.

A més, podrem accedir i reutilitzar alguns comandaments que hageu fet servir al llarg de la vostra feina, simplement clicant a la icona que es troba a la dreta del tot de la línia d'entrada



Ara ja hem fet uns descripció del que és el geogebra, anem ara a fer una explicació més detallada d'entrades, eines i comandaments que he utilitzat en el meu treball.

4.-Entrades geomètriques

4.1. Introducció

La Zona gràfica mostra les representacions gràfiques d'objectes matemàtics (per exemple, punts, vectors, polígons, corbes, rectes, còniques). Sempre que el cursor es mou sobre aquests objectes apareix una descripció i l'objecte es veu destacat.

Hi ha diverses eines i maneres de dir al GeoGebra com ha de reaccionar davant les accions del ratolí (veure la secció Eines de construcció). Per exemple, en fer clic a la Zona gràfica pot crear un nou punt , la intersecció de dos objectes , o crear una circumferència ...

4.2. Eines de construcció

Les eines següents es poden activar fent clic sobre els botons de la barra d'eines. Es pot clicar sobre la petita fletxa que hi ha a la part inferior dreta de cada icona que representa un grup d'eines similars. Només parlaré de les eines que he utilitzar el meu treball.

Selecció d'objectes

Entenem que seleccionem un objecte quan fem clic sobre ell amb l'eina Mou activada.

Si volem seleccionar més d'un objecte a l'hora podem dibuixar una selecció rectangular: Triem l'eina Mou i fem clic en el vèrtex superior esquerra del que serà la selecció rectangular.

Amb el botó esquerre del ratolí premut el movent fins a arribar al vèrtex inferior dret. Deixem anar el botó i els objectes que estan a l'interior de rectangle quedaran seleccionats.

Nota: Amb la tecla Ctrl premuda mentre fem clic, podem seleccionar diferents objectes

Canvi de nom ràpid dels objectes

Per canviar de nom un objecte seleccionat n'hi ha prou amb començar a escriure el nom nou. D'aquesta manera s'obre automàticament la finestra de canvi de nom. Al final hem de prémer el botó D'acord.

Eines generals

Allunya

Cal fer clic a qualsevol lloc de la Zona gràfica per allunyar el punt de vista . Allunyar una imatge també s'aconsegueix amb el zoom. La posició del ratolí en fer el clic determina el centre del zoom.

Apropa

Cal fer clic a qualsevol lloc de la Zona gràfica per apropar el punt de vista . Apropar una imatge també s'aconsegueix amb el zoom. La posició del ratolí en fer el clic determina el centre del zoom.

Copia l'estil visual

Aquesta eina permet copiar les propietats visuals (color, mida, estil, ...) d'un objecte a d'altres. Per fer-ho, cal seleccionar primer l'objecte del qual volem copiar les propietats visuals.

Després, cal fer clic a sobre de tots els objectes que volem que s'adaptin a aquestes propietats.

Desplaça la zona gràfica

Si volem moure l'origen del sistema de coordenades i per tant tots els objectes gràfics cal seleccionar i arrossegar la zona gràfica . També podem moure directament la Zona gràfica prement la tecla Ctrl i arrossegant el ratolí amb el botó esquerre premut, amb aquest eina activada també podem modificar directament l'escala de cada eix.

Esborra objecte

Cal fer clic sobre l'objecte que volem esborrar.

Mostra / amaga etiqueta

Cal fer un clic en un objecte per mostrar o amagar l'etiqueta.

Mostra / amaga objecte

Si cliquem aquest objecte podrem mostrar-lo o amagar-lo..

Mou

Si seleccionem un objecte amb aquesta eina activada, podem esborrar l'objecte amb la tecla **Supr** i moure objectes amb les tecles del cursor.

Eines de punt

Intersecció de dos objectes

Els punts d'intersecció de dos objectes es poden trobar de dues maneres :

• Seleccionant dos objectes, tots els punts d'interseccions es crearan (si és possible).

• Clicant directament en la intersecció dels dos objectes, només es crearà un sol punt d'intersecció.

Punt mitjà o Centre

Si cliquem aquesta icona podem trobar el punt mitjà d'un segment. Si cliquem en una cònica (circumferència o el·lipse), obtindrem el seu centre.

Punt nou

Si cliquem aquesta icona crearem un punt nou.

Eines de segment

Segment entre dos punts

Si marquem dos punts A i B, es crearà un segment entre A i B.

Eines de polígon

Polígon regular

Si seleccionem dos punts A i B i escrivim un nombre n al quadre de text que s'obrirà, es construirà un polígon regular amb n vèrtexs que inclou els punts A i B.l

Eines de recta

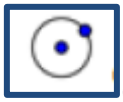
Recta que passa per dos punts

Si marquem dos punts A i B, es crearà la recta per A i B.

Eines de Cònica

Circumferència donats el centre i el radi

Cal seleccionar un punt M com a centre i, a la finestra emergent, escriure el valor del radi

 **Circumferència donats el centre i un punt per on passa**

Cal seleccionar un punt M i un punt P, es crearà una circumferència amb centre al punt M i que passa per P. Cal veure també el comandament **Circumferència**.

El·lipse

Cal seleccionar dos punts que seran els dos focus de l'el·lipse, seguidament cal seleccionar un punt de l'el·lipse . Cal veure també el comandament **El·lipse**.

Hipèrbola

Cal seleccionar dos punts que seran el dos focus de la hipèrbola, seguidament cal seleccionar un punt de la hipèrbola. Cal veure també el comandament **Hipèrbola**.

Paràbola

Cal seleccioneu un punt que serà el focus de la paràbola i seguidament una recta que serà la directriu de la paràbola: Cal veure també el comandament **Paràbola**.

Eines de nombre i angle

Pendent

Cal seleccionar una recta i n'obtindrem el pendent i es mostrarà com a un text dinàmic a la Zona gràfica. Cal veure també el comandament **Pendent**.

Punt lliscant

En fer clic sobre qualsevol espai lliure de la Zona gràfica, es crea un segment amb un punt lliscant per ajustar el valor d'un número o d'un angle. La finestra emergent permet especificar el Nom, l'Interval [min, max] i l'Increment del número o angle d'acord amb l'amplada del segment del punt lliscant.

Eina de variable booleana

Casella de verificació per mostrar/amagar els objectes

Si cliquem sobre la zona gràfica, es crearà una casella de verificació per mostrar o amagar un o més objectes. A la finestra que apareix podem especificar quins objectes es veuran afectats per la casella de verificació.

Eines de transformacions geomètriques

Simetria central

Cal seleccionar l'objecte al qual li volem aplicar una simetria central. Després, cal seleccionar el punt que farà de centre de simetria. Cal veure també el comandament **Simetria**.

Simetria axial

Cal seleccionar l'objecte al qual li volem aplicar una simetria axial. Després, cal seleccionar la recta que farà d'eix de simetria. Cal veure també el comandament **Simetria**.

Eina insereix text

Insereix text

Amb aquesta eina podem crear texts estàtics i dinàmics o fórmules amb LaTeX a la Zona gràfica.

En primer lloc, hem d'especificar la ubicació del text d'una de les maneres següents:

Cal clicar sobre la Zona gràfica per crear un nou text en aquesta ubicació.

Cal clicar sobre un punt per crear un nou text vinculat a aquest punt.

A continuació, es mostra una caixa de diàleg on es pot escriure el text. Els textos poden ser de diferents tipus:

Text estàtic no depèn de cap objecte matemàtic i no sol ser afectat pels canvis de la construcció.

Text dinàmic conté valors d'objectes que canvien automàticament en canviar els objectes.

Text mixt és una combinació de text estàtic i dinàmic. Amb la finalitat de crear una barreja de text, podem introduir la part estàtica del text amb el teclat (per exemple, Punt A =), i a continuació, fem clic a sobre de l'objecte el valor del qual volem mostrar a la part dinàmica del text (per exemple clicant sobre el punt A).

Nota: GeoGebra afegirà automàticament la sintaxi necessària per crear el text dinàmic: les cometes al voltant de la part del text i més símbols per connectar diferents parts del text ("Punt A = " + A). El símbol (+) permet connectar les diferents parts.

Input	Descripció
"Aquest és un text "	text estàtic
A	text dinàmic utilitzant el valor (coordenades) del punt *A*
"Punt A = " + A	text mixt
"a = " + a + "cm"	text mixt
"a+b="+(a+b)	Visualitza el text *a+b*= seguit del resultat de la suma *a+b*
"a+b="+a+b	Visualitza el text *a+b*= seguit del valor d'*a*, seguit del valor de *b*. No suma els valors d'*a* i *b*.

Fórmules LaTeX

A GeoGebra també es poden escriure fórmules. Hem de marcar la casella, Fórmula LaTeX ,dins el caixa de diàleg de l'eina Insereix text i escriure la fórmula amb la sintaxi pròpia de LaTeX. Per tal de crear un text que conté una fórmula LaTeX, podem introduir el text i, a continuació, afegir la fórmula LaTeX entre els símbols de dòlar ($).

Exemple: La longitud de la diagonal es $\sqrt{ 2 }$.

Alguns comandaments de LaTeX s'expliquen en el següent quadre.

Entrada LaTeX	Resultat
\frac{a}{b}	$\frac{a}{b}$
\sqrt{x}	$\sqrt{x}$
\sqrt[n]{x}	$\sqrt[n]{x}$
\vec{v}	$\vec{v}$
\overline{AB}	$\overline{AB}$
x^{2}	x^{2}
a_{1}	a_{1}

5. Entrada algebraica

5.1. Observacions generals

La representació algèbrica dels objectes matemàtics (valors, coordenades, equacions, etc...) es mostren a la Finestra Algebraica. Per crear o modificar objectes podem utilitzar la Línia d'entrada situada al peu de la finestra del GeoGebra.

Nom dels objectes

Si volem donar un nom determinat a un objecte, ho podem fer mitjançant la Línia d'entrada de la manera següent:

- Si volem introduir un **punt,** posem C=(2, 4) , és a dir una lletra majúscula seguida d'un igual i les coordenades del punt.
- Si volem introduir un **vector**, posem v=(1, 3), els vectors els posem amb lletra minúscula.

• Si volem introduir una **Recta, cercle i cònica**: Per definir aquests objectes cal posar el nom i dos punts seguit de l'equació. Exemples: g: y = x + 3, c: (x-1)^2 + (y – 2)^2 = 4,

• Si volem introduir una **funció**: Podem escriure el nom de la funció, per exemple f(x)= o g(x)=davant de l'expressió algèbrica. Exemple: h(x)= 2x + 4. Si volem afegir un subíndex al nom dels objectes afegint un guió baix (_) entre el nom i el subíndex. Per exemple: A1 s'escriuria com A_1 .

Modificació del valor

Podem modificar els valors dels objectes lliures però els dependents no. Per modificar el valor dels objectes lliures, els podem tornar a definir o bé editar-los i canviar el valor: Per tornar-lo a definir cal que introduim el nom de l'objecte i el nou valor a la Línia d'entrada.

Introduir el nom, el valor o la definició d'un objecte a la Línia d'entrada

Per introduir el nom d'un objecte activem l'eina **Mou** i seleccionem l'objecte que volem inserir a la Línia d'entrada. A continuació, hem de prémer la tecla F5 del teclat.

Introduir el valor. Hi ha dues maneres d'introduir el valor d'un objecte a la Línia d'entrada: clicant amb el botó dret del ratolí sobre l'objecte i seleccionant l'opció *Copia a la Línia d'entrada* **,** o també ho podem fer seleccionant l'eina Mou i clicant sobre l'objecte el valor del qual volem introduir a la Línia d'entrada. Seguidament premeu la tecla F4.

Introduir la definició Hi ha dues maneres d'introduir la definició d'un objecte (per exemple,A = (4, 2), c = Circumferència [A, B]) a la Línia d'entrada. *Alt clic* sobre l'objecte del qual volem inserir la definició i suprimir qualsevol entrada que podria haver estat a la Línia d'entrada.

Activem l'eina Mou i seleccionem l'objecte. A continuació, hem de prémer la tecla F3 del teclat.

5.2. Entrada directa

Un nombre

Si introduïm un **nombre** a la línia d'entrada, GeoGebra li assignarà automàticament un nom en minúscules. Si volem posar-li un nom concret hem d'escriure el nom seguit d'un igual i el nombre, exemple r= 5.32.

Una recta

Si introduïm una **recta** ho hem de fer com una equació lineal en x i y o en forma paramètrica. En tots dos casos, podem utilitzar variables prèviament definides (nombres, punts, vectors). El nom de la recta l'hem de posar al començament de l'entrada seguit de dos punts. Exemple: g : 3x + 4y = 2 per introduir una recta g com a una equació lineal, o bé definim un paràmetre t (t = 3) abans d'introduir una recta g en forma paramètrica: X = (-5, 5) + t (4, -3), o bé definim els paràmetres m = 2 i b = -1 per introduir l'equació h: y =m x + b . Jo en el meu treball he fet servir la primera manera.

Eixos

Si volem introduir els **Eixos,** podem accedir als dos eixos de coordenades, X i Y, amb els comandaments EixX i EixY, respectivament.

Cònica

Una cònica, l'hem d'introduir mitjançant una equació quadràtica en x i y. Podem utilitzar variables prèviament definides (nombres, punts, vectors). El nom de la cònica l'haurem d'escriure al començament de l'entrada seguit de dos punts. Exemple: El·lipse eli: eli: 9 x^2 + 16 y^2 = 144

Funció

Per introduir una funció, podeu utilitzar variables prèviament definides (nombres, punts, vectors,. . .) i altres funcions. Exemples: Funció f: f(x) = 3 x^3 – x^2

Hi ha comandaments per obtenir la Integral i la derivada o també podem utilitzar f'(x) o f''(x) ... per obtenir les derivades successives d'una funció f(x) prèviament definida.

Funcions i operacions predefinides

Per introduir números, coordenades o equacions podem fer servir les funcions predefinides i les operacions següents. Per les funcions predefinides cal que posar els parèntesis sense espai entre el nom de la funció i el primer parèntesi.

Variables booleanes i operacions

A GeoGebra podem fer servir les variables booleanes true i false, escrivint a= true o b= false a la Línia d'entrada i prémer Retorn. Les variables booleanes lliures es poden mostrar com a **caselles de verificació** a la Zona gràfica. Podem utilitzar variables booleanes com si agafessin valors 0 o 1. D'aquesta manera una casella de verificació es podria aturar i engegar un punt lliscant amb l'animació activada, posant a la propietat velocitat del punt lliscant el nom de la casella de verificació.

En el següent quadre es veuen alguns exemples d'algunes operacions booleanes i condicionals:

	Operació	Teclat	Exemple	Tipus
igual	= o ==	==	a $\stackrel{?}{=}$ b or a == b	nombres, punts, rectes, còniques *a*, *b*
diferent	≠ o !=	!=	a ≠ b or a != b	nombres, punts, rectes, còniques *a*, *b*
més petit que	<	<	a < b	nombres *a*, *b*
més gran que	>	>	a > b	nombres *a*, *b*
més petit o igual que	≤ o <=	<=	a ≤ b or a <= b	nombres *a*, *b*
més gran o igual que	≥ o >=	>=	a ≥ b or a >= b	nombres *a*, *b*
i	∧	&&	a ∧ b or a && b	booleans *a*, *b*
o	∨	||	a ∨ b or a || b	booleans *a*, *b*

6.- Comandaments

Fent servir comandaments podem produir nous objectes i/o modificar-ne els existents. Els comandaments es poden escriure de forma automàtica , quan comencem a escriure un comandament a la Línia d'entrada, el programa intenta completar automàticament el comandament. Això vol dir que després d'escriure les dues primeres lletres del comandament a la Línia d'entrada, GeoGebra mostra el primer

comandament de la llista alfabètica de comandaments que comenci per aquestes dues lletres.

• Si acceptem el suggeriment, situem el cursor entre els parèntesi i premem Retorn.

• Si el comandament suggerit no és el que volem introduir, simplement cal seguir teclejant. El GeoGebra anirà adaptant els seus suggeriments a les lletres que anem escrivint.

Alguns comandaments generals són: **Esborra[Objecte], Si[Condició, Objecte];** genera una còpia de l'objecte si la condició s'avalua com a certa, i un objecte indefinit si s'avalua com a falsa **,Si[Condició, Objecte a, Objecte b];** genera una còpia de l'objecte a si la condició s'avalua com a certa, i una còpia de l'objecte b si s'avalua com a falsa.

Distància[Punt A, Punt B]: proporciona la distància entre els punts A i B. **Pendent[Recta]:** retorna el pendent de la recta donada, **Factoritza[Polinomi]:** Factoritza el polinomi, **ComptaSi[Condició, Llista]:** Retorna el resultat de comptar quants elements de la Llista satisfan la Condició, ...

7.- Opcions de menú, que fet servir en el meu treball

7.1 Menú fitxer

Finestra nova, aquesta opció de menú obre una nova finestra del GeoGebra amb la configuració per defecte de la interfície d'usuari del GeoGebra.

Nou, amb aquest ítem del menús s'obre una nova interfície de treball, buida, en la mateixa finestra del GeoGebra. Abans d'obrir la nova interfície d'usuari, el programa ens preguntarà si volem desar la construcció que tenim en aquell moment.

Obre, aquesta opció del menú Fitxer ens permetrà obrir un fitxer del GeoGebra (amb extensió GGB) que tinguem desat al vostre ordinador.

Desa, amb aquesta opció de menú podem desar al nostre ordinador la construcció que tinguem actualment com un fitxer del GeoGebra (amb extensió GGB).

Anomena i desa…, aquesta opció de menú ens permetrà desar al nostre ordinador la construcció que tinguem actualment com un fitxer GeoGebra (amb extensió GGB). El

programa ens demanarà que entrem un nom per a aquest fitxer abans de guardar-lo al nostre ordinador.

Previsualitza..., aquesta opció obre la finestra de Previsualització de la Zona Gràfica.

Exporta -- Construcció interactiva com a pàgina web (html)…, quan triem aquest ítem del menú, el GeoGebra exporta la construcció tal com la tenim en aquell moment com una pàgina web (HTML) i d'aquesta manera es crea una Construcció interactiva.

Hi ha més maneres d'exportar les construccions però jo he fet servir aquesta, exportant-les al geogebra tube.

Tanca, aquest opció del menú Fitxer tanca la finestra del GeoGebra.

7.2. Menú edita

Entre altres hi ha: Desfés. Refés. Esborra. Selecciona tot...

7.3. Menú visualitza

Algunes eines són aquestes:

Eixos. Aquesta opció de menú té com a objectiu mostrar o amagar els eixos de coordenades en la Zona gràfica.

Graella. Aquesta opció de menú té com a objectiu mostrar o amagar en la Zona gràfica la graella associada als eixos de coordenades.

Finestra algebraica. Aquesta opció de menú té com a objectiu mostrar o amagar els eixos de coordenades en la Zona gràfica.

8.- Característiques especials del GeoGebra

8.1. Animació

Pot ser:

8.1.1 Animació automàtica, GeoGebra ens permet animar un o més nombres i/o angles alhora si es mostren com a punts lliscants a la Zona gràfica.

Si volem animar un nombre o un angle a GeoGebra, hem de clicar amb el botó dret del ratolí a sobre del nombre o de l'angle i seleccionar Animació activada. Per tal d'aturar l'animació, desmarquem Animació activada. Després d'animar un nombre o un angle,

apareix un botó a la cantonada inferior esquerra de la Zona gràfica que ens permet pausar o continuar una animació. També podem fer animació manual.

8.1.2. Visibilitat condicional

A més de mostrar o amagar alguns objectes, també podem controlar la seva visibilitat depenent d'una condició. Per exemple, podeu fer que un objecte aparegui a la pantalla si marquem una casella de verificació a la Zona Gràfica o si un punt lliscant canvia a un valor determinat.

Mostrar o Amagar Objectes segons una Condició

Podem utilitzar l'eina Casella de verificació per mostrar/amagar els objectes amb la finalitat de crear una casella de verificació que controli la visibilitat d'un o més objectes a la pantalla. Alternativament, també podem crear una Variable booleana (per exemple, b=true) utilitzant la Línia d'Entrada i fer que sigui visible com a casella de verificació a la Zona Gràfica canviat el seu estat de visibilitat.

8.2 Etiquetes i Llegendes

Mostrar i Amagar Etiquetes, podem mostrar o amagar les etiquetes dels objectes a la Zona gràfica de diferents maneres: Seleccionem l'eina Mostra / amaga Etiqueta i cliquem a sobre de l'objecte l'etiqueta del qual volem mostrar o amagar. O bé obrim el Menú Contextual de l'objecte i seleccionem Mostra Etiqueta. O bé obrim el Quadre de diàleg Propietats de l'objecte i marquem o desmarquem la casella de verificació Mostra etiqueta de la pestanya Bàsic.

Nom i Valor,A GeoGebra, cada objecte té un nom únic que es pot utilitzar per l'etiqueta de l'objecte a la Zona gràfica. A més, un objecte també es pot etiquetar utilitzant el seu valor o el seu nom i valor. Podeu canviar aquesta configuració en l'etiqueta del Quadre de diàleg Propietats a la pestanya Bàsic, seleccionant la corresponent opció Nom, Valor, o Nom i Valor al menú desplegable al costat de la casella Mostra etiquetes.

Llegenda, tanmateix, de vegades pot ser que vulguem assignar la mateixa etiqueta a diversos objectes, en aquest cas, GeoGebra ofereix llegendes per a tots els objectes.

8.3. Traç i Lloc geomètric

Els objectes poden deixar un traç a la Zona gràfica quan els movem. Utilitzem el Menú

Contextual per canviar aquesta opció Activa la traçada. Llavors, es modifica la construcció de manera que l'objecte la traçada del qual hem activat deixa un traç en canviar de posició.

9.- Recull de les construccions fetes per mi en el meu treball

Applet 1. Solucions equació de 2n grau.

https://www.geogebratube.org/student/m113853

Applet 2. Arrels equació de grau més gran que tres i la seva factorització.

https://www.geogebratube.org/student/m130881

Applet 3. Relació entre la fórmula i la forma de la funció polinòmica grau zero.

https://www.geogebratube.org/student/m110644

Applet 4: Relació entre la fórmula i la forma de la funció polinòmica de 1r grau.

https://www.geogebratube.org/student/m112165

Applet 5: Relació entre la fórmula i la forma de la funció polinòmica de 2n grau.

https://www.geogebratube.org/student/m113853

Applet 6: Relació entre la fórmula i la forma segon el grau de la funció polinòmica.

https://www.geogebratube.org/student/m126752

Applet 7: Influència del monomi del grau més gran en la forma de la funció.

https://www.geogebratube.org/student/m126752

Applet 8: Equació reduïda de la circumferència.

https://www.geogebratube.org/student/m128419

Applet 9: Equació general de la circumferència

https://www.geogebratube.org/student/m129275

Applet 10: El·lipse.

https://www.geogebratube.org/student/m129440

Applet 11: Hipèrbola

https://www.geogebratube.org/student/m129569

Applet 12: Equació general de segon grau.

https://www.geogebratube.org/studet/m127941

Applet 13: Factorització de funcions igual a unió de corbes.

https://www.geogebratube.org/student/m135447

Applet 14:Igualtat de corbes.

https://www.geogebratube.org/student/m132107

Applet 15: Relació grau del polinomi i el nombre de punts amb seccions amb una recta.

https://www.geogebratube.org/student/m134413

Applet 16: Corbes cúbiques.

https://www.geogebratube.org/student/m137200

Applet 17: Corba el·líptica

https://www.geogebratube.org/student/m137196

Applet 18: Bruixa Maria Agnesi.

https://www.geogebratube.org/student/m137170

Applet 19: Cisoide de Diocles

https://www.geogebratube.org/student/m137174

Applet 20. Corba de Fermat.

https://www.geogebratube.org/student/m137193

Applet 21: Foli de Descartes

https://www.geogebratube.org/student/m137198

Applet 22: Conchoide de Nicomedes.

https://www.geogebratube.org/student/m137187

Applet 23:Lemniscata de Geromo.

https://www.geogebratube.org/student/m137199

Applet 24. Corba de Macheroni.

https://www.geogebratube.org/student/m137189

Applet 25. Oval de Descartes.

https://www.geogebratube.org/student/m132128

Applet 26. Corba deltoide.

https://www.geogebratube.org/student/m137190

Applet 27: Simetria central

https://www.geogebratube.org/student/m143253

Applet 28: Simetria axial

https://www.geogebratube.org/student/m143248

Applet 29: Concepte de límit

https://www.geogebratube.org/student/m151355

Applet 30: Concepte de funció continua en un punt

https://www.geogebratube.org/student/m151360

Applet 31: Concepte de taxa de variació mitjana

https://www.geogebratube.org/student/m150966

Applet 32: Interpretació geomètrica f'(a)

https://www.geogebratube.org/student/m151347

Applet 33: Concepte de funció derivada

https://www.geogebratube.org/student/m150916

Applet 34: Relació entre f'(a) amb la monotonia i els extrems relatius

https://www.geogebratube.org/student/m151377

10.- Explicació de com he elaborat els applets de geogebra

A continuació explicaré com he elaborat un applet de geogebra per mitjà de diferents passos, en concret explicaré com vaig fer el geogebra "Conchoide de Nicomedes":

1. Primer determino dos paràmetres amb lliscadors.
2. Més endavant introdueixo l'equació de la corba, lligant amb a i b de l'equació amb els paràmetres anteriorment posats.
3. Un cop dibuixada l'equació, obro l'eina per escriure el text i selecciono l'objecte: equació.
4. Per posar el títol faig el mateix però introduint el text que vull sense seleccionar cap element
5. Repeteixo el procés fet en els passos 1 i 2, però ara faig un clic dret i activo l'opció d'animació. A més, poso una velocitat diferent a cada un del paràmetres per tal de que sempre es mostrin tots els casos possibles.
6. Creu dues caselles diferents, una on posi "Animació activada" i que oculti el paràmetres i funcions que no es mouen automàticament, i l'altre on posi "Animació desactivada" que oculti el paràmetres i funcions que es mouen automàticament.

7. Per acabar faig la part més estètica, mirant que els paràmetres i funcions equivalents estiguin als mateixos punts i tinguin el mateix estil per tal de que no es noti la petita trampa que he fet.
8. Posteriorment, acabo pujant-lo a “geogebratube.com” i fent-lo públic perquè tots puguin disfrutar de la meva petita obra.

ANNEX 3: DEMOSTRACIONS DE LES SINGULARITATS

Figura 1. Zeck: $\boldsymbol{x^2 + y^2 = z^3(1 - z)}$

Sigui la funció $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^3(1 - z)$, calculem les derivades parcials i les igualem a zero:

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 2x = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = 2y = 0;$$

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = -3z^2(1 - z) - (-1)z^3 = 0$$

Resolem les equacions:

$$2x = 0; \quad x = 0$$

$$2y = 0; \quad y = 0$$

$$-3z^2(1 - z) - (-1)z^3 = 0; \quad z^2[-3(1 - z) + z] = 0; \quad z^2(-3 + 4z) = 0;$$

Igualem cada terme a zero i tenim que: $\begin{cases} z = 0 \\ z = \frac{3}{4} \end{cases}$

Els possibles punts singulars són: $\begin{cases} (0,0,0) \\ (0,0,3/4) \end{cases}$, els substituïm a la funció i tenim:

$$f(0,0,0) = 0 \quad i \quad f(0,0,3/4) = -\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) = -\frac{27}{256}$$

Per tant només tenim un punt singular i aquest és el punt (0,0,0), ja que perquè sigui punt singular la funció ha de donar zero.

Figura 2. Sofà: $\boldsymbol{x^2 + y^3 + z^5 = 0}$

Sigui la funció: $f(x, y, z) = x^2 + y^3 + z^5$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 2x = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = 3y^2 = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = 5z^4 = 0$$

Resolem les equacions:

$$2x = 0; \quad x = 0$$

$$3y^2 = 0; \quad y = 0$$

$$5z^4 = 0; \quad z = 0$$

El possible punt singular és: $(0,0,0)$, els substituïm a la funció i queda: $f(0,0,0) = 0$, per tant és un punt singular.

Figura 3. Calypso:$\boldsymbol{x^2 + y^2 z - z^2 = 0}$

Sigui la funció: $f(x,y,z) = x^2 + y^2 z - z^2$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 2x = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = 2y\, z = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = y^2 - 2z = 0$$

Resolem les equacions:

$$2x = 0; \quad x = 0$$

$$2yz = 0; \quad y = 0 \;\; o \;\; z = 0$$

$$y^2 - 2z = 0; \quad z = \frac{y^2}{2}$$

El possible punt singular és: $(0,0,0)$, els substituïm a la funció i ens queda:

$f(0,0,0) = 0$ per tant és un punt singular.

Figura 4. Ding-dong: $\boldsymbol{x^2 + y^2 + z^3 - z^2 = 0}$

Sigui la funció $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^3 - z^2$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 2x = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = 2y = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = 3z^2 - 2z = 0$$

Resolem les equacions:

$$2x = 0; \quad x = 0$$

$$2y = 0; \quad y = 0$$

$$3z^2 - 2z = 0; \quad z(3z - 2) = 0$$

Igualem a zero cada terme i obtenim $\begin{cases} z = 0 \\ z = 2/3 \end{cases}$

Els possibles punts singulars són: $\begin{cases} (0,0,0) \\ (0,0,2/3) \end{cases}$, i els substituïm a la funció:

$$f(0,0,0) = 0 \;\; i \;\; f(0,0,2/3) = \frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{3} = -\frac{4}{27}$$

Per tant el punt singular és el punt $(0,0,0)$, ja que el punt $(0,0,2/3)$ no pertany a la superfície, ja que no dona zero la funció.

Figura 5. Vis à Vis: $x^2 - x^3 + y^2 + y^4 + z^3 - z^4 = 0$

Sigui la funció $f(x,y,z) = x^2 - x^3 + y^2 + y^4 + z^3 - z^4$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 2x - 3x^2 = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = 2y + 4y^3 = 0;$$

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = 3z^2 - 4z^3 = 0$$

Resolem les equacions:

$$2x - 3x^2 = 0; \quad x(2-3x) = 0; \quad x = 0 \ \ o \ \ x = \frac{2}{3}$$

$$2y + 4y^3 = 0; \quad y(2+4y^2) = 0; \quad y = 0$$

$$3z^2 - 4z^3 = 0; \quad z^2(3-4z) = 0; \quad z = 0 \ \ o \ \ z = \frac{3}{4}$$

Els possibles punts singulars són: $\begin{cases} (0,0,0) \\ (0,0,3/4) \\ (2/3\,,0,0) \\ (2/3\,,0,3/4) \end{cases}$, si els substituïm a la funció:

$$f(0,0,0) = 0,$$

$$f(0,0,3/4) = \frac{3^3}{4} - \frac{3^4}{4},$$

$$f(2/3\,,0,0) = \frac{2^2}{3} - \frac{2^3}{3} = \frac{4}{27} \quad i \quad f(2/3\,,0,3/4) = \frac{27}{256} + \frac{4}{27}$$

Per tant el punt singular és el punt $(0,0,0)$.

Figura 6. Doble con: $x^2 + y^2 - z^2 = 0$

Sigui la funció $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - z^2$.

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 2x = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = 2y = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = -2z = 0$$

Resolem les equacions:

$$2x = 0; \quad x = 0$$

$$2y = 0; \quad y = 0$$

$$2z = 0; \quad z = 0$$

I obtenim el punt $(0,0,0)$. Si el substituïm a la funció: $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - z^2$, veiem que dóna zero i per tant és un punt singular. Si agafem la funció: $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - z^2 + a$, veiem que només donarà zero quan $a = 0$.

Figura 7. Hèlix: $6x^2 - 2x^4 - y^2z^2 = 0$

Sigui la funció $f(x,y,z) = 6x^2 - 2x^4 - y^2z^2$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 12x - 8\,x^3 = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = -2yz^2 = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = -2\,y^{\,2}z = 0$$

Resolem les equacions:

$$12x - 8x^3 = 0; \quad x(12 - 8x^2) = 0; \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\dfrac{12}{8}} = \pm\sqrt{\dfrac{3}{2}} \end{cases}$$

$$-2yz^2 = 0; \quad y = 0 \;\; o \;\; z = 0$$

$$-2y^2z = 0; \quad y = 0 \;\; o \;\; z = 0$$

Possibles punts: $(0,0,0)$; $(0,0,z)$; $(0,y,0)$; $\left(\pm\sqrt{\frac{3}{2}},0,z\right)$; $\left(\pm\sqrt{\frac{3}{2}},y,0\right)$

Si substituïm a la funció: $f(x,y,z) = 6x^2 - 2x^4 - y^2z^2$

$f(0,0,0) = 0$; $f(0,0,z) = 0$; $f(0,y,0) = 0$; $f\left(\pm\sqrt{\frac{3}{2}},0,z\right) = \frac{9}{2}$; $f\left(\pm\sqrt{\frac{3}{2}},y,0\right) = \frac{9}{2}$

Els punts singulars són: $(0,0,0)$; $(0,0,z),(0,y,0)$ per a qualsevol z, y nombres reals.

Figura 8. Cub: $x^6 + y^6 + z^6 - 1 = 0$

Sigui la funció $f(x,y,z) = x^6 + y^6 + z^6 - 1$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 6x^5 = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = 6y^5 = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = 6z^5 = 0$$

Resolem les equacions i trobem el punt $(0,0,0)$ però quan el substituïm a la funció $f(0,0,0) = -1$. Com que no dóna zero, el punt no pertany a la superfície i per tant no és un punt singular.

Figura 9. Cel i infern: $x^2 - y^2z^2 = 0$

Sigui la funció $f(x,y,z) = x^2 - y^2z^2$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = 2x = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = -2y\,z^2 = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = -2\ z\,y^2 = 0$$

Resolem les equacions:

$$2x = 0; \quad x = 0$$

$$-2yz^2 = 0; \quad y = 0\ \ o\ \ z = 0$$

$$-2zy^2 = 0; \quad y = 0\ \ o\ \ z = 0$$

Les possibles solucions són: $(0,0,0)$; $(0,y,0)$; $(0,0,z)$.

Si aquests punts els substituïm a la funció: $f(x,y,z) = x^2 - y^2z^2$

$$f(0,0,0) = 0; \quad f(0,y,0) = 0; \quad f(0,0,z) = 0$$

Els punts singulars són: $(0,0,0)$; $(0,0,z)$, $(0,y,0)$ per qualsevol z, y nombres reals.

Figura 10. Colibrí: $z^3 + y^2z^2 = x^2$

Sigui la funció $f(x,y,z) = z^3 + y^2z^2 - x^2$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x,y,z)}{\delta x} = -2x = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta y} = 2y\,z^2 = 0; \quad \frac{\delta f(x,y,z)}{\delta z} = 2\ z\,y^2 + 3\,z^2 = 0$$

Resolem les equacions:

$$-2x = 0; \quad x = 0$$

$$2yz^2 = 0; \quad y = 0\ \ o\ \ z = 0$$

$$2zy^2 + 3z^2 = 0; \quad z(-2y^2 - 3z) = 0; \quad \begin{cases} z = 0 \\ z = \dfrac{-2}{3}y^2 \end{cases}$$

Les possibles solucions són: $(0,0,0)$

Si aquests punts els substituïm a la funció: $f(x,y,z) = z^3 + y^2z^2 - x^2$

$$f(0,0,0) = 0$$

El punt singular és $(0,0,0)$

Figura 11. Distel: $\boldsymbol{x^2 + y^2 + z^2 + (x^2 + y^2)(x^2 + z^2)(y^2 + z^2) = 1}$

Sigui la funció $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + (x^2 + y^2)(x^2 + z^2)(y^2 + z^2) - 1$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

$$\frac{\delta f(x, y, z)}{\delta x} = 2x + (2x(x^2 + z^2) + (2x(x^2 + y^2))(y^2 + z^2) = 0;$$

$$\frac{\delta f(x, y, z)}{\delta y} = 2y + (2y(y^2 + z^2) + (2y(x^2 + z^2))(x^2 + z^2) = 0;$$

$$\frac{\delta f(x, y, z)}{\delta z} = 2z + (2z(y^2 + z^2) + (2z(x^2 + z^2))(x^2 + y^2) = 0$$

Calculem les derivades parcials i les igualem a zero.

- $2x + (2x(x^2 + z^2) + (2x(x^2 + y^2))(y^2 + z^2) = 0;$

$2x(1 + (x^2 + z^2) + (x^2 + y^2)(y^2 + z^2) = 0$

- $2y + (2y(y^2 + z^2) + (2y(x^2 + z^2))(x^2 + z^2) = 0;$

$2y(1 + (y^2 + z^2) + (x^2 + z^2))(x^2 + z^2) = 0$

- $2z + (2z(y^2 + z^2) + (2z(x^2 + z^2))(x^2 + y^2) = 0;$

$2z(1 + (y^2 + z^2) + (x^2 + z^2))(x^2 + y^2) = 0$

Si igualem a zero cada equació només trobem la solució (0,0,0). Quan substituïm a la funció $f(0,0,0) = -1$ no dóna zero i en conseqüència la superfície no té cap singularitat. Per tant a la fotografia la figura sembla que té punxes i en canvi no ho són.