





# Índex

INTRODUCCIÓ.....	1
MARC TEÒRIC.....	4
INTRODUCCIÓ AL CINEMA D'ANIMACIÓ .....	4
QUÈ ES L'ANIMACIÓ.....	7
PROCÉS DE CREACIÓ DE L'ANIMACIÓ DIGITAL.....	7
MODELATGE DE PERSONATGES.....	8
PATRONS .....	15
ARTICULACIÓ.....	21
ANIMACIÓ .....	30
AMBIENTS .....	37
EFECTES ESPECIALS .....	42
RENDERITZAT.....	48
MARC PRÀCTIC .....	59
MODELATGE 1 .....	59
MODELATGE 2 .....	61
PATRONS .....	62
ARTICULACIÓ.....	63
ANIMACIÓ.....	64
CONCLUSIÓ .....	67
BIBLIOGRAFIA.....	69
WEBGRAFIA.....	70
ANNEX1 - GLOSSARI.....	71
ANNEX 2 – USB.....	72

## INTRODUCCIÓ

Des que som ben petits, sovint els adults en asseguren que les matemàtiques i la física estan presents en tot el que ens envolta, i també molt sovint, en sentir-ho, ens preguntem on són realment, perquè poques vegades les veiem.

A mesura que anem creixent i aprenem veiem que sí, que es cert, que realment aquestes dues disciplines són el gran pilar del món. Però sembla que només ho siguin si parlem de ciències i no d'art o de processos artístics. Perquè, on es troben les matemàtiques en un quadre de Picasso o de Van Gogh?

Seguint aquesta línia del món "artístic", m'he adonat del molt que m'agrada el cinema d'animació digital. Des de que sóc petita me'n considero una gran fan, em sé els diàlegs de totes i cada una de les pel·lícules de *Disney* i *Pixar*.

I va ser pensant en això que va sorgir la pregunta del treball: fins a quin punt intervenen unes disciplines tan tècniques com les matemàtiques o la física en una cosa aparentment tant artística com és el cinema d'animació?

A partir d'aquí, la **hipòtesi inicial de treball** és que efectivament les matemàtiques i la física són pilars fonamentals en el programari específic que s'utilitza per a l'animació digital.

D'aquesta manera, a través d'aquest estudi, l'**objectiu central** del treball és descobrir i fer evident la relació que guarda el cinema d'animació digital amb les matemàtiques i la física.

Els objectius secundaris són:

- Conèixer les diferents fases procedimentals en el treball d'animació digital.
- Identificar els principis matemàtics i/o físics que es necessiten per a desenvolupar la creació d'animació digital.

- Localitzar exemples il·lustratius del resultat final en cada un dels processos d'animació digital.
- Conèixer de primera mà algun programa informàtic d'animació digital.
- Comprovar que, efectivament, el programari treballa a partir dels conceptes matemàtics i/o físics identificats.
- Analitzar fins a quin punt l'usuari necessita conèixer i dominar aquests conceptes.

La **metodologia de recerca** inclou dues fases:

1. Creació d'un marc teòric que posi en context la hipòtesi.

Al marc teòric s'explicaran totes i cada una de les fases del procés de creació d'una pel·lícula o curtmetratge d'animació digital, s'hi explicaran els conceptes matemàtics i/o físics que intervenen en cada una, i veurem com s'apliquen en l'animació digital.

Per a construir aquest marc teòric es farà recerca bibliogràfica i també documental (principalment, basada en les pel·lícules d'animació de Disney i Píxar com a fonts audiovisuals i com a màxims representants en la creació digital animada d'avui en dia).

2. Desenvolupament d'una part pràctica basada en la creació d'una petita animació digital.

En el marc pràctic en canvi, s'elaboraran una sèrie de clips on s'il·lustraran alguns dels conceptes i parts explicades durant el marc teòric.

Per poder realitzar aquesta pràctica, caldrà una fase de formació per entendre tot el procés així com per conèixer el programari a utilitzar. Aquesta formació es realitzarà principalment a través de "*Khan Academy*<sup>1</sup>:

---

<sup>1</sup> Khan Academy és una plataforma sense ànim de lucre que ofereix una gran varietat de cursos gratuïts que aborden diferents temàtiques (ciència, història, economia, etc) amb l'objectiu de que cada alumne tingui un aprenentatge personalitzat amb el que es senti a gust i pugui avançar al seu ritme.

*Pixar in Box*” i del canal de youtube Cinematix on trobem tutorials específics i didàctics.

Una motivació addicional per a realitzar aquest treball de recerca és poder comprovar si aquest àmbit d'estudi m'atreu suficientment com per a dedicar-m'hi professionalment.

## MARC TEÒRIC

### INTRODUCCIÓ AL CINEMA D'ANIMACIÓ

El cinema d'animació és anterior al cinema tradicional, tal i com l'entendem (enregistrament de la realitat amb una estructura narrativa).

De fet, des de ben antic l'home ha intentat recrear la il·lusió de moviment com podem veure tant a les pintures rupestres, a l'art egipci o fins i tot a les ombres xinesques.

Però va ser a l'any 1640 (segle XVII) que es va inventar la **Llanterna Màgica**,<sup>2</sup> que projectava diferents fases del moviment mitjançant gravats sobre cristall.

Més tard, ja al segle XIX es va descobrir el **Principi de Persistència de la Visió**<sup>3</sup> en el què encara es basen totes les imatges projectades. Segons aquest principi, l'ull humà és capaç de retenir la imatge que veu durant el temps suficient per a ser substituïda per una altra i així successivament fins a cobrir un moviment complet. Posteriorment, altres científics van analitzar el temps concret que pot retenir-se aquesta imatge fins a concloure que si aquestes es succeeixen a més de 10 imatges per segons el resultat aconseguit és la il·lusió de moviment.

Mentrestant, naixia la fotografia que van començar a substituir els dibuixos. A mesura que va ser possible augmentar la velocitat amb què es prenia la imatge, també es va fer possible fotografiar un moviment real en comptes de posicions fixes d'aquest moviment.

Un pas important en l'evolució del cinema d'animació va venir de la mà d'Émile Reynaud que va aconseguir un moviment més fluid gràcies al **Praxinoscopi**<sup>4</sup> (1877). A partir d'aquest moment, va ser possible començar a projectar pel·lícules animades amb argument, acompanyades de música i efectes sonors.

Aquestes pel·lícules utilitzaven ja les bases de l'animació moderna, dibuixant els personatges sobre papers transparents per evitar haver de repetir els fons.

---

<sup>2</sup> El seu inventor va ser l'Anthonasius Kircher

<sup>3</sup> Aquest principi va ser plantejar per primera vegada pel Peter Mark Roget (1824)

<sup>4</sup> El praxinoscopi és un tambor giratori amb un anell de miralls al centre i dibuixos a les parets interiors que en girar semblen cobrar vida...

Però “oficialment” el cinema d’animació naix el 1905 (10 anys més tard que el cinema convencional) amb la pel·lícula “*Hôtel électrique*” de S. Chomón y “*La maison ensorcelée*” de S. Blackton (1907).

Per últim, per acabar amb aquesta ràpida revisió dels inicis del cinema d’animació, cal esmentar a Émile Cohl, dibuixant de còmics, que va fer els primers curtmetratges de dibuixos animats.

Però el primer en adonar-se de les possibilitats industrials del cinema d’animació va ser JR Bray qui va desenvolupar la tècnica d’acetats transparents superposats<sup>5</sup> que va suposar una revolució que s’ha mantingut fins a l’era digital.

A Espanya, la primera pel·lícula íntegrament animada va ser “*El Toro Fenómeno*” (1919) de Fernando Marco, de 10 minuts de durada.

Durant el segle XX seguim trobant autors fan les seves aportacions particulars tant en qüestions tècniques com creatives, però la consolidació del cinema d’animació arriba de la mà del conegut “*Mickey Mouse*” (1928), creat per Ub Iwerks i produït per Walt Disney, i va significar un punt d’inflexió important i va propiciar una de les millors èpoques d’aquest tipus de cinema.

Una de les primeres pel·lícules de llarg metratge va ser “*Snow White and the seven dwarfs*” (1937) i va mostrar al món les grans possibilitats que tenia l’animació per a la indústria cinematogràfica. De fet, aquesta pel·lícula és considerada una precursora de la tècnica de captura del moviment digital (gràcies a l’ús del **rotoscopi**, un nou aparell que millorava el moviment dels dibuixos).

En aquesta mateixa època, trobem personatges famosos com *Betty Boop*, *Popeye* o *El Pájaro Loco*. Companyies com *Disney*, *Parmount* o *Warner Bros* competeixen en aquest creixent mercat audiovisual.

L’aparició d’una nova tècnica als anys 40, el **recanvi de peces**, va revolucionar l’animació audiovisual.

---

<sup>5</sup> Cel-Systems



És després de la segona Guerra Mundial que el cinema d'animació es consolida definitivament de la mà de *Disney* i dels curtmetratges de la *Warner Bros*, centralitzant la major part de la indústria als Estats Units.

D'aquesta època tenim pel·lícules com "*Dumbo*" (1941), "*Cinderella*" (1950), "*Alice in Wonderland*" (1951), "*Peter Pan*" (1953), "*Lady and the Tramp*" (1955) o "*Sleeping Beauty*" (1959). De fet, aquesta darrera va marca el final d'una era als estudis *Disney* ja que va ser l'última pel·lícula totalment dibuixada a mà (un procés molt car).

A partir del 1961, amb "*101 dalmatians*", es comença a treballar amb el sistema Xeroxed, molt més econòmic tot i que també menys creatiu.

S'inicia aleshores un procés de recerca i innovació per aconseguir noves formes d'expressió artística i més llibertat que s'allunyaven de l'estil hiperrealista de *Disney*.

Amb la posterior aparició de la televisió, el cinema amplia els seus canals de distribució (televisió, vídeo i després DVD). És a partir dels anys 80 que s'accelera la seva tecnificació.

John Whitney és un dels pioners més destacat de l'animació digital dels anys 60 i 70 i creador del sistema precursor de la **motion control**, per desenvolupar gràfics i animacions tant en l'àmbit comercial com experimental.

Segons aquest autor, la innovació tecnològica havia de portar els mitjans per a una nova era de l'animació ja que permetia crear música, gràfica i moviment alhora.

El gran canvi que ha experimentat l'animació digital a la darrera dècada del segle XX ha estat possible gràcies a la incorporació definitiva dels ordinadors en el procés tècnic i creatiu<sup>6</sup>.

Grans títols d'aquesta animació digital són "*Toy Story*", la primera pel·lícula realitzada totalment amb ordinador (1995) per *Pixar*, "*Antz*" (1998) produïda per *Dreamworks*, "*A bug's life*", "*Monsters Inc.*", "*Finding Nemo*", "*Shreck*", etc.

---

<sup>6</sup> La primera seqüència en la que es va utilitzar l'ordinador per crear un disney y ambient que donés la idea de que la càmera es movia en totes les direccions va ésser a 1991 en el ball de "*Beauty and the Beast*".

## **QUÈ ES L'ANIMACIÓ**

L'animació és la tècnica que dóna la sensació de moviments a imatges, dibuixos, figures, objectes, persones o altres a partir de la utilització de petits canvis de posició per a què, gràcies a la persistència de la visió, l'ull humà capti el procés com un moviment real.

A diferència del cinema convencional (que treballa a 24 fotogrames per segon) el cinema d'animació es pot construir a partir de 8 imatges per segon.

En el cas de l'animació digital, la unitat elemental no és el fotograma sinó el píxel, molt més petit i que dóna com a resultat un control total respecte de l'espai (l'objecte animat) com del temps (el moviment de la imatge).

## **PROCÉS DE CREACIÓ DE L'ANIMACIÓ DIGITAL**

La creació d'una pel·lícula d'animació consta de les següents parts:

1. Modelatge de personatges
2. Patrons
3. Articulació
4. Animació
5. Modelatge d'ambients
6. Efectes
7. Renderitzat

## MODELATGE DE PERSONATGES

Els personatges de les pel·lícules d'animació són molt diferents els uns amb els altres. Tanmateix hi ha un tret que els caracteritzen: no es veuen computats. Tots els personatges es veuen orgànics i naturals.



*Personatges de Pixar*

Això és gràcies al modelatge, que crea una figura virtual a l'ordinador en 3 dimensions.

El principal problema per modelar, recau en que les seves formes han de ser suaus sense importar si estan lluny o a prop de la càmera per a que es vegin realistes. A més a més, està el problema de que l'ordinador treballa millor amb rectangles i cilindres, i nosaltres necessitem crear formes complexes.

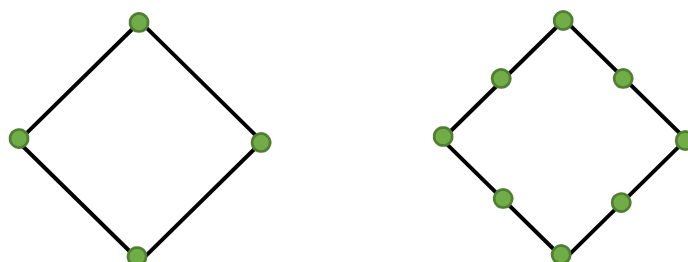
Per solucionar-ho, utilitzem la **subdivisió**.

### Què és la subdivisió?

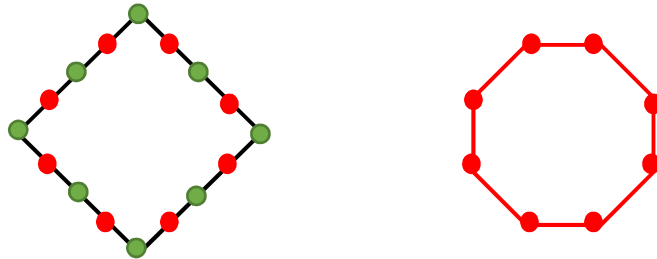
La subdivisió és un **algorisme** matemàtic que ens permet aconseguir formes més realistes. Consta de dos passos: divisió i pro-mig.

Posem un exemple senzill de com funciona en 2 dimensions:

Tenim una forma senzilla de quatre punts, a la qual agreguem punts mitjos a cada recta. Aquest pas s'anomena divisió.

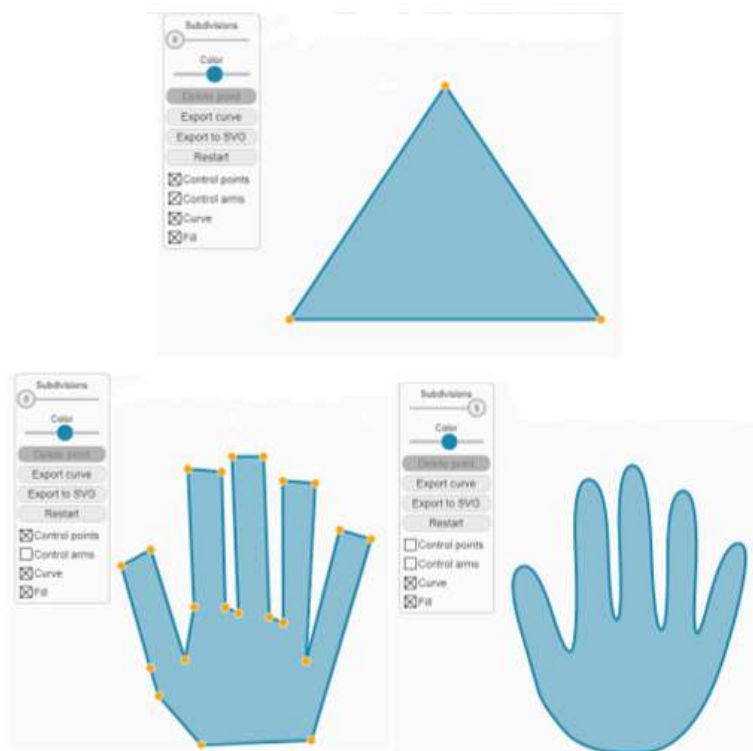


Ara, per fer que la figura es suavitzi, desplaçarem els punts a la meitat de la distància del següent, i unirem els punts. Això és el pro-mig.



La figura es va suavitzant repetint el procediment, ja que les rectes es van convertint poc a poc en arcs parabòlics.

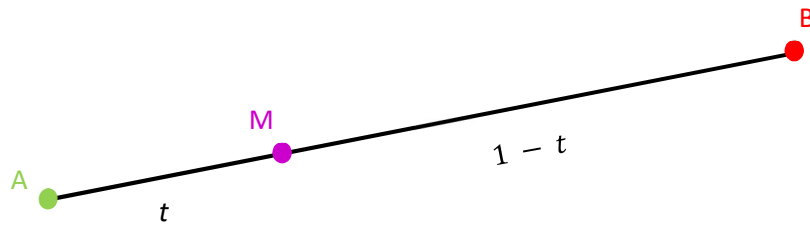
Podem agregar tant punts com vulguem, de manera que, per exemple, el que inicialment era un triangle, acaba convertint-se en una figura de 21 punts que gràcies a la suavitat que li aporta la subdivisió, acaba convertint-se en una mà més real.



*Procés de suavització de la subdivisió*

Això és el que passa quan apliquem la subdivisió. Per crear figures com aquestes, necessitem els **pro-mitjos ponderats**. L'algoritme del pro-mig ponderat és el següent:

$$M = (1 - t)A + tB$$

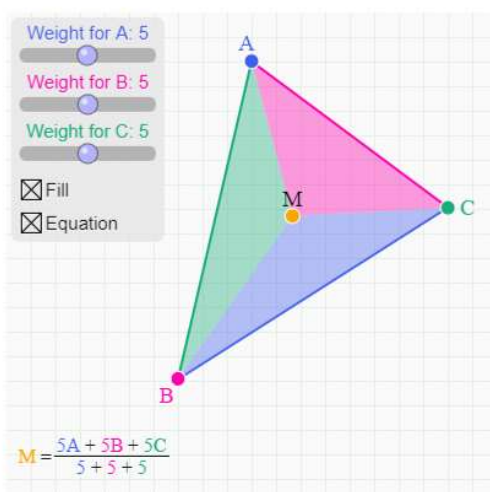


Representació gràfica del pro-mig ponderat

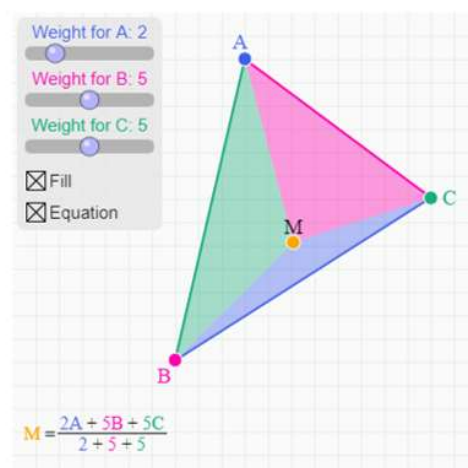
Però per crear personatges no utilitzem segments, sinó figures, i per això fem anar el **pro-mig ponderat de tres punts**, i la fórmula passa a ser:

$$M = \frac{A + B + C}{1 + 1 + 1}$$

En aquest tipus de pro-mig es té en compte el pes de cada un dels punts, de manera que si el pes de *A* disminueix, *M* s'allunya.

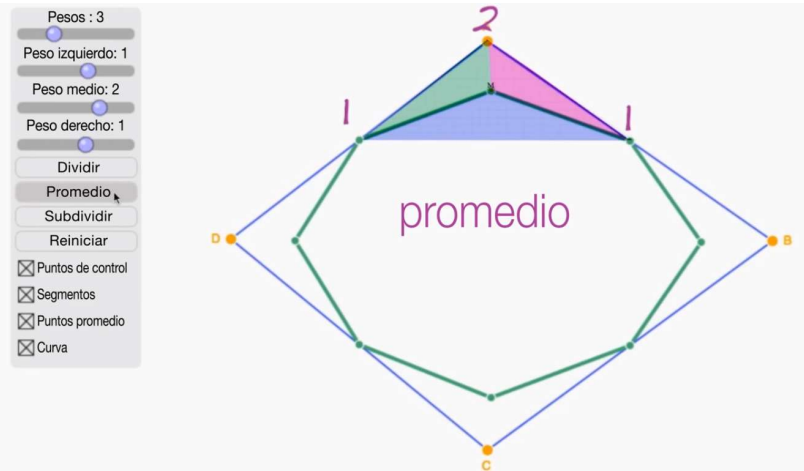


Representació gràfica del pro-mig ponderat quan tots els punts són equivalents



Representació gràfica del pro-mig ponderat quan els punts són diferents

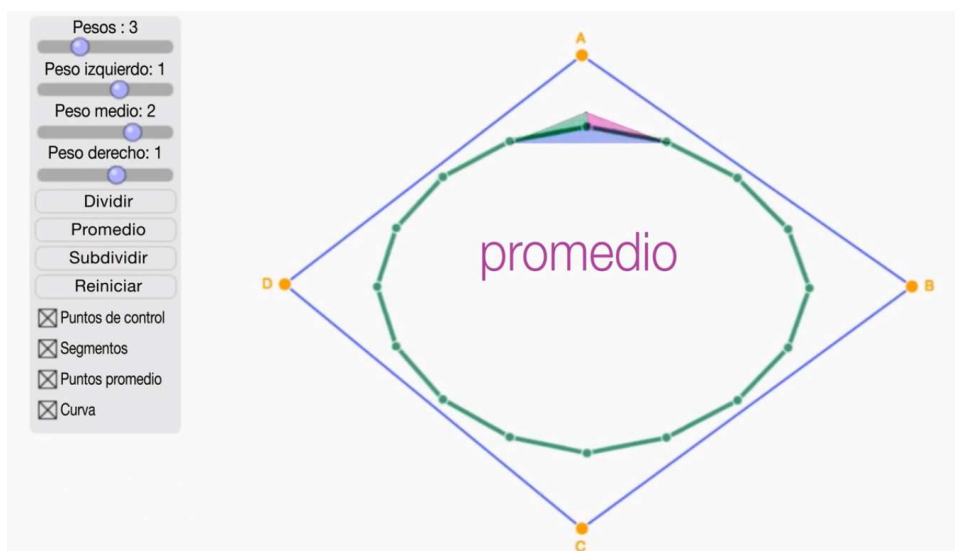
Ara sabem com funciona el pro-mig ponderat amb dos i tres punts, però... que passaria si fem el **pas pro-mig** amb **pro-mitjos ponderats**?



*Representació gràfica del pas de divisió de tres punts*

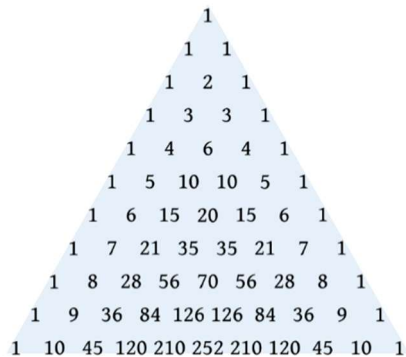
Com veiem en la fotografia, el pas de divisió no canvia, però quan haguem d'aplicar el pro-mig, si posem els pesos  $A = 1$ ,  $B = 2$ ,  $C = 1$ , cada punt és mourà cap a la posició corresponent amb pes 2, al punt proper de l'esquerra amb pes 1, i al punt proper de la dreta amb pes 1.

Si tornem a aplicar els dos passos, ens quedarà una figura així:



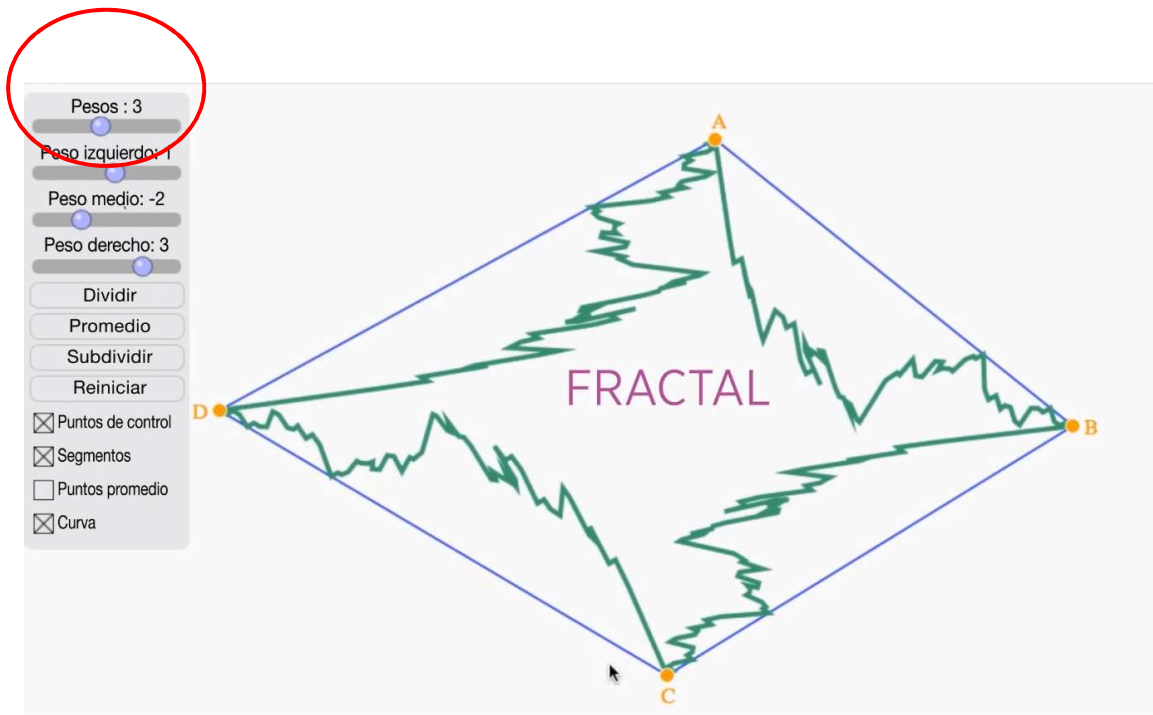
*Representació gràfica després d'aplicar la divisió i el pro-mig.*

Per a que les corbes siguin cada vegada més suaus, utilitzem el Triangle de Tartàglia o de Pascal<sup>7</sup> per posar les xifres del pesos, de manera que sempre acabem utilitzant els mateixos: 1-2-1 // 1-3-1 // etc.



Triangle de Tartàglia o de Pascal

Si pel contrari utilitzem números que no formen part del Triangle, no se'ns crearan corbes i s'acaba formant el que anomenem, fractal<sup>8</sup>.



Representació gràfica d'un fractal

<sup>7</sup> Esquema matemàtic utilitzat per representar la potenciació del binomis. Es comença amb tres 1 organitzats en forma de triangle i la resta són el resultat de la suma dels dos nombres superiors.

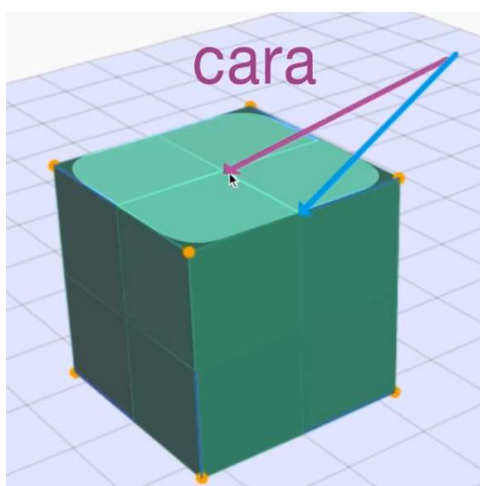
<sup>8</sup> Objecte geomètric del qual, la seva estructura irregular es repeteix a diferents escales.

## Com s'utilitza en el cinema d'animació?

Ara que hem entès com funciona la subdivisió, tenim un altre problema, i és que els personatges no són solament corbes en dues dimensions, sinó que són superfícies en espais tridimensionals. Els principis són els mateixos aplicats a tres dimensions.

Visualitzem-ho amb un exemple:

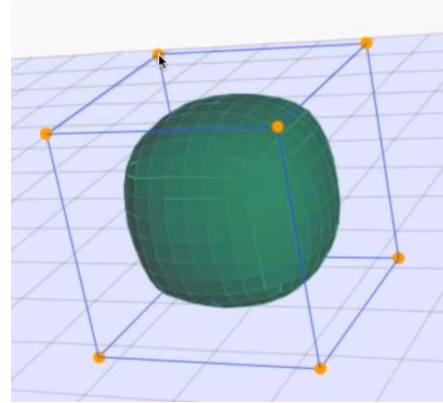
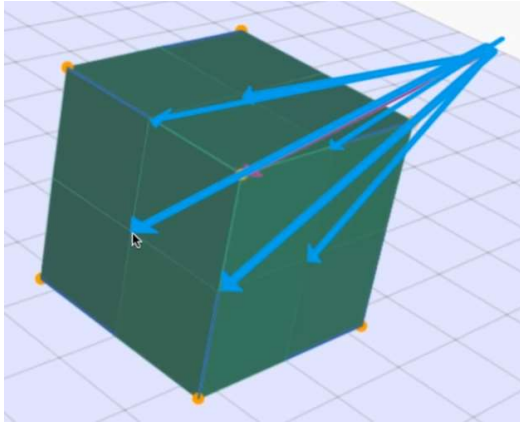
Comencem amb un cub. Aquí el pas de divisió és una mica més complicat, ja que a més d'agregar punts migs a les vores, també necessitem agregar punts migs a les cares.



*Representació gràfica d'on es col·loquen els punts mitjos*

El pas pro-mig també és una mica més complicat. Cada punt és reposicionat novament utilitzant el pro-mig, però en aquest cas el pro-mig ponderat de tots els punts pròxims al que volem reposicionar. Ara combinem els dos passos.

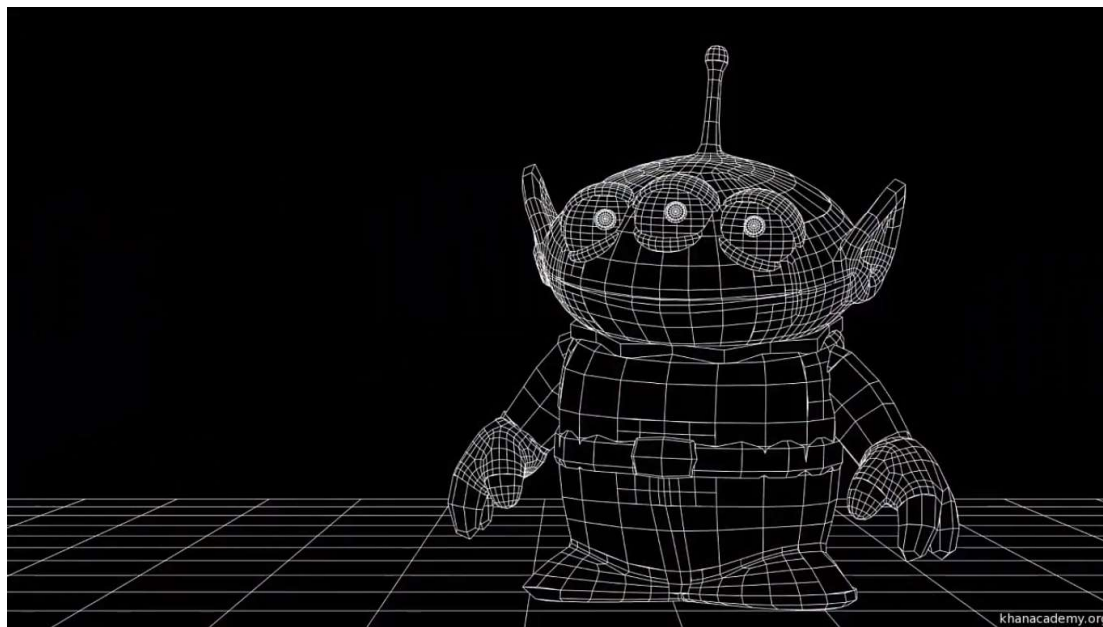




Així doncs, com podem veure, els personatges de les pel·lícules són molt fàcils de crear. El departament d'art és l'encarregat de fer els esbossos i/o les escultures dels personatges per a que els modeladors puguin donar-los-hi forma definint els punts de control. A partir d'aquí, les eines del software fan la subdivisió per aconseguir les figures dels personatges.

## PATRONS

Un cop tenim modelat el personatge, tenim una cosa així, sense cap característica en les seves superfícies.



*Personatge de "Toy Story" de John Lasseter, Lee Unkrich, Josh Cooley, 1995, abans de ser caracteritzat*

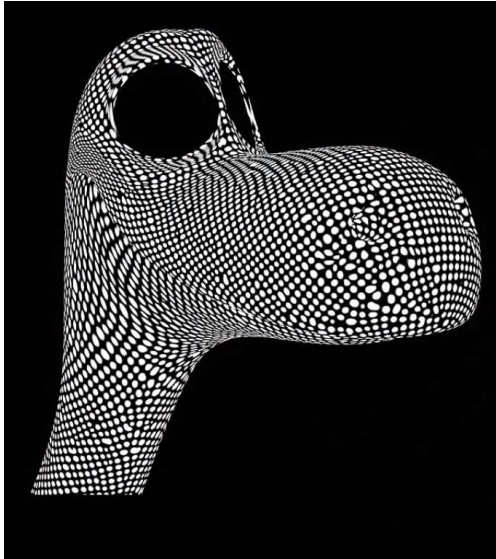
La feina dels artistes "shaders"<sup>9</sup> o artistes d'acabat és donar-los a tots la seva textura característica que els dona vida. Aquest pas és molt important perquè no es tracta de recrear la realitat, sinó de capturar les qualitats que fan d'una textura quelcom versemblant i, en moltes ocasions, aquesta qualitat és un patró.

Per crear aquestes textures és necessari observar molt bé el nostre entorn i fixar-nos en els objectes que tenim al voltant. Un cop els hem observat, ens adonem que moltes vegades segueixen un patró. Així és com es creen les textures, formant patrons.

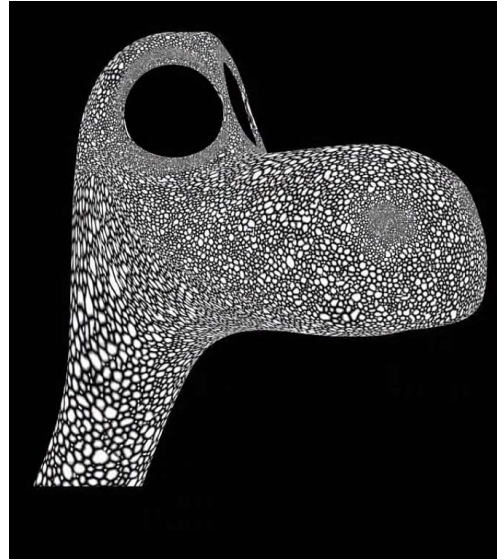
Però hem a vegades ens trobem amb que hi ha personatges que per tenir un toc orgànic necessiten un patró més aleatori, així que li hem d'agregar certa dispersió.

---

<sup>9</sup> Shade com a matitzar



*Cap del personatge Arlo de "The good dinosaur" de Peter Sohn, 2015, amb un patró regular*



*Cap del personatge Arlo de "The good dinosaur" de Peter Sohn, 2015, amb un patró irregular*

El problema és que els ordinadors són excel·lents modelant patrons regulars, i per això s'utilitzen les següent tècniques: **diagrames de Voronoi** i **el procés de discs de Piosson**.

Un dels trets essencials per caracteritzar un personatge són els colors. Si el nostre personatge només té colors sòlids, no es veurà gaire real, per això, utilitzem corbes en 2d i superfícies en 3d per generar patrons que tinguin una aparença més orgànica per a la pell, conegut com el **soroll de Perlin**. (també s'utilitza en els pentinats, per controlar la longitud dels cabells, el grossor, color i altres paràmetres)

### **Què són els diagrames de Voronoi i el procés de discs de Piosson?**

El diagrama de Voronoi és un patró que veiem a tot arreu en la naturalesa, com en el pelatge d'una girafa, en com es trenca el fang quan es resseca, etc.



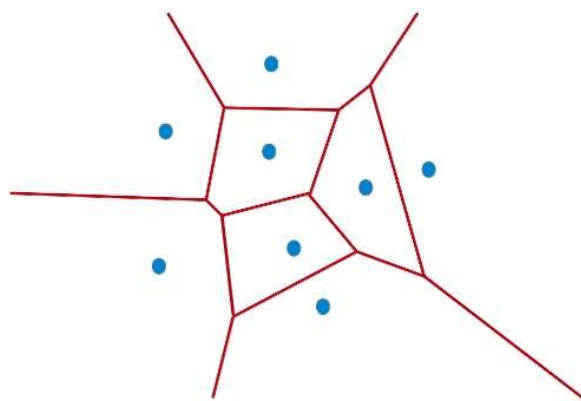
*Girafa*



*Fang sec*

Aquest patró es basa en la geometria i la proximitat. Suposem donat un conjunt finit de punts en el pla  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$  (amb  $n$  major o igual que dos) i a cada  $p_i$  li associem aquells punts del pla que estan més a prop o igual seu que de qualsevol altre dels  $p_i$ , amb  $i \neq j$ . Tot punt del pla queda així associat a algun  $p_i$ , formant-se conjunts que el recobreixen aquest. És a dir, es divideix l'espai en tantes regions com punts o objectes tinguem de manera que a cada punt li assignem la regió formada per tot el que està més a prop d'ell.

Hi ha d'haver punts que disten el mateix de dos elements de  $P$  i que formaran la frontera de cada regió. Els conjunts resultants formen una tessellació<sup>10</sup> del pla. A cadascuna de les regions resultants les anomenarem regions de Voronoi o polígons de Voronoi. Els punts del conjunt reben el nom de **generadors del diagrama**.



*Representació gràfica dels polígons de Voronoi*

---

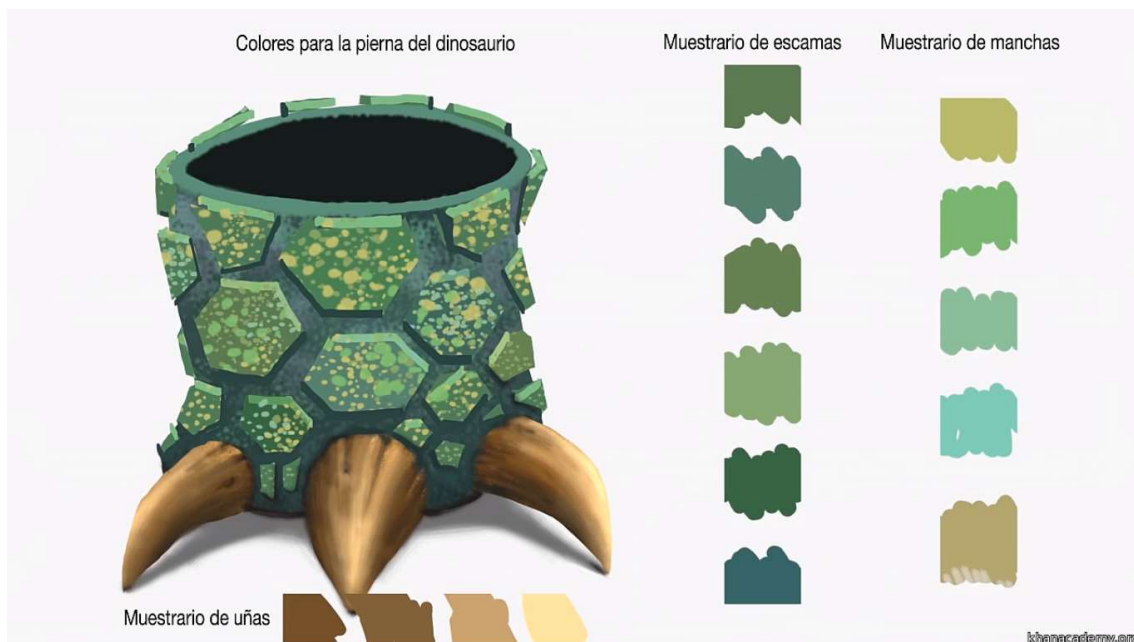
<sup>10</sup> Una tessellació és quan cobreixes una superfície amb un patró de formes planes de manera que no es superposen ni es deixen espais buits.

Cada regió podrà estar formada per segments de recta, semirectes o rectes, que anomenarem **vores** de la regió, que sempre es trobaran a la mateixa distancia dels generadors del diagrama dels quals són frontera. Dins de les vores d'una regió distingim aquells punts que pertanyen a tres o més regions, que anomenarem **vèrtexs**. Quan un vèrtex pertany a quatre o més regions diferents direm que el diagrama de Voronoi és degenerat. Això passa quan els generadors corresponents a cadascuna de les regions en què es troba el vèrtex descansen sobre una mateixa circumferència. Aquesta configuració és molt inestable, en el sentit que un petit canvi en la posició de qualsevol dels punts ocasiona l'aparició d'una nova vora amb dos vèrtexs en el lloc on estava el vèrtex original.

El procés de discs de Poisson és un procediment aleatori, on l'aleatorietat no és total, de manera que els punts que generem tenen associats una àrea circular en la qual no hi podem trobar cap altre punt.

### Com s'utilitza en el cinema d'animació?

Tot comença amb un paquet d'acabat, és indiferent amb quin personatge estiguem treballant. Els paquets d'acabat són una col·lecció d'imatges, dibuixos i escultures que ens guiaran en el procés de caracteritzar i donar textura als personatges.

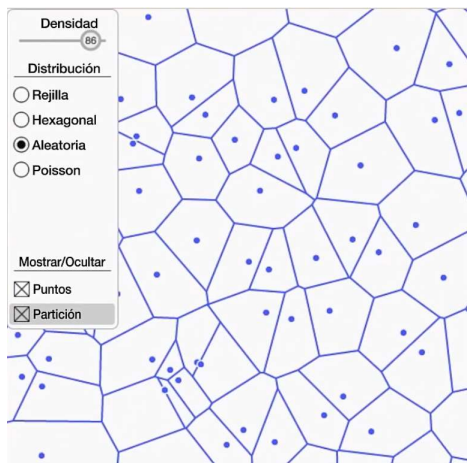


Exemple paquet d'acabat: pota Arlo "The good dinosaur" de Peter Sohn, 2015

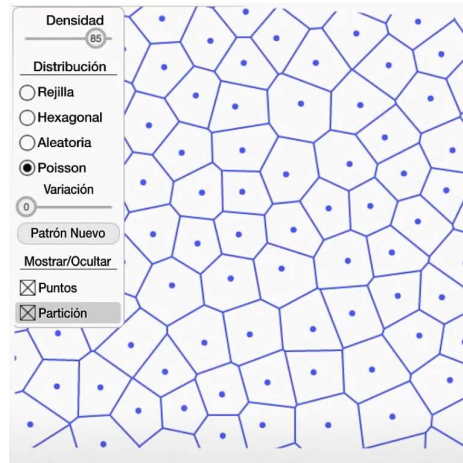
Per crear-los és necessari observar molt bé exemples i objectes de la vida quotidiana, parant especial atenció al color, la il·luminació (com reacciona la superfície a la llum), i el relleu.

Un cop tenim totes les referències i material necessari per començar a caracteritzar en personatge, comencem a crear la textura que tindrà. Per això, treballarem amb una superfície en dues dimensions, i més tard la passarem a tres dimensions.

Primer creem el patró més adient pel personatge. Si necessita un patró regular utilitzem un programa que dibuixa una quadricula uniforme de zones i després ens mostra el diagrama de Voronoi resultant, en el que sol em de moure les línies per a tenir diferents tipus de patrons (triangular, quadriculat, hexagonal, pentagonal, etc). En canvi, si el que necessita és un patró irregular, es necessita aleatorietat en l'hora de posicionar els generadors, però si els posicionem molt aleatoris patim el risc de que la superfície es vegi molt amuntegada/molt dispersa, i de que la superfície no massa uniforme... Per això, per a que la dispersió sigui més orgànica, el combinem amb el procés de discs de Poisson.



*Representació aleatòria dels polígons de Voronoi*



*Representació seguint el procés de discs de Piosson dels polígons de Voronoi*

Per caracteritzar el personatge, és molt important també anar jugant amb la distància entre les zones del patró, la seva mida, els colors...

Per donar color al nostre patró, no fa falta anar zona per zona d'aquest, ja que si el personatge és molt gran tardaríem molt, per tant el que fem és usar els rangs de colors, donem un color a la zona més petita, i un altre (o el mateix si el color no varia), a la més gran, i d'aquesta manera és el propi ordinador qui pinta les zones seguint el rang de color i la mida de la zona. També apliquem el soroll Perlin, que és una funció matemàtica, que utilitza la interpolació entre un gran nombre de gradients pre-calculats de vector que construeixen un valor que varia pseudo-aleatòriament en l'espai i ell temps. D'aquesta manera és guanyen textures i es milloren les imatges de paisatges.

Un cop tenim el patró amb forma i color, el passem al personatge (ja creat i en 3d), i el renderitzem.

## ARTICULACIÓ

L'articulació és el procés que dona moviment als personatges, i és un pas crucial per humanitzar-los i fer-los més realistes. Consisteix bàsicament en agregar controls que permetin al model moure's.

Observem que cada vegada que un ésser viu en mou, hi ha una reacció en tot el cos, per exemple, quan somriem no solament se'ns mouen el llavis, també les galtes, la barbeta, els ulls, etc. Això és el que es coneix com deformació i desplaçament. (clip de què és l'articulació)

En l'articulació, utilitzem una sèrie d'eines que fixen en els personatges diversos tipus de **transformacions geomètriques** que defineixen la relació entre certs punts dels personatges i el moviment. Totes elles representen **fórmules matemàtiques**.

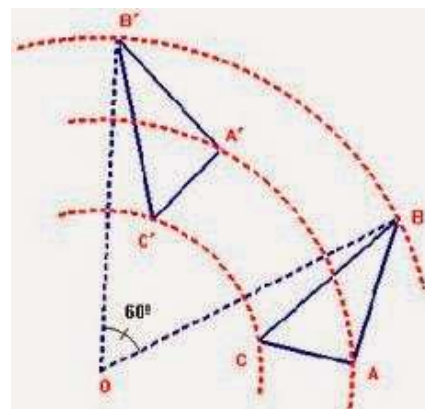
Tot el procés d'articular és dut a terme pel el llenguatge *JavaScript*, que es basa en les **funcions**.

### Què són les transformacions geomètriques? I les funcions?

Hi ha diferents **transformacions**: deformadors de rotació (que permet als personatges girar), de translació (que els permet moure), i d'escala (que permet que els personatges s'estirin o es comprimeixin).

Per explicar aquestes transformacions, utilitzarem la geometria

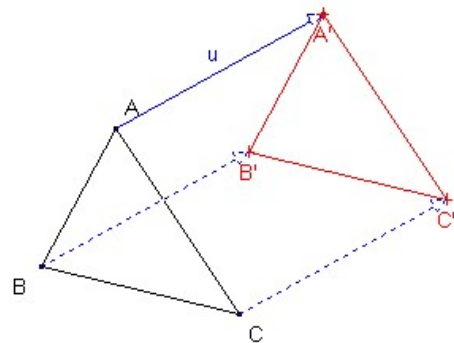
- ROTACIÓ: es realitza prenent com a centre un punt  $O$  del pla i amb un angle (donat) que és la transformació que fa correspondre a un punt  $B$  amb un altre punt  $B'$  tal que  $BOB'$ , amb vèrtex a  $O$ , és igual a l'angle proporcionat.



*Representació gràfica de la rotació*



- **TRANSLACIÓ:** és la transformació que fa correspondre a un punt A amb un altre punt A' de tal manera que el vector definit per A i A' tenen el mateix mòdul, direcció i sentit que el vector U donat.



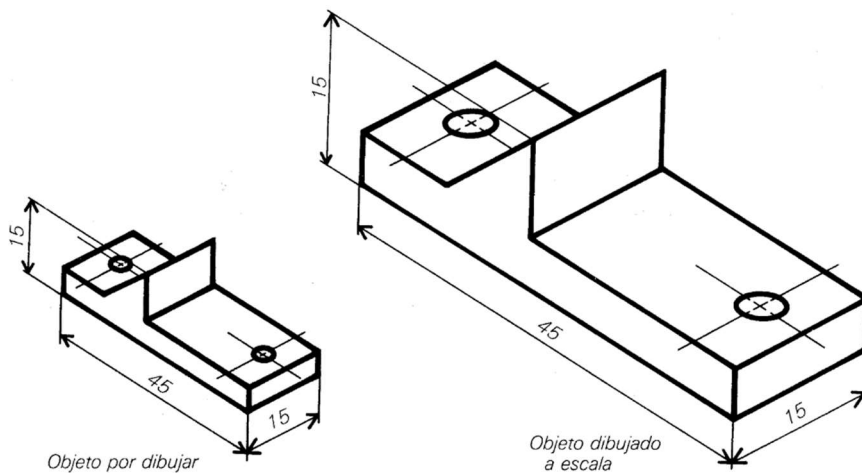
*Representació gràfica de la Translació*

- **ESCALA:** és la relació que hi ha entre la longitud d'un segment dibuixat i la seva longitud a la realitat.  $D/R$ . Serveix per poder dibuixar coses de grans o mínimes dimensions, que no es possible dibuixar en les dimensions naturals en làmines de format habitual.

Ve representada per una fracció, com pot ser  $E 2/3$  o  $E 2:3$ .

La proporció resultant entre dibuix i realitat donarà les següents escales:

- Natural:  $E 1/1$ : les mides del dibuix són iguals que les de la realitat
- Ampliació: les mides del dibuix són més gran que les reals. (Numerador>denominador)
- Reducció: les mides del dibuix són més petites que les reals. (numerador<denominador)



*Exemple d'escala 2:1*

Per a que un objecte s'estiri, es comprimeixi, s'eixampli, o s'aprimi, es necessiten els deformadors d'**escala direccional**, en la direcció  $y$  i  $x$ .

D'altra banda hem dit que també s'utilitzen **funcions**. Una funció és una relació entre dues variables numèriques,  $x$  i  $y$ , de manera que a cada valor de  $x$  hi correspon un únic valor de  $y$ .

La variable  $x$  és la variable independent, i és un valor prefixat; i la variable  $y$  és la variable dependent, i el seu valor depèn del valor de  $x$ .

Cada funció es pot representar gràficament, i per tant té interseccions amb els eixos de coordenades, és a dir, té **punts de tall amb l'eix OX** o abesses, de la forma  $(a, 0)$ , en què el valor  $a$  es calcula trobant la solució de l'equació  $f(x) = 0$ ; i **punts de tall amb l'eix OY** o ordenades, de la forma  $(0, b)$ , en què el valor de  $b$  s'obté trobant  $f(0)$ .

Una altra de les parts de les funcions, són el domini i el recorregut.

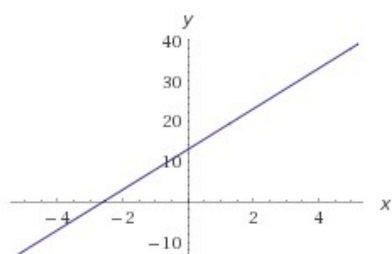
El domini d'una funció  $f(x)$  és el conjunt de tots els valors que agafa la variable independent. Es representa per  $\text{Dom}f(x)$ .

El recorregut d'una funció  $f(x)$  és el conjunt de tots els valors que agafa la variable dependent. Es representa  $\text{Rec}f(x)$ .

Hi ha diferents tipus de funcions:

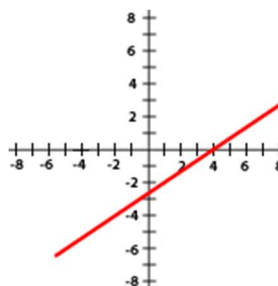
## 1. FUNCIONS POLINÒMICA:

1.1. Lineal -  $f(x) = mx$



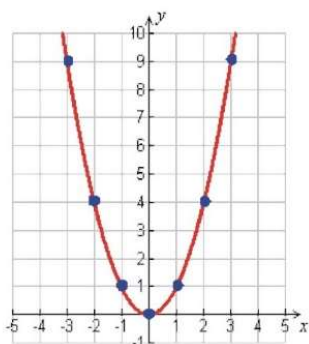
*Representació gràfica de la funció lineal*

1.2. Afí -  $f(x) = mx + n$



*Representació gràfica de la funció afí*

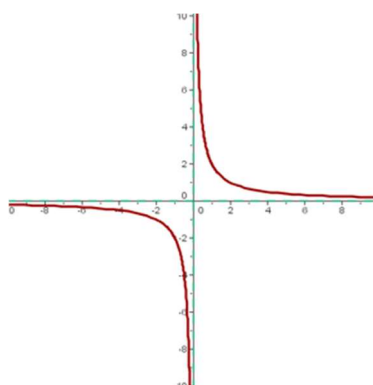
### 1.3. Parabòlica o quadràtica - $f(x) = ax^2 + bx + c$



Representació gràfica de la funció parabòlica

## 2. FUNCIÓ RACIONAL:

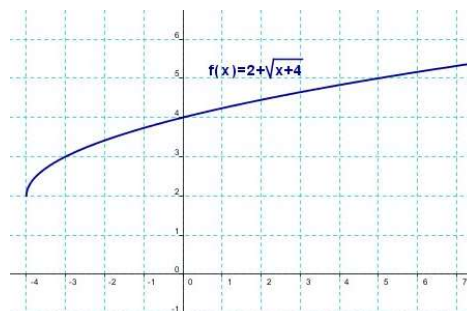
2.1. Hipèrbola -  $f(x) = \frac{k}{x}$



Representació gràfica de la funció racional hipèrbola

## 3. FUNCIÓ IRRACIONAL

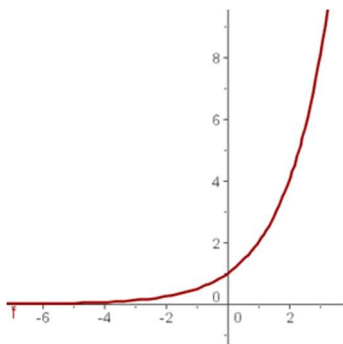
$f(x) = \sqrt[n]{x}$



Representació gràfica de la funció irracional

## 4. FUNCIÓ EXPONENCIAL

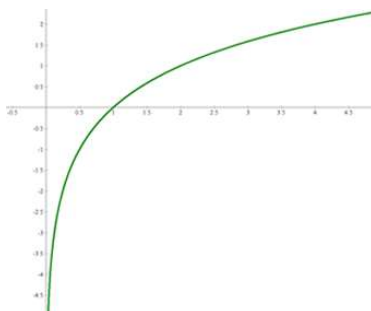
$f(x) = a^x$



Representació gràfica de la funció exponencial

## 5. FUNCIÓ LOGARÍTMICA

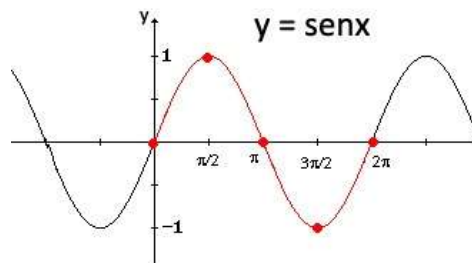
$f(x) = \log x$



Representació gràfica de la funció logarítmica

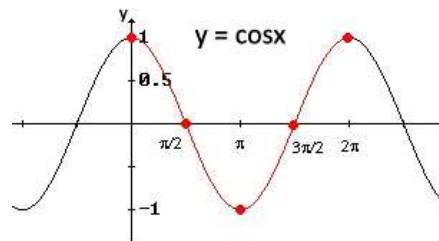
## 6. FUNCIÓ TRIGONOMÈTRICA

6.1. Sinus -  $f(x) = \sin x$



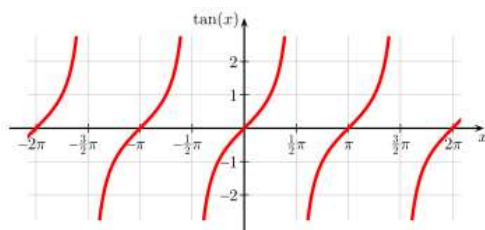
Representació gràfica de la funció trigonomètrica del sinus

6.2. Cosinus -  $f(x) = \cos x$



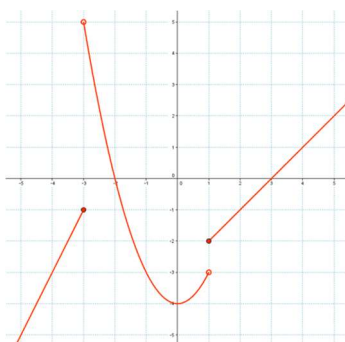
Representació gràfica de la funció trigonomètrica del cosinus

6.3. Tangent -  $f(x) = \tan x$



Representació gràfica de la funció trigonomètrica de la tangent

## 7. A TROSSOS



Representació gràfica de la funció a trossos

Les funcions lineal i afí tenen pendent ( $m$ ), que calcula la inclinació de la funció. Per calcular-la agafem un tros de la funció i l'analitzem com si fos una recta.

$$m = \frac{v_y}{v_x}$$

Les funcions parabòliques o quadràtiques per altra banda, tenen vèrtex.

$$f(x) = \left( \frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right)$$

### Com s'utilitza en el cinema d'animació?

Durant tot el procés d'articulació, els articuladors i els animadors treballen junts per a discutir quin tipus de controls necessiten els personatges. Per exemple, un dels soldadets de "*Toy Story*"<sup>11</sup>, no necessitaran molts controls ja que és de plàstic, i no es veuria natural que es mogués igual que ho fa en "*Woody*"<sup>12</sup> que és de tela, ja que el plàstic és més dur i menys flexible que la tela<sup>13</sup>.

Abans de començar a utilitzar l'ordinador, es solen crear una sèrie d'esbossos que mostren totes les diferents postures que l'objecte/personatge pot realitzar.

Això és molt simple quan articulem una pilota que rebotja al terra, però és més complicat quan volem articular els personatges.

Per articular hem de tenir en compte quines són les parts del personatge en qüestió, els seus punts d'articulació i el que anomenem jerarquia: la dependència d'una part sobre una altra. El que es fa en l'articulació és determinar les característiques d'aquesta jerarquia, i és el que permet que quan una part del personatge es mogui i, la resta el segueixi.

Els controls de rotació, es col·loquen en tots els punts d'articulació del personatge, els de translació acostumen a col·locar-se en la base dels personatges (ja que és principalment l'única part del cos que es mou i fa que el

---

<sup>11</sup> Pel·lícula de John Lasseter, 1995

<sup>12</sup> Personatge principal de Toy Story, és el vaquer de Far West.

<sup>13</sup> Clip num.1 i num.2

personatge avanci), i els d'escala en totes les articulacions a les que vulguem canviar-los la mida.

Els deformadors d'escala són molt importants sobretot quan el nostre protagonista és un objecte i l'hem de caracteritzar, per exemple, per a que sigui més jove. En aquest cas, els articuladors han observat que els nens acostumen a tenir el cap i els peus més grans en comparació amb la resta del cos, de manera que s'utilitzen les escales per aconseguir-ho.



Làmpades del curt "Luxo Jr. (1986)" de John Lasseter

Hi ha un ordre en l'hora d'aplicar els controls: primer va l'escala, ja que és el que ens acabarà de caracteritzar el personatge, després la rotació i per últim, la translació. D'una altra manera el moviment no serà natural, ja que allunyem al personatge de l'eix de rotació<sup>14</sup>. Aquesta dependència en l'ordre es coneix com no commutativitat.

Ara que hem entès com funcionen aquests controls, podem veure com els apliquem realment a l'hora d'articular. Primer hem de definir aquestes transformacions com a funcions dins d'un software.

Com sabem, les funcions agrupen una sèrie de procediments que aplicarem moltes vegades, i accepten entrades sobre les que es realitzen diverses

---

<sup>14</sup> Clip num.3

operacions. Però per definir els nostres deformadors, necessitem de funcions que admetin dues entrades. Primer han d'acceptar un parell de coordenades que estiguin formant un vèrtex en el nostre personatge, i després accepten el valor de la transformació en la figura que volem realitzar. Aquest procediment mou un sol vèrtex del nostre personatge, però normalment en té més d'un, d'aquesta manera la funció s'executa tantes vegades com vèrtex tingui el personatge. Depenent del tipus de funció executada la transformació d'una manera o d'una altra.

Definir les funcions deformadores en **codi** és molt senzill. Per a que fer-ho més clarificador, posem un exemple. Imaginem que jo vull moure el meu personatge, el codi seria així:

```
var translateXFunction = function(coordinate, value){  
    coordinate.x = coordinate.x + value;  
};
```

Ara sabem definir les funcions, però com les connectem amb els personatges per a que més endavant siguin capaços de moure's?

El que hem de fer és definir els punts d'origen a cada part del personatge a la que vulguem donar-li la capacitat de moure's, de la següent manera:

```
var body = {  
    name: 'body',  
    origin: [x,y]  
};
```

Un cop tinguem els punts d'origen, hem de connectar els deformadors amb diferents parts, segons el que vulguem que faci cada una.

```
var deformerArray = ["translateX->body", "rotate->_____"];
```

Si ara intentéssim moure qualsevol part del cos, solament es mouria aquella part i la resta es quedaria al seu lloc perquè no estan connectades les unes amb les altres. Així que les hem de connectar.

```
var connectionsArray = ["body-> _____", " _____-> _____"];
```

I per últim, sol ens queda comprovar que el codi estigui bé.



## ANIMACIÓ

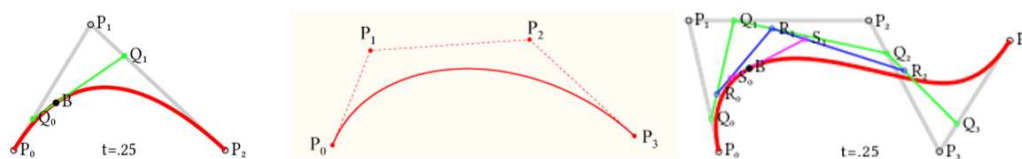
Una animació és en la seva essència, un seguit de canvis a una sèrie d'imatges, per després desplegar-les ràpidament en seqüència.

En l'animació tradicional, això es fa mitjançant dibuixos, els animadors dibuixen postures clau i després dibuixen els intermedis que connecten el moviment d'una postura a una altra. En l'animació digital en canvi, això es fa per ordinador, i el que es fa és moure un model digital al que anomenem "*posing*". Les postures que creem són registrades a una fulla de càlculs, i és l'ordinador qui crea els intermedis, que no són més que la interpretació de l'ordinador del moviment.

Avui en dia, la feina dels animadors és humanitzar aquest moviment tant robòtic que proporciona l'ordinador. Existeixen diferents maneres de fer-ho, però totes es poden definir amb una **funció matemàtica** anomenada **spline o corba de Bézier**.

### Què és la corba de Bézier?

Abans de començar a explicar res, anem a veure una representació gràfica de què és una corba de Bézier per fer-nos una idea de què estem construint. Sempre depèn de tres o més punts als quals anomenem punts de control. Per això pot adoptar diferents formes.



*Exemples de corbes de Bézier segons el nombre de punts de control*

La corba de Bézier defineix el moviment en espai-temps i ho transforma en la seqüència d'imatges que representen aquest moviment. Si fos un moviment a velocitat constant no ens caldria, perquè són rectes, i el moviment que representen és com d'un autòmat. En canvi en el cas de moviments amb

acceleració, el gràfic és curvilini, amb lo qual el moviment que ha de traduir ha de ésser més fluït.

Es poden construir mitjançant l'algoritme de Casteljau, o utilitzant el polinomi de Bernstein de grau  $n$ .

L'algoritme de Casteljau utilitza dos punts en el pla real  $P_0 = (x_0, y_0)$  i  $P_1 = (x_1, y_1)$  per calcular la combinació convexa entre ells i representar-la en una corba en coordenades paramètriques:

$$\beta_0^0(t) := tP_1 + (1-t)P_0 = (tX_1 + (1-t)X_0, tY_1 + (1-t)Y_0) \quad t \in [0,1]$$

Suposem ara que tenim un conjunt més gran de punts en un pla real, per exemple  $\{P_0, P_1, P_2, P_3\} = \{(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)\}$ , aleshores fem les combinacions convexes entre el punt que es vagin aproximant més a la corba resultant que volem obtenir, per la qual cosa és important l'ordre en el que posem els punts.

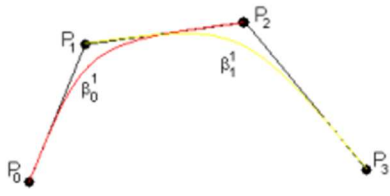
El següent pas per construir la corba és elevar el grau dels polinomis que parametrizen la corba, a aquest grau se'l coneix com *grau de la corba*:

$$\beta_1^1(t) := t^2P_3 + 2t(1-t)P_2 + (1-t)^2P_1 \quad t \in [0,1]$$

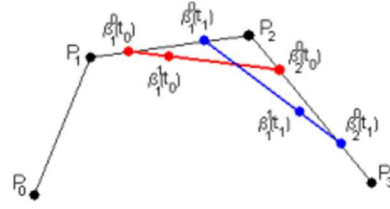
El que passa quan realitzem la combinació convexa entre dues corbes, és que estem realitzant una combinació convexa de tots i cadascun dels punts de les dues corbes presos per parells segons el paràmetre  $t \in [0, 1]$ . Per exemple per obtenir la corba  $\beta_1^1$  prenem un punt de la corba  $\beta_1^0$  que correspon a un  $t_0 \in [0, 1]$ , és a dir  $\beta_1^0(t_0)$  (estem agafant un punt del segment que uneix els punts  $P_1$  i  $P_2$ ), llavors prenem el punt corresponent al  $t_0$  però a l'altra corba / segment  $\beta_2^0$ , és a dir  $\beta_2^0(t_0)$  i fem la seva combinació convexa escollint el paràmetre corresponent  $t_0$ , així:

$$\beta_1^1(t_0) = t_0\beta_2^0(t_0) + (1 - t_0)\beta_1^0(t_0) = t_0(t_0P_3 + (1 - t_0)P_2) + (1 - t_0)(t_0P_2 + (1 - t_0)P_1)$$

$$= t_0^2P_3 + 2t_0(1 - t_0)P_2 + (1 - t_0)^2P_1$$



Combinació de dos segments



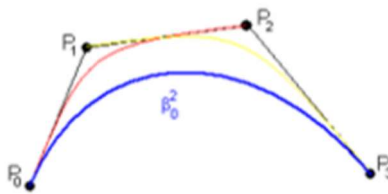
Explicació de la combinació

Representació gràfica de la formació d'una corba de Bézier

Finalment obtenim la corba desitjada com una combinació de les dues últimes corbes obtingudes.

$$\beta_0^2(t) := t\beta_1^1 + (1 - t)\beta_0^1 = t(t^2P_3 + 2t(1 - t)P_2 + (1 - t)^2P_1) + (1 - t)(t^2P_2 + 2t(1 - t)P_1 + (1 - t)^2P_0)$$

$$= (1 - t)^3P_0 + 3t(1 - t)^2P_1 + 3t^2(1 - t)P_2 + t^3P_3, \quad t \in [0, 1]$$



Combinació de dues corbes

Representació d'una corba de Bézier

L'algoritme de de Casteljau és senzill en tots els sentits i resulta de gran ajuda per a reproduir els dissenys desitjats. El problema és que, donada una corba, l'algoritme no determina quins punts necessitem per apropar el millor possible aquesta corba. La corba obtinguda únicament passa pel punt inicial i el final.

La forma de les corbes de Bézier poden expressar-se sense necessitat d'utilitzar l'algoritme de recurrència, fent ús del polinomi de Bernstein de grau  $n$ ,  $B_i^n(t) := \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$ .

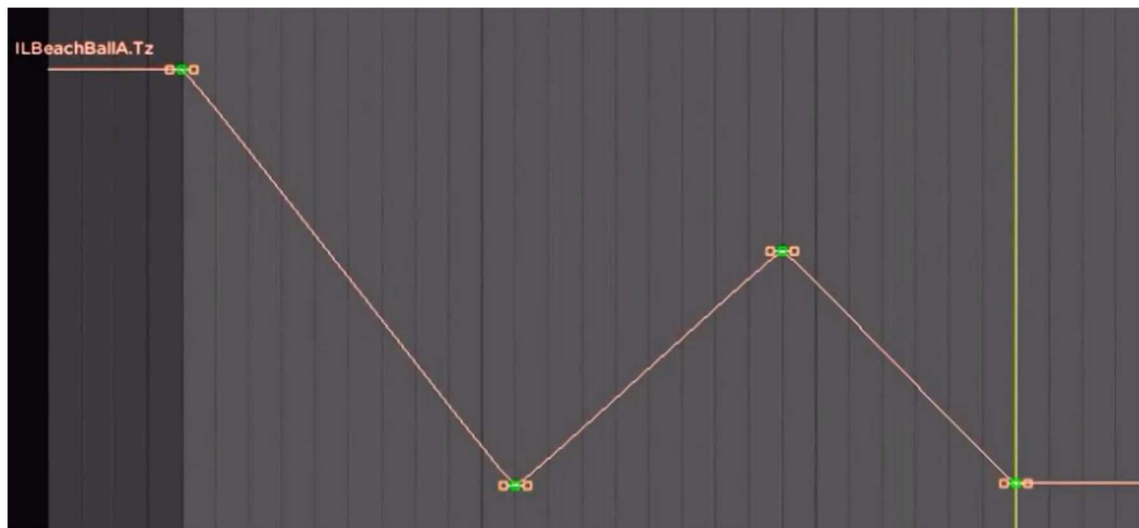
Així podem definir la corba de Bézier com:

$$\alpha(t) := \sum_{i=0}^n B_i^n(t) P_i, \quad t \in [0,1]$$

### Com s'utilitza en el cinema d'animació?

La forma més fàcil de veure com s'aplica l'spline és mitjançant una pilota que rebota al terra.

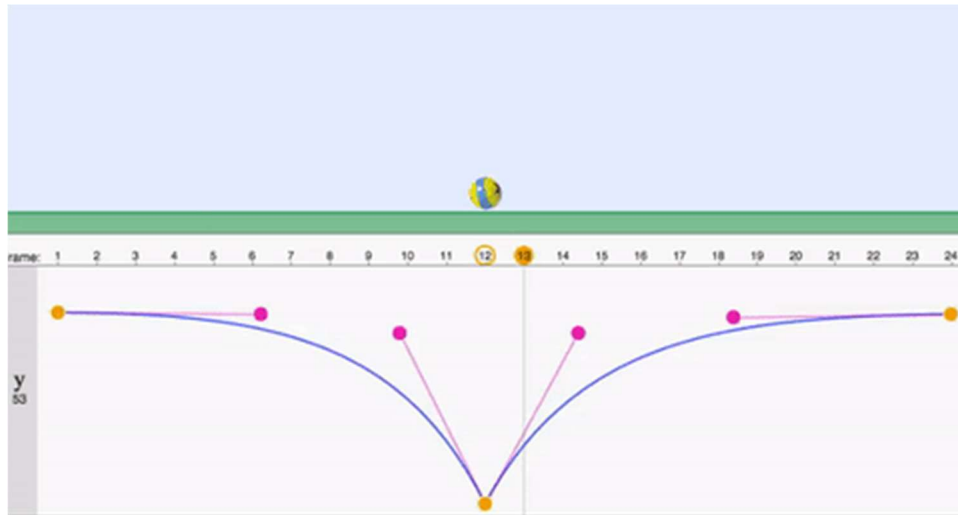
Per a simular en un primer moment el moviment de la pilota definim quadres clau<sup>15</sup>.



*Representació gràfica lineal del moviment d'una pilota que rebota després de definir els quadres claus*

<sup>15</sup> Principals posicions on volem que estigui el nostre objecte en un temps determinat de l'animació.

Després l'ordinador ens dibuixa tot el recorregut de la pilota, i obtenim una pilota que es mou a velocitat constant. Gràcies a la física sabem que això no és real, ja que la pilota hauria d'accelerar al caure i desaccelerar al pujar, de manera que modifiquem la corba de l'spline per canviar el temps i obtenir un moviment més realista.



*Representació gràfica d'una corba de Bézier*

La feina de l'animador és donar vida als personatges, i per això es fan algunes preguntes, com per exemple: està content? Trist? Està realitzant un gran esforç?

Una vegada respostes aquestes preguntes poden decidir quin tipus de corba és la més adient pel moviment que volen simular, ja que la física dels personatges en permet saber molt d'ells. Per exemple en aquesta escena de "The Incredibles"<sup>16</sup> en Mr.Incredible<sup>17</sup> podria aixecar el tren molt fàcilment, però els animadors volien que es reflexes que tot i que pot fer coses extraordinàries, també li suposa un esforç.<sup>18</sup>

<sup>16</sup> Pel·lícula de Brad Bird, 2004

<sup>17</sup> Personatge principal de les pel·lícules The Incredibles. És el pare de la família.

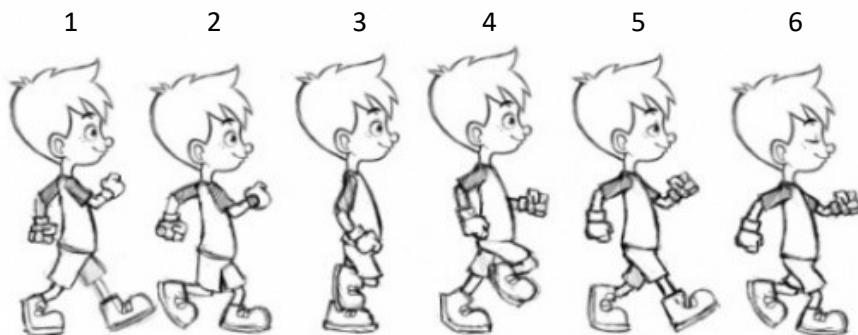
<sup>18</sup> Clip num.4



*Escena de "The Incredibles" de Brad Bird, 2004*

Això s'aconsegueix definint de manera específica la velocitat dels entremetjios.

Una de les tècniques mes senzilles que s'utilitzen tant en animació tradicional com en la digital, és l'animació directa, que consisteix bàsicament en dibuixar tot el procés del moviment en un quadre rere un altre.

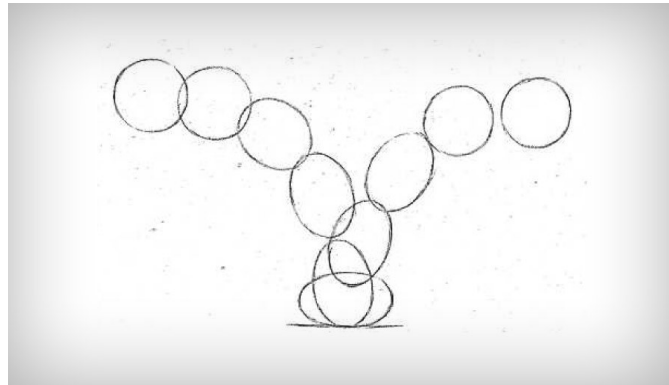


*Exemple d'animació directa d'un noi que camina*

Moltes vegades ens és una mica difícil saber quin serà el moviment solament utilitzant l'animació directa, per això dibuixem les postures clau i ens servim de les corbes de Bézier per a que el moviment sigui real.

A més, per a donar-li un toc inclús més real, combinem aquest moviment amb els deformadors creats en el pas de l'articulació. Per exemple, si tornem a l'exemple de la pilota que cau i rebota, a més de que haurà de caure més ràpid

del que puja, si la pilota és de goma, s'haurà de comprimir al arribar al terra i estirar quan torni a sortir rebotada estirar, o depèn de com sigui el llançament que la fa caure rotarà sobre ella mateixa o no, etc.

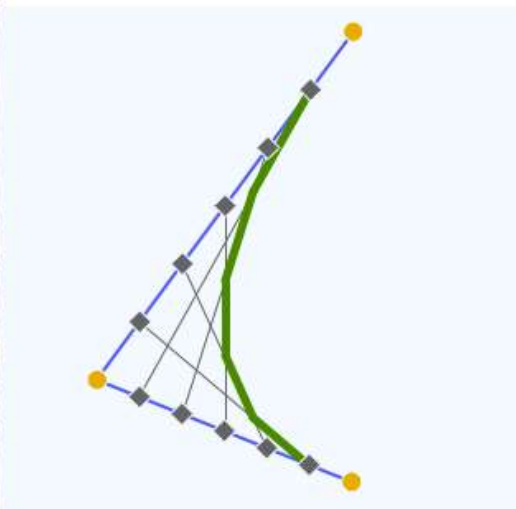


*Exemple d'animació directa d'una pilota de goma que rebota a terra*

## AMBIENTS

És una cosa òbvia que per la posada escena, tant d'una obra de teatre com de qualsevol pel·lícula, sigui o no d'animació, l'ambient i l'escenari són una cosa molt importants.

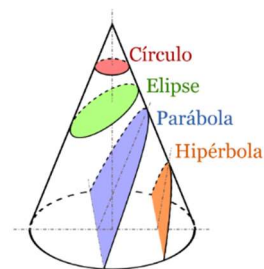
En l'animació, com és d'esperar, s'utilitzen les matemàtiques. Per exemple, per crear el bosc i els prats en "Brave"<sup>19</sup>, s'usen les **paràboles**.



*Detall de la paràbola utilitzada per a crear l'herba a "Brave", de*

### Què són les paràboles?

Una paràbola és una corba plana que resulta de tallar una superfície d'un con de revolució per un pla paral·lel a una de les generatrius, els punts de la qual corba posseeixen tots la propietat d'equidistar d'una recta i d'un punt fixos.



*Diferents tallis que es poden fer a un con*

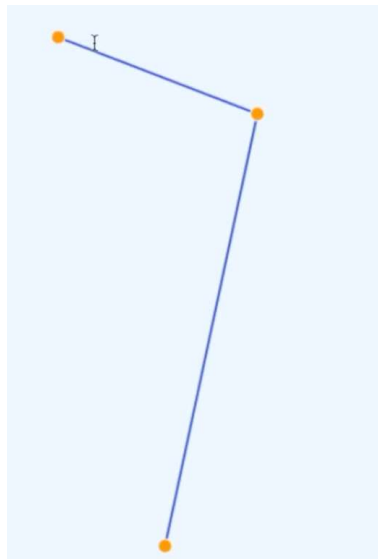
<sup>19</sup> Pel·lícula de Brenda Chapman i Mark Andrews, 2012



Una paràbola completa és en realitat una corba infinita, però nosaltres solament volem un petit tros d'aquesta, així que el que usem són els **arcs parabòlics**.

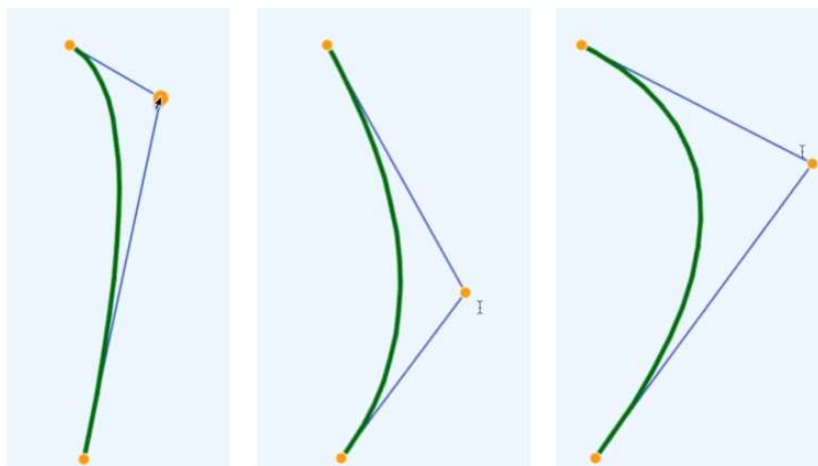
La millor manera que tenen els artistes de treballar amb els arcs parabòlics és mitjançant una tècnica molt concreta: estructura amb fil per la construcció d'un arc parabòlic.

És la següent: necessitem de tres punts als que anomenarem polígons de control.



*Fil per la construcció d'un arc parabòlic amb els punts de control visibles*

I conforme anem movent els punts, la paràbola canvia.



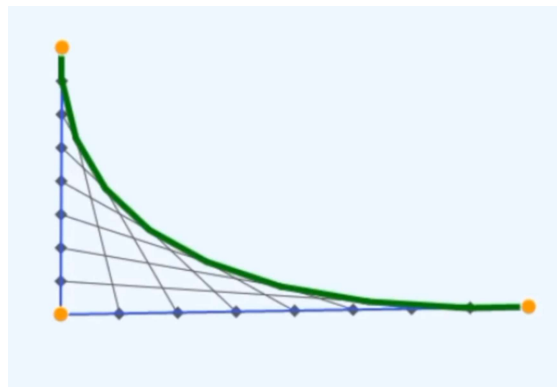
*Exemples dels diferents arcs parabòlics que aconseguim movent els punts*

Però, com es construeix aquest arc? És molt senzill. Dividim els dos segments amb el mateix nombre de punts a la mateixa distància els uns amb els altres utilitzant la fórmula del punt mig:

$$PM = \left( \frac{ax + b_x}{2}, \frac{a_y + by}{2} \right)$$

Però no només necessitem un punt mig, en necessitem molt més, així que anem fent successivament el punt mig del punt mig, fins que estiguem conformes amb la suavitat de la corba (com més punts mitjos fem, més suau serà, com en la subdivisió).

Després els unim de manera que el primer punt d'un segment estigui connectat a l'últim de l'altre. Així és com apareix la corba.



*Arc parabòlic*

### **Com s'utilitza en el cinema d'animació?**

Un cop tenim la corba, hem de tenir en compte que l'herba no és solament una corba, també té una certa amplada i color.

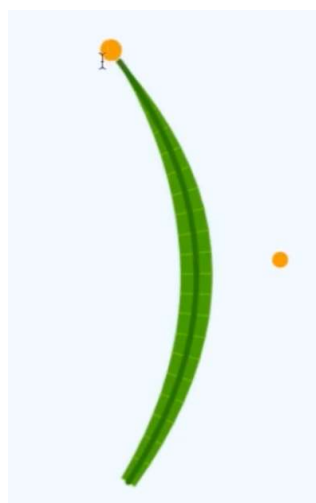
Per afegir-li l'amplada a la corba utilitzem una eina del software que anomenem esquelet. Es tracta d'una seguit de rectes que tallen la corba

perpendicularment.<sup>20</sup> Com més gran sigui el valor que li donem a l'amplada més grans seran aquestes rectes.



*Arc parabòlic que mostra l'esquelet de l'amplada*

Si ara unim tots els extrems dels segments de l'esquelet, emplenem l'espai i ajustem l'amplada ens quedarà una figura com aquesta que s'assembla més a una bri d'herba.



*Arc parabòlic al qual se li ha donat amplada*

---

<sup>20</sup> Amb un angle de 90°

Un cop tenim modelat i acabat el bri d'herba, passem a l'**animació** d'aquest.

Per animar-la, sol ens fa falta saber on són els punts de control a cada un dels quadres d'animació, gravar el moviment que li vulguem donar a l'herba i el posem en bucle. Copiem i enganxem el bri d'herba fins estar satisfets amb l'emplenament de la nostra escena, i copiem també el moviment que li haguem donat.

Si ara deixéssim l'animació tal com la tenim, tota l'herba es mouria igual i no semblaria molt real, per això el que fem es agregar-li dispersió fent que el moviment de cada bri comenci en un temps diferent.

## EFECTES ESPECIALS

Quan parlem d'efectes especials en el món de l'animació ens referim a l'animació de tot allò que no són personatges, com per exemple, l'aigua, el foc, la pols, el fum, les explosions, etc<sup>21</sup>.

Per fer-ho necessitem dels **sistemes de partícules** als quals se'ls apliquen les forces del món real. Però, què són exactament els sistemes de partícules?

### Què són els sistemes de partícules?

En mecànica considerem un sistema de partícules com un conjunt de  $N$  punts materials que es mouen per separat, tot i que interactuen entre si i depenen els uns dels altres, estan sotmesos a forces externes.

Cadascuna de les partícules del sistema posseeix una massa pròpia, el meu, i és,  $N$  un índex que serveix per etiquetar individualment cadascuna de les partícules. la partícula  $i$  està caracteritzada per una posició i una velocitat. Aquesta posició i aquesta velocitat evolucionen d'acord amb les lleis de la dinàmica

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{F}_i \quad i = 1, \dots, N$$

essent  $\mathbf{F}_i$  la resultant de les forces que actuen sobre la partícula  $i$ . Aquesta resultant es compon de les forces que cadascuna de les altres partícules del sistema exerceix sobre  $i$ , més la resultant de les forces externes aplicades sobre ella

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{i\text{ext}} + \mathbf{F}_{1 \rightarrow i} + \mathbf{F}_{2 \rightarrow i} + \dots = \mathbf{F}_{i\text{ext}} + \sum_{k=1}^N \mathbf{F}_{k \rightarrow i}$$

---

<sup>21</sup> Clip num.5

Suposem que les interaccions entre les partícules obeeixen la 3a llei de Newton

$$\mathbf{F}_{k \rightarrow i} = -\mathbf{F}_{i \rightarrow k}, \text{ o el que és el mateix } \mathbf{F}_{k \rightarrow i} + \mathbf{F}_{i \rightarrow k} = \mathbf{0}.$$

En la majoria dels casos es complirà a més que la força que la partícula k exerceix sobre l'i (i per tant la que l'i exerceix sobre la k) va en la direcció de la recta que uneix les dues partícules. Matemàticament, això s'expressa imposant que el vector  $\mathbf{F}_{k \rightarrow i}$  és paral·lel a la posició relativa  $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k$ , és a dir, si  $(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k) \times \mathbf{F}_{k \rightarrow i} = \mathbf{0}$ .

Eliminant parèntesi i aplicant la tercera llei de Newton això equival a la condició

$$\mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_{k \rightarrow i} + \mathbf{r}_k \times \mathbf{F}_{i \rightarrow k} = \mathbf{0}.$$

### Com s'utilitzen en el cinema d'animació?

Per entendre com s'utilitzen en l'animació, anem a veure alguns exemples de com s'animen alguns fenòmens naturals, com ara l'aigua.

Abans de parlar sobre com es mouen i com animem grans sistemes de partícules, cal entendre com es mou una sola partícula: si deixem caure una partícula, actuarà com una pilota de ping-pong, podrem observar com rebotarà al topar-se amb un objecte, però no tant alt com al principi. Això significa que perd energia, i seguirà rebotant fins que la perdi tota.

L'**energia** o energia mecànica, és la capacitat d'un cos per produir treball.

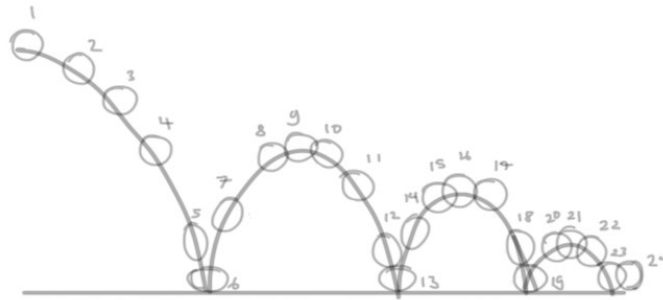
Es calcula sumant l'energia cinètica<sup>22</sup>; i de l'energia potencial<sup>23</sup>.

$$E_m = E_c + E_p$$

<sup>22</sup> Energia d'un cos quan està en moviment

<sup>23</sup> Alhora pot ser gravitatòria, energia d'un cos que es troba a una determinada altura; o elàstica, energia d'un cos quan es troba estirat/comprimit respecte la posició d'equilibri.

Si durant el moviment que experimenta el cos no hi ha fregament, l'energia es conserva, però si hi ha fregament, disminuirà. Això és el que li passa a la partícula: a mesura que descendeix, l'energia que inicialment era potencial gravitatòria, passarà a ser cinètica. Com la partícula s'atura, sabem que hi actua un fregament.



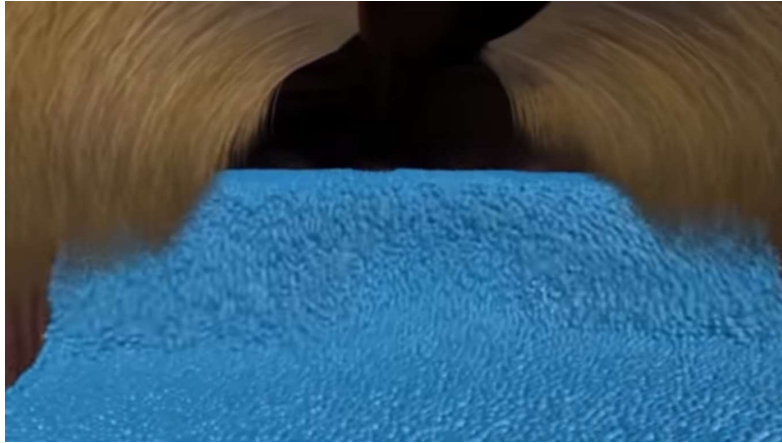
*Procés que passa una partícula fins aturar-se.*

A mesura que cauen més partícules, per a que no s'amunteguin les unes damunt de les altres i tinguin un comportament més semblant al del aigua, se'ls treu el contorn sòlid, de manera que no només reboten com pilotes de ping-pong, sinó que també s'estrenyen entre elles per crear una col·lisió suau, que és el més semblant a les forces de pressió que l'aigua experimenta normalment.

A aquest tipus de simulació se l'anomena **hidrodinàmica de partícules suavitzades**, i en ella tenim en compte la viscositat<sup>24</sup> -ja que depèn del material que vulguem simular és més viscos, per exemple, la pintura és més viscosa que l'aigua- i la suavitat de col·lisions de les partícules per crear un efecte semblant al de l'aigua.

---

<sup>24</sup> Clip num.6



*Simulació hidrodinàmica de partícules suavitzades de "Finding Nemo" d'Andrew Stanton, 2003*

En aquesta escena de "*Finding Nemo*<sup>25</sup>", veiem com dibuixen les partícules en forma de pilotes de ping-pong per simular el moviment de l'aigua.

Per fer-ho més real, s'utilitza la posició de les partícules per calcular una superfície i després, la renderitzem per a que s'assembli a l'aigua.



*Simulació hidrodinàmica de partícules suavitzades renderitzada de "Finding Nemo" d'Andrew Stanton, 2003*

---

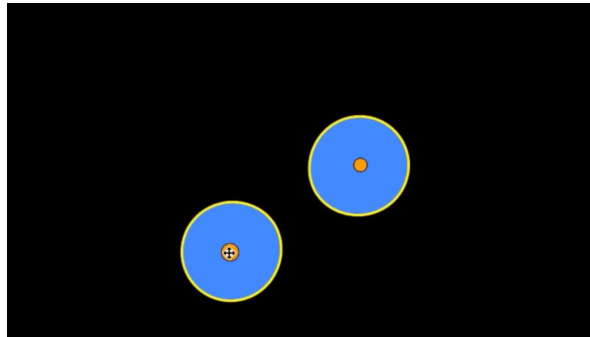
<sup>25</sup> Pel·lícula de Andrew Stanton, 2003



Cada vegada tenim una superfície que s'assembla més a l'aigua, però encara es veuen les partícules, així que per fer-la llisa, s'utilitza una **analogia referent al calor**.

Imaginem-nos que les partícules són petits escalfadors. Gràcies als termòmetres sabem que a mesura que ens allunyem del centre de la partícula, aquesta es refreda i, si mostrem tots els punts que es troben a la mateixa temperatura es forma una corba.

Ara podem emplenar la corba amb un color blau sòlid.



*Representació gràfica d'una analogia referent al calor on les partícules estan separades*

Si les partícules estan separades, actuen com gotes d'aigua, però a mesura que es van apropant, les gotes comencen a unir-se i a formar aigua de veritat.

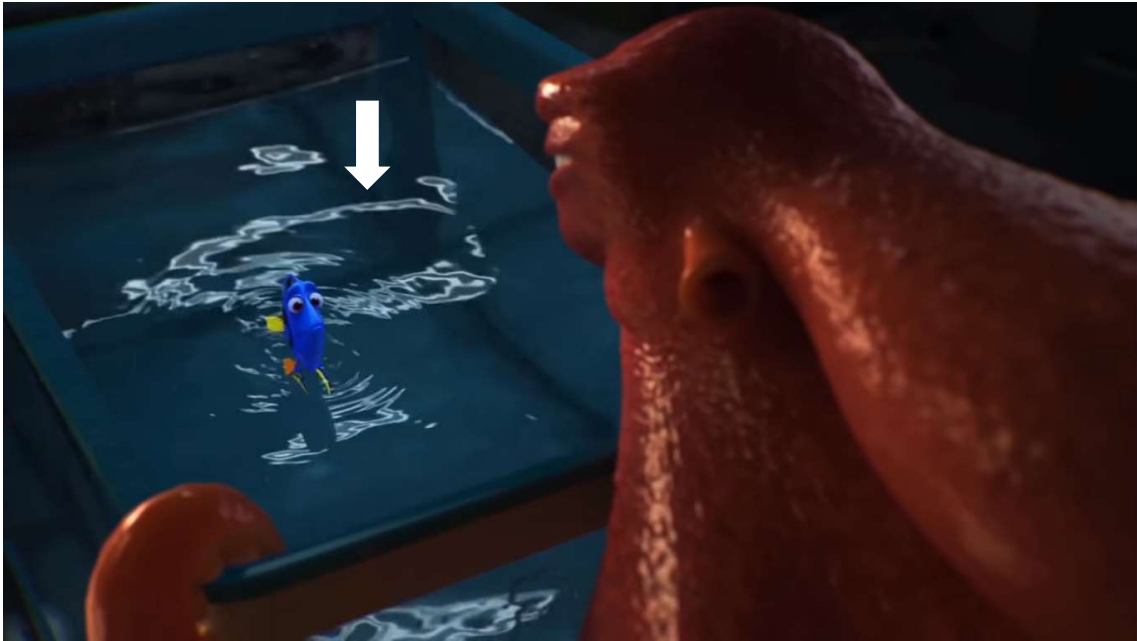


*Representació d'una analogia referent al calor on les partícules estan apropades*

Realment per a que es vegi com aigua de veritat, es necessiten milers i milers de partícules.

En les pel·lícules d'animació, es treballa en 3 dimensions.

Aleshores les corbes es converteixen en una superfície. Com en aquesta escena de "*Finding Dory*<sup>26</sup>", en la qual no s'ha emplenat la corba de cap color.



*Escena de "Finding Dory" d'Andrew Stanton, 2016*

Per fer totes aquestes simulacions del moviment de les partícules, els ordinadors utilitzen la **cinemàtica** dels objectes, **xocs** i la **segona llei de Newton**<sup>27</sup>.

---

<sup>26</sup> Pel·lícula de Andrew Stanton, 2016

<sup>27</sup> No és objecte d'estudi perquè l'objectiu del treball no és profunditzar en com els programes fan les simulacions.

## RENDERITZAT

Abans d'aplicar aquest pas, totes les pel·lícules tenen un aspecte semblant a aquesta, encara molt lluny de semblar reals.



*Escena abans de ser renderitzada de "Up" de Pete Docter, 2009*

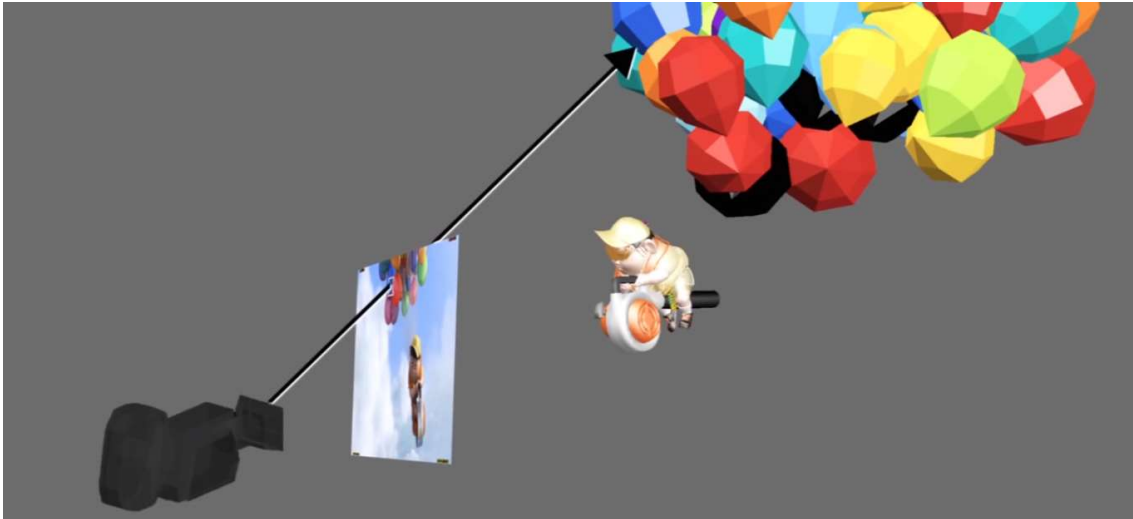
El renderitzat és l'últim que es fa en qualsevol pel·lícula d'animació. És on el món que hem creat a l'ordinador es fa transforma finalment en una realitat.



*Escena després de ser renderitzada de "Up" de Pete Docter, 2009*

Tot el procés de renderitzat respon a una pregunta: de quin color és cada **píxel**<sup>28</sup>.

Un píxel és una petita porció de la imatge final; actua com una petita finestra cap al món virtual 3d. Per saber de quin color és cada un, hem d'esbrinar quina part de la imatge estem veient a través d'aquesta finestra.



*Procés de detecció del color de cada píxel en una escena de "Up" de Pete Docter, 2009*

Per crear qualsevol pel·lícula, ens hem de fer aquesta pregunta milers i milers de vegades. Tanmateix, els càlculs que s'han de fer no són gaire complicats de resoldre, més aviat són les capes i capes d'aquests el que ho fan complicat.

Per respondre-la, utilitzem les matemàtiques: **l'equació de renderitzat i el raytracing.**

### **Què és l'equació de renderitzat? I el raytracing?**

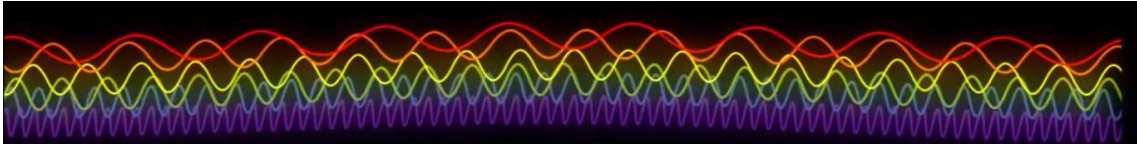
L'equació de renderitzat és una descripció matemàtica de com rebota la llum en un ambient.

---

<sup>28</sup> Unitat bàsica de una imatge digitalitzada en pantalla a base de punts de color o en escala de grisos.

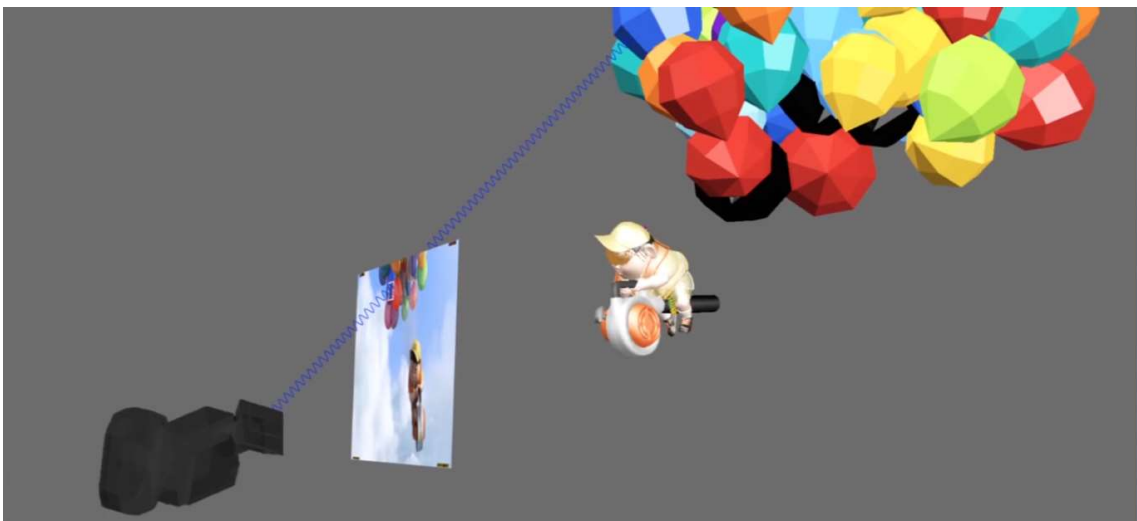
$$L(x, \omega_0) = \int_{\Omega} f(x, \omega_i, \omega_0) L(x, \omega_i) \cos \alpha d\omega$$

Abans hem parlat de color, i aquesta equació parla de la llum... Però existeix una bona raó per això: el color és llum, llum de diferents longituds d'ona.



*Diferències de color en les ones depenent de segons cada ona*

De manera que quan ens preguntem de quin color és un píxel, en realitat ens estem preguntant quina llum i en quina quantitat travessa el píxel dirigint-se a la càmera.



*Identificació del color de cada píxel a través del tipus d'ona en una escena de "Up" de Pete Docter, 2009*

Per fer-ho, fem l'equació de renderitzat que hem esmentat prèviament.

Al llarg dels anys s'han desenvolupat diferents algorismes de renderitzat. Un dels algorismes més elegant i versàtils, és el **raytracing**.

Existeixen variacions del *raytracing* més elaborades que ens permeten crear efectes més subtils, com ara sobres difuminades o variacions de llum que ens ajuden a transmetre més coses en l'escena.

Funciona de la següent manera: per determinar el color d'un píxel en concret, es construeix un raig matemàtic que s'origina en la càmera virtual, travessa el centre del píxel i finalment s'estén en l'escena. El *raytracing* calcula el **punt d'intersecció** entre la geometria de l'escena i aquest raig, a continuació determina l'objecte intersecat en aquest punt, i el pinta. Aquest procés es repeteix successivament en tots els píxels.

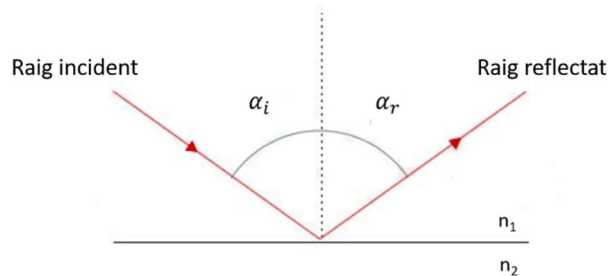
En la geometria, una intersecció és un punt d'una corba, recta, superfície o volum comú a dos o més element, com rectes, corbes, superfícies, volums, etc, és a dir, és el punt on es troben/tallen.

La quantitat de llum que viatja de tornada a la càmera depèn de:

- 1- La quantitat de llum que cau sobre aquell punt: és obvi que com més lluny està la llum de l'objecte/personatge, menor serà la seva intensitat, per tant és important saber la distància a la que es troba aquesta i com de brillant és. És menys obvi que a l'hora de determinar la quantitat de llum que cau sobre un punt, necessitem tenir en compte l'orientació de la superfície: els angles rasants reben menys llum o energia, de manera que semblen menys brillants (; pel contrari, la superfície serà més brillant o més càlida si està orientada perpendicularment a la direcció de llum. Si hi ha més d'una font de llum, repetim el procés per cada una d'elles.
- 2- La reflexió que tingui la superfície d'on pertany el píxel: el color d'un objecte té molt a veure a com respon aquest a llum, però no és l'únic. Algunes superfícies tenen un aspecte mate o difús, mentre que d'altres són brillants i mostren reflexos lluminosos, i n'hi ha una petita part que tenen els dos alhora, com la pell o el cabell. Així doncs, els dos components bàsics a la resposta d'una superfície a la llum es coneixen com **especular i difuminat**.
- 3- On es troba la càmera.

La reflexió es dona quan una ona incident canvia la seva direcció de propagació quan arriba a la superfície de separació de dos medis, però continua movent-se

en el mateix medi donant lloc a una ona reflectida. Tant l'ona incident com la reflectida es propaguen a la mateixa velocitat.



LLEI DE REFLEXIÓ:

$$\alpha_i = \alpha_r$$

Pel primer factor, el *raytracing* necessita determinar si el punt que està analitzant és visible a la font de llum. Això és molt senzill de respondre, si al punt no li arriba il·luminació directa, el *raytracing* construeix un raig des del punt al que se li està realitzant un acabat i que es dirigeix a la font de llum, aquests raigs reben el nom de **raigs ombra**.

És important observar, que solament part de la llum que cau sobre un punt prové directament de les fonts de llum, això es coneix com a **il·luminació directa**.

La **il·luminació indirecta** pot esser en canvi, el reflex d'un objecte sobre un altre<sup>29</sup>. El *raytracing* evidencia aquest reflex enviant un altre raig en direcció al reflex, aquesta és determinada per la forma natural en que la llum rebotaria.<sup>30</sup>

Si l'objecte és transparent o semitransparent, el *raytracing* pot fer quelcom similar i enviar un raig en direcció a la **refracció**. La principal diferència entre aquests raigs i els anterior, és que els refractats travessen objectes, mentre que els reflectits els reboten.

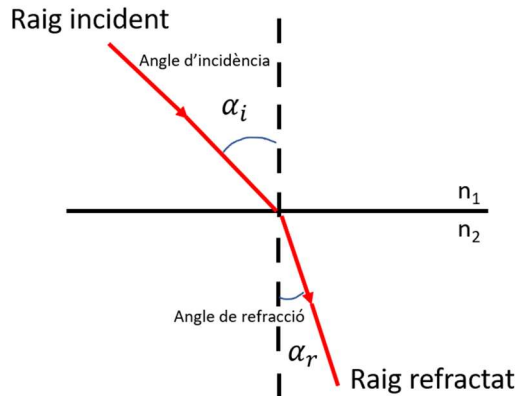
La refracció consisteix en una variació tant de la direcció de propagació de l'ona, com del seu medi de propagació. La freqüència d'una ona no varia al canviar de

---

<sup>29</sup> Clip num.7

<sup>30</sup> Aquest concepte va estar molt present, per exemple, en la pel·lícula "Cars" de John Lasseter, 2011

medi, però sí la seva velocitat de propagació (a cada medi són diferents), i per tant la seva longitud d'ona també.



- LLEI DE REFRACCIÓ:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{n_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

- **ÍNDEX DE REFRACCIÓ D'UN MEDI:** és la relació entre la velocitat de la propagació de la llum en el buit respecte a la velocitat de propagació en el medi considerat (el de l'aire sempre és 1).

$$n = \frac{c}{v} ; C = 3 \cdot 10^8 m / s$$

- **L'ANGLE DE REFRACCIÓ:** és l'angle d'incidència pel qual l'angle de refracció és de 90°, i per tant només hi ha reflexió. Això només passa quan passem d'un medi més dens a un medi menys dens.

Quan els raigs travessen algun objecte, es dobleguen en diferents direccions en lloc de continuar en línia recta, el que explica per què la imatge pot arribar a estar distorsionada, per exemple si mirem a través d'un got d'aigua.





*Exemple de com es distorsiona la imatge segons els objectes*

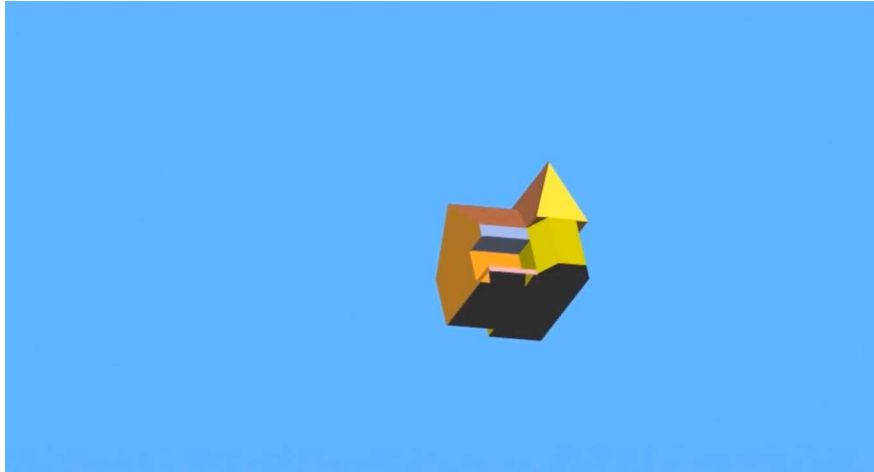
A més a més, una de les millors coses que ens permet fer el *raytracing*, és combinar la reflexió i la refracció, i després els ho utilitza per determinar el color del píxel.



*Reflexió i refracció en la pel·lícula "Cars 2" de John Lasseter, 2011*

### **Com s'utilitza en el cinema d'animació?**

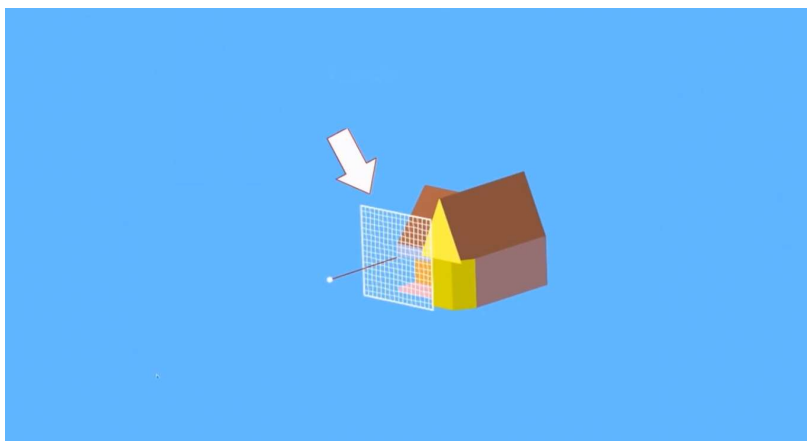
Just al començament del renderitzat, tenim una escenari més o menys així.



*Escena molt simplificada de la pel·lícula "Up" de Pete Docter, 2009*

En el cinema d'animació, com en les pel·lícules d'acció en viu, necessitem col·locar una càmera dins de l'escena (càmera virtual).

Primer escollim una ubicació dins l'escena per situar la càmera que utilitzarem per crear la imatge (representada com un punt en blanc); també hem de decidir la direcció cap a on enfoca la càmera (representat en vermell); i per últim aixequem un pla de visió perpendicular a la direcció sobre el que formarem la imatge, i representa allò que veu la imatge. D'aquesta manera la pantalla es divideix en una quadrícula de píxels que componen la imatge.<sup>31</sup>



*Pla de visió que divideix a imatge en píxels d'una escena molt simplificada de "Up" de Pete Docter, 2009*

---

<sup>31</sup> Si voleu veure com va canviant la imatge a mesura que movem la càmera virtual veieu el clip num.8

Això era una escena simplificada, i per tant, el nombre de píxels és molt reduït, però les imatges de les pel·lícules d'animació tenen milers i milers de píxels.



*Escena dividida en píxels de "Monsters University" de Dan Scanlon, 2013*

Per començar-los a renderitzar, primer hem de donar una ullada als paquets d'acabats<sup>32</sup>, per comprovar el tipus de superfícies i les seves característiques.

Un cop tenim clar com s'han de comportar totes les parts de l'escena, apliquem el *raytracing* (o qualsevol altre algoritme de renderitzat) i comencem a treballar.

Ja hem comentat que el primer que fa el *raytracing* és servir-se dels punts d'intersecció per pintar l'escena, però com podem comprovar, si només la pintem no sembla real.

---

<sup>32</sup> Utilitzats també en els patrons.



*Escena pintada de "Monsters University" de Dan Scanlon, 2013*

Per això tenim en compte la manera en que la superfície respon a la llum (difuminat o especular). Aquí tenim una imatge de com de mates o difuminats són els objectes, com més blancs siguin, més mate seran.



*Escena en difuminats de "Monsters University" de Dan Scanlon, 2013*

Aquesta ens mostra com d'especulars o brillant són els objectes, i per tant ens és més fàcil distingir on es troba la principal font de llum.



*Escena d'especulars de "Monsters University" de Dan Scanlon, 2013*

Com en gairebé totes les escenes, aquesta rep il·luminació tant directa com indirecta. Un cop tenim localitzats quin tipus de llum rep cada píxel, podem ajuntar-ho tot.



*Escena de "Monsters University" de Dan Scanlon, 2013*

## **MARC PRÀCTIC**

El marc pràctic del treball consisteix en aplicar els conceptes explicats al marc teòric i aconseguir petits clips de vídeo que il·lustren els següents processos:

- Modelatge
- Patrons
- Articulació
- Animació

Per fer-ho s'ha utilitzat el programa d'animació *Blender*<sup>33</sup>, ja que el permet realitzar totes les parts que constitueixen qualsevol animació, i *Makehuman*<sup>34</sup> per al modelatge d'una figura humana.

Donada la complexitat del propi procés d'animació, no s'ha plantejat en cap moment construir cap estructura narrativa a l'animació d'aquest apartat pràctic: simplement, els videoclips tenen com a objectiu il·lustrar en detall en pas a pas del treball de l'animació digital.

### **MODELATGE 1**

- Objecte creat – sofà
- Figura inicial – cub
- Programa utilitzat – *Blender*
- Temps d'execució – 5h
- 

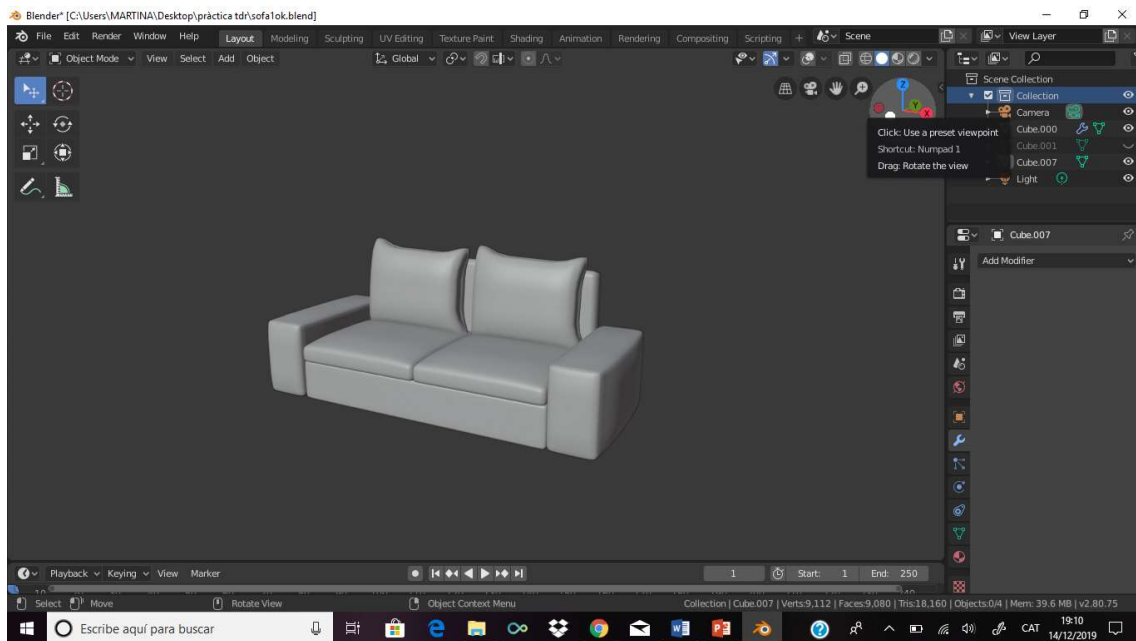
El repte d'aquest procés és aconseguir un objecte realista amb formes suaus perquè no sigui rellevant la distància (a prop o lluny) des de la que s'observa l'objecte a càmera.

---

<sup>33</sup> Blender és un software d'animació 3D que conté eines per al modelatge, articulació, animació, renderitzat, texturització, simulació i composició d'escena.

<sup>34</sup> MakeHuman és un software de modelatge de personatges humans en 3D per a ser utilitzats després en altres programes gràfics, com per exemple, Blender.

Per poder realitzar aquest exercici, primer calia entendre molt bé quines són les parts geomètriques que componen l'objecte: diferents prismes rectangulars que correspondrien a la base, el respatllet, els recolzabraços i els coixins.



Sofà modelat amb Blender

Els conceptes matemàtics que principalment intervenen en aquest procés són:

- Divisió
  - Pro-mig
- } **Subdivisió**

El programa porta incorporat directament l'algorisme que permet donar l'ordre directa de "*subdivide*<sup>35</sup>".

En bona part d'aquest procés, com l'objecte requeria una suavització específica de les superfícies, s'ha fet manualment el pas "pro-mig" i s'ha utilitzat posteriorment, l'opció "*subdivide*" per aconseguir una primera suavització de la forma, i el comando "*smooth surface*<sup>36</sup>" per optimitzar el resultat.

---

<sup>35</sup> Subdivisió (anglès)

<sup>36</sup> Suavitzar superfície (anglès)

D'aquesta manera s'aconsegueix agilitzar el procés de modelat estalviant-nos ordres repetitives de subdivisió alhora que s'optimitza el rendiment del software perquè no sobrecarreguem el processador de l'ordinador.

Donat que el sofà està format per diversos prismes rectangulars (8 en total), aquest procés s'ha repetit per a cada un d'ells.

En el cas de recolzabraços i coixins també calia aconseguir l'efecte d'encoixinat per donar major realisme al modelatge. Això ha estat possible justament a partir del algoritme de subdivisió (als comandaments *subdivide* i *smooth surface*), amb un lleu desplaçament de les subdivisions centrals de cada una de les cares dels diferents prismes.

## MODELATGE 2

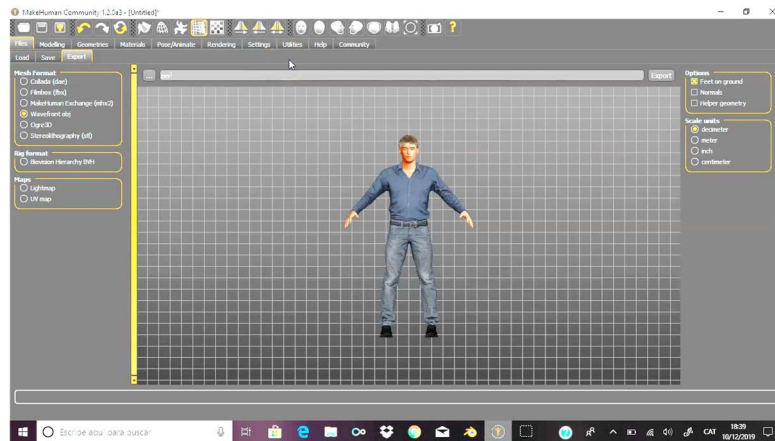
- Objecte creat – personatge protagonista del clip
- Figura inicial – figura humana de banc de recursos
- Programa utilitzat – *Makehuman*
- Temps d'execució – 30min

El modelatge de figures humaniodes és probablement un dels més complexos del cinema d'animació.

Els principis matemàtics darrera d'aquesta creació és el mateix que en el cas anterior (**subdivisió**).

En el nostre cas, hem treballat directament amb una figura humana precreada i l'únic que hem fet ha estat modificar lleument les característiques antropomòrfiques: massa muscular, sexe, raça, etc. També s'han utilitzat peces de roba del banc d'imatges el programa per donar un efecte més acabat al nostre personatge.





Personatge modealt amb Makehuman

El descobriment del programa *Makehuman* suposa una gran aportació als usuaris principiants en l'animació, perquè permet passar directament a la fase d'animació sense invertir grans esforços en el complex repte de modelatge.

## PATRONS

- Objecte creat – efecte tèxtil de tapisseria en el sofà.
- Figura inicial –Utilització d'una textura de banc d'imatges.
- Programa utilitzat – *Blender*
- Temps d'execució – 1,5h

El procés de patronitzat o texturitza s'ha realitzat només de manera parcial, ja que no hem creat la textura aplicada a l'objecte des de zero, sinó que hem utilitzat una imatge de banc de recursos<sup>37</sup>.

El concepte matemàtic que podem observar és la **geometria plana i la creació de patrons de repeticó** per formar la textura<sup>38</sup>.

<sup>37</sup> Pàgina: [www.textures.com](http://www.textures.com)

<sup>38</sup> En un procés de creació d'aquesta textura des de zero, seguint patrons irregulars, els conceptes matemàtics que haguéssim hagut d'utilitzar són els diagrames de Voronoi i el procés de discs de Piosson. Com nosaltres hem utilitzat una textura predefinida, no puc il·lustrar aquesta aplicació.



*Textura utilitzada en el sofà*

Tal i com hem comentat en l'apartat teòric 1.2 *Patrons*, per aconseguir efecte major realisme es pot recórrer a repeticions aleatòries que donen un efecte més rústic i realista.

Per tant, la textura aplicada correspon a un patró lleument irregular.

Per aplicar aquesta textura a l'objecte modelat, el programa té en compte totes les cares de l'objecte. Per a això ens ofereix un plànol **x** on podem visualitzar-les en el seu conjunt.

Aquest procés és bastant automàtic i principalment el repte és dimensionar el patró de la textura a la mida desitjada.

## **ARTICULACIÓ**

- Objecte creat – esquelet del personatge.
- Figura inicial – personatge.
- Programa utilitzat – *Blender*
- Temps d'execució – 4h

Partint del personatge creat, el principal repte recau en saber on s'ubiquen els principals punts d'articulació al cos humà: coll, espatlles, colzes, canells, tors, cintura, genolls i turmells.



*Esquelet i punts d'articulació amb Blender*

A partir d'aquí, *Blender* ofereix l'opció de carregar un esquelet tipus, per a que l'usuari adapti a les característiques del seu personatge.

A tall de comentari, jo mateix vaig dedicar una estona a observar el meu propi cos i analitzar els punts d'articulació i l'harmonia dels moviments.

Per aconseguir l'efecte d'articulació, *Blender* també ofereix comandos automàtics que es basen en els **conceptes de transformació geomètrica (rotació, translació i escala)**. Per aquest motiu, quan l'usuari indica el punt d'articulació que vol programar, el programa incorpora aquests tres conceptes per a que posteriorment es pugui aconseguir el moviment.

L'últim pas en el procés d'articulació és establir la relació de jerarquia entre les diferent articulacions per a que el moviment sigui realista i natural<sup>39</sup>.

## ANIMACIÓ

- Objecte animat – personatge.
- Animació – seqüència de passos (caminar).

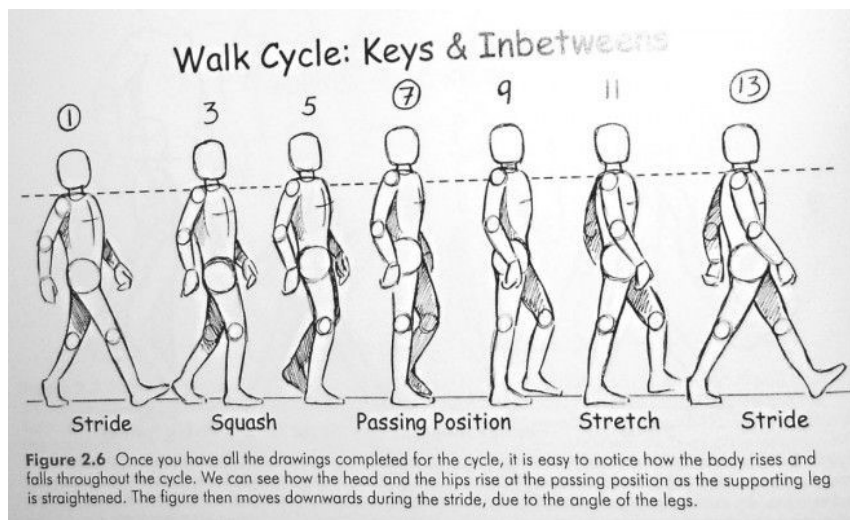
---

<sup>39</sup> Comando “*Auto IK*”

- Programa utilitzat – *Blender*
- Temps d'execució – 7h

Un cop tenim el personatge i el seu esquelet, l'animació requereix d'un profund coneixement del moviment que s'ha de recrear i de com es descompon aquest moviment en un patró replicable a través del programa.

Per això ens hem ajudat d'aquesta imatge que mostra les diferents etapes a l'hora de caminar.



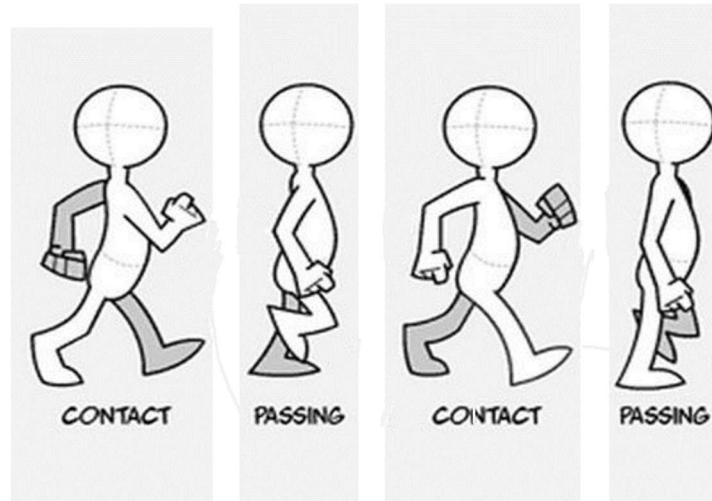
*Etales del moviment de desplaçament caminant*

Un cop s'han tingut clares les etapes, s'havia de programar la seqüència de moviment en el temps, és a dir, quants fotogrames per segons (fps) s'utilitzaran per a visualitzar el moviment.

Tot i que la mesura estàndard del cinema durant molts anys ha estat 24fps, amb l'arribada de la televisió d'alta definició, aquesta freqüència ha anat augmentant per a aconseguir un moviment més nítid i fluid.

En el nostre cas, hem treballat amb 60fps (una mesura que s'ha estandarditzat per a la programació de videojocs i animació, sovint visualitzats a través de pantalles HD).

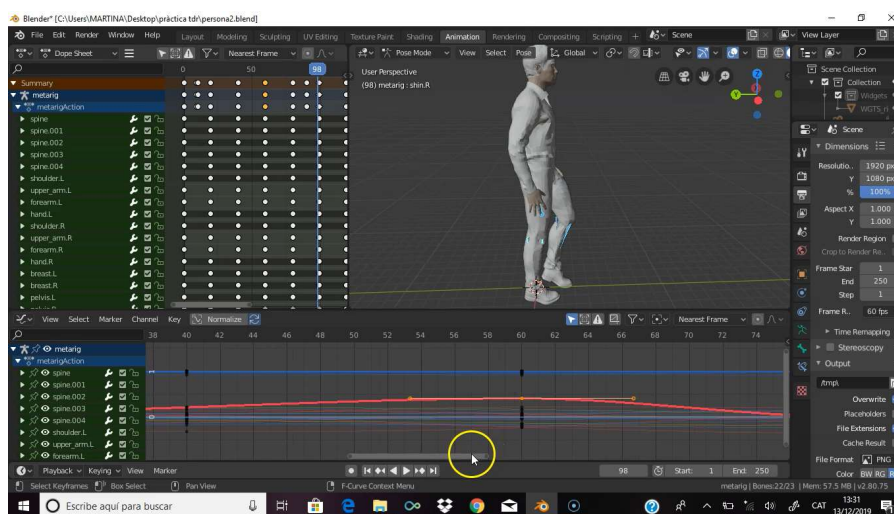
Per aquest motiu, en el procés d'animació, hem definit el canvi de posició en els fotogrames 1, 20, 40 i 60, per a les quatre postures clau.



Fotogrames 1-20-40-60

És el programa qui s'ocupa de generar les posicions de l'objecte que està essent animat, i que correspondran als fotogrames 2-19, 21-39, 41-59. Això suposa un gran estalvi de temps en la tasca de l'animador, que a diferència de l'animació analògica, on l'il·lustrador ha de dibuixar tots i cada un dels fotogrames.

El concepte matemàtic que hi ha darrera del resultat final d'animació, són les **corbes de Bézier**, que el programa crea de forma automàtica un cop nosaltres hem definit els paràmetres i que donen realisme al moviment.



En vermell visualitzem un exemple de corba de Bézier

## CONCLUSIÓ

El principal repte i objectiu era descobrir si existia una relació entre matemàtiques i física, i l'animació digital. Com s'ha comprovat al treball, la presència d'aquestes ciències a aquest tipus de cinema és força elevada i s'aplica principalment a través dels *software* que s'utilitzen en la creació de les pel·lícules.

Com hem pogut comprovar, són els mateixos programes qui fan els càlculs i apliquen els conceptes: la subdivisió en el modelatge, els diagrames de Voronoi i el procés de discs de Poisson en el cas que creem nosaltres mateixos la textura (tot i que en el treball no s'ha fet), els transformadors geomètrics en l'articulació i les corbes de Bézier en l'animació.

Per tant, arribem a la conclusió que al contrari del que es podria pensar no és necessari que els animadors tinguin amplis coneixements dels conceptes matemàtics/físics que intervenen en el procés de creació de l'animació, perquè que aquests ja estan incorporats a les eines (el *software*) que utilitzen.

També cal destacar la dificultat del desenvolupament del marc pràctic, degut a l'elevat nombre de controls dels *software* utilitzats en aquest tipus de cinema. A més a més, per cada clip de vídeo que es presenta, hi ha una mitja de entre tres i quatre intents de fer la tasca que es realitza en cada un, perquè la manera d'avançar en el domini del programa és gràcies a l'estratègia prova-error. És només quan s'entén i se sap què fa cada moviment és quan es pot començar amb la gravació.

El cinema d'animació és molt més del que veiem quan qualsevol pel·lícula de *Disney* o *Pixar*, ja que si per realitzar els breus clips del marc pràctic (que si ajuntéssim en una animació equivaldria a uns 3 segons), s'han invertit aproximadament unes 18 hores, per fer una pel·lícula d'animació que dura de mitjana uns 90 minuts, s'inverteixen unes 180000 hores aproximadament.

Per tant, una altra conclusió a la que arribem és la necessitat de que s'optimitzin els algorismes dels *software* per reduir el temps de creació dels films i facilitar la feina als animadors.

Finalment, després de fer el treball podem concloure que en aquest tipus de cinema, més enllà de la vocació artística, les competències tecnològiques són fonamentals. La fusió de les dues ciències, matemàtiques i física en el desenvolupament de l'animació permet conèixer una nova dimensió d'aquestes ciències molt atractiva per la part creativa que permet desenvolupar. Això obre una nova visió de les oportunitats professionals que ofereixen dues ciències que sobre el paper semblen molt teòriques i llunyanes a la pràctica quotidiana.

## BIBLIOGRAFIA

- Orlando Galdames Bravo "*Modelización con curvas y superficies de Bézier*", Universitat Politècnica de València (2011)
- Llibre "*Física 1r Batxillerat*" editorial McGraw-Hill Education (2017)
- Llibre "*Matemàtiques 4t ESO*" editorial Santillana (2016)
- Llibre "*Matemàtiques 1r Batxillerat*" editorial Santillana (2015)
- Llibre "*Dibuix tècnic 1 Batxillerat*" editorial Casals (2015)



## WEBGRAFIA

<https://es.khanacademy.org/partner-content/pixar>

<http://asignatura.us.es/fgcitig/contenidos/gctem3ma.htm>

<https://naukas.com/2011/12/23/cada-uno-en-su-region-y-voronoi-en-la-de-todos/>

<https://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/teselaciones.html#targetText=Teselaciones,se%20superponen%20ni%20hay%20huecos.>

[https://es.wikipedia.org/wiki/Rotaci%C3%B3n\\_\(matem%C3%A1ticas\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Rotaci%C3%B3n_(matem%C3%A1ticas))

<https://tallerescalas.wordpress.com/5-con-calculo-matematico/>

<http://mate2tiposdesimetrias.blogspot.com/>

[https://ca.wikipedia.org/wiki/Triangle\\_de\\_Tartaglia](https://ca.wikipedia.org/wiki/Triangle_de_Tartaglia)

<https://educomunicacion.es/cineyeducacion/historiacineanimacion.htm>

<https://docs.bentley.com/LiveContent/web/MicroStation%20Help-v12/es/GUID-36B6383F-C311-633F-DCDF-D28F8E5FB774.html>

<https://www.blender.org/>

<https://www.youtube.com/watch?v=juHelHH4J5s&t=984s>

<https://www.youtube.com/watch?v=piyKz7wzTVo>

<https://www.textures.com>

<https://www.youtube.com/watch?v=1AmKVcAAq6E>

<http://www.makehumancommunity.org/>

<https://www.youtube.com/watch?v=4w6xVfyo5KM&t=36s>

[https://www.youtube.com/watch?v=d8\\_xcrCv4Qc](https://www.youtube.com/watch?v=d8_xcrCv4Qc)

## **ANNEX1 - GLOSSARI**

**DIBUIX ANIMAT** – dibuix sobre cada un dels fotogrames que posteriorment es filmaran i donaran lloc a la il·lusió de moviment.

**STOP MOTION** – es basa en l'enregistrament d'objectes (animats o inanimats) mitjançant fotografies preses "fotograma a fotograma" per aconseguir l'efecte final de moviment (per exemple, s'utilitza en l'animació amb plastilina).

**STOP TRICK** – efecte aconseguit quan s'està gravant un objecte, s'apaga la càmera i es treu de plànol, i en tornar a engegar s'obté la il·lusió que l'objecte ha desaparegut.

**RECANVI DE PECES** – és animació per substitució. És una tècnica molt semblant al stop-motion però el que es fa en crear tantes peces (en comptes de dibuixos) com moviments es requereixen i enregistrar-les fotograma a fotograma per substitució. Requereix una gran quantitat de peces.

**FILM DIRECTE** – és el que es dibuixa directament sobre el cel·luloide.

**PIXILACIÓ** – és una variant del stop-motion en la que s'animen persones o objectes fotografiant-los repetidament amb petits desplaçaments.

**ANIMACIÓ LIMITADA** – és un procés de creació que utilitza menys de 24 fotogrames per segons.

**ANIMACIÓ FLASH** – és un popular software d'edició multimèdia per a crear animacions, jocs, etc. principalment en 2D.

**ANIMACIÓ EN 3D** – tipus d'animació que simula les tres dimensions mitjançant un procediment de renderització on l'ordinador interpreta l'escena en 3 dimensions a partir d'una imatge 2D.

**MOTION CAPTURE** – és una tècnica de captura del moviment del cos, mitjançant sensors que són interpretats per un ordinador.

## **ANNEX 2 – USB**

Contingut del USB:

- 1) Exemples de clips de diferents pel·lícules
- 2) Enregistrament dels diferents processos d'animació digitals que conformen la part pràctica d'aquest treball

