

Confirmació experimental de la Teoria de la Relativitat Especial

Treball de Recerca de 2n BATX.

Presentat per Acaeme

8 de gener del 2020

(Per tal que la numeració no variï el format i la numeració de les pàgines d'aquesta memòria entre en la versió digital i la impresa, es deixen fulls en blanc, que són implícits en la versió impresa per motius de formatació)

(És possible que la versió actual estigui sense signar i no inclogui els agraïments, ja que les bases d'alguns premis de treballs de recerca imposen que no hi hagi cap referència a l'autor, el tutor o l'institut al que pertany el treball)

*“A la vida no existeix res al qual tenir por, només
coses que comprendre”*

Marie Curie

Índex

Agraïments	3
Introducció.....	9
Part Teòrica.....	15
1.1 Antecedents històrics a la Teoria de la Relativitat Especial.....	19
1.1.1 Principi de relativitat de Galileu.....	19
1.1.2 Sistemes de referència inercials i no inercials.....	20
1.1.3 Transformacions de Galileu per la posició i la velocitat	21
1.1.4 Visió clàssica de l'espai i el temps.....	24
1.1.5 Visió clàssica de l'electromagnetisme	25
1.1.5.1 Electrostatica: Llei de Gauss.....	25
1.1.5.2 Corrent elèctric: Llei d'Ohm.....	29
1.1.5.3 Magnetostàtica: Llei d'Ampère i Llei de Lorentz.....	29
1.1.5.4 Corrent altern: Llei de Faraday i Llei de Lenz.....	33
1.1.6 Llavors de la Teoria Especial de la Relativitat.....	34
1.1.6.1 Equacions de Maxwell: unificació de l'electromagnetisme	34
1.1.6.2 Equacions de Maxwell al buit: valor de c	37
1.1.6.3 L'experiment de l'èter de Michelson i Morley.	40
1.1.7 Conclusions	42
1.2 La Teoria de la Relativitat Especial d'Einstein.....	45
1.2.1 Postulats de la relativitat Especial.....	45
1.2.2 La dilatació del temps.....	46
1.2.3 La contracció de Lorentz.	47
1.2.4 La simultaneïtat de successos.	48
1.2.5 Les transformacions de Lorentz.....	48
1.2.6 Composició de les velocitats d'Einstein.....	49
1.2.7 Dinàmica relativista.....	51
1.2.8 Moment, massa i energia.	53
1.2.9 Una nova visió de l'electromagnetisme	53
1.2.10 L'espai-temps: Els diagrames de Minkowski.....	56

1.3 Proves experimentals de la Teoria de la Relativitat Especial	61
1.3.1 Invariància de la velocitat de la llum al buit	61
1.3.2 Comprovació de la relativitat del temps.....	62
1.3.2.1 Els rellotges atòmics.....	62
1.3.2.2 La isotropia de la velocitat de la llum.....	63
1.3.2.3 La isotropia de la massa, energia i moment.....	64
1.3.2.4 Els muons: les partícules que viatgen cap al futur.....	64
Part Pràctica.....	71
2.1 Aplicació del mètode científic	75
2.1.1 Observacions i preguntes inicials.....	75
2.1.2 Hipòtesis	76
2.1.3 Disseny experimental	76
2.1.4 Experimentació.....	82
2.1.4.1 Test número 1.....	82
2.1.4.2 Test número 2.....	83
2.1.4.3 Test número 3.....	84
2.1.5 Anàlisi de resultats.....	86
2.1.6 Conclusions.	89
3. Conclusions.....	93
4. Referències	97
5. Annexos i referències de figures	I
5.1 Annex 1	I
5.2 Referències de figures.....	V
6. Bibliografia i webgrafia.....	XI
6.1 Bibliografia	XI
6.2 Webgrafia.....	XI

INTRODUCCIÓ

Les lleis de la física que es van formular als segles XVII i XVIII –les proposades per Sir Isaac Newton i Galileu Galilei- van ser de les primeres lleis obtingudes per l'aplicació del mètode científic i han estat demostrades i validades per molts experimentadors durant els següents segles. Tot i això, a finals del segle XIX i principis del segle XX, aquestes lleis es van posar en dubte degut a nous descobriments en el camp de l'electromagnetisme. Això va provocar una gran polèmica a la comunitat científica d'aquella època i es va generar una gran diversitat d'opinions: hi havia investigadors que pensaven que era necessària una reformulació de les lleis de la física clàssica i d'altres que creien que hi havia algun error en la física moderna.

En aquest treball s'explicaran els estudis realitzats i les conclusions derivades que s'han anat obtenint al llarg de la història més recent de la física, començant per Galileu i Newton, seguides de les teories clàssiques de l'electrostàtica i de la magnetostàtica. A partir de l'evolució d'aquestes teories, arribarem a una teoria unificada de l'electromagnetisme, en la qual es posa en dubte algunes de les lleis clàssiques. Físics com Lorentz, Poincaré, Maxwell, Einstein, Minkovski, i altres, van ser els primers que van trencar amb les idees clàssiques; sobretot Albert Einstein, qui ens va proporcionar un gran salt conceptual amb la Teoria de la Relativitat Especial, la qual va causar molt d'impacte a la comunitat científica de l'època. Serà aquesta nova Teoria sobre la que centrarem la part experimental d'aquest treball, realitzant una comparació entre les prediccions de les lleis clàssiques i les derivades de la nova Teoria.

Per fer-ho, s'ha desenvolupat un experiment amb el propòsit de determinar quina de les dues teories és la correcta, on s'ha utilitzat l'estudi del moviment dels muons a l'atmosfera terrestre. Els muons són unes partícules que es formen degut a la col·lisió de raigs còsmics amb partícules de l'atmosfera superior de la Terra i que viatgen a una velocitat similar a la de la llum. Inclús a aquesta velocitat, teòricament, des del punt de vista clàssic, aquestes partícules no poden arribar fins la superfície terrestre, encara que, experimentalment, si que es detecten un número elevat d'aquestes a nivell del mar. Aplicant els nous postulats

introduïts per Einstein a la seva Teoria de la Relativitat Especial, es pot explicar de forma molt intuïtiva perquè arriben aquest elevat nombre de muons a la superfície. Per fer la mesura de la quantitat de muons que arriben a la Terra s'ha utilitzat un detector anomenat Cosmic Watch, derivat d'un projecte suportat pel MIT (Massachusetts Institute of Technology), que s'ha muntat al nostre institut per dur a terme aquest treball. A l'annex 1 del treball hi ha un detall del muntatge i els components necessaris del detector.

Així, l'objectiu del treball és conèixer l'evolució de la física al llarg dels darrers segles i demostrar quina teoria és la correcta, la Clàssica o la Relativitat Especial? Com a objectius secundaris s'han plantejat: el coneixement de les partícules subatòmiques i el seu comportament, el funcionament dels aparells electrònics, el seu muntatge i la verificació experimental d'hipòtesis científiques.

La memòria està organitzada en dues parts: una part teòrica, on s'explica l'evolució històrica del coneixement humà en el que respecta als sistemes de referència en la física per explicar el moviment o els fenòmens físics, centrant l'atenció en la Teoria de la Relativitat Especial d'Einstein i en les seves confirmacions experimentals, i una part pràctica, on s'explica l'aplicació del mètode científic per a la confirmació experimental de la Teoria a partir de l'estudi del moviment dels muons a l'atmosfera terrestre. Per confeccionar la memòria s'han seguit dues metodologies: l'explicativa per desenvolupar la part teòrica i la científica per explicar els diferents conceptes experimentals implicats en la realització de l'aplicació del mètode científic als nostres objectius. Per dur a terme la part pràctica, s'ha aplicat un procés tecnològic: anàlisi de la necessitat, recerca de solucions, proposta de solució i disseny, realització del projecte i avaluació de la solució proposada, per construir el detector de muons necessari per realitzar les mesures. Posteriorment, s'han fet propostes de millora per corregir deficiències observades durant el procés d'aplicació del mètode científic. Finalment, un cop realitzada la tasca de recerca i la part experimental, s'han plantejat les conclusions obtingudes que inclouen l'opinió personal, l'avaluació i les perspectives de futur del projecte.

Personalment, el fet de construir la base teòrica del treball m'ha ajudat a aprendre sobre l'evolució de la física. He estat conscient dels encerts i dels errors comesos pels diferents experimentadors i teòrics que han desenvolupat i demostrat la validesa de les diferents

teories. Evidentment, ha ampliat el meu coneixement sobre la física en general. La part pràctica m'ha donat experiència en l'aplicació del mètode científic.

En un futur, m'agradaria estudiar més a fons aquest tema -i estudiar física en general-, perquè m'interessa molt. Gràcies a aquest interès, vaig decidir que faria un treball relacionat amb la física. En un principi, no tenia gens clar com podia orientar el treball per tenir una bona part pràctica que estigués al meu abast però, després, vaig veure que podia utilitzar els muons per demostrar la Teoria de la Relativitat Especial, i aquesta va ser una de les raons per les quals vaig decidir escollir aquest treball.

En conclusió, el procés de redacció i experimentació del treball ha estat dur i extens però he après molt i n'estic content d'haver triat aquest tema per al meu treball de recerca.

*“La ciència és la progressiva aproximació de les
persones al món real”*

Max Planck

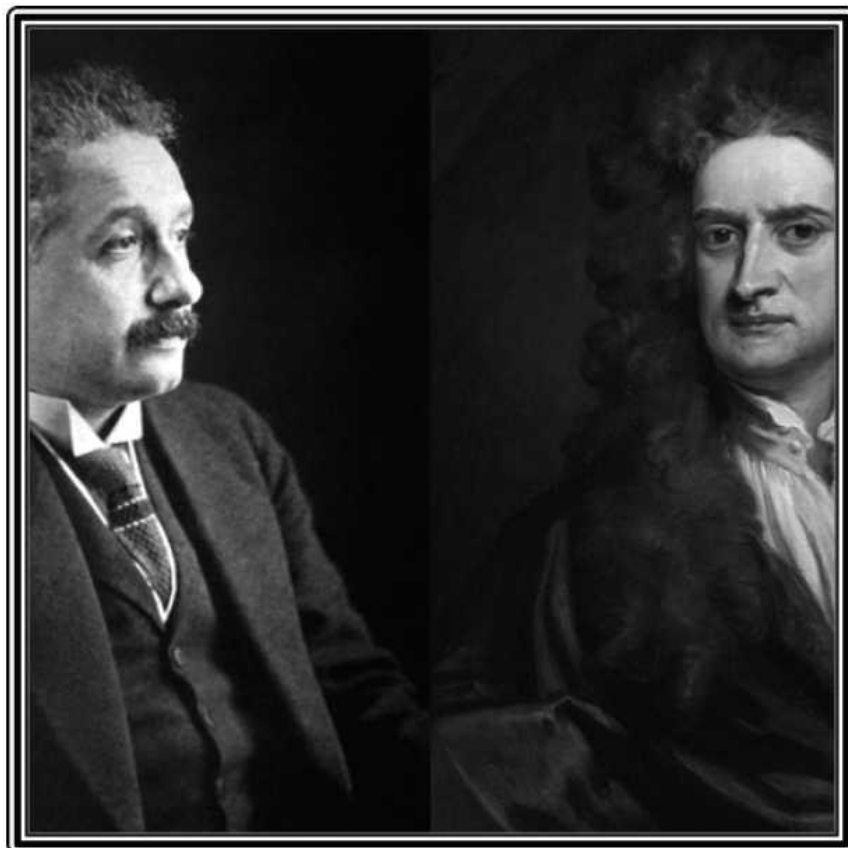
The image features three pocket watches arranged in a triangular pattern. The watches are rendered with a motion blur effect, creating a sense of movement. The watch faces are detailed with Roman numerals and hands. The background is dark with streaks of light, suggesting a fast-paced or dynamic environment. The text is overlaid in the center of the watches.

Part Teòrica
Relativitat Especial

Capítol 1.1

Antecedents històrics a la Teoria de la Relativitat Especial

En aquesta capítol s'estudiarà la visió històrica sobre els sistemes de referència i els moviments i la seva evolució en els segles precedents a la Teoria de la Relativitat d'Einstein, començant per Galileu i Newton, passant per Ampère, Ohm i Faraday i acabant amb Maxwell i Lorentz.



1.1 ANTECEDENTS HISTÒRICS A LA TEORIA DE LA RELATIVITAT ESPECIAL

1.1.1 PRINCIPI DE RELATIVITAT DE GALILEU

Avui en dia som plenament conscients que la Terra es mou a través de l'espai com un gra d'arròs dins d'un huracà: gira al voltant del Sol a 30 km per segon. Al mateix temps, el nostre Sol, i el sistema Solar solidàriament amb ell, es mou al voltant del centre de la nostra Galàxia, la Via Làctia, a la increïble velocitat de 30.000 km per segon, al voltant del forats negres super-massius que ens tenen ancorats a la nostra Galàxia. La Via Làctia es pot considerar com un conglomerat d'estrelles que es mouen conjuntament a l'espai seguint, com ara ja sabem, l'expansió accelerada de l'espai-temps, formant part d'una estructura major del nostre Univers que aglomera les diferents galàxies i que va estar formada durant el Big Bang.

Però, per altra part, els éssers humans no som capaços de percebre aquests efectes ni moviments: per a l'ésser humà la Terra és fixa i immutable. Les distàncies a sobre de la Terra són fixes i es poden mesurar sense incertesa. Aquestes mesures es poden repetir les vegades que calgui sense que s'observin canvis: la Terra és un sistema de referència excel·lent. Aquesta immobilitat i immutabilitat del nostre planeta van marcar el pensament dels nostres avantpassats i no ha estat fins els darrers 200 anys que la nostra visió de l'Univers i de l'espai-temps han canviat radicalment per apropar-se al que avui en dia considerem els nostres orígens.

Aquesta immutabilitat aparent del nostre planeta es va plasmar en el principi anunciat per l'humanista Galileu Galilei al segle XVII: "les lleis de la física són independents de qualsevol sistema de referència inercial." Segons la física clàssica iniciada amb Galileu, l'espai i el temps són dues magnituds absolutes i independents entre elles. Un punt a l'espai es pot determinar per tres dimensions: per determinar la posició d'un cos respecte un sistema de referència necessitem ternes de números (X,Y,Z). Per l'altra banda, el temps és una magnitud unidimensional definida positiva, que només necessita un número per estar determinada prenent un instant temporal donat anterior: és a dir, que mesurem sempre un interval de temps.

Segons va establir Newton -en el seu llibre *Principia*-, el temps és absolut, el que vol dir que és el mateix per a tots els observadors sense importar el sistema de referència, i no es pot canviar el seu flux, el que vol dir que evoluciona únicament en un sentit [1]. Newton, a la seva època, es desplaçava amb un cavall. Ell es va adonar de què quan muntava a cavall, les muntanyes es desplaçaven. Newton es podria considerar un sistema de referència en repòs, i les muntanyes es mourien respecte a ell. Després, va pensar que si una persona el mirava des de les muntanyes, aquesta persona el veuria desplaçant-se, i aquesta persona estaria en repòs. Quin dels dos es movia realment, ell, o la persona que el mirava? Aquí és on entra el principi de relativitat, doncs depèn del sistema de referència que es pren per descriure el moviment o l'efecte físic que s'està estudiant..

1.1.2 SISTEMES DE REFERÈNCIA INERCIALS I NO INERCIALS

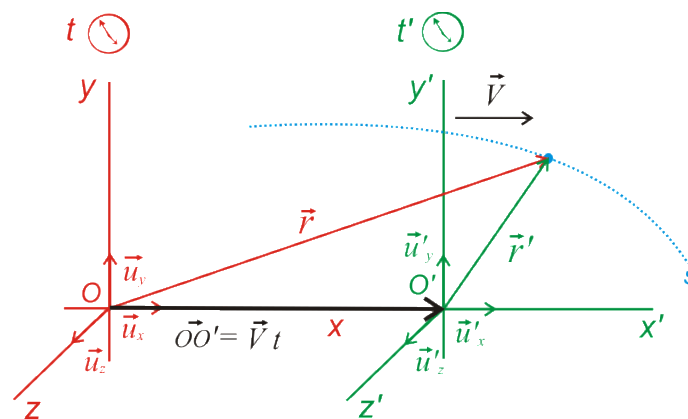
Va ser a partir d'aquesta reflexió que Newton va introduir l'existència d'uns sistemes de referència pels quals no és possible diferenciar si estan en repòs o en moviment, ja que les lleis de la física han de succeir de la mateixa forma sigui quin sigui el sistema de referència utilitzat. Va anomenar a això els sistemes de coordenades inercials. Així, per tant, dos sistemes de referència han de mesurar la mateixa acceleració, perquè sinó no es compleixen les lleis de Newton. Un exemple clar és la llei de la força $F = ma$: si la força que apliquem a un objecte no canvia i la massa tampoc, no tindria sentit que dos observadors diferents observessin diferents acceleracions.

Per altra banda, en cas de que prenguéssim un observador el qual presenta un moviment accelerat, des del seu punt de vista considerarà que ell mateix està aturat i des del seu sistema de referència, veurà que les coses del seu voltant porten una acceleració respecte d'ell, per molt que no se'ls hi apliqui una força. Això provoca que les lleis de Newton siguin diferents per observadors que es mouen amb un moviment accelerat en diferents sistemes de referència amb diferents acceleracions. Per poder explicar les lleis de la física des d'un o altre sistema de referència i obtenir resultats equivalents, ens hem d'inventar forces imaginàries o fictícies que ens assegurin el seu compliment: força d'inèrcia o d'Alembert [2]. Aquest sistemes de referència s'anomenen no inercials, ja que en ells no es compleixen les lleis de Newton.

1.1.3 TRANSFORMACIONS DE GALILEU PER LA POSICIÓ I LA VELOCITAT

Galileu va estudiar la relació entre dos sistemes de referència que es movien amb una velocitat relativa constant. La relació entre els dos sistemes de coordenades descrites per cada observador inercial, sistema de coordenades inercial, va donar origen a les equacions conegudes com transformacions de Galileu [3].

Aquestes equacions es resumeixen, simplement, en un canvi de coordenades que no alteren les lleis de Newton en cap dels sistemes de referència inercials. Prenent com a referència la Figura 1, on es mostra la trajectòria d'un objecte i dos sistemes de referència (O i O') que es mouen amb una velocitat relativa constant:



Podem expressar les coordenades d'un punt de la trajectòria de l'objecte respecte del sistema de referència O' en funció de les coordenades del sistema de referència O de la següent forma:

$$x' = x - v \cdot t$$

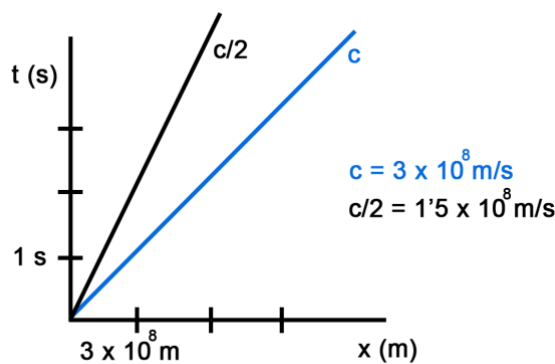
$$y' = y$$

$$z' = z$$

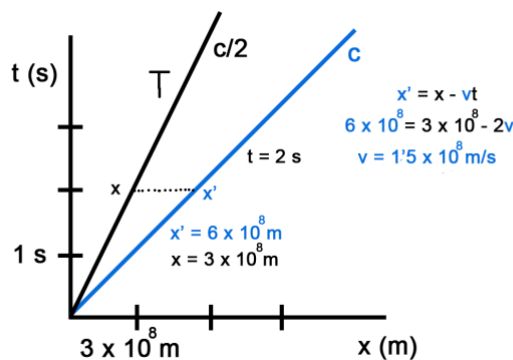
Les coordenades y i z són iguals en tots dos sistemes de referència, perquè considerem que no hi ha desplaçament relatiu dels mateixos en aquestes coordenades. Les coordenades x i x' estan relacionades entre elles per mig de la velocitat de moviment relativa. En tots dos sistemes de referència, el temps és absolut e idèntic, per tant, invariant en tots dos sistemes de referència inercials. Encara que tots dos observadors veuen dues trajectòries diferents, les lleis de la gravitació universal es continuen complint, ja que per tots dos observadors el temps és absolut.

Si prenem com exemple la trajectòria d'una pilota que es llença des del sistema de referència O' , podríem dir que la trajectòria vertical que s'observa per la pilota serà la mateixa la llanci un observador en moviment, des d'un sistema de referència inercial o en repòs. L'única diferència és que l'observador en repòs veurà que la trajectòria que recorre la pilota llançada per l'observador en moviment té una component horitzontal que és igual a la velocitat del sistema de referència de l'observador que la llança.

A continuació exposaré un exercici pràctic imaginari on implicarem la velocitat de la llum. Imaginem un observador, per al que definirem el seu sistema de referència propi T , que es mou, hipotèticament, amb una velocitat constant i igual a la meitat de la velocitat de la llum. Aquest observador estudia, hipotèticament, el moviment d'un fotó. Podem resumir aquest exercici amb el gràfic, Figura 2, següent:



Sabem que el fotó tarda un segon en recórrer $3 \cdot 10^8$ metres al buit, si es mesura d'un sistema de referència estàtic, però què passa des del punt de vista de l'observador T que té una velocitat propera a la de la llum? En aquest cas, l'observador T veu que la llum recorre $3 \cdot 10^8$ metres en 2 segons, o sigui, que veu que la llum va a una velocitat inferior a la que establím com absoluta actualment, de $1,5 \cdot 10^8$ metres en un segon, des del seu marc de referència. Avui en dia sabem que això és impossible, com s'observa a la Figura 3.



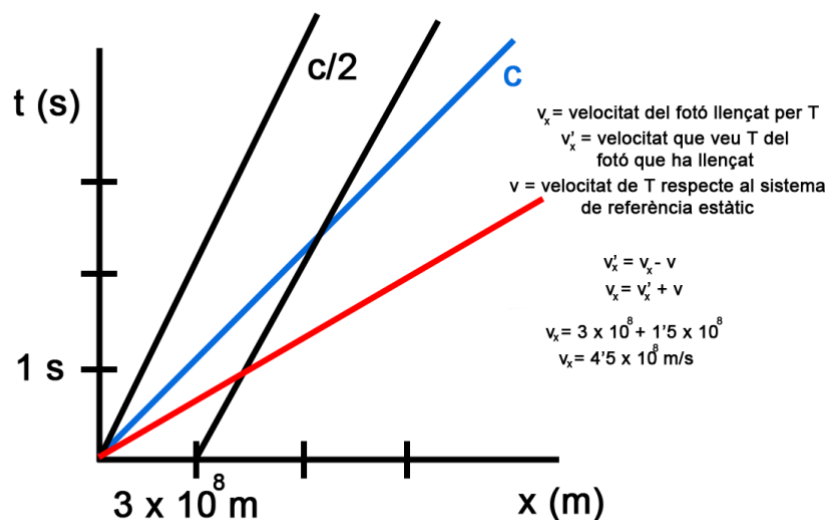
Per un altra banda, podem trobar la relació de les velocitats entre sistemes inercials que es mouen amb una velocitat relativa constant v (per exemple sobre l'eix x) amb les equacions següents:

$$v'_x = v_x - v \leftrightarrow v_x = v'_x + v$$

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z$$

On v'_x és la velocitat d'un cos que es mou en una trajectòria qualsevol mesurada per un observador des del sistema de referència T' , v_x és la velocitat del mateix cos mesurada des d'un observador des del sistema de referència T . Podem fer un cas concret per veure com funcionaria aquesta transformació. Imaginem un objecte que es mou a 2 m/s respecte a T i a 5 m/s respecte a T' . Per a saber la velocitat de T' respecte a T , considerant que són sistemes de referència inercials, podem utilitzar les transformacions de Galileu, per la qual cosa, $v = 3 \text{ m/s}$. En resum, les transformacions de Galileu són les equacions que relacionen la velocitat, posició i acceleració mesurades des de dos sistemes de referència inercials diferents. Ara, continuant amb l'exercici imaginari que hem fet als paràgrafs anteriors per a la transformació de la posició, on hem arribat a la conclusió que la llum anava a la meitat de la seva velocitat, des del punt de vista de T' , imaginarem que des de T' surt un fotó a la velocitat de la llum c , que observarem des de T . Es dona la paradoxa que la velocitat d'aquest fotó, segons les transformacions de Galileu per a la velocitat, serà $v_{foto} = c + c/2$, la qual cosa sabem que és falsa segons la física actual. Podem veure el detall recollit a la següent Figura 4:



Les lleis de Newton diuen que són les forces les que produeixen un canvi en el moviment, degut a una acceleració. Si dos observadors inercials no descriuen igualment un moviment accelerat, voldria dir que les forces depenen d'un sistema de referència, cosa que trencaria amb la universalitat del principi de relativitat esmentat anteriorment. Els dos observadors han d'estar d'acord en les lleis de la mecànica segons els tres grans principis de l'època:

- Gravitació universal.
- Conservació de l'energia.
- Conservació del moment.

1.1.4 VISIÓ CLÀSSICA DE L'ESPAI I EL TEMPS

Del que hem exposat anteriorment podem deduir quina era la visió clàssica del món, o al menys, de les característiques principals que, més tard, es ficarien en dubte amb l'arribada de la física moderna.

Tothom alguna vegada en la seva vida s'ha qüestionat algunes preguntes que podem considerar filosòfiques com: la meua sensació del curs del temps és la mateixa que la les altres persones? O una altra pregunta com: el temps flueix per a tots d'igual forma, en tots els racons de l'Univers, és a dir, que hi ha alguna cosa com un rellotge universal? També podríem plantejar el fet de si les dimensions dels objectes són absolutes per a tothom o si, en canvi, depenen de la persona que les observa. La resposta a aquestes qüestions no va venir de la mà de la filosofia, ni molt menys, sinó que va ser Newton qui, per primera vegada, va plantejar una sèrie de postulats, acceptats per la comunitat científica de la seva època [4]. Aquests postulats són:

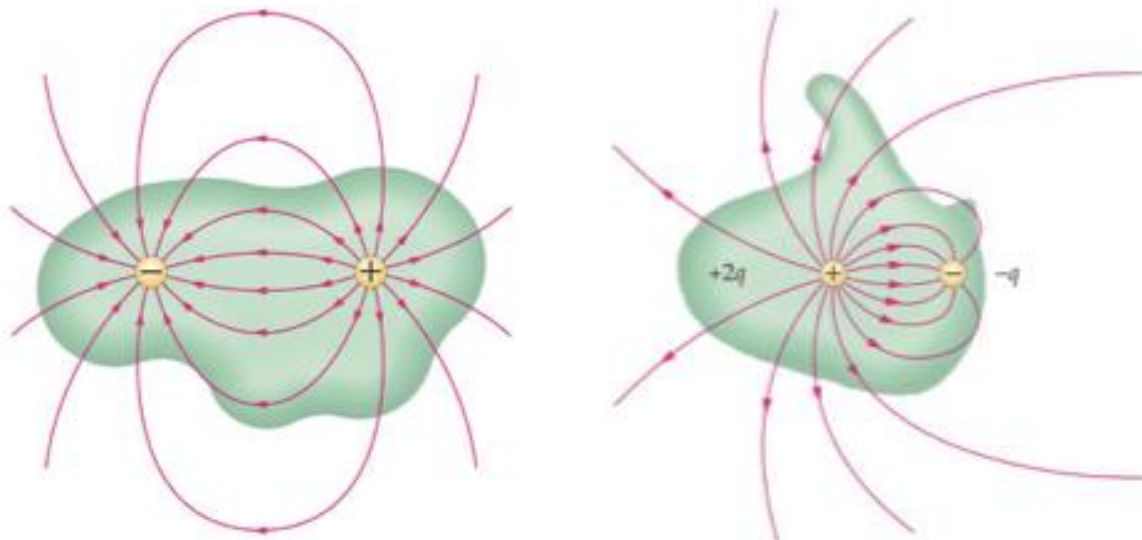
- El temps és una magnitud escalar, real ($t \in \mathbb{R}^+$), contínua i absoluta, que flueix en una sola direcció, per tant definida positiva, que és idèntica per a tots els observadors.
- L'espai és euclidià (pla), s'expressa amb tres dimensions ($r = (x, y, z)$, $r \in \mathbb{R}$), que són relatives i amb relacions conegudes per a tots els observadors que es mouen en sistemes de referència inercials.

Totes aquestes idees són més o menys intuïtives i compleixen amb l'observació que podem fer, de forma més propera, del nostre entorn. Aquest conjunt de postulats van estar presents durant molt de temps sense que ningú els posés en dubte, excepte per un filòsof anomenat Kant que no va incloure cap certesa científica [5], fins que es van començar a desenvolupar les lleis de l'electrostàtica i la magnetostàtica, i es va arribar a un punt on el concepte d'espai i temps, fins llavors utilitzat, es va començar a posar en dubte al no concordar les prediccions teòriques amb les observacions realitzades.

1.1.5 VISIÓ CLÀSSICA DE L'ELECTROMAGNETISME

1.1.5.1 ELECTROSTÀTICA: LLEI DE GAUSS

Dins de l'electrostàtica, la llei de Gauss, estretament relacionada amb el que anomenem Teorema de la Divergència, estableix una relació entre el flux elèctric que travessa una superfície tancada i la càrrega elèctrica que envolta aquesta mateixa superfície. A la següent Figura 5 podem veure un detall del plantejament d'aquesta llei:



La llei va ser enunciada per Carl Friedrich Gauss el 1835 i va ser publicada el 1867 [6]. Actualment, és una de les quatre equacions de Maxwell dins de la teoria electromagnètica moderna, conjuntament amb la llei de Gauss per al magnetisme, la llei de Faraday i la llei d'Ampère. La llei de Gauss és idèntica matemàticament amb altres lleis físiques, com la llei de Gauss per al magnetisme i la llei de Newton per a la gravitació. En la seva forma

generalitzada es pot utilitzar en qualsevol context en què es presenti una dependència de la inversa del quadrat de la distància o de la coordenada independent. Així la Llei de Gauss és equivalent a la Llei de Coulomb.

Per enunciar aquesta Llei s'ha de partir d'una càrrega elèctrica desconeguda que produeix un flux elèctric, o línies de força de camp elèctric. El flux elèctric (Φ_e) es determina com el producte vectorial entre el vector del camp elèctric (\vec{E}) que crea la càrrega i el vector perpendicular a l'àrea de la superfície que travessa (\vec{A}). Si considerem una superfície totalment tancada, s'obté la següent equació, que descriu la Llei de Gauss:

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

On q és la càrrega continguda dins de la superfície tancada i ϵ_0 és la constant de permittivitat elèctrica al buit. Si es compara aquesta Llei amb la Llei de Coulomb, que té la següent expressió per a la força entre dues càrregues (q_1, q_2) separades per una distància d :

$$F_e = K \frac{q_1 * q_2}{d^2} \quad (2)$$

On K és la constant de Coulomb. Aquesta Llei només serveix per a dues càrregues que es troben en una posició estàtica. La Llei de Gauss admet solucions per càrregues en moviment relatiu, així que és formalment més complexa. L'expressió actual de la Llei de Gauss segueix el formalisme de la Llei de divergència i la podem resumir amb la següent expressió diferencial, en funció de l'operador divergència:

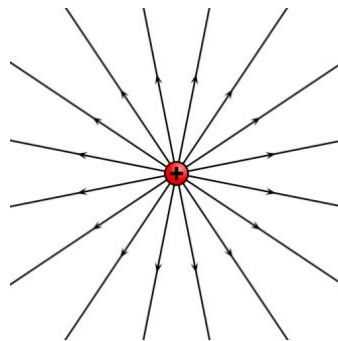
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3)$$

On ρ és la densitat de càrrega elèctrica distribuïda i envoltada per una superfície tancada i $\vec{\nabla}$ la divergència, que correspon a: $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$

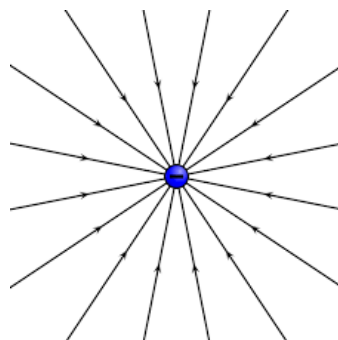
El camp elèctric (\vec{E}), es defineix clàssicament com un camp vectorial, en el qual, una càrrega puntual de valor q pateix els efectes d'una força elèctrica $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$. Per tant, \vec{E} representa la intensitat de la força elèctrica (ja sigui d'atracció o repulsió) que sofriria una càrrega en un punt determinat de l'espai afectat pel camp vectorial. El camp elèctric se sol representar per un vector, que indica la magnitud, la direcció i el sentit que afectarà una càrrega elèctrica, i usualment, s'usen línies de camp (isolínies tangents al camp) que representen el sentit i la direcció del camp per una magnitud constant del mateix. Globalment, ens donen informació sobre la direcció, però també sobre la intensitat d'aquesta força elèctrica que afectarà la càrrega.

L'operador divergència (∇) és una operació matemàtica que actua sobre un camp vectorial i ens proporciona un camp escalar, que es defineix com el flux del camp vectorial sobre el que s'aplica. En aquest cas s'aplica sobre el camp vectorial corresponent al camp elèctric i ens proporciona una informació molt important referent al flux del camp:

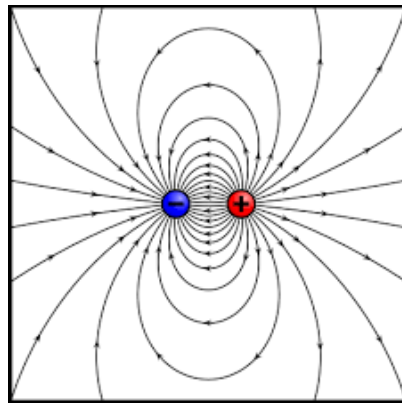
- Si $\nabla \cdot \vec{E} > 0$, això vol dir que les línies de camp surten d'un punt determinat. Aquest punt és una font de línies de camp, Figura 6:



- Si $\nabla \cdot \vec{E} < 0$, això vol dir que les línies de camp van cap a aquest punt determinat. Aquest punt és un embornal de línies de camp, Figura 7:



Quan la divergència és positiva, tenim un camp elèctric de càrrega positiva, com per exemple, el que genera un protó, i quan és negativa, tenim un camp elèctric negatiu, com el generat per un electró. Si la divergència del camp elèctric és 0, vol dir que la distribució de càrrega neta dins de la superfície tancada és neutra. Si dues càrregues, una càrrega positiva i una negativa, es troben properes en l'espai, llavors les línies de camp que surten de la càrrega positiva moriran a la càrrega negativa, com s'observa a la Figura 8:



La Llei de Gauss es considera una llei universal i aplicable a molts contextos diferents al pròpiament electromagnètic. Per tant, és una llei més universal que la Llei de Coulomb. En definitiva, ve a expressar que, si s'entén el flux elèctric com el nombre de línies de camp elèctric que travessen una superfície, aquest nombre serà constant si la càrrega es troba continguda dins d'una superfície, i nul·la si es troba fora, essent proporcional a la càrrega continguda per la superfície.

Estudis experimentals posteriors per buscar l'equivalència entre el magnetisme i l'electricitat van demostrar que, encara que relacionats entre ells, tots dos fenòmens tenien diferències notables [7]. Pot ser la més important és la inexistència dels monopols magnètics, el que vol dir que les línies de flux magnètic sempre són tancades, el que es tradueix en què, a l'aplicar la llei de divergència al camp magnètic s'obté que la seva variació dins d'una superfície tancada és nul·la, que queda expressada amb la següent equació:

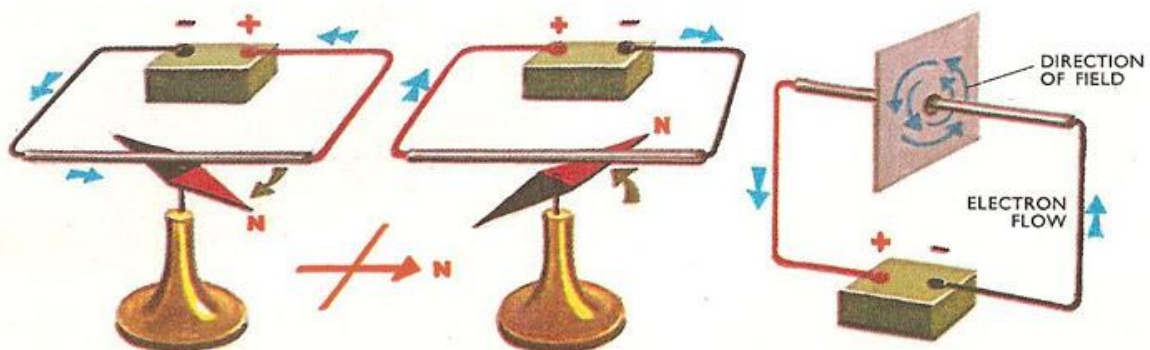
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4)$$

1.1.5.2 CORRENT ELÈCTRIC: LLEI D'OHM.

Georg Simon Ohm va ser un físic alemany que va fer estudis extensius sobre la conducció elèctrica [8]. Ohm va proposar una llei que relacionava matemàticament la intensitat del corrent (I) que travessa un conductor amb la força electromotriu que el genera (V) i la resistència del conductor (R) per la que flueix, que es resumeix amb l'expressió: $V = I \cdot R$. Això, tècnicament, vol dir que la força electromotriu que genera la intensitat és directament proporcional a la R o a la I , o que la intensitat generada és inversament proporcional a la resistència i directament proporcional a la força electromotriu, o que, finalment, la resistència és directament proporcional a la força electromotriu i inversament proporcional a la intensitat. La intensitat es mesura en amperes (A), el voltatge en volts (V) i la resistència en ohms (Ω).

1.1.5.3 MAGNETOSTÀTICA: LLEI D'AMPÈRE I LLEI DE LORENTZ

Els experiments elèctrics del físic danès Hans Christian Ørsted [9], van permetre relacionar les propietats elèctriques de la matèria amb les propietats magnètiques que, encara que conegudes des de l'antiguitat, mai s'havien relacionat directament amb l'electricitat. Ørsted, va observar que en apropar un cable conductor, pel que es feia passar un corrent elèctric, a una agulla imantada, aquesta començava a girar. Així va determinar que un corrent elèctric genera un camp magnètic, el qual és més intens quan més gran sigui la corrent elèctrica i menys intens quan més ens allunyàvem del cable, i que, a més a més, és perpendicular al cable, com si l'envoltés. A la següent Figura 9 es pot observar aquest fet experimental:



Posteriorment, el científic francès Andre-Mari Ampère, va interpretar aquests fets experimentals i va donar un impuls important a l'electromagnetisme [10]. La Llei d'Ampère té una gran analogia amb la Llei de Gauss aplicada al camp elèctric. De la mateixa forma que el teorema de la divergència és útil per determinar el camp elèctric creat per una distribució de càrregues, la Llei d'Ampère permet determinar el camp vectorial magnètic (\vec{B}) creat per una determinada distribució de corrent. Es pot resumir amb l'expressió:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \vec{i} \quad (5)$$

El seu enunciat diu que la circulació d'un camp magnètic (\vec{B}) al llarg d'una línia tancada és igual al producte de la permeabilitat magnètica (μ_0) pel flux de corrent (\vec{i}) que travessa l'àrea limitada per la trajectòria. El cas més usual d'aplicació és a un corrent rectilini, a un solenoide o a un toroide [11]. L'expressió matemàtica diferencial actual per la Llei d'Ampère és:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{i} \quad (6)$$

On s'utilitza el rotacional, que és un operador vectorial que s'aplica sobre camps vectorials i que ens mostra la tendència del camp vectorial a introduir la rotació al voltant d'un punt. Ens proporciona coneixement sobre la intensitat de la rotació, la direcció de rotació, i en aquest cas, el camp magnètic resultant. Com en el cas de la Llei de Gauss aplicada al camp elèctric, el fet que el rotacional no sigui nul indica la tendència, que es presenta com una força normal en el cas d'un fil conductor uniforme, a fer rotar les càrregues, representades pel flux elèctric, que entren en el seu abast. Aquesta força, que produirà un moviment circular, serà proporcional a la permeabilitat magnètica i al flux de corrent. Llavors, les càrregues elèctriques que es troben en moviment, no només generen un camp elèctric, sinó que també generen un de magnètic. James Clark Maxwell va completar la Llei d'Ampère donant lloc a la Llei d'Ampère-Maxwell [12], en introduir l'efecte que té la variació d'un camp elèctric en funció del temps, que també dona lloc a un camp magnètic. Maxwell va introduir aquest terme per tenir en compte el procés de càrrega d'un condensador.

Aquest efecte que s'observa en tots els circuits elèctrics, abans d'aconseguir l'estat estacionari, i que va anomenar corrent de desplaçament, va passar desapercebut inicialment per l'efecte tant petit que produeix. Matemàticament, va canviar l'equació original d'Ampère afegint un terme addicional. L'equació completa és:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j} + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (7)$$

El nou terme que apareix a la dreta de l'equació diferencial s'anomena corrent de desplaçament i correspon a la derivada parcial del camp elèctric enfront el temps, és a dir, la seva variació en el temps. Voldria destacar en aquest punt, perquè més endavant serà molt important en aquest treball, que està multiplicada per dues constants que considerem universals i que ja hem vist anteriorment, la permitivitat elèctrica del buit (ϵ_0) i la permeabilitat magnètica del buit (μ_0).

Arribats a aquest punt, podem tornar a analitzar els efectes que tenen les càrregues en moviment sobre altres càrregues, en repòs o en moviment. Podem estar d'acord en què, a l'igual que passava amb la força elèctrica sobre una càrrega que entra en la zona d'influència d'un camp elèctric -equació 2-, l'existència d'un camp magnètic implicarà d'alguna forma l'existència d'una força elèctrica. En aquest cas, però, la força únicament es manifesta si la càrrega està en moviment, essent el seu efecte una variació de la direcció del vector velocitat. El premi Novell de Física al 1992, l'holandès Hendrik Antoon Lorentz, va resumir l'efecte que té un camp magnètic sobre una càrrega en moviment en una senzilla expressió:

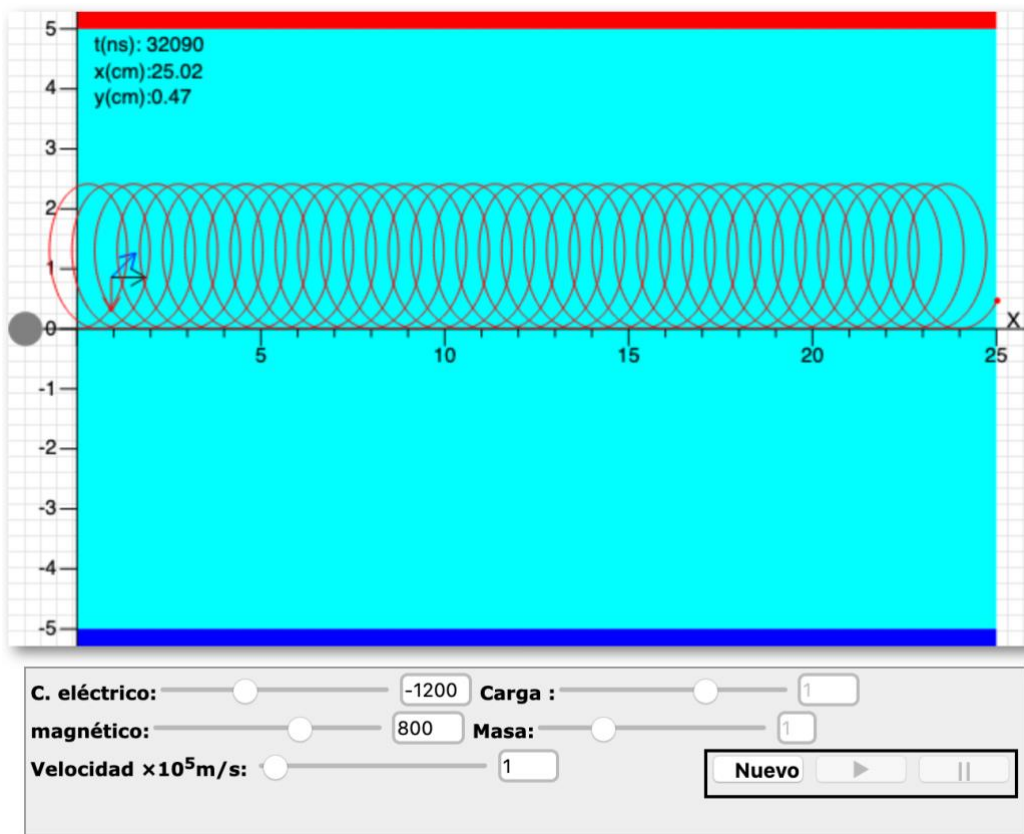
$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (8)$$

On q és la càrrega de la partícula, \vec{v} és la velocitat i \vec{B} és el camp magnètic que afecta la càrrega. Aquest fet teòric va ser proposat anteriorment per Thompson [13], qui va demostrar experimentalment que per molt gran que sigui el valor d'una càrrega dins d'un camp magnètic, si aquesta no es mou, no es veu afectada pel mateix. Thompson va establir una equació semblant però amb un error quantitatiu, que posteriorment va ser

corregit per Oliver Heaviside [14], fins obtenir l'expressió de l'equació 8. La genialitat de Lorentz va ser entendre que els efectes elèctric i magnètic no eren excloents sinó concurrents, explicant per primera vegada l'existència de les interaccions electromagnètiques que han marcat la física des dels inicis del segle passat [15]. Finalment, Lorentz va proposar que l'expressió final de la interacció electromagnètica sobre la matèria que es pot resumir, en la seva forma clàssica, com segueix:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (9)$$

L'expressió anterior ens mostra que una càrrega que es mogui dins de la zona d'influència d'un camp electromagnètic presentarà un moviment helicoidal. Imaginem, per exemple, una partícula de massa 1 u.m.a. ($1.67 \cdot 10^{-27}$ kg) amb una càrrega de 1 u.c.e. ($1.6 \cdot 10^{-19}$ C) que es mou a 10^5 m/s en l'eix x, influenciada per un camp elèctric de 1200 N/C, paral·lel a l'eix y, i un camp magnètic de 800 Gauss (0,08 T), paral·lel a l'eix z. El resultat combinat de les interaccions amb el camp elèctric i magnètic donarà com a resultat un moviment com el que es pot observar a la següent Figura 10:



Com veurem més endavant en aquest treball, l'existència d'un camp magnètic i elèctric perpendiculars donarà lloc a definir la llum com una radiació electromagnètica i això ens portarà a definir una sèrie de postulats que es derivaran directament d'aquest fet, que van marcar, amb una gran probabilitat, que Einstein proposés la Teoria de la Relativitat Especial. Fins aquest moment de la història de la ciència, la llum va passar de ser considerada un ens corpuscular a ser considerada una ona electromagnètica. Es va ficar en dubte l'existència d'un substrat universal i es va intentar demostrar la seva existència. Totes aquestes innovacions referents a la natura de la llum van ser, sense dubte, el detonant de les recerques posteriors, tant en el àmbit macroscòpic com en el microscòpic.

1.1.5.4 CORRENT ALTERN: LLEI DE FARADAY I LLEI DE LENZ.

Per tancar aquesta introducció teòrica dedicada a la física precursora de la Teoria de la Relativitat Especial, farem un petit repàs a les Lleis de Faraday i Lenz que van introduir la darrera gran dependència o igualtat de l'electromagnetisme [16]. Els treballs desenvolupats per Faraday i Lenz van complementar els treballs fets amb anterioritat, en expressar de forma clara que el camp elèctric i el camp magnètic eren dues magnituds íntimament relacionades i que podien convertir-se una en altra d'una manera molt simple. A nivell pràctic van introduir els principis de generació d'energia a partir del moviment rotatiu (generador elèctric) i de la creació de treball a partir de l'energia elèctrica (motor elèctric).

Michael Faraday va ser un físic del segle XIX d'origen humil. No va rebre cap instrucció acadèmica però va tenir la sort de poder ser ajudant d'un dels millors físics de la seva ciutat, Humphrey Davy, qui el va donar accés al seu treball científic. A partir de les investigacions de Hans Christian Ørsted, que va observar que el pas d'un corrent elèctric alterava el comportament d'una brúixola, ja que genera un camp magnètic, i del treball que va aportar Ampère, qui va descobrir que en un cable enrotllat en forma d'espiral per on passa una corrent elèctrica, es comporta com un imant, Davy va intentar construir un dispositiu que actués com una font de moviment continu a partir de l'electricitat. Però, sorprenentment, va ser Faraday qui va proposar un mecanisme d'aquest tipus, creant el primer motor elèctric de la història. Havent passat això, Davy va apartar a Faraday dels treballs relacionats amb l'electricitat i el magnetisme, i el va culpar de plagi. Quan

Humphrey Davy va morir, Faraday va continuar els seus treballs amb l'electricitat i es va plantejar que si l'electricitat es podia convertir en magnetisme, equivalentment, el magnetisme s'havia de poder convertir en electricitat. Faraday va comprovar experimentalment l'equivalència dels dos fets amb diversos assajos ben documentats, però no va extreure cap conclusió matemàtica dels mateixos degut a les seves carències acadèmiques. Al mateix temps, el físic rus Heinrich Lenz, al 1834, va descobrir la relació entre els camps magnètics induïts, el voltatge i el corrent, quan un conductor està influenciat per un camp magnètic, indicant el sentit del corrent induït al conductor [17]. Posteriorment, va ser Maxwell qui va extreure la modelització i l'expressió matemàtica que demostrava l'equivalència entre la transformació del camp elèctric en magnetisme i del camp magnètic en electricitat. L'expressió diferencial que va proposar Maxwell per modelitzar aquest fet és la següent:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (10)$$

Aquesta equació tanca el cercle, juntament amb les equacions 3, 4 i 7, per explicar totes les interaccions electromagnètiques a nivell macroscòpic. A l'apartat següent veurem com Maxwell va resumir tot el treball fet en l'electromagnetisme, durant els finals del segle XIX i començaments del segle XX, en el que s'ha vingut a batejar com el conjunt d'equacions diferencials més elegants de la història de la ciència.

1.1.6 LLAVORS DE LA TEORIA ESPECIAL DE LA RELATIVITAT

1.1.6.1 EQUACIONS DE MAXWELL: UNIFICACIÓ DE L'ELECTROMAGNETISME

Les lleis i postulats que van fer Galileu i, sobretot, Newton, es van començar a posar en dubte a finals del segle XIX, quan Maxwell va acabar de recopilar totes les equacions de l'electricitat i el magnetisme, compactant els dos fenòmens en un de sol amb una naturalesa comú. Més endavant en aquest capítol explicaré perquè les lleis de l'electromagnetisme i les seves conseqüències estan en desacord amb les lleis clàssiques del moviment.

Les equacions de Maxwell, que recopilen tots els descobriments experimentals fets entre 1860 i 1870 dins del camp de l'electromagnetisme, descriuen com les càrregues elèctriques, en moviment o no, produeixen camps, com els camps afecten les càrregues i com els camps interaccionen entre ells [18]. La gran virtut del treball de Maxwell radica en el fet de recopilar totes aquestes interaccions en un conjunt de quatre equacions diferencials. Aquestes equacions, que ja hem vist al llarg del treball, es resumeixen aquí en la seva forma diferencial:

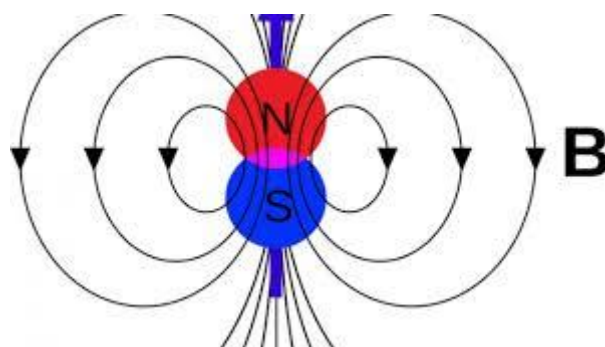
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j} + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

La primera equació prové de la Llei de Gauss (o llei de la divergència) aplicada al camp elèctric. Ens diu que les càrregues elèctriques poden ser fonts o embornals de línies de camp elèctric. La segona equació prové la llei de Gauss aplicada al camp magnètic, i bé a constatar la inexistència de monopols magnètics, o el que és el mateix, que les línies de força del camp magnètic són tancades. En un imant, o en qualsevol dispositiu o massa que genera un camp magnètic, les línies de camp neixen d'ell i moren en ell mateix, i si es trenca l'imant, les dues parts formen imants independents, d'on neixen i moren les línies de camp magnètic, com podem observar a la Figura 11:



En el camp elèctric l'existència d'una càrrega positiva no exigeix la d'una negativa, però l'existència d'un pol nord sí que exigeix la d'un pol sud dins del mateix cos o dispositiu que generi el camp magnètic. S'estan realitzant diversos treballs d'investigació en el camp dels monopols magnètics, a nivell quàntic, però fins ara no s'han detectat, així que agafarem aquesta equació com a certa. Aquestes dues primeres equacions ens mostren com les càrregues creen un camp elèctric o els dipols magnètics creen un camp magnètic. Per un altra banda, derivat de les contribucions d'Ampère i de Faraday (entre d'altres), s'arriba a la conclusió que els fenòmens elèctric i magnètic són el mateix. Les dues darreres equacions ens mostren com la variació del camp elèctric o magnètic indueix un camp magnètic o elèctric, respectivament, i el que és més important, que l'acció dels dos fenòmens no es pot separar en el món real, passant a denominar-ho, per tant, interacció electromagnètica. Possiblement, una de les conseqüències immediates més importants derivades de l'ús de les equacions de Maxwell sigui la demostració matemàtica del principi de conservació de la càrrega. Experimentalment ja es va establir amb anterioritat que no hi ha creació ni destrucció de càrrega elèctrica, sinó únicament la seva transformació, i que, en tot procés electromagnètic, la càrrega total del sistema es conserva. Així, si dins d'una superfície tancada disminueix la càrrega continguda en ella, ha d'haver obligatòriament un flux de càrrega cap a l'exterior del sistema. Traduït al llenguatge matemàtic, això significa que la densitat de càrrega i el flux de corrent han de satisfer una equació de continuïtat:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \quad (11)$$

On el primer terme és nul per definició [19]: $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = 0$. Per tant, de l'expressió 11, i usant l'expressió 3, es dedueix que:

$$\mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0 \quad (12)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \epsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0 \quad (13)$$

$$\epsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j} \quad (15)$$

L'equació 15 expressa de forma matemàtica que la variació en el temps de la densitat de càrrega és igual al flux del corrent sortint (divergència), confirmant la llei de conservació de la càrrega. Però les conseqüències de la unificació de l'electromagnetisme de Maxwell no s'aturen en la seva aplicació més pràctica, que és, sense dubte, importantíssima en la nostra societat moderna, ja que d'aquest treball es deriva la generació d'energia elèctrica i el funcionament del motor elèctric, així com el naixement de l'electrònica. Les conseqüències teòriques que se n'extreuen van aportar noves formes d'enfrontar la discussió de la natura de la llum i de l'existència de l'èter, amb totes les derivades filosòfiques i físiques que van venir posteriorment, i van trencar la física, juntament amb el sorgiment de la teoria quàntica. A continuació n'estudiarem una d'aquestes conseqüències, que té una relació directa amb la recerca posterior d'Einstein.

1.1.6.2 EQUACIONS DE MAXWELL AL BUIT: VALOR DE C.

Una de les primeres conseqüències teòriques de la unificació de l'electromagnetisme va ser l'aplicació de les equacions de Maxwell al buit, en un medi en el que no existeixen ni càrregues, ni dipols magnètics que puguin generar camps elèctrics o magnètics que afectin al sistema. En aquesta aplicació es va demostrar per primera vegada l'existència de l'acció física a distància, lluny de qualsevol càrrega o magnet que la pugui produir, ja que al buit no hi ha ni àtoms, ni matèria, per tant, no hi ha fonts primàries dels camps elèctrics ni magnètics. Per tant, de les equacions de Maxwell hauríem d'eliminar la densitat de càrrega (a la llei de Gauss) i la densitat de corrent elèctric (a la llei d'Ampère), ja que no hi ha càrregues ni dipols. Així, les equacions de Maxwell es reescriuen:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (16)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (17)$$

Si apliquem l'operador rotacional a les dues parts de l'equació 16 tenim:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial(\vec{\nabla} \times \vec{B})}{\partial t}$$
$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \cdot \vec{E} = - \frac{\partial(\vec{\nabla} \times \vec{B})}{\partial t}$$

Considerant que la divergència de la divergència és nul·la i desenvolupant la part dreta de l'equació, obtenim:

$$\nabla^2 \cdot \vec{E} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Definint el canvi de variable $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}}$ i reorganitzant l'expressió perquè prengui la forma d'una equació diferencial de segon ordre, ens queda:

$$\nabla^2 \cdot \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (18)$$

Que correspon a l'equació d'ona per al camp elèctric. De la mateixa forma, aplicant la mateixa tècnica matemàtica a l'equació 17, s'obté:

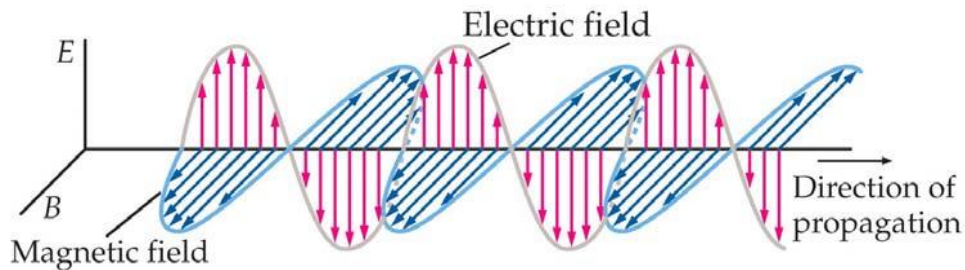
$$\nabla^2 \cdot \vec{B} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (19)$$

Que correspon a l'equació d'ona per al camp magnètic. Totes dues equacions representen la propagació d'una ona en tres dimensions, coneguda com equació d'ones de D'Alembert [20]. Comparant amb les solucions corresponents a les funcions d'ona, es dedueix que la velocitat de propagació de les ones del camp magnètic i del camp elèctric al buit són iguals entre elles i iguals a la constant que hem definit com c , per tant:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \times 8,854 \cdot 10^{-12}}} = 2,99795637 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Si considerem un cas simplificat on el camp elèctric és paral·lel a l'eix y i el camp magnètic paral·lel a l'eix z , les ones es mouran paral·leles a l'eix x a la velocitat c . Pot ser, la

característica més destacada, en aquest cas, és que les dues ones són perpendiculars al llarg de tot el desplaçament de l'ona i entre elles, és a dir, que són ones en fase però transversals. Pot ser la següent Figura 12 pot aclarir aquesta qüestió:



Maxwell va realitzar aquestes deduccions teòriques i, amb l'ajuda d'altres evidències experimentals derivades del treball de Kohlrausch i Weber sobre l'electromagnetisme y dels treballs en òptica de Fizeau, va deduir que la llum era una ona electromagnètica [21]. El seu comentari, recollit a la bibliografia i traduït, es pot expressar com segueix:

La velocitat de les ondulacions transversals al nostre medi hipotètic [l'èter], calculada a partir dels experiments electromagnètics dels senyors Kohlrausch i Weber, coincideix tan exactament amb la velocitat de la llum calculada a partir dels experiments òptics del senyor Fizeau, que no podem evitar la inferència de què la llum consisteix en ondulacions transversals del mateix medi que és la causa dels fenòmens elèctrics i magnètics.

D'aquesta manera, Maxwell, al 1873, va predir l'existència d'ones electromagnètiques lluny de qualsevol font de càrrega o magnètica i la seva propagació per l'espai. El mecanisme de producció, segons Maxwell, era producte de la variació temporal del camp magnètic o per la variació del camp elèctric. A més a més, va establir la velocitat de transmissió d'aquestes ones en un valor proper a $3 \cdot 10^8$ km/s, idèntic al valor determinat de forma experimental per altres autors. La deducció va ser pràcticament immediata: la llum és una ona electromagnètica. Posteriorment, Hertz, al 1887, va confirmar experimentalment les hipòtesis predites per Maxwell [22]. Ara, la història es centra en l'existència o no del suport de propagació de les ones: existeix o no existeix l'èter?

1.1.6.3 L'EXPERIMENT DE L'ÈTER DE MICHELSON I MORLEY.

L'experiment de Michelson i Morley [23] ha estat considerat per diversos autors com un dels més importants de la història de la física, segurament per dos motius, el primer pel rigor científic dels autors i el segon per les conclusions que d'ell se'n deriven. En aquesta experiència, els autors intenten mesurar la velocitat amb la qual es mou la Terra en respecte del que anomenaven l'èter lucifer. Per entendre avui en dia aquest experiment és necessari ficar-se en el context temporal de l'època, finals del segle XIX, i fer un repàs del que fins llavors va ser l'evolució del pensament humà respecte de la naturalesa de la llum.

La primera proposta científica seriosa de la natura de la llum la va fer el científic francès René Descartes [24], matemàtic i filòsof, amb les lleis de reflexió i refracció, així com per les seves explicacions qualitatives de la creació dels arcs de Sant Martí. Posteriorment, Newton va ampliar i donar contingut científic a les explicacions de Descartes amb els seus coneguts treballs sobre òptica i sobre la descomposició de la llum [25]. Tots dos autors consideraven la llum formada per un flux de partícules que es movien a gran velocitat.

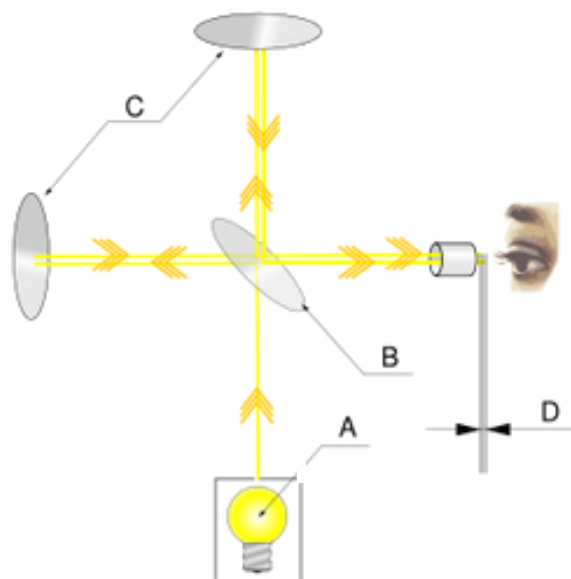
Per una altra part, Thomas Young [26], al 1801, va realitzar l'experiment de la doble escletxa per determinar si la llum era una ona o estava formada per partícules. Del seu experiment, va determinar que el patró d'interferències d'una font lumínica llunyana al passar per dues escletxes reforçava, sense cap dubte, la naturalesa ondulatoria de la llum.

De les investigacions en el camp de l'electricitat i el magnetisme, que ja hem repassat en els anteriors punts i que culminen en el treball de Maxwell, sense dubte, es reforça la idea de la llum com a ona, encara que en cap moment arriben a explicar com es produeixen aquestes ones, ni el medi o sistema de referència respecte del que es mouen. Fins el moment, el moviment ondulatori s'havia estudiat en base a les ones sonores i era conegut en l'època que aquestes ones necessitaven d'un medi físic per la seva transmissió. Era evident després del treball de Maxwell, que si les ones lumíniques del Sol arribaven fins la Terra, considerant que hi ha el buit entre tots dos, aquestes ho havien de fer sobre algun substrat. Aquest substrat es va anomenar èter i es va postular que havia de ser extremadament elàstic i poc viscos [27]. Encara així, l'existència de l'èter havia de fer-se

patent en estudiar el moviment de la Terra en el medi i considerant que, per la velocitat de la llum determinada experimentalment i teòricament, s'hauria de prendre l'èter com a sistema de referència. La velocitat que es va proposar per la Terra dins de l'èter va ser de $10^{-4}c$, per la qual cosa s'esperava que aquest es manifestés com un vent en sentit contrari al moviment de la Terra, de manera similar al que passava amb l'aire quan s'avançava en un cavall un dia sense vent.

Per tant, la proposta de l'època era que existia un substrat anomenat èter, que sempre estava en repòs, i que tots els objectes i ones, inclosa la llum, es movien respecte d'aquesta substància. Era un sistema de referència privilegiat, per tant, la velocitat absoluta d'un objecte es calculava determinant el seu moviment respecte a l'èter.

L'any 1887, Michelson i Morley van proposar i desenvolupar un experiment, per tal de calcular la velocitat de la Terra respecte d'aquest sistema de referència absolut, l'èter [28]. Amb aquest experiment també es podria demostrar la seva existència. La premissa era que, com la Terra es movia dins de l'èter en repòs i la velocitat de la llum es considerava constant respecte de l'èter, si es mesurava la velocitat de la llum -respecte de la Terra- en la direcció i sentit del moviment de la Terra, aquesta seria inferior que si es mesurava en sentit contrari, degut al vent generat pel moviment de la Terra dins l'èter. Per fer aquest experiment, Michelson va inventar un aparell anomenat interferòmetre, que pot mesurar de manera molt precisa el patró d'interferència, de xoc, de dos rajos de llum. Aquest aparell funciona amb un làser que envia dos rajos de llum, un perpendicular a l'altre, que reboten a un espill i després es creuen, com s'observa a la Figura 13:



Encara que tots dos rajos recorren les mateixes distàncies, la influència del vent lucífer faria que el temps que tarda el raig que es mou en la direcció del moviment de la Terra fos diferent a l'altre. Plantejant les equacions del moviment seria, per tant, possible determinar la velocitat del vent. Una analogia seria un nadador que nada en contra corrent o travessa el riu de forma perpendicular al corrent.

Sorprenentment, els resultats de l'experiment no van constatar que la velocitat de la llum canviés, o que l'èter tingués alguna velocitat aparent a l'avançar la Terra dins d'ell. Més encara, que fora quina fora l'orientació de l'interferòmetre, la seva altura o posició dins la Terra, no s'observaven diferències de temps ni de velocitats. Per tant, la velocitat del vent de l'èter era nul·la. Més enllà, que definitivament l'èter no existia, ja que la velocitat de la Terra era un fet absolutament cert i provat.

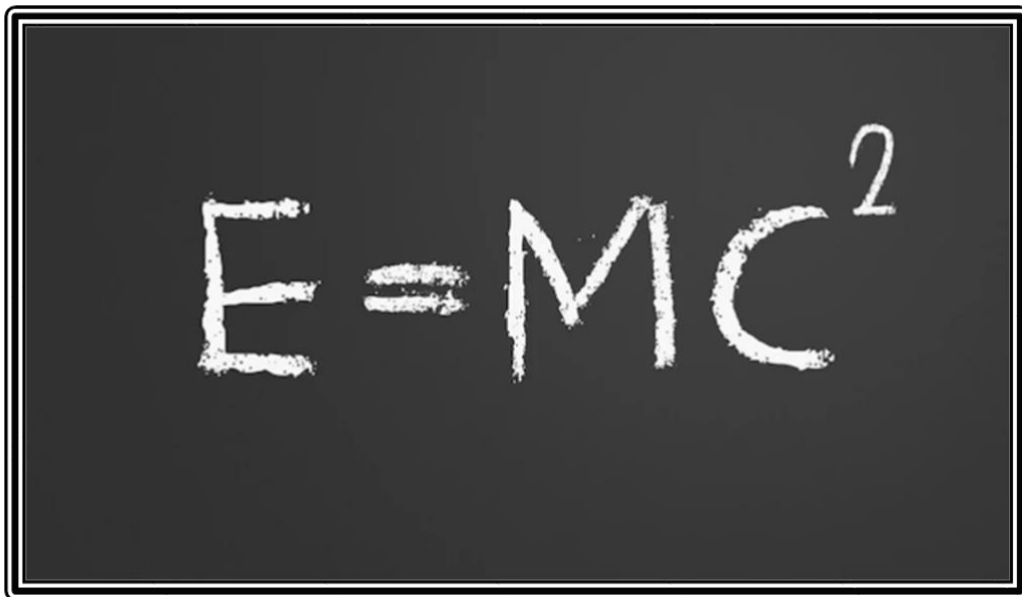
1.1.7 CONCLUSIONS

Els resultats de l'experiment de Michelson i Morley van fer plantejar a físics com Lorentz, Poincaré i Einstein que algun dels principis acceptats dins la física fins aquell moment s'havien de revisar profundament [29]. Dels seus estudis van mostrar que les transformacions de coordenades i la suma de les velocitats no eren vàlides per a les equacions de Maxwell, per la qual cosa era necessària una nova llei de transformació de coordenades que fos compatible amb les equacions de Maxwell. Es va acceptar de manera extensa entre la comunitat científica de l'època que la velocitat de la llum, derivada de les equacions de Maxwell, era una velocitat límit entre les interaccions electromagnètiques. També es va acceptar que la no existència de l'èter feia necessària l'existència d'una explicació més profunda de la naturalesa de llum, que no arribaria fins la confirmació de la dualitat ona-partícula de la llum per part de la mecànica quàntica. Així, no tenia sentit pensar que l'espai i el temps eren absoluts, és a dir, en el cas del temps, aquest no flueix per a tots els observadors de la mateixa manera i en el cas de l'espai que es pot deformar de manera que les distàncies entre dos objectes puguin canviar. Aquestes propostes anteriors estaven en contra d'unes lleis demostrades experimentalment durant dos cents anys: les lleis de Newton i la teoria de la relativitat galileana. Posar en dubte aquests principis provocaria un caos en la comunitat científica. No va ser fins que Einstein va desenvolupar la Teoria de la Relativitat Especial quan es va resoldre el problema.

Capítol 1.2

La Teoria de la Relativitat Especial d'Einstein

El capítol 1.2 posarà de manifest alguns dels conceptes que van revolucionar la física del segle XX: la Teoria de la Relativitat Especial d'Einstein amb els seus postulats, conseqüències, demostracions i innovacions. També s'introduirà la part més important del treball: què són els muons.


$$E=MC^2$$

1.2 LA TEORIA DE LA RELATIVITAT ESPECIAL D'EINSTEIN.

1.2.1 POSTULATS DE LA RELATIVITAT ESPECIAL.

Einstein va proposar una sèrie de postulats, els quals construeixen la base de la seva Teoria de la Relativitat Especial [30]. Hi ha alguns postulats que són similars al principi de relativitat de Galileu, però d'altres que trenquen amb tots els esquemes de la física newtoniana. Aquests postulats havien d'assegurar que la teoria dels cossos en moviment fos compatible amb les equacions de l'electromagnetisme. Aquests postulats són:

- *Principi de relativitat.* Einstein va arribar a la mateixa conclusió que Newton referent a la invariància dels fenòmens de la natura entre observadors en diferents sistemes inercials, però va ampliar la seva concepció incloent també els fenòmens electromagnètics. Aquesta invariància assegura que totes les teories físiques han de ser matemàticament similars per observadors inercials diferents, i les petites discrepàncies o variacions observades són degudes a què les dues persones estan en moviment relatiu una respecte l'altra. Així, parlar de repòs absolut és absurd, ja que sempre ens estem movent respecte un altre sistema de referència. Llavors, si dins d'un sistema inercial, demostrem una propietat física, no pot ser que una altra persona demostrï que aquesta propietat és falsa al seu sistema també inercial. No hi ha cap sistema de referència privilegiat. És a dir, totes les lleis físiques tenen formulacions completament idèntiques per a tots els observadors. Aquesta propietat s'anomena covariància Lorentz, i totes les lleis de la física han de ser covariants Lorentz.
- *Invariabilitat de la llum.* El segon postulat ens explica una cosa que ja hem comentat anteriorment. La velocitat de la llum no varia, independentment del sistema de referència de l'observador que la mesuri o independentment de la velocitat de l'emissor de llum. La velocitat de la llum sempre és c (299792'458 Km/s). L'afirmació anterior va fer que els físics de l'època es replantegessin les propietats de l'espai i el temps. Per exemple, l'additivitat de les velocitats deixava de tenir sentit si parlem de la velocitat de la llum. Com a conseqüència, el temps i l'espai deixen de ser absoluts per passar a ser relatius i dependents de la proximitat que tingui la velocitat del sistema inercial de l'observador a la velocitat de la llum.

1.2.2 LA DILATACIÓ DEL TEMPS

Imaginem un tren, que va a una velocitat molt elevada. Quan dic molt elevada, em refereixo a una velocitat comparable a la de la llum, com la meitat o una quarta part de c . En un dels vagons del tren, hi ha dues persones que s'estan avorrint i volen mesurar què passaria si llencessin un raig de llum simultàniament, un des de cada extrem del vagó. Ho fan, i els dos reaccionen al mateix temps quan els arriba el raig de llum. Vol dir que els rajos de llum han arribat simultàniament als dos observadors. Simultàniament, una persona des de fora del tren, els estava observant. Veu que el raig de llum arriba primer a un observador i després a l'altre. Com ho està observant des de fora, i el seu sistema de referència no es mou, veu que el tren es mou a una velocitat constant, i llavors, per a què els dos rajos de llum arribin simultàniament als observadors de dins del tren al mateix temps, un dels raigs de llum hauria d'anar més ràpid que la velocitat de la llum i l'altre més lentament, cosa que trencaria el segon postulat. Per aquest motiu, veu que un dels raigs de llum arriba primer i l'altre arriba després, és a dir, que "no són processos simultanis". Com que la velocitat de la llum és igual per a tots els observadors, quina de les dues situacions és la mesura "real"?, la que mesuren els observadors solidaris al tren o la que mesura l'observador des de fora del tren? L'explicació és sorprenent: tots els observadors tenen raó. Això és únicament possible si exclouem la idea clàssica de què l'espai i el temps són absoluts. El que passa és que per als observadors de dins del tren, el succés de què els rajos de llum arribin a cada extrem del vagó ocorre al mateix temps, per tant és simultani. Però l'observador de fora veu que un raig arriba primer que l'altre perquè els dos successos no ocorren al mateix temps, perquè "realment" primer arriba un raig i després l'altre. Ara s'introdueix un nou concepte: la dilatació i la contracció espai-temporal.

La dilatació temporal ha estat confirmada experimentalment multitud de vegades. Possiblement, el cas més clar on s'observa aquest dilatació és en el càlcul que es fa per determinar la posició sobre la superfície terrestre utilitzant els satèl·lits, els sistema GPS. Inclús els rellotges més exactes que existeixen, un rellotge atòmic de cesi, ha permès demostrar la dilatació temporal. En la part pràctica d'aquest treball de recerca, demostraré la dilatació temporal -així con altres fenòmens de la relativitat especial- a través d'unes partícules subatòmiques anomenades muons [31].

1.2.3 LA CONTRACCIÓ DE LORENTZ.

Si continuem amb l'anècdota anterior referent als subjectes que viatgen dins del tren i l'observador extern, podem imaginar ara que tots tres volen mesurar la longitud del vagó. Com són físics, per fer-ho, utilitzen la velocitat de la llum que, segons el segon postulat, és constant i universal. Així mesuren, amb un dispositiu adequat, el temps que triga un raig de llum en creuar el vagó. Cadascun dels observadors interiors es fica en un extrem del vagó i envia simultàniament un raig de llum a l'extrem oposat, on han ficat el detector que mesura el temps en arribar el raig. Com és d'esperar, tots dos detectors marquen el mateix temps per tots dos raigs de llum i la longitud del vagó, per ells, és idèntica. En canvi, l'observador que és fora del vagó obté dues mesures de temps diferents per cada raig de llum i es planteja quina de les dues mesures hauria d'usar per fer el càlcul de la longitud del vagó. Si pren els temps exactes per calcular la longitud a partir de les dades que obté, sorprenentment, obté longituds diferents per al vagó. Com? El temps del raig de llum que es mou en el sentit del moviment del tren triga més temps en arribar al detector, mentre que el raig de llum que es mou en contra del moviment del tren tarda menys temps en arribar. Així, la longitud del vagó calculada com el temps mesurat multiplicat per la velocitat de la llum, que considerem universal per tots, és més gran si es determina amb el temps del detector frontal que si es fa amb el temps del detector del darrere del vagó. Ara, mirem el que cadascun observa en la realitat: els dos observadors de l'interior del vagó mesuren la mateixa longitud, però, al mirar per les finestretes veuen que la resta del món que tenen enfront d'ells es contrau, mentre que el món que queda per darrere d'ells s'allarga; en canvi, l'observador en repòs veu com la part anterior del vagó s'allarga i la part posterior s'acurta, deformant el vagó com si fos un espagueti. Imaginem ara que els observadors de l'interior del vagó mesuren un regle d'un metre amb la mateixa tècnica. Tots dos mesuraran exactament el mateix, mentre que l'observador de fora del vagó mesurarà, o una distància més gran o una de més curta, segons quin dels dos detectors prengui per fer la mesura.

Com més ràpid es mogui un objecte, més es contraurà la seva longitud. Això té un límit, la velocitat de la llum que, com veurem en el punt següent, és impossible d'assolir, ja que, per tal d'arribar a aquesta velocitat, un objecte hauria de sofrir una contracció infinita, la qual cosa és impossible, doncs cap cos -que tingui una massa diferent de 0- pot arribar a la velocitat de la llum.

1.2.4 LA SIMULTANEÏTAT DE SUCCESSOS.

Després d'haver explicat el fenomen del tren i dels observadors que fan mesures diferents, podem deduir que, el fet de que dos successos succeeixin simultàniament és relatiu, depèn de la velocitat del sistema de referència de l'observador que ho mesuri. Si un observador veu que dos successos són simultanis, això comporta que un altre observador amb moviment relatiu respecte el primer vegi que no ho són, irremeiablement. La simultaneïtat, més que ser relativa, és indeterminable quan dos successos estan allunyats i volem comparar quin dels dos ha passat abans. Per molt que tinguéssim dos rellotges perfectament sincronitzats dins d'un mateix sistema de referència inercial, en canviar-los a altres sistemes inercials diferents, els rellotges perdrien la sincronització. En conclusió, la simultaneïtat depèn de l'observador i del seu estat de moviment i, de vegades, és indeterminable, així que Einstein va decidir eliminar la simultaneïtat com a noció física.

1.2.5 LES TRANSFORMACIONS DE LORENTZ

Anteriorment hem parlat sobre les transformacions de Galileu que s'utilitzen per a canviar el marc de referència. Després d'haver vist l'electromagnetisme i haver definit la relativitat especial, podem deduir que les transformacions de Galileu són incorrectes. Principalment perquè hi ha una velocitat límit: la de la llum. Això implica canvis molt profunds, significa que l'espai i el temps no són absoluts, en realitat, depenen de l'observador i/o de l'estat de moviment d'un cos i van tots dos lligats: ara hem de parlar d'espai-temps. Lorentz [32] va crear unes transformacions entre coordenades de diferents sistemes de referència que fossin compatibles amb les equacions de Maxwell. Aquestes es recullen a continuació, per al cas particular d'un moviment relatiu de dos sistemes de referència sobre l'eix x , que quedarien:

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (20) \quad y' = y \quad z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (21)$$

Si us hi fixeu, la transformació per a la posició és igual que la galileana però amb una limitació, la velocitat de la llum. Es conclou que, com més pareguda sigui la velocitat de l'objecte a la de la llum, més variarà el resultat respecte al que ens donaria si ho féssim amb les transformacions de Galileu. Això passa perquè en l'expressió tenim el terme:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (22)$$

Aquest terme s'anomena factor de Lorentz i és àmpliament utilitzat en els càlculs que es realitzen usant la Teoria de la Relativitat Especial. Si analitzem amb deteniment el terme, com més semblant sigui la velocitat del sistema de referència que es mou a la velocitat de la llum, el factor s'aproparà a zero, donant com a resultat un allargament de la longitud que tindrà com a límit l'infinit. Aquest efecte és l'espaguetització que hem comentat anteriorment i que observaria la persona que està fora del tren.

1.2.6 COMPOSICIÓ DE LES VELOCITATS D'EINSTEIN

Fins ara la composició de les velocitats que hem vist a la física clàssica era simplement la suma de les velocitats dels sistemes de referència. Però, a partir del segon postulat les coses canvien. El fet de què no es pugui superar el límit màxim de la velocitat de la llum (c) fa que s'introdueixin noves equacions per fer la composició de velocitats per observadors en diferents sistemes inercials. Per ficar un exemple hipotètic, imagineu que hi ha un observador dins un tren, que es mou a $0,6c$, i aquest llança un objecte a $0,6c$ dins d'un vagó. Segons la relativitat Galileana, un observador des de fora del tren observaria que aquesta pilota té una velocitat de $1,2c$. Això viola el segon postulat de la Relativitat Especial. Per entendre realment què passa segons la relativitat especial, aplicarem les transformacions de Lorentz a l'equació de la velocitat de moviment uniforme.

Primer, si expressem les equacions 20 i 21 en funció del factor de Lorentz, indicat a l'expressió 22, ens quedarà.

$$x' = \gamma(x - vt) \quad (23)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \quad (24)$$

Per expressar una velocitat en un moviment uniforme, cal determinar l'increment de la posició i l'increment del temps, i fer la seva proporció, $\frac{\Delta x'}{\Delta t'}$. Per al sistema inercial (O') que es mou respecte d'un altre sistema inercial (O) a una velocitat relativa constant v , expressarem els valors de $\Delta x' = x'_2 - x'_1$, pel desplaçament i $\Delta t' = t'_2 - t'_1$, pel temps, mentre que tindrem les expressions $\Delta x = x_2 - x_1$ i $\Delta t = t_2 - t_1$ per al sistema de referència O. Si apliquem les transformacions de Lorentz a aquestes equacions ens quedaria:

$$\Delta x' = \gamma \Delta x (\Delta x - v \Delta t) \quad (25)$$

$$\Delta t' = \gamma (\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x) \quad (26)$$

Fent unes senzilles transformacions obtenim:

$$v'_x = \frac{\gamma (\Delta x - v \Delta t)}{\gamma (\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x)}$$

$$v'_x = \frac{\Delta x - v \Delta t}{\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x}$$

Finalment, si dividim tant el numerador com el denominador per $\frac{1}{\Delta t}$, obtenim:

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v \cdot v_x}{c^2}} \quad (27)$$

Aquesta és l'equació per a l'addició de les velocitats que va proposar Einstein per explicar com es compleix "sempre" el segon postulat. Si continuem amb l'exemple numèric que he proposat abans, on la velocitat del tren (v) és $0'6c$ i la velocitat de l'objecte (v_x) és $0'6c$, tenim:

$$v'_x = \frac{0.6c + 0'6c}{1 + \frac{0.6c * 0.6c}{c^2}} \approx 0.88c$$

On es conserva el postulat proposat per Einstein i es supera la limitació clàssica de la composició de velocitats. Usualment, aquest punt és un dels més difícils d'entendre conceptualment en aquesta teoria.

1.2.7 DINÀMICA RELATIVISTA

Fins aquest moment no ens hem preguntat en cap de les deduccions què és el que passa amb la dinàmica del sistema en estudi. La dinàmica d'un sistema físic ve determinada per la seva energia (E) i la seva quantitat de moviment ($p = m \cdot v$). Si s'apliquen les transformacions de Lorentz sobre la quantitat de moviment, tindrem:

$$\vec{p} = m \cdot \gamma \cdot \vec{v} \quad (28)$$

Aquesta nova expressió de la quantitat de moviment s'ha de reduir al moment lineal clàssic al límit on la $v \ll c$. Si prenem límits en l'anterior expressió obtenim:

$$\lim_{v \ll c} \left(\frac{m \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{c^2} \right) + \dots \right] \cdot m \cdot v = m \cdot v$$

On s'ha utilitzat l'aproximació per sèries de Taylor per resoldre el límit [33]. Per una altra banda, l'energia cinètica s'expressa com el treball que desenvolupa una força, per la qual cosa la podem expressar com segueix:

$$E_C = W_{\vec{F}} = \int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r} = \int m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int m \cdot d\vec{v} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \int \vec{v} \cdot d\vec{p}$$

com que sabem que l'expressió del moment lineal està en funció del factor de Lorentz, podem expressar la seva derivada, prenent la m com una constant, com:

$$d\vec{p} = m \cdot \gamma \cdot d\vec{v} + m \cdot \vec{v} \cdot d\gamma \quad (29)$$

Si calculem la derivada del factor de Lorentz i substituïm, obtenim:

$$d\gamma = \gamma^3 \cdot \frac{v dv}{c^2} \quad \leftrightarrow \quad \vec{v} \cdot d\vec{p} = \frac{1}{2} m \cdot \gamma^3 \cdot dv^2$$

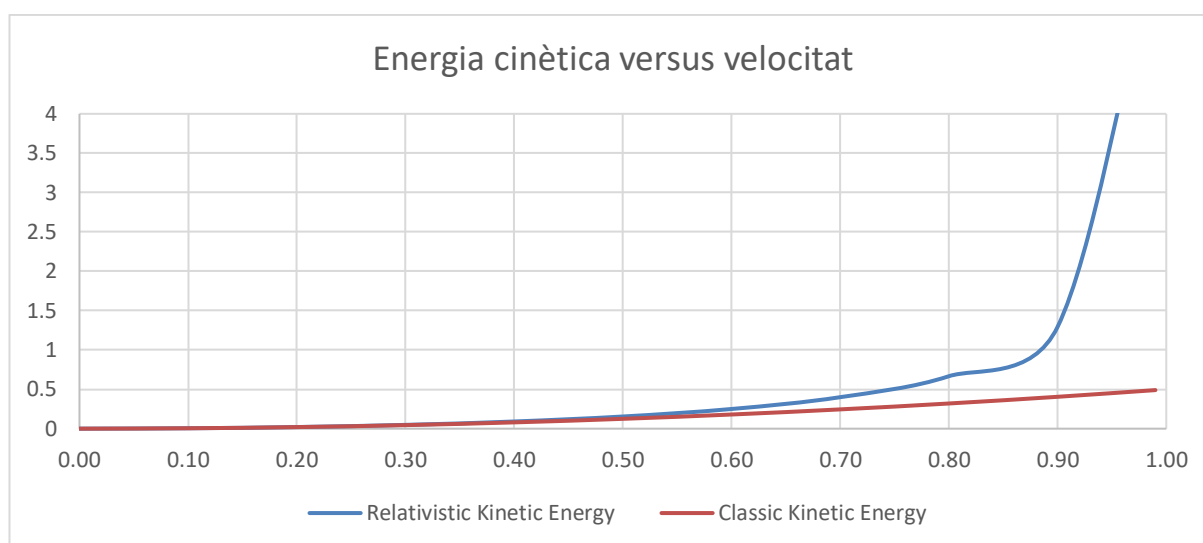
Finalment, integrant l'expressió de l'energia ens quedarà:

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot \int \gamma^3 \cdot dv^2 = \frac{1}{2} m \cdot \int \frac{dv^2}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} = m \cdot \gamma \cdot c^2 - m \cdot c^2 \quad (30)$$

Com en el cas de l'expressió (28), si prenem límit per baixes velocitats, obtenim:

$$\lim_{v \ll c} (m \cdot \gamma \cdot c^2 - m \cdot c^2) \approx m \cdot c^2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{c^2} \right) + \dots \right] - m \cdot c^2 \approx \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Que correspon a l'expressió de l'energia cinètica clàssica. Podem fer una representació gràfica de l'energia cinètica enfront de la velocitat, tant en el cas relativista com en el clàssic, per poder comparar i interpretar les dues visions de l'energia. A la següent Figura 14 es representa, amb uns ajustos d'escala (E_c/mc^2 vers v/c), el gràfic comentat:



Al gràfic s'observa clarament com la formulació clàssica de l'energia cinètica incompleix el segon postulat de la teoria, mentre que l'energia relativista s'ajusta perfectament, apropant-se asimptòticament al valor de l'energia cinètica de les partícules de llum conforme la velocitat s'apropa a la velocitat de la llum. També podem observar com l'energia cinètica relativista i la clàssica són pràcticament idèntiques fins aproximadament el 50% del valor de c . Podem interpretar físicament l'expressió de l'energia, tal com ho va fer Einstein, de la següent forma: si considerem que l'energia cinètica és la diferència entre l'energia d'un cos en repòs i el mateix en moviment, podem expressar l'energia total d'un cos en moviment en un instant determinat com la suma de la seva energia cinètica -relativista- més l'energia del cos en repòs. Definim la massa relativista com $m = m_0 \cdot \gamma$, on m_0 és la massa en repòs, per tant:

$$E_C = m_0 \cdot \gamma \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 \quad \leftrightarrow \quad m \cdot c^2 = E_C + m_0 \cdot c^2$$

$$E_{Total} = E_{Cinètica\ relativista} + E_{repòs}$$

1.2.8 MOMENT, MASSA I ENERGIA.

Realment, el que es va establir amb la Teoria de la Relativitat Especial va ser que l'única magnitud invariant de massa era la massa relativista, expressió que certament no ens és pràctica des d'un punt de vista quotidià, ja que els aparells de mesura de massa, normalment, són un sistema de referència en repòs respecte de l'objecte del que es mesura la massa. Per tant, Einstein va buscar una relació que ens permetés determinar de forma ràpida el valor de la massa en repòs independentment de l'aparell de mesura. Per fer-ho, va establir una relació entre la massa relativista, el moment lineal i l'energia, que es mostra a continuació:

$$(m_0 \cdot c^2)^2 = E^2 - \|p\|^2 \cdot c^2$$

Aquesta és l'equació completa d'Einstein, que serveix tant per a partícules en repòs o en moviment ($m \neq 0$), com per radiacions ($m = 0$). Aquesta expressió ens permet determinar, de forma invariant, la massa en repòs d'un objecte en moviment amb una energia i un moment lineals determinats. En el cas d'una partícula estàtica ($p = 0$), tenim que el segon terme de la dreta és nul, per tant obtenim:

$$E = m_0 \cdot c^2$$

Per una radiació electromagnètica en la que $m = 0$, tindrem que, al buit, forçosament s'ha de moure a la velocitat de la llum. L'energia de les radiacions electromagnètiques, en aquest cas com ara ja sabem dels fotons, es determina com:

$$E = p \cdot c$$

1.2.9 UNA NOVA VISIÓ DE L'ELECTROMAGNETISME

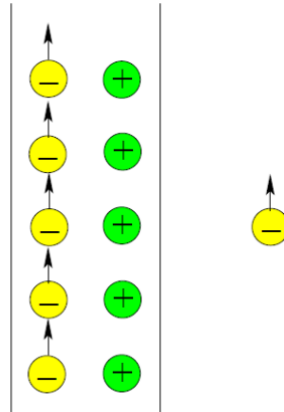
El primer article que va aparèixer a la literatura científica tractant el tema de la relativitat especial va ser escrit per Einstein i publicat en data 30 de Juny de 1905, pàgines 801 a 902, al número 17 de la revista alemanya de Física *Annalen der Physics*. En aquest article, Einstein fa una introducció de la Teoria de la Relativitat Especial -o restringida-, fent un estudi del moviment del cossos en absència d'interaccions gravitacionals i donant

resposta al problema obert per l'experiment de Michelson i Morley. Al mateix temps, completa els seus treballs anteriors, publicats en la mateixa revista, sobre la natura de la llum, -On a Heuristic Point of View about the Creation and Conversion of Light, On the movement of small particles suspended in a stationary liquid demanded by the molecular theory of heat- [34]. Cal recordar que la primera d'aquestes dues publicacions correspon a l'efecte fotoelèctric, on Einstein va afirmar que la llum tenia un comportament corpuscular (fotó) i que posteriorment, amb els treballs de Planck [35], va donar origen a la Mecànica Quàntica. Einstein va rebre el premi Nobel de Física l'any 1922 (corresponent al de l'any 1921) per la seva aportació a l'explicació de l'efecte fotoelèctric.

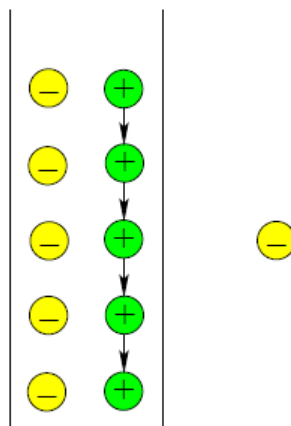
Abans d'aquesta contribució d'Einstein a la física, i en concret a l'electromagnetisme, es pensava que la força elèctrica i la força magnètica eren dues coses diferents. Així, es tenia la creença que el moviment d'un imant al voltant d'una bobina, per on pot passar un corrent elèctric, generava un camp elèctric dins la bobina, i això era calculable amb la llei de Faraday. Per un altra part, si es prenia un imant fix i una càrrega elèctrica es movia al seu voltant, aquesta càrrega sofria una força magnètica que modifica la seva trajectòria. La diferència en aquests casos és quina cosa es mou respecte a quina altra, és a dir, si l'imant es mou respecte la bobina, s'observa que aquest genera un camp elèctric, però si l'imant està fix, es veu que aquest genera una força magnètica que modifica la trajectòria de les càrregues en moviment. Com ara ja sabem, les lleis físiques han de ser independents del sistema de referència inercial, i és per això que el treball d'Einstein va significar un salt conceptual: ell creia que tant la força elèctrica com la magnètica eren dues formes de veure la mateixa força, però depenent de l'observador. Unificant l'electricitat i el magnetisme, Einstein va mostrar que la covariància Lorentz que tenen les equacions de Maxwell permet relacionar com dos observadors inercials mesuren la mateixa força, i no forces diferents.

Al mateix temps, això va permetre resoldre una paradoxa electromagnètica molt curiosa. Imaginem que tenim un fil conductor en el qual, a una part hi ha una fila d'electrons, i a l'altra part hi ha una fila de protons. En aquest cable hi ha tants protons com electrons, així que la seva càrrega neta és nul·la. Els electrons de dins del cable es mouen a certa velocitat, i en tenim un fora del cable que es mou també a la mateixa velocitat. Això és consistent amb els coneixements que sobre l'estructura atòmica es tenien en aquella

època. Els protons, en canvi, es suposa que estan “en repòs”, fixats als nuclis dels àtoms del metall, com es pot observar a la següent Figura 15:



Si considerem els electrons que es mouen dins del cable respecte un observador solidari al cable que, per tant, veu els protons en repòs, observarem un corrent elèctric que passa pel cable. Segons la llei d'Ampère-Maxwell una corrent elèctrica que flueix dins d'un cable conductor genera un camp magnètic. Si observem un electró que està fora del cable i que s'està movent, aquest es veurà afectat pel camp magnètic degut a la força de Lorentz, per la qual cosa, sentirà una força atractiva que desviarà la direcció de la seva velocitat. En canvi, si situem a l'observador damunt de l'electró, aquest veurà que és ell qui està en repòs, que els electrons del cable també estan en repòs i que són els protons, en canvi, els que s'estan movent. El fet de que es moguin els protons respecte dels electrons, genera un corrent elèctric, que com hem dit anteriorment, genera un camp magnètic. En aquest cas, en canvi, la diferència és que l'electró de fora està en repòs respecte d'ell mateix, i segons la llei de Lorentz, quan una càrrega està en repòs, no es veu afectada per la força de Lorentz. Aquest fet el podem veure representat a la següent Figura 16:



Ja sabem que, segons el primer postulat, dos observadors en sistemes de referència inercials observant la mateixa situació, han de mesurar les mateixes forces. Com podem explicar aquesta discrepància? Einstein va utilitzar les contraccions de Lorentz per explicar aquest fet de la següent forma: que els protons s'estiguin movent respecte els electrons amb una velocitat molt elevada, propera a la velocitat de la llum, fa que el volum que ocupen les càrregues positives es contraigui respecte l'observador situat a sobre de l'electró extern. Això provoca que la densitat de càrregues positives sigui superior a la de negatives, generant-se una càrrega neta positiva la qual genera un camp elèctric, que atreu a l'electró que estava en repòs per mig d'una força elèctrica. Això ens mostra que la força electromagnètica pot ser observada per un observador com a força magnètica, i per un altre, com a força elèctrica.

Aquesta nova visió unificada de l'electromagnetisme, explicada per la relativitat d'Einstein, va donar origen a la nova Teoria que es veuria complementada pels treballs teòrics en el camp de les matemàtiques per part de diversos autors com Minkowski [36] i posteriorment Hilbert [37]. Fins aquest moment, l'espai era exclusivament euclidià i el temps era una magnitud necessària però amb una natura que no se sabia explicar. Amb els treballs d'Einstein, Minkowski i Weyl, el temps va passar a formar part de les coordenades de l'espai, donant lloc a l'espai-temps, definit amb quatre dimensions, que ficava el temps en peu d'igualtat a les coordenades de l'espai.

1.2.10 L'ESPAI-TEMPS: ELS DIAGRAMES DE MINKOWSKI.

El concepte d'espai-temps es pot considerar com una simplificació matemàtica però, si s'analitza amb una mica de profunditat, es pot veure el contingut físic que implica. Encara que l'espai i el temps són conceptes completament diferents que es mesuren de formes absolutament distintes, no podem parlar dels successos, considerat com alguna cosa que passa en un instant determinat a un lloc determinat, sense entrelligar tots dos conceptes. És aquí on Minkowski, al 1908, va proposar que el món era en realitat una xarxa espai-temporal tetradimensional [38]. Aquesta visió introdueix algunes avantatges respecte la concepció clàssica per mig del que anomenem diagrames espai-temporals o diagrames de

Minkowski, que són una eina de resolució gràfica molt senzilla i pràctica de les transformacions de Lorentz. A més a més, aquests diagrames ens permeten visualitzar l'evolució d'un objecte en l'espai i el temps: el que s'anomena la seva línia d'univers [39]. Matemàticament, el que ens proposa l'autor és que la relativitat, l'espai i el temps, deixen de ser magnituds independents i es fusionen en un concepte unificat: l'espai-temps. Llavors, a les tres dimensions espacials, les quals determinàvem amb tres coordenades (x , y , z) del sistema euclidià, ara hem d'afegir una dimensió més, el temps, de forma que per localitzar un punt en aquest espai-temps, un succés, necessitem quatre coordenades (x , y , z , t). La distància entre dos successos es determina, per tant, en un espai tetradimensional. Si anomenem E a l'espai vectorial dels successos en les quatre dimensions definides anteriorment, qualsevol succés observat des de dos sistemes de referència amb una velocitat relativa constant, sistemes inercials, estaran relacionats per una matriu de transformació. Així, podem definir la mètrica a l'espai de Minkowski, com la distància entre dos successos (E_1, E_2), de la següent forma:

$$\text{Succés A:} \quad E_1 = x_1 + y_1 + z_1 - t_1 \cdot c$$

$$\text{Succés B:} \quad E_2 = x_2 + y_2 + z_2 - t_2 \cdot c$$

$$\text{Mètrica:} \quad (E_2 - E_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - (t_2 - t_1)^2 \cdot c^2$$

$$\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - \Delta t^2 \cdot c^2$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - dt^2 \cdot c^2$$

Per incloure el temps en l'expressió formulada a dalt, és precís substituir les coordenades usuals de temps (t) per la seva forma complexa ($\sqrt{-1}ct = ict$). Minkowski, de profunda formació matemàtica, va identificar les transformacions de Lorentz com a rotacions dins l'espai complex (r, ict). Això té la seva traducció a l'espai físic real (r, ct) canviant les funcions trigonomètriques per les seves funcions hiperbòliques corresponents. Així, considerant un observador en un sistema de referència en repòs (O) i un altre observador en un sistema de referència amb velocitat v constant respecte de l'anterior (O'), que observen el mateix succés (r, ct) per O i (r', ct') per O' , tindrem:

$$\begin{aligned} r' &= r \cosh \theta - ct \sinh \theta \\ ct' &= -r \sinh \theta + ct \cosh \theta \end{aligned}$$

On l'angle està en funció de la relació entre la velocitat relativa v entre els sistemes de referència, d'aquesta manera:

$$\tanh \theta = v/c$$

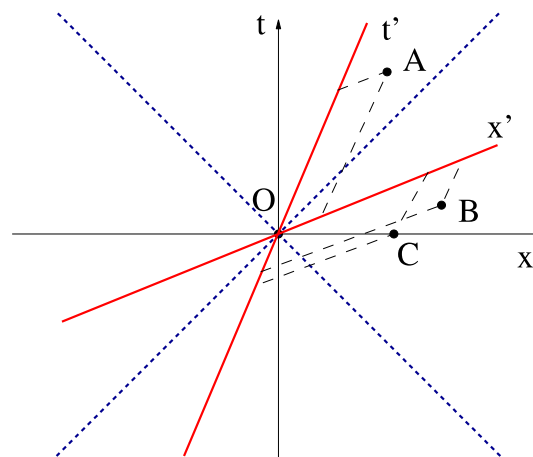
$$\sinh \theta = \gamma \cdot v/c$$

$$\cosh \theta = \gamma$$

On recordem que γ és el factor de Lorentz. Aquesta definició de l'angle entre dos sistemes de referència inercial ens dona peu a representar els successos per mig d'una eina gràfica molt interessant, que ens permet simplificar molt la física del problema relativista.

Abans de continuar, però, voldria aclarir el perquè s'introdueix el producte ct com la component temporal, enlloc de t . Com ja sabem, c és considerada pel segon postulat com una constant universal per tots els observadors, per tant, si usem c per multiplicar t l'únic que fem és introduir un factor d'escala idèntic per tots els sistemes de referència i transformar les unitats de t a unitats de longitud. Addicionalment a aquesta transformació, se sol prendre un sistema d'unitats on $c=1$, de forma que els càlculs i les equacions es simplifiquen molt.

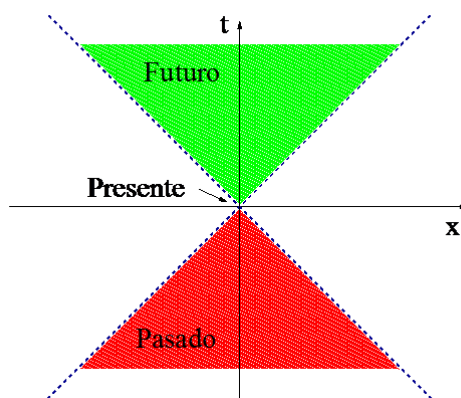
Una vegada aclarit aquest punt, intentarem representar de forma simplificada els dos sistemes de referència anteriors, com es pot observar a la següent Figura 17. En el cas del sistema O tenim un sistema ortogonal que representarem per (x, t) , mentre que per al sistema O' els eixos han de formar un angle θ respecte de l'anterior (x', t') :



Si observem amb deteniment el gràfic anterior podrem extreure molta informació física del mateix. Per exemple, un succés, diguem-li O, que es dona a l'origen de coordenades comú de tots dos sistemes de referència, serà el que anomenem un succés simultani per tots dos observadors, a l'igual que C o qualsevol altre que tingui lloc sobre l'eix espacial x. El succés A serà posterior al O per tots dos sistemes de referència, encara que el succés B serà posterior al succés O per l'observador del sistema O, però anterior que el succés O per l'observador del sistema O'. Una altra característica molt interessant d'aquest gràfic són les línies discontinües que divideixen tots els quadrants amb un angle de 45°. Aquestes línies es caracteritzen per representar els successos on $x = ct = t$, en la convenció en la que es prenen unitats on $c = 1$, de manera que representen els rajos lluminosos o línies d'univers de la llum. Segons això, podem definir diversos tipus de successos:

- Els successos connectats casualment, que estan separats per un interval positiu de tipus temporal. No existeix cap observador inercial que pugui mesurar successos separats temporalment com successos simultanis. A més a més, l'ordre temporal de dos ha de ser el mateix per tots els observadors inercials.
- Els successos no connectats casualment estan separats per un interval negatiu de tipus espacial. Sempre és possible trobar algun observador inercial que pugui mesurar successos separats espacialment com successos simultanis. En aquest cas, l'ordre en que esdevenen els successos depèn de l'observador.
- Finalment, els successos connectats per un raig de llum estan separats per un interval nul o de tipus lumínic.

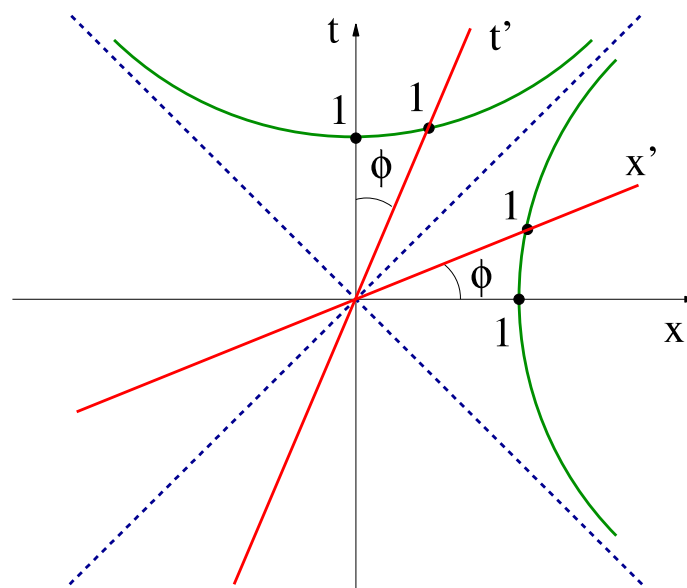
Això ens porta a definir, per un succés concret, el que anomenem conus de llum, que marca el passat probable, el futur probable i les zones del passat i del futur que de cap manera tenen res a veure amb el succés, como podem observar a la següent Figura 18:



Podem aprofitar el mateix tipus de diagrames per ficar de manifest una de les grans contribucions de Minkowski, la invariància de l'interval entre successos o de la mètrica. Si prenem com a referència el gràfic anterior i escollim el succés O, que és simultani a tots dos observadors, aquest té com a coordenades (x, t) ; un segon succés posterior seria, per exemple, l'A amb coordenades (x', t') , el seu interval seria:

$$\Delta s^2 = x^2 - t^2 \cdot c^2 = x'^2 - t'^2 \cdot c^2$$

Aquesta equivalència es pot comprovar fàcilment aplicant les transformacions de Lorentz, que recordem, són una rotació de les coordenades de tots dos sistemes, per la qual cosa podem usar els diagrames de Minkowski per determinar la mesura gràficament, aplicant les hipèrboles $x^2 - t^2 = -1$ i $x^2 - t^2 = 1$, per als eixos t' i x' , respectivament, com es mostra a la Figura 19:



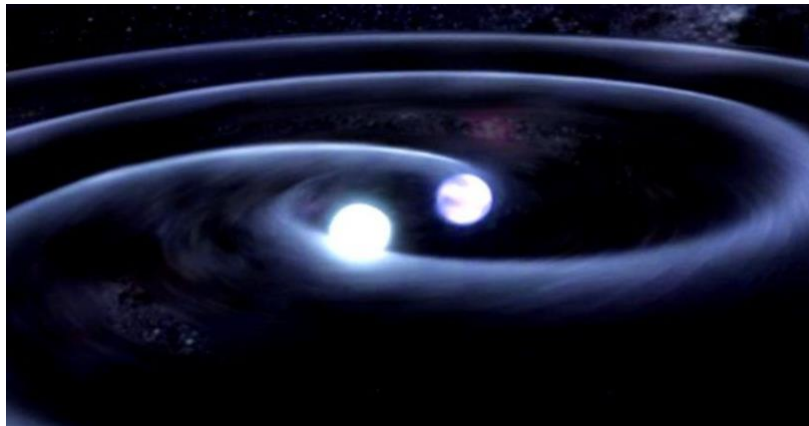
Fins aquí hem fet un repàs a la part més teòrica d'aquest treball de recerca. Ara iniciarem la part experimental i, per introduir-la, voldria exposar els diferents treballs que s'han fet en els darrers anys per conformar la validesa de la Teoria de la Relativitat Especial. Entre aquestes confirmacions experimentals, de manera especial, trobem la qüestió del temps de vida del muons a l'atmosfera terrestre, que no té una explicació adequada amb la física tradicional i que serà l'evidència experimental que utilitzaré a la part pràctica per demostrar la validesa de la teoria.

1.3 PROVES EXPERIMENTALS DE LA TEORIA DE LA RELATIVITAT ESPECIAL

1.3.1 INVARIÀNCIA DE LA VELOCITAT DE LA LLUM AL BUIT

Quan Einstein va publicar la Teoria de la Relativitat Especial [40], es pensava que la llum tenia una velocitat variable. De fet, Walter Ritz va publicar una teoria de l'emissió de la llum, durant 1908, la qual postulava una velocitat variable de la llum [41]. Però uns anys més tard, el 1913, Willem de Sitter va fer una teoria que estava en desacord amb la de Ritz i a favor de la d'Einstein, en la qual descrivia l'efecte de Sitter, també anomenat efecte geodèsic, [42]. Hi ha diversos experiments [43] que han demostrat la invariància de la velocitat de la llum dels quals s'ha escollit possiblement el més modern, que a continuació exposaré.

Segons la teoria simple d'emissió de la llum, si un cos emet un raig de llum, aquest es mourà a la mateixa velocitat tot el trajecte fins arribar al seu observador. Si prenem un sistema de doble estrella podem observar que, per l'òrbita d'aquestes estrelles, quan una estrella s'aproxima a nosaltres l'altra s'allunya, com podem deduir de la següent Figura 20:



Quan una de les estrelles s'aproxima a nosaltres, basant-nos en la teoria de Ritz, la llum que vindria cap a nosaltres tindria una velocitat de $c + u$, on u és la velocitat de l'estrella. En l'altra estrella, succeeix el contrari, com s'està allunyant, la llum que emet tindria una velocitat que seria de $c - u$. Segons de Sitter, això faria que quan observéssim un sistema d'aquests, obtindríem que les òrbites de les estrelles serien més excèntriques i les posicions relatives que mesuraríem de les estrelles serien incorrectes. Després d'haver

predit això, va fer un estudi de les dobles estrelles, confirmant que no hi havia cap sistema que ell hagués pogut observar que tingués les òrbites modificades, per la qual cosa la teoria de Ritz va ser refutada, i es va demostrar la constància de la velocitat de la llum.

La teoria de de Sitter i els seus procediments van ser criticats, però un físic anomenat Kenneth Brecher, el 1977, va fer un estudi de dobles estrelles com el de de Sitter i va arribar a conclusions similars [44]. Si s'observava una variació en la velocitat de la llum, era massa petita com per recolzar la teoria de Ritz. Aquesta variació podia ser deguda simplement pels aparells de mesura. En conclusió, la velocitat de la llum es mantenia constant i ara ja es tenia una constància experimental.

La darrera confirmació experimental de la constància de la velocitat de la llum va ser el 2015, gràcies a LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory), on es va detectar per primera vegada les ones gravitacionals, que provenien d'una col·lisió de dos forats negres. Aquestes ones es movien a la velocitat de la llum, i a diferència de les ones electromagnètiques, aquestes no interactuen amb la matèria, i per això poden viatjar directament des de la font fins a la Terra. D'aquesta forma, es va poder calcular la seva velocitat de manera segura.

1.3.2 COMPROVACIÓ DE LA RELATIVITAT DEL TEMPS.

1.3.2.1 ELS RELLOTGES ATÒMICS

Lord Kelvin, el 1879 va proposar utilitzar un fenomen anomenat vibració atòmica, (que es deguda a l'energia interna dels àtoms, partícules i molècules) per mesurar el temps [45]. Aquesta idea no es va dur a terme fins el 1949, en que als EEUU es va construir el primer rellotge atòmic. Tot i això, aquest rellotge era menys precís que un rellotge tradicional de quars. El primer rellotge atòmic exacte que es va construir va ser el 1955 al National Physical Laboratory (Regne Unit), i era un rellotge de cesi [46]. Aquests no funcionen com els rellotges convencionals, que depenen del moviment d'un pèndol, sinó que ho fan a partir de transicions energètiques hiperfines. Ara, aquests rellotges s'utilitzen per a xarxes de telefonia, GPS i moltes altres aplicacions.

El 1971 es va poder posar a prova un dels fenòmens que predeia Einstein: la dilatació temporal. Uns físics anomenats Joseph C. Hafele i Richard E. Keating van fer un experiment que involucrava els rellotges atòmics de cesi que s'han explicat anteriorment, ja que eren extremadament precisos, per poder comprovar l'existència de la dilatació temporal [47]. El que van fer va ser pujar dos rellotges atòmic de cesi a dos avions comercials, un que es dirigiria a l'est i l'altre a l'oest. Van deixar un rellotge a la superfície de la Terra. Aquests avions es van desplaçar durant unes quaranta hores, temps suficient per a què els rellotges puguin notar la dilatació temporal. De fet, són tant precisos que poden mesurar el temps en attosegons, que són una trilionèsima part d'un segon (1 attosegon = 10^{-18} s). El que van veure va ser que el rellotge que va anar en direcció a l'est es va endarrerir aproximadament 59 nanosegons (1 nanosegon = 10^{-9}), i el que anava cap a l'oest es va avançar 273 nanosegons aproximadament. L'única explicació que van poder donar a aquests resultats era que la teoria de la relativitat d'Einstein era correcta.

1.3.2.2 LA ISOTROPIA DE LA VELOCITAT DE LA LLUM.

Per tal de demostrar que la velocitat de la llum sempre és la mateixa independentment del moviment del sistema de referència, Roy J. Kennedy i Edward M. Thorndike van dissenyar un experiment (entre 1929 i 1931) [48] bastant semblant al de Michelson i Morley, però en lloc de moure l'interferòmetre, deixar-lo al laboratori durant molt de temps (alguns mesos) per mirar les potencials variacions de la velocitat de la terra respecte l'èter. Per a examinar això, van buscar diferències en la velocitat de la llum degudes a la rotació diària de la Terra o a la seva translació al voltant del Sol. També van dissenyar l'interferòmetre amb els braços desiguals (16 centímetres) per facilitar l'observació del desplaçament de les franges d'interferència (si es desplacen, vol dir que ha hagut una variació en la velocitat de la llum). Però una vegada més, el resultat va ser negatiu. Amb totes les modificacions que van aplicar a l'experiment, la velocitat de la llum resultava ser isòtropa. Més tard, entre 1986 i 1989, Dieter Hils i J. L. Hall [49] van dur a terme una versió moderna de l'experiment de Kennedy i Thorndike. Van afirmar que amb aquest experiment tenien 300 vegades més precisió que en l'experiment de Kennedy i Thorndike, declarant també que l'experiment permetia deduir les transformacions de Lorentz completament a partir dels experiments. Una vegada més, la isotropia de la velocitat de la llum va quedar demostrada.

1.3.2.3 LA ISOTROPIA DE LA MASSA, ENERGIA I MOMENT.

Fins ara, només hem parlat de la constància de la velocitat de la llum com a evidència de la relativitat especial. Però hi ha un experiment, que no només atorga validesa a la invariància de Lorentz, sinó que també demostra el principi d'equivalència de la relativitat general. Així, aquest experiment que ara explicaré, posa a prova efectes fonamentals de la relativitat especial i general, comprovant la isotropia de les interaccions de la pròpia matèria (protons, neutrons i electrons) i obtenint una precisió en els resultats que fa que aquest experiment sigui una de les confirmacions més importants de la relativitat.

Vernon W. Hugues i Ronald Drever van plantejar un experiment espectroscòpic el 1961, on van fer mesures de la ressonància magnètica de l'àtom de Liti-7 [50]. El seu estat fonamental es divideix en quatre nivells d'energia magnètica, i les seves funcions d'ona tenen diferents distribucions espacials, i amb això, diferents propietats direccionals. Cada transició entre nivells quàntics adjacents hauria d'emetre un fotó de la mateixa freqüència, independentment del tipus de transició. Llavors, es compliria la isotropia de massa, energia i moment. Drever i Hugues van estar observant durant 24 hores si hi havia alguna variació en la freqüència dels fotons emesos, però el resultat va ser pràcticament nul. Això va demostrar que la isotropia de massa, moment i energia és universal per a totes les partícules, i que és impossible detectar una anisotropia localment.

1.3.2.4 ELS MUONS: LES PARTÍCULES QUE VIATGEN CAP AL FUTUR.

La Terra és bombardejada contínuament per incomptables rajos còsmics d'altres energies. El seu origen no està clarificat als nostres dies, encara que s'especula que podrien ser generats en les explosions de les supernoves o per l'acceleració i l'efecte magnètic dels forats negres. Aquests rajos còsmics, majoritàriament, són partícules alfa, electrons o protons. La seva energia és d'aproximadament 10^{20} eV de mitjana. Quan arriben a la troposfera, els rajos col·lideixen contra les molècules dels gasos que formen la part superior de l'atmosfera terrestre, donant lloc a unes partícules, proposades pel físic japonès Hideki Yukawa [51], que es van anomenar pions (π^0 , π^+ , π^-), que es desintegren

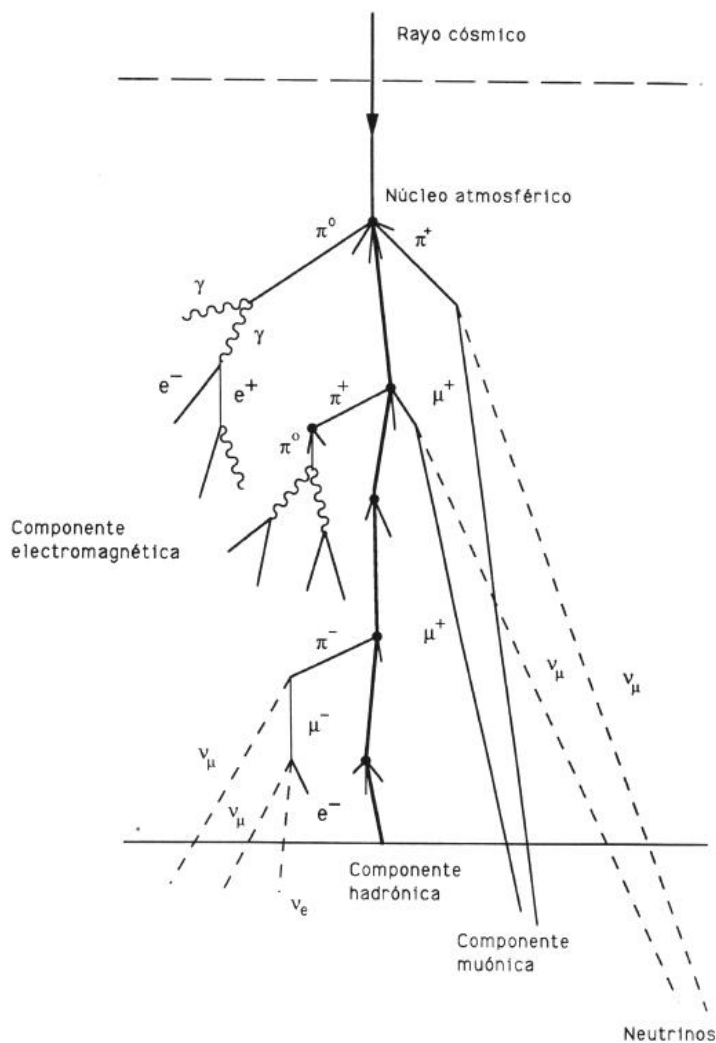
molt ràpidament. Quant els pions decauen es desintegren en dos tipus diferents de partícules subatòmiques d'alta energia: els muons i els neutrins. El muó, que és la partícula que ens interessa en aquest punt, és considerada una partícula elemental, és a dir, indivisible, que forma part del model estàndard de la física de partícules actual [52]. En aquest model, podem veure que hi ha dues categories de partícules que tenen espín fraccionari, els quarks i els leptons. Dins de la categoria de leptons, tenim l'electró, el muó i el tau -amb els seus neutrins corresponents-. Tot seguit es fa un resum de tota la família de partícules subatòmiques conegudes a la Figura 21:

	massa →	≈2.3 MeV/c ²	≈1.275 GeV/c ²	≈173.07 GeV/c ²	0	≈126 GeV/c ²
càrrega →		2/3	2/3	2/3	0	0
spin →		1/2	1/2	1/2	1	0
		u up	c charm	t top	g gluó	H bosó de Higgs
QUARKS						
		≈4.8 MeV/c ²	≈95 MeV/c ²	≈4.18 GeV/c ²	0	
		-1/3	-1/3	-1/3	0	
		1/2	1/2	1/2	1	
		d down	s strange	b bottom	γ fotó	
		0.511 MeV/c ²	105.7 MeV/c ²	1.777 GeV/c ²	91.2 GeV/c ²	
		-1	-1	-1	0	
		1/2	1/2	1/2	1	
		e electró	μ muó	τ tau	Z bosó Z	
LEPTONS						
		<2.2 eV/c ²	<0.17 MeV/c ²	<15.5 MeV/c ²	80.4 GeV/c ²	
		0	0	0	±1	
		1/2	1/2	1/2	1	
		ν_e neutrí electrònic	ν_μ neutrí muònic	ν_τ neutrí tauònic	W bosó W	

El muó, com podem observar en la imatge anterior, té una càrrega idèntica a la de l'electró, però té 200 vegades més massa que aquest i es mou a pràcticament la velocitat de la llum. El seu temps de vida és bastant curt, ja que es desintegra als $2,2 \cdot 10^{-6} s = 2,2 \mu s$. Quan es desintegra, forma un electró, un antineutrí electrònic i un neutrí muònic. Els muons han estat detectats nombroses vegades a la superfície de la terra, fet que representa una incongruència, ja que quan calculem l'espai que recorren, tenint en compte que la seva velocitat és de $0,998c$ m/s, obtenim:

$$v = \frac{e}{t}, \quad e = vt, \quad e = (0.998 \cdot 3 \cdot 10^8) \cdot (2.2 \cdot 10^{-6}), \quad e = 658.68 m$$

L'atmosfera exterior té un gruix d'uns 10.000 km, encara que la línia Kármán es situa a uns 100 km d'altura [53]. Els muons es formen a uns 10 km d'altura, per tant, si són detectats a la superfície de la Terra vol dir que han de viatjar com a poc aquesta distància, que com hem vist anteriorment, és molt més gran que la que pot recórrer un muó en el seu temps de vida aplicant les lleis clàssiques del moviment. A la següent Figura 22 es pot observar de forma esquemàtica la formació de les partícules d'alta energia a la part superior de l'atmosfera i com arriben a la superfície terrestre:



Està demostrat que no es poden haver format en cap altre lloc de l'atmosfera, ja que es necessiten energies molt altes, i s'ha comprovat que no hi ha cap reacció nuclear a la Terra que pugui generar muons, excepte els acceleradors de partícules com el CERN [54]. Segons les Lleis clàssiques del moviment, el número de muons que hauria d'arribar estadísticament hauria de ser de 25 per cada 10^8 muons formats. Però la realitat, és que

experimentalment es detecten 10^6 vegades més muons que el que es prediu teòricament. Per resoldre aquesta discrepància hem d'anar més enllà de les Lleis Clàssiques i aplicar els postulats d'Einstein al moviment dels muons, ja que aquests es mouen a una velocitat molt propera a la velocitat de la llum. Així, aplicarem les transformacions de Lorentz per a calcular tant el temps com la distància que recorren els muons segons el seu sistema de referència. Si en fer aquesta nova aproximació teòrica obtenim resultats que concorden amb els experiments, tindrem una nova conformació de la Teoria de la Relativitat Especial.

Com s'ha vist abans als apartats anteriors, el temps no flueix de la mateixa manera per un observador que està en repòs que per a un que està en moviment. Un observador situat en un sistema de referència que es mogué a la mateixa velocitat que el muó, veuria el seu temps de vida igual al que s'espera clàssicament, $\Delta t = 2,2 \mu s$, però un observador en repòs que està a la superfície de la Terra observarà un temps molt diferent, $\Delta t'$, que quedarà determinat amb les transformacions de Lorentz, segons la següent equació:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t \quad \Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0.998c^2}{c^2}}} 2,2 \cdot 10^{-6} \quad \Delta t' = 34.8 \mu s$$

Si ara s'utilitza aquest temps per calcular la distància que recorre un muó en el seu temps de vida mesurat per un observador en repòs a la superfície de la Terra, queda:

$$v = \frac{e}{t} \quad e = vt \quad e = 0.998c \cdot 34.8 \cdot 10^{-6} \quad e = 10419m$$

Amb aquest temps calculat, el número de muons que arribaran a la superfície de la terra és de $3 \cdot 10^7$ muons per cada 10^8 muons formats, una fracció significativament superior a la determinada clàssicament. El resultat que s'ha obtingut és coherent amb les mesures experimentals, per la qual cosa ens proporciona una nova evidència de la validesa de la Teoria de la Relativitat Especial, com proposàvem. Malgrat això, la quantitat de muons que ens arriben és tant petita que la probabilitat que ens produeixin un càncer és minúscula. Així que no ens cal preocupar perquè aquestes partícules pesades i molt energètiques ens provoquin un càncer. Una curiositat dels muons és que, amb ells també es poden formar àtoms, per exemple, podríem formar un àtom d'hidrogen amb un protó i un muó, però com el muó es desintegraria ràpidament aquest àtom seria efímer.

Rossi i Hall, el 1941, van fer un experiment bastant simple amb la finalitat de comprovar quants muons arriben a la superfície terrestre [55]. Van posar un detector de muons al nivell del mar, i un altre a 2000 m d'altitud. El primer va detectar 400 muons/hora, i el segon, 563 muons/hora, que són molts més que els predits teòricament, que en eren 25 segons les Lleis clàssiques. Aquest fenomen només es pot explicar amb la dilatació temporal, i això significa que la major part dels muons poden arribar a la superfície de la Terra sense decaure en altres partícules. Més experiments duts a terme al CERN confirmen aquest fet [56], i van determinar que el temps de vida dels muons en moviment pot arribar a ser 30 vegades més gran que la d'un muó en repòs. Amb això, la dilatació temporal i la Teoria de la Relativitat Especial queden demostrades definitivament.

Aquesta particularitat del muons, afegida a la seva alta capacitat de penetració, donen una alta utilitat tecnològica a aquestes partícules, com per exemple fer sondejos de piràmides per descobrir cambres ocultes. Aquesta tècnica s'anomena muografia i s'utilitza per fer estudis dels interiors d'estructures denses de difícil accés [57]. A més, també podrien ajudar a determinar la distribució dels canals de lava, per preveure erupcions volcàniques. Uns experiments a EEUU han revelat que es pot utilitzar els muons per comprovar si s'han retirat les barres de combustible en barrils de residus nuclears.

*“L’Univers no és més estrany del que suposem,
sinó més estrany del que som capaços de
suposar”*

Werner Heisenberg

Part Pràctica Cosmic Watch



Capítol 2.1

Aplicació del mètode científic

Aquesta és la darrera part del treball on es descriu com s'ha aplicat el mètode científic per estudiar el moviment dels muons a l'atmosfera terrestre i, posteriorment, es comparen els resultats obtinguts experimentalment amb les prediccions teòriques derivades de la física clàssica i de la Teoria de la Relativitat Especial d'Einstein. Per fer-ho s'ha utilitzat un detector de radiacions còsmiques anomenat Cosmic Watch Muon Detector.



2.1 APLICACIÓ DEL MÈTODE CIENTÍFIC

2.1.1 OBSERVACIONS I PREGUNTES INICIALS

Com bé s'ha posat de manifest en aquest treball en el capítol 1.2, les lleis clàssiques del moviment no serveixen per explicar certs tipus de successos electromagnètics. A pesar d'això, la validesa de les lleis clàssiques del moviment i la veracitat dels successos electromagnètics han estat demostrades per molts i diversos científics, començant per Newton i Galileu, passant per Faraday, Ampère, Biot i Sabart i Gauss, i acabant per Einstein, Weyl i Minkovski.

Després d'haver arribat a la conclusió que la velocitat de la llum és absoluta i que no varia respecte el sistema de referència des del que es mesura, es pot concloure que les transformacions clàssiques de coordenades són incorrectes perquè no tenen en compte la velocitat de la llum com la velocitat límit que pot assolir una partícula sense massa. Recordem que les partícules que tenen massa mai poden assolir aquesta velocitat, segons la predicció teòrica d'Einstein. Si les lleis de la física clàssica han estat demostrades un nombre tant elevat de vegades, perquè des del punt de vista de la relativitat són incorrectes? L'objectiu principal d'aquest treball és determinar la validesa de la Teoria de la Relativitat Especial proposada per Einstein. Per fer-ho, aplicarem les prediccions teòriques derivades dels seus postulats i de les lleis de transformació de Lorentz al problema del temps de vida del Muó format a la part superior de l'atmosfera que, com ha estat establert experimentalment, es mou a velocitats molt properes a les de la llum. Això ajudarà a respondre certes preguntes, com per exemple:

- Va haver alguna errada al desenvolupar unes lleis de transformació de coordenades que fossin compatibles amb l'electromagnetisme, les quals coneixem com transformacions de Lorentz?
- Són les lleis clàssiques incorrectes? Si és així, totes les demostracions que s'han fet de les lleis clàssiques són incorrectes, i un gran nombre de científics van estar equivocats durant molts anys, o aquestes lleis són casos particulars, que només es donen a velocitats baixes?

2.1.2 HIPÒTESIS

Les hipòtesis principals que es plantegen en aquest estudi experimental en són dues:

- I. Hipòtesis 1: les Lleis clàssiques del moviment es poden aplicar al moviment de qualsevol partícula, considerant l'addició de les velocitats, sense que hi hagi cap límit superior. Per tant, l'espai i el temps mesurat per diferents observadors sempre serà igual o es podrà calcular aplicant les Lleis de transformació de Galileu.
- II. Hipòtesis 2: les Lleis clàssiques del moviment no es poden aplicar al moviment de partícules amb velocitats properes a les de la llum. Considerarem com límit superior la velocitat de la llum al buit. Per tant, l'espai i el temps mesurats per diferents observadors únicament es poden calcular aplicant les Lleis de transformació de Lorentz.

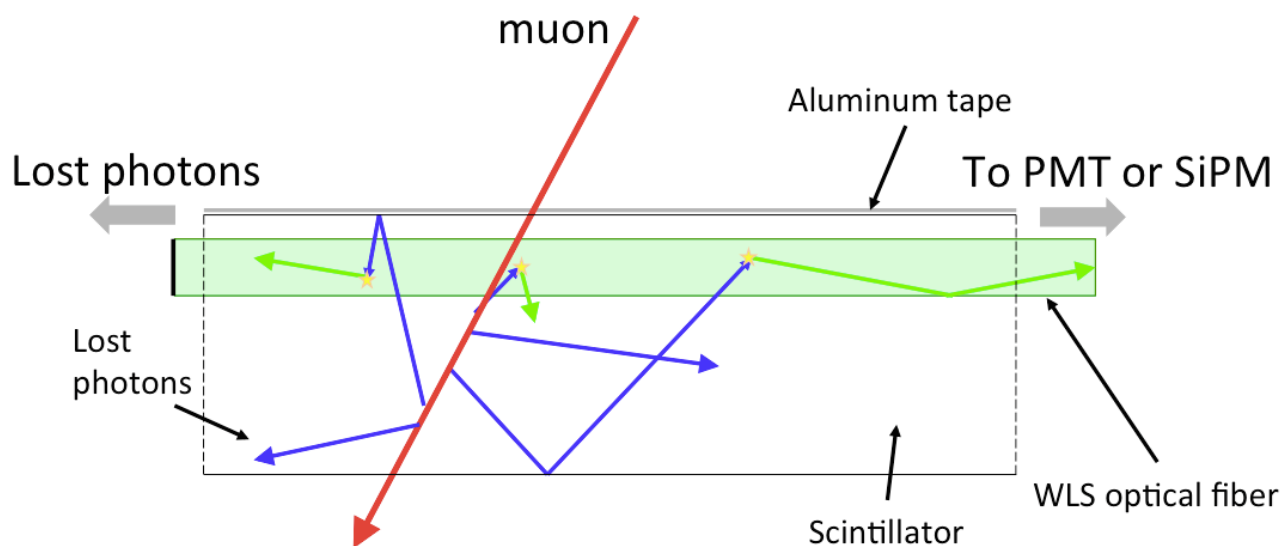
2.1.3 DISSENY EXPERIMENTAL

Segons el que s'ha estudiat prèviament en el treball, es pot concloure que amb un determinat experiment el qual estudiï el moviment de partícules a velocitats molt elevades, obtindrem resultats que discreparan respecte de les prediccions de les lleis que la física clàssica preveuen. De fet, si els resultats dels experiments ens mostren que hi ha discrepàncies respecte les lleis de la física clàssica, però que s'ajusten a les prediccions derivades de les lleis de la relativitat especial, estarem demostrant la validesa de la Teoria de la Relativitat Especial.

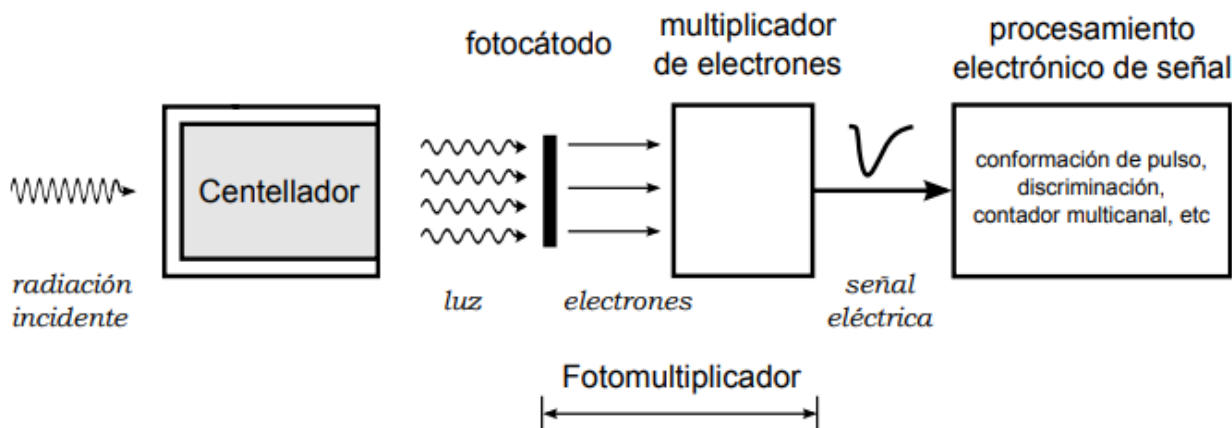
Així, idear un experiment que assoleixi les condicions esmentades anteriorment no és fàcil de confeccionar al nostre món quotidià, on les velocitats properes a les de la llum no són habituals. Per tant, se'ns imposa la necessitat d'utilitzar algun tipus de partícula o esdeveniment que s'apropi a la velocitat de la llum. Els muons són partícules que viatgen a pràcticament aquesta velocitat. El seu temps de desintegració és molt petit, però és el suficientment llarg perquè es puguin realitzar els càlculs. Des del punt de vista de la relativitat especial, des del sistema de referència solidari als muons, el temps flueix més lentament, com ja hem demostrat a l'apartat teòric. Per verificar experimentalment si el seu

temps flueix més lentament, s'ha de mesurar la quantitat de muons que arriben al nivell del mar.

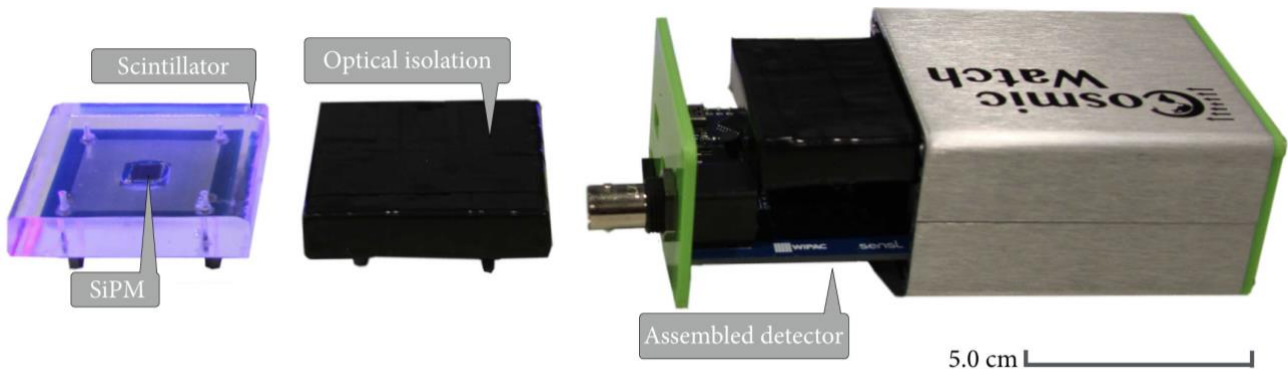
Per fer-ho s'utilitzarà un detector de muons [58]. El detector escollit ha estat el Cosmic Watch, que té com un dels seus components principals un plàstic de iodur de Cesi (CsI), que exhibeix luminescència quan és travessat per una radiació ionitzant. Aquest tipus de materials s'anomenen en anglès Scintillators, que es podrien traduir al català com centellejadors. Quan una partícula carregada travessa el centellejador, part de la seva energia (al voltant de 2.3 GeV) és absorbida i retransmesa en forma de fotons, que seran redirigits des del centellejador a un fotomultiplicador, com podem observar a la Figura 23:



De manera esquemàtica, podem representar les diferents parts del detector amb el següent esquema, recollit a la Figura 24:



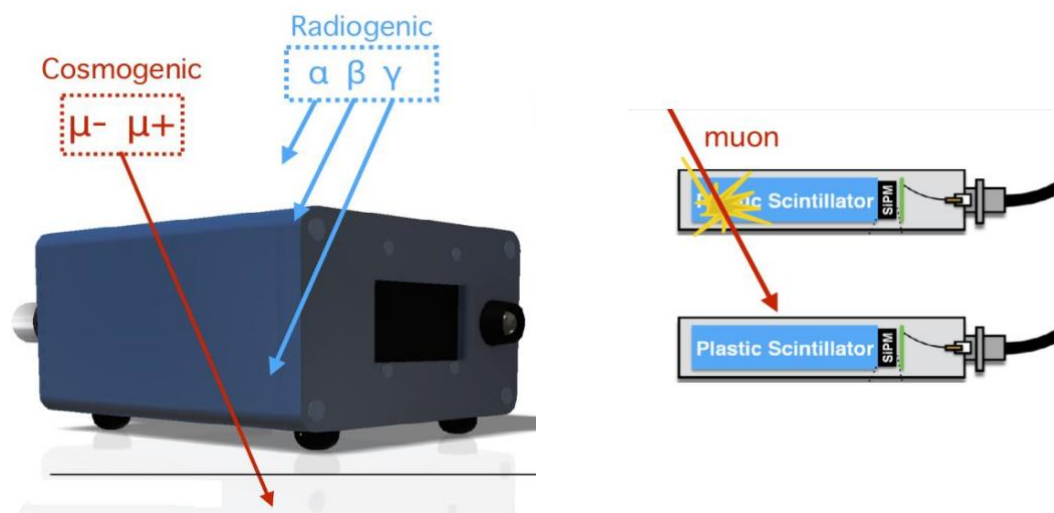
On es poden observar els diferents blocs que formen el detector segons la seva funció. Cada bloc representa una part de l'electrònica o la física del dispositiu que corresponen a components que s'han d'acoblar entre ells per tal que el detector faci la seva funció. Així, podem comparar cadascun d'aquest blocs funcionals amb els dispositius del detector real que es recullen a la següent Figura 25:



A l'annex 1 es recull el procés de muntatge del detector amb detalls de l'electrònica i altres aspectes interessants. Així, al detector que s'ha construït per fer les mesures s'utilitza un fotomultiplicador de silicona (Silicon photomultiplier o SiPM) per poder observar els fotons que ha emès el centellejador amb l'arribada d'un muó o d'altres radiacions d'alta energia. Amb tant sols un fotó, es pot obtenir una senyal mesurable, que es pot amplificar, la qual cosa fa que un processador de senyals, en aquest cas usem un dispositiu Arduino el qual està connectat el fotomultiplicador, pugui mesurar quants fotons arriben i en quin moment, permetent al mateix temps el seu recompte. Els muons i els rajos alfa i beta, si incideixen just a la superfície del centellejador, sempre desprendran fotons, mentre que els rajos gamma el travessaran. Així, de totes les deteccions de l'aparell es consideraran que, aproximadament, el 40% corresponent realment als muons.

Voldria indicar, abans de continuar amb la part pràctica, que s'han mantingut una llarga i continuada comunicació amb el professor investigador que porta el projecte del Cosmic Watch al MIT (Massachusetts Institute of Technology). Segons les seves indicacions, per realitzar quantitativament la detecció de muons ens fan falta, com a mínim, dos detectors que treballin en forma concurrent, un com a detector principal i l'altre com a detector secundari. Les deteccions positives que es donen en tots dos detectors, dins d'un temps de

vida prefixat, es consideren concurrents i es comptabilitzin com a muons reals. En el nostre cas, per motius pressupostaris, no disposem d'un segon detector que es pugui connectar al principal, encara que tot el maquinari està preparat per fer-ho. Així, considerarem per la part experimental que la detecció de muons, més radiacions alfa i beta, formen un conjunt que ens pot donar una idea qualitativa de la quantitat de radiació que ens arriba. Dins d'aquesta radiació trobem, evidentment, els muons. A falta d'una més bona alternativa, aquesta via experimental ens proporcionarà uns resultats raonables que podrem interpretar de forma qualitativa. Així, la dependència dels resultats en funció de l'altura serà uns dels punts més importants que ens permetran concloure els resultats que estem buscant. A la Figura 26 podem observar l'efecte que tenen les radiacions alfa, beta i els muons. Únicament les radiacions gamma i els muons són capaços de travessar el detector, que seran els que es detectarien en el detector secundari en cas de tenir-lo:



Els fotons generats al centellejador es redirigeixen cap el SiPM, aquest emetrà un voltatge que es podrà amplificar electrònicament i passar a un analitzador de pics per processar el senyal, de manera que l'equip de procés sigui capaç de mesurar-lo, calcular l'amplitud de l'ona que passa pel SiPM i decidir si comptar o no el senyal com una detecció positiva. El centellejador que s'ha utilitzat en aquest treball és circular i té uns 6.3 cm de diàmetre, per tant té uns 30 cm² de superfície, mentre que el centellejador que s'utilitza normalment es quadrat i té un 25 cm² de superfície. Això no suposarà cap problema a l'hora d'obtenir els resultats de l'experiment, però per comparar-los amb els resultats d'altres experimentadors, s'haurà d'utilitzar el nombre de deteccions per segon i per centímetre quadrat independent de la superfície de detecció.

Una vegada explicat el funcionament de l'aparell que s'usarà per fer els experiments cal definir el disseny experimental que utilitzarem. Segons els càlculs realitzats a l'apartat 1.2.3.4 d'aquest treball, tenim dos casos ben diferenciats:

- I. Segons les Lleis clàssiques del moviment els muons únicament poden recórrer un 700 m des de la seva formació a la part superior de l'atmosfera, per la qual cosa la detecció de muons a nivell del mar seria pràcticament inexistent. (Hipòtesi 1)
- II. Segons les Lleis de la Relativitat Especial els muons poden recórrer 10500 m des de la seva formació a la part superior de l'atmosfera, patint al mateix temps una dilatació temporal que produeix que el seu temps de vida mitjana s'allargui fins els 34.8 μs , per la qual cosa la detecció de muons a nivell del mar (considerant la llei de desintegració exponencial) seria d'aproximadament $1 \mu\text{ó}/\text{s} \cdot \text{cm}^2$. (Hipòtesi 2)

Podem definir les diferents variables experimentals per al nostre problema seguint la metodologia del mètode científic:

1. La variable dependent: es definirà com la quantitat de muons que arribaran al detector. Aquesta mesura es determinarà com una ràtio entre deteccions positives del nostre Cosmic Watch per unitat de temps en segons.
2. Les variables independents: poden ser diverses, segons la literatura. Aquestes poden ser l'altura, la pressió atmosfèrica, la temperatura, l'època estacional i l'aïllament del detector. En aquest treball simplificarem el cas considerant que únicament hi ha dependència respecte *l'aïllament del detector* i *l'altura* a la que es fa la mesura.
3. Les variables controlades: considerarem variables controlades, per tant, la resta de possibles aspectes físics que puguin tenir algun efecte sobre la detecció de muons: la pressió atmosfèrica, la temperatura i l'època estacional.

Per desenvolupar l'experiment aquest es dividirà en tres tests diferents, en els quals es faran, al seu temps, tres experiments que consistiran en mesurar la quantitat de muons detectats en funció del temps durant aproximadament una hora, prenent les mesures cada deu minuts.

Els tres tests que es pretenen desenvolupar són:

1. Test número 1: per obtenir resultats fiables cal assegurar-se de què el detector que s'ha construït funcioni adequadament. El detector ha de ser capaç de reproduir adequadament el número de deteccions que han obtingut altres experimentadors [59]. Així es pretén mesurar la relació de muons detectats en funció del temps a nivell del mar. Es faran tres experiments en les mateixes condicions sense variar la posició del detector. Aquest test és que es pren com a mesura de control.
2. Test número 2: cal comprovar si l'aïllament del detector influeix en la quantitat de muons detectats. Cal recordar que el detector pot donar falsos positius, deguts bàsicament a les radiacions. De fet, s'estableix que per aquest tipus de detector, menys d'un 50% de les deteccions positives són degudes als muons. Altres experimentadors [60], utilitzen dos detectors per fer la doble detecció o el que s'anomena detecció per concurrència. En el nostre cas comprovarem si l'aïllament del detector amb formigó afecta els valors i es diferencien dels obtinguts al test 1.
3. Test número 3: cal comprovar si l'altura a la que es prenen les mesures influeix en la quantitat de muons detectats. A la bibliografia [61], queda clarament establert que la quantitat de muons detectats augmenta amb l'altura. En el nostre cas s'han realitzat diverses mesures a poca altura, al voltant de les nostres terres i, finalment, s'ha fet la mesura dels muons en funció de l'altura durant un viatge en avió des de Madrid a Bogotà (Colòmbia) i el viatge de tornada.

Així, es faran tres tests amb tres experiments per cadascun. Posteriorment, es farà la representació gràfica dels resultats obtinguts, el que ens proporcionarà tres gràfics, un per cada test, amb tres conjunts de dades en cada gràfic. Això ens permetrà fer un anàlisi de la variació de la quantitat de radiació detectada en funció del temps per cada cas. Una vegada analitzats els resultats i la seva pertinença, es determinaran les mitjanes de la relació -que anomenarem ràtio- entre el número de deteccions respecte del temps, que ens permetrà fer una comparació dels resultats obtinguts per cada un dels test entre ells per obtenir les conclusions definitives. Recordem, una vegada més, que els resultats obtinguts seran merament qualitius, en cap cas són mesures quantitatives.

2.1.4 EXPERIMENTACIÓ.

2.1.4.1 TEST NÚMERO 1.

En aquest es realitzen tres experiments a diferents hores del dia però en les mateixes condicions i entorn per al detector, sense que aquest es mogui del mateix lloc. Els resultats obtinguts estan anotats a les següents taules:

Condicions: 7 metres d'altura sobre el nivell del mar, 15°C i 1 atmosfera de pressió.

Experiment 1: (de les 16:00h a les 17:00h)

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	519	1066	1580	2106	2602	3090
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.865	0.888	0.877	0.877	0.867	0.858

Experiment 2: (de les 21:00h a les 22:00h)

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	522	1053	1578	2105	2599	3091
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.87	0.877	0.876	0.877	0.866	0.858

Experiment 3: (de les 12:00h a les 13:00h)

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	518	1065	1577	2104	2599	3090
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.863	0.887	0.876	0.876	0.866	0.858

2.1.4.2 TEST NÚMERO 2.

En aquest es realitzen tres experiments a diferents hores del dia però en les mateixes condicions i entorn per el detector, sense que aquest es mogui del mateix lloc. En aquest cas s'aïlla el detector amb formigó o plom. Els resultats obtinguts estan anotats a les següents taules:

Condicions: 7 metres d'altura sobre el nivell del mar, 15°C i 1 atmosfera de pressió. Aïllats a un soterrani amb més de 0,5 metres de formigó.

Experiment 1:

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	519	1065	1578	2105	2600	3091
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.865	0.887	0.876	0.877	0.866	0.858

Experiment 2:

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	519	1065	1578	2105	2600	3090
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.865	0.887	0.876	0.877	0.866	0.858

Experiment 3:

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	519	1065	1578	2105	2599	3091
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.865	0.887	0.876	0.877	0.866	0.858

2.1.4.3 TEST NÚMERO 3.

En aquest es realitzen tres experiments per diferents altures però en les mateixes condicions i entorn per al detector, sense que aquest es mogui del mateix lloc. Els resultats obtinguts estan anotats a les següents taules:

Experiment 1: altura de 643 metres (La Foradada, 7 °C, i 0.93 atm)

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	520	1066	1579	2106	2601	3092
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.866	0.888	0.877	0.877	0.867	0.859

Experiment 2: altura de 1092 metres (A meitat camí de caro, 4°C i 0.87 atm)

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	520	1066	1580	2106	2602	3092
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.866	0.888	0.877	0.877	0.867	0.859

Experiment 3: altura de 1440 metres (Caro, 2°C i 0.84 atm)

Temps(s)	600	1200	1800	2400	3000	3600
Nº deteccions	522	1066	1580	2106	2602	3093
Ràtio ($\frac{\text{deteccions}}{s}$)	0.87	0.888	0.877	0.877	0.867	0.859

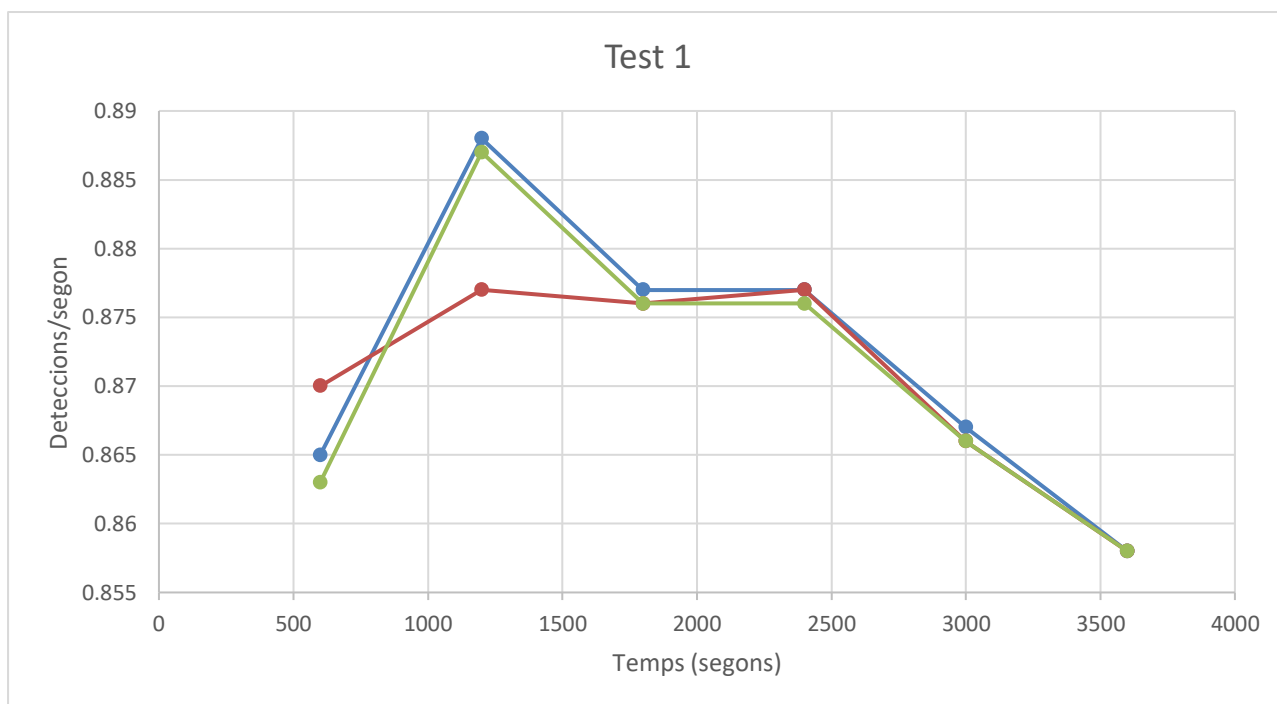
Per completar aquest test s'ha fet la mesura durant el trajecte en avió des de Madrid a Bogotà. En aquest es realitzen diversos experiments anotant el temps del detector, el número de deteccions que indica i l'altura, tant a l'anada com a la tornada del trajecte. S'han fet tres experiments per cada trajecte d'aproximadament una hora i mitja de durada. Els resultats obtinguts estan anotats a les següents taules:

Hora Espanyola	Det.	Altura (m)	Ràtio $\left(\frac{\Delta\text{Deteccions}}{\Delta\text{Temps}}\right)$	Hora Espanyola	Det.	Altura (m)	Ràtio $\left(\frac{\Delta\text{Deteccions}}{\Delta\text{Temps}}\right)$
15:05	261	667	0,87	19:55	5947	17700	1,83
15:10	522	780	0,87	20:00	6502	18000	1,85
15:15	792	980	0,90	20:05	7063	18300	1,87
15:20	1056	1560	0,88	20:10	7618	18600	1,85
15:25	1323	3500	0,89	20:15	8179	18900	1,87
15:30	1608	4800	0,95	20:20	8749	19200	1,90
15:35	1938	5500	1,10	20:25	9310	19500	1,87
15:40	2325	6500	1,29	20:30	9865	19800	1,85
15:45	2760	8600	1,45	23:35	540	30900	1,80
15:50	3261	10000	1,67	23:40	1080	31200	1,80
15:55	3783	11500	1,74	23:45	1620	31500	1,80
16:00	4311	11800	1,76	23:50	2160	31800	1,80
16:05	4845	11800	1,78	23:55	2700	32100	1,80
16:10	5385	11800	1,80	00:00	3225	32400	1,75
16:15	5931	11760	1,82	00:05	3744	32700	1,73
16:20	6474	11700	1,81	00:10	4257	33000	1,71
16:25	7014	11700	1,80	00:15	4755	33300	1,66
16:30	7554	11650	1,80	00:20	5238	33600	1,61
19:05	534	11700	1,78	00:25	5694	33900	1,52
19:10	1080	11700	1,82	00:30	6120	34200	1,42

19:15	1638	11700	1,86	00:35	6516	34500	1,32
19:20	2172	11700	1,78	00:40	6876	34800	1,20
19:25	2700	11750	1,76	00:45	7206	35100	1,10
19:30	3240	11800	1,80	00:50	7506	35400	1,00
19:35	3780	11850	1,80	00:55	7791	35700	0,95
19:40	4314	11800	1,78	01:00	8073	36000	0,94
19:45	4851	11800	1,79	01:05	8346	36300	0,91
19:50	5398	11800	1,82	01:10	8619	36600	0,91

2.1.5 ANÀLISIS DE RESULTATS.

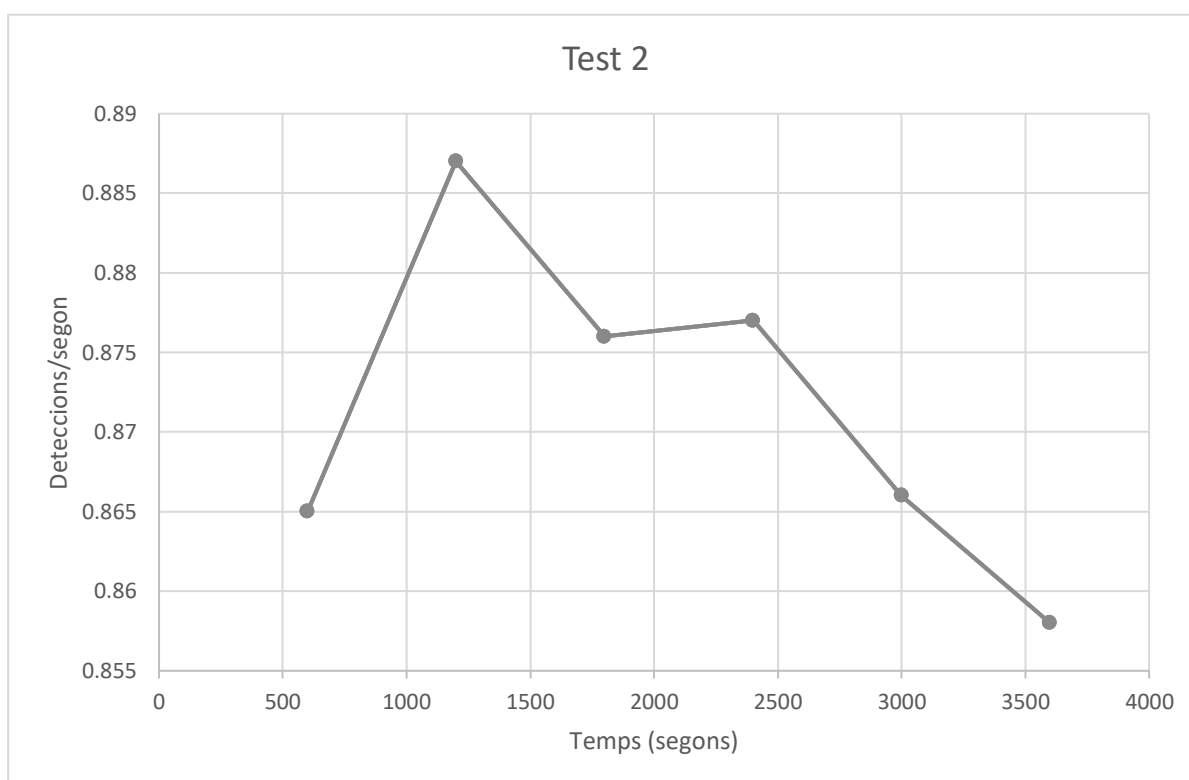
Els resultats dels experiments del test número 1 són molt similars entre ells, com podem observar en el següent gràfic, Figura 27:



Com es pot observar en el gràfic, la ràtio de deteccions està compresa entre 0,86 i 0,89, amb petites variacions en funció del temps, que considerem poc significatives. Les deteccions es van realitzar en les mateixes condicions atmosfèriques però en diferents

hores del dia. Tot i això, no podem assegurar que el que detectem siguin únicament muons. Si es considera que un 40% de les deteccions positives són muons això representaria que s'han detectat uns 21 muons per minut.

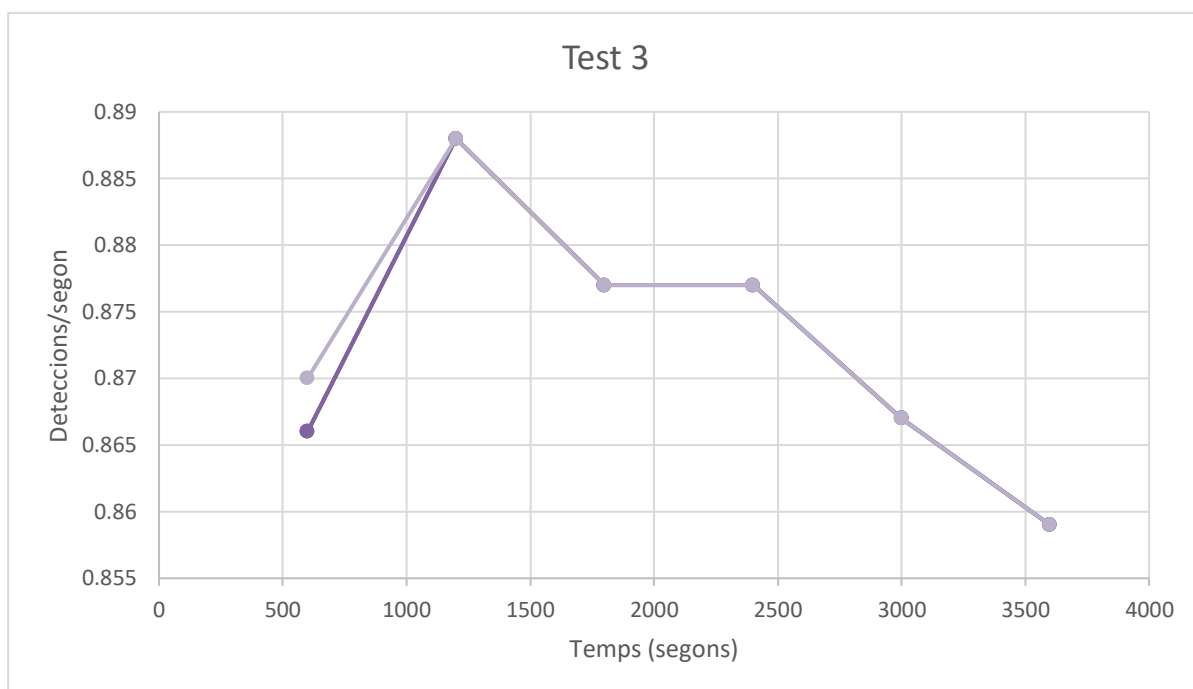
Per verificar que la majoria de deteccions són degudes a radiació muònica, alfa i beta, es va realitzar un experiment on el detector es situés en una zona aïllada de la radiació de fons. Com ja s'ha mencionat anteriorment, es van fer tres deteccions en un soterrani que està cobert per més de 0.5 metres de formigó. Aquest volum de formigó hauria de ser capaç d'absorbir tota la radiació de fons menys els muons, la radiació alfa i la beta. Si els resultats obtinguts en els experiments d'aquest test 2 són similars als del test 1, significarà que la contribució de la radiació de fons en un lloc no aïllat és nul·la. Els resultats obtinguts es mostren al gràfic de la següent Figura 28:



Com es pot observar, el gràfic obtingut és pràcticament idèntic al que es deriva de les dades de la detecció no aïllada. A més a més, en aquest cas, tots els valors dels diferents experiments són pràcticament iguals en aquest gràfic, donant la sensació que tan sols hi hagi representada una sola detecció. El valor mitjà de la ràtio és de 0.8715 muons/segon.

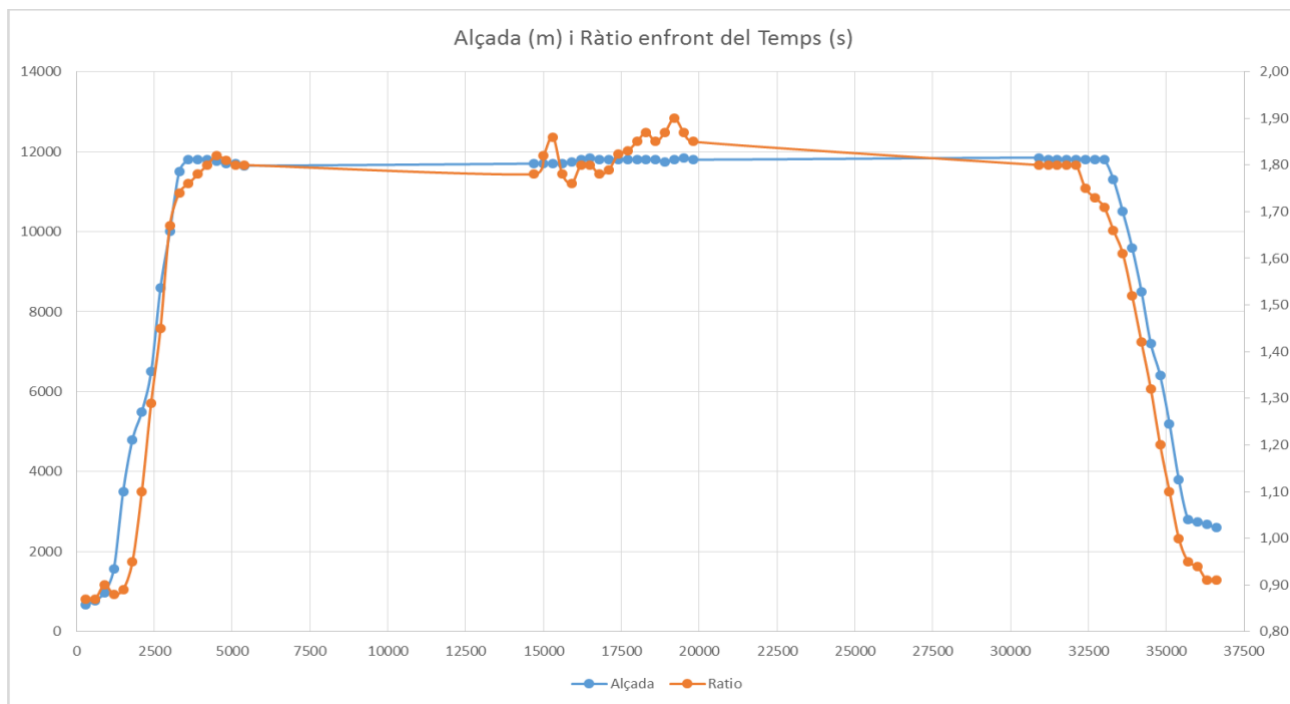
Per això, es pot dir que la contribució que fa la radiació de fons és pràcticament nul·la. Tenint en compte que són els muons i les radiacions ionitzants les que són capaces d'activar la detecció de fotons al nostre detector, podem estar segurs que els experiments que estem realitzant ens permeten mesurar radiacions còsmiques i no radiacions contaminants properes o de tipus puntual que es puguin donar casualment.

Això ens dóna pas al tercer test, on s'estudiarà la variació de la ràtio en funció de l'altura respecte del nivell del mar. En aquest cas, s'ha fet una primera detecció a 643 metres d'altura, a la Foradada (el Montsià) i després a mitja altura a Caro, a 1092 metres, i finalment, al cim de Caro, a 1440 metres d'altura. A aquesta altura, el detector no hauria de detectar molts més muons que al nivell del mar, segons les prediccions de la Teoria de la Relativitat Especial d'Einstein. Si les mesures surten similars a les del nivell del mar, es demostrarà la validesa de la teoria. Els resultats obtinguts a les tres diferents alçades es recullen al següent gràfic de la Figura 29:



Es pot veure que els resultats del tercer test són molt similars als dels altres tests. El ràtio de deteccions mitjà és de 0.8725 muons/segon. Es veu clarament que petites variacions d'altura no tenen una conseqüència significativa en la detecció de radiacions o muons.

Així, per observar la dependència real entre la quantitat de radiacions detectades i l'altura s'ha fet la mesura durant un trajecte d'avió de Madrid a Bogotà com ja s'ha explicat a l'apartat anterior. En el gràfic que es pot observar a la Figura 30 es representa la variació de l'altura i de la ràtio de muons en funció del temps durant el trajecte:



Val a dir que no es van fer mesures entre els 5400 segons i els 14700 segons i entre els 19800 segons i els 30900 segons. El total de temps en el que s'han fet les deteccions són 10 hores i 10 minuts. Com podem observar en el gràfic, el ràtio de muons augmenta amb el temps amb la mateixa tendència que l'altura, és màxim a l'altura màxima i disminueix quan l'altura disminueix.

2.1.6 CONCLUSIONS.

El fet que els experiments hagin mostrat resultats molt similars en els tres primers tests, ens indica que en una distància de 1440 metres els muons no es desintegren. Prèviament en el treball, s'ha posat de manifest que les Lleis Clàssiques diuen que un muó només pot recórrer 650 metres aproximadament abans de desintegrar-se. Amb aquesta lògica, el número de deteccions al nivell del mar hauria de ser bastant menor en comparació als que s'han detectat a Caro. L'única explicació que podem donar al fet que el flux de muons sigui tant semblant als dos llocs és la dilatació temporal. A més, com es pot observar en l'últim

gràfic de l'apartat anterior, on es fan deteccions en un vol, el ràtio de muons augmenta amb l'altura, de manera que passa d'aproximadament 0.87 muons/segon a 1.8 muons per segon, el doble. Segons la llei de desintegració dels muons, que segueix un procés de Poisson, la probabilitat que una partícula no s'hagi desintegrat en un temps t ve determinat per la següent equació:

$$P(t) = e^{-\frac{t}{\gamma\tau}}$$

On t és el temps que ha transcorregut, γ és el factor de Lorentz (estudiat anteriorment en el treball) i τ és la vida mitjana de una partícula en repòs. Sabent que la vida mitjana del muó és 2.2 microsegons, que l'altura a la qual es considera el ràtio de muons màxim és 11500 metres d'altura (altura del vol) –amb els càlculs fets en l'apartat 1.3.2.4, l'altura que s'obté que poden recórrer els muons abans de desintegrar-se és 10500 m –i el temps que l'observador veu que un muó viu és 34.8 microsegons –recordem el punt 1.3.2.4 també –:

$$P(t) = e^{-\frac{34.8}{2.2 \sqrt{1 - \frac{(0.998c)^2}{c^2}}}} = 49.5 \%$$

Com hem dit, el ràtio a l'altura màxima és de 1.8, i al nivell del mar de 0.87, $1.8 \times 49.5\% = 0.891$. Els resultats estan d'acord amb les prediccions teòriques.

Com s'ha mostrat anteriorment al treball, de la Teoria de la Relativitat Especial hi deriva un fenomen anomenat dilatació temporal, en el qual el temps d'un objecte amb massa que es desplaça a una velocitat molt elevada passa més lent. Aquest cas s'aplica als muons, unes partícules molt pesades que viatgen molt ràpidament. Des del seu sistema de referència, abans de desintegrar-se, només passen 2.2 microsegons. En canvi, des del sistema de referència d'un observador en repòs a la Terra, els muons viatgen quasi 35 microsegons. Aquest fet fa que els muons puguin viatjar distàncies molt més elevades que les que prediuen les Lleis Clàssiques, poden viatjar més de 10 kilòmetres de distància, i aquest fet queda demostrat amb les prediccions i mesures dutes a terme anteriorment. Aquesta explicació és coherent amb els resultats obtinguts, per això, la Teoria de la Relativitat Especial queda verificada.

CONCLUSIONS

*“El bo de la ciència és que és certa per molt que
creguis en ella o no”*

Neil deGrasse Tyson

3. CONCLUSIONS

Aquest treball de recerca partia d'un objectiu principal molt clar: reproduir una demostració experimental que ens permetés ratificar els postulats i la validesa de la Teoria de la Relativitat Especial. Les dades recollides als diferents experiments duts a terme ens permeten aventurar una conclusió, des d'un punt de vista qualitatiu, que ens porta a dir que per explicar els resultats obtinguts s'han d'acceptar els postulats proposats per Einstein.

Per dur a terme aquesta recerca s'ha descrit la base teòrica del treball, que s'ha iniciat amb la visió clàssica de l'espai i el temps, dues magnituds independents les quals es consideraven absolutes i iguals per a tots els observadors. Aquesta concepció de l'Univers era la més intuïtiva i, per tant, la més acceptada pels físics de dos segles passats. De fet, no hi havia cap fenomen a l'abast dels científics del temps de Galileu Galilei i Sir Isaac Newton que els fes dubtar de la naturalesa de l'espai i del temps. Tot i això, la física va seguir evolucionant i es van descobrir nous fenòmens relacionats amb l'electrostàtica i la magnetostàtica, gràcies a científics com Gauss, Ampère, Faraday, Ohm i altres, fins que va arribar James Clerk Maxwell, qui va recopilar gairebé tots els successos d'electricitat i magnetisme, que en un principi semblaven que provenien de dos fenòmens completament diferents i independents, creant una teoria unificada: l'electromagnetisme. El camp elèctric i el camp magnètic van passar a ser només un de sol: el camp electromagnètic. La propagació a l'espai d'aquest camp és l'ona electromagnètica o el que es coneix com a llum. Segons les equacions, la velocitat a la qual es propaga aquesta ona només depèn de dues constants universals, per això, semblava que la velocitat d'aquestes ones era absoluta, i no depenia de l'observador. Els físics posteriors a Maxwell es negaven a acceptar que la llum tenia una velocitat fixa, per això van pensar en una substància anomenada èter, la qual era un sistema de referència privilegiat, i la llum es movia respecte aquesta substància. Experiments posteriors no van donar cap tipus de suport a la teoria de l'èter. La física d'aquell temps havia de renovar-se, necessitava una revolució, que va venir de la mà d'Einstein -amb l'ajuda d'altres físics i matemàtics- qui va desenvolupar la Teoria de la Relativitat Especial. Aquesta teoria trencava amb algunes de les afirmacions més acceptades per la comunitat científica. Per exemple: el temps va deixar de ser una magnitud absoluta i ara formava part d'un conjunt tetradimensional, l'espai-temps; i per

Conclusions

altra part s'establia que la velocitat de la llum és la velocitat límit a la qual un cos pot arribar i que tots els observadors han de veure que la llum es mou a la mateixa velocitat, independentment de la velocitat del seu sistema de referència. Aquesta teoria té com a conseqüència la dilatació temporal i la contracció espacial, recollides en les transformacions de Lorentz. Aquesta base teòrica és el punt de partida que s'ha utilitzat en aquest treball per demostrar la Teoria de la Relativitat Especial.

Per una altra banda, s'ha fet ús dels muons, unes partícules subatòmiques produïdes pels rajos còsmics en xocar a la part superior de l'atmosfera terrestre, que viatgen a quasi la velocitat de la llum i que es desintegren després de 2.2 microsegons d'haver-se format. La detecció d'aquestes partícules ha estat possible gràcies al Cosmic Watch Muon Detector, que va ser creat per uns estudiants del MIT per fer la detecció dels muons a preus raonables. Aquests, es formen en arribar a la Terra com rajos còsmics a molts de quilòmetres d'altura però hem estat capaços de detectar-los a la superfície de la Terra. En principi, haurien d'haver-se desintegrat abans de poder arribar al nivell del mar, segons les lleis clàssiques de la física. El fet que aquestes partícules viatgen a una velocitat tant pròxima a la de la llum fa que pateixin la dilatació temporal, per tant, per ells es compleix la Teoria de la Relativitat Especial. S'ha comparat també la ràtio de muons a diverses altures, i concorda amb els resultats predits teòricament amb la Relativitat Especial.

Així, la pregunta inicial sobre quina és la teoria que es compleix, la clàssica o la relativista, s'ha respost de manera satisfactòria. S'ha pogut concloure que les lleis que segueix l'Univers són les de la Relativitat Especial i que les lleis clàssiques són un cas particular, de la Relativitat en sistemes a baixes velocitats. S'ha aconseguit el propòsit inicial del treball, fent ús del mètode científic, encara que amb més recursos econòmics i més temps, s'hauria pogut millorar el mètode de detecció sincronitzant dos detectors idèntics al que s'ha utilitzat en el treball. El procés de recerca ha estat llarg: la part teòrica ha seguit un eix cronològic marcat per l'evolució de la física fins als inicis del segle XX, que ens ha ajudat a veure com els científics han anat millorant les seves teories al llarg dels anys fent nous descobriments, també s'ha aplicat el mètode científic per tal de demostrar la validesa dels postulats d'Einstein i, finalment, ha permès concloure una resposta, que si bé és qualitativa, apunta a la certesa del que es volia demostrar.

Referències

4. REFERÈNCIES

- [1] Newton, I. (1687): *Principios matemáticos de la Filosofía natural* [*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*]. Ediciones Altaya, S.A. Grandes Obras del Pensamiento, 21. 621 págs. Barcelona, 1993 [Estudio preliminar y traducción Antonio Escohotado].
- [2] Max Born; Günther Leibfried (1962). *Einstein's Theory of Relativity*. New York: Courier Dover Publications. pp. 76-78.
- [3] Galilei, Galileo (mayo de 1998) [1638], *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze* [Discurso y demostración matemática, en torno a dos nuevas ciencias] .
- [4] Newton, I. (1687): *Principios matemáticos de la Filosofía natural* [*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*]. Ediciones Altaya, S.A. Grandes Obras del Pensamiento, 21. 621 págs. Barcelona, 1993 [Estudio preliminar y traducción Antonio Escohotado].
- [5] Külpe: Kant, traducció de D. Miral López, Barcelona, 1951, 184 pp. (La primera edició espanyola havia aparegut el 1929).
- [6] Gauss, Carl Friedrich (1867). *Werke Band 5*.
- [7] Jackson, John David (1999). *Classical Electrodynamics* (3rd ed.). Wiley. p. 237.
- [8] Ohm G. S. (1827) *Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet*.
- [9] Hans Christian, Ørsted (1852). *The soul in nature: with supplementary contributions*.
- [10] Ampère, A. (1834). *Essai Sur La Philosophie Des Sciences*. 1 P (Ed.1834-1843).
- [11] Fitzpatrick, Richard. *Ampère's Circuital Law* [article en línia]. [5 de setembre de 2019].
- [12] Maxwell, J. C. (1873). *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Londres.
- [13] Thompson, J.J. (1892). *Notes on Recent Researches in Electricity and Magnetism*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [14] Heaviside, O.: *Electromagnetic theory*. 3 volúmenes. Electrician, Co. London, 1893-1912. (Reedició en un volumen con una introducció de E. Weber; Dover; New York,

1950. Otra reedición: Chelsea; New York, 1971. Otra: American Mathematical Society; 1970.

[15] Lorentz, Hendrik Antoon (1895), Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern.

[16] Faraday, Michael (1844). Experimental Researches in Electricity.

[17] Lenz, E. (1834), "Ueber die Bestimmung der Richtung der durch elektodynamische Vertheilung erregten galvanischen Ströme", Annalen der Physik und Chemie, 107 (31), pp. 483–494.

[18] Maxwell, James Clerk (1865). «A dynamical theory of the electromagnetic field».

[19] Maxwell, James Clerk (1881), A treatise on electricity and magnetism, Vol. II, Chapter III, §530, p. 178.

[20] Jean le Rond d'Alembert (1747, publié en 1749). «Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration».

[21] Fizeau, H. (1851). "The Hypotheses Relating to the Luminous Aether, and an Experiment which Appears to Demonstrate that the Motion of Bodies Alters the Velocity with which Light Propagates itself in their Interior".

[22] Hertz, H (1887) "On Electromagnetic Effects Produced by Electrical Disturbances in Insulators".

[23] Michelson, Albert A.; Morley, Edward W. (1887). "On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether".

[24] Descartes, R. (1664). Le Monde / Traité du monde et de la lumière.

[25] Newton, I. (1704). Opticks: or, a treatise of the reflexions, refractions, inflexions and colours of light. Also two treatises of the species and magnitude of curvilinear figures.

[26] Young, T. (1804). Experiments and Calculations Relative to Physical Optics.

- [27] Robert Boyle, *The Works of the Honourable Robert Boyle*, ed. Thomas Birch, 2nd edn., 6 vols. (London, 1772), III, 316; quoted in E. A. Burtt, *The Metaphysical Foundations of Modern Science* (Garden City, New York: Doubleday & Company, 1954), 191-192.
- [28] Michelson, Albert A.; Morley, Edward W. (1887). "On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether".
- [29] Shankland, R.S. (1964). "Michelson–Morley experiment". *American Journal of Physics*. 31 (1): 16–35.
- [30] Einstein, A. (1905). *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*.
- [31] Anderson, C. D.; Neddermeyer, S. (1936). «Cloud Chamber Observations of Cosmic Rays at 4300 Meters Elevation and Near Sea-Level»
- [32] Lorentz, Hendrik Antoon (1899), "Simplified Theory of Electrical and Optical Phenomena in Moving Systems"
- [33] Taylor, B. (1715). *Methodus incrementorum directa et inversa*.
- [34] Einstein, Albert (1905c) «Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen»
- [35] Planck, M. (1900b). "Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum". *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*.
- [36] Minkowski, Hermann (1915) [1907]. "Das Relativitätsprinzip"
- [37] Hilbert, D. (1915). *The Foundations of Physics*.
- [38] Minkowski, Hermann (1909). *Raum und Zeit*.
- [39] Minkowski, Hermann (1909), "Raum und Zeit" , *Physikalische Zeitschrift*, 10: 75–88
- [40] Einstein, A. (1905). *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*.
- [41] Ritz, Walter (1908), "Recherches critiques sur l'Électrodynamique Générale", *Annales de Chimie et de Physique* 13: 145–275, Page 172.

- [42] De Sitter, W. (1913). "A proof of the constancy of the velocity of light"
- [43] De Sitter, W. "Ein astronomischer Beweis für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit"
- [44] Brecher K. (1977). Is the speed of light independent of the velocity of the source?
- [45] Wm. Thomson (1867) On Vortex Atoms
- [46] Essen, L.; Parry, J. V. L. (1955). "An Atomic Standard of Frequency and Time Interval: A Cæsium Resonator". *Nature*. 176 (4476): 280–282.
- [47] Hafele, J.C.; Keating, R.E. (1972). "Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains". *Science*. 177 (4044): 168–170.
- [48] Kennedy, R. J.; Thorndike, E. M. (1932). "Experimental Establishment of the Relativity of Time". *Physical Review*. 42 (3): 400–418.
- [49] J. L. Hall and D. Hils, "Improved Kennedy-Thorndike Experiment to Test Special Relativity," *Phys. Rev. Lett.* 64, 1697 (1990)
- [50] Drever, R. W. P. (1961). "A search for anisotropy of inertial mass using a free precession technique". *Philosophical Magazine*. 6 (65): 683–687.
- [51] Yukawa, H. (1935). "On the Interaction of Elementary Particles"
- [52] R. Oerter (2006). *The Theory of Almost Everything: The Standard Model, the Unsung Triumph of Modern Physics*
- [53] Theodore von Kármán with Lee Edson (1967) *The Wind and Beyond*, page 343
- [54] Anderson, C. D. (1961). «Early Work on the Positron and Muon»
- [55] Rossi, B.; Hall, D. B. (1941). "Variation of the Rate of Decay of Mesotrons with Momentum".
- [56] Bailey, J.; Borer, K.; Combley, F.; Drumm, H.; Eck, C.; Farley, F. J. M.; Field, J. H.; Flegel, W.; Hattersley, P. M.; Krienen, F.; Lange, F.; Lebéé, G.; McMillan, E.; Petrucci, G.; Picasso, E.; Rúnolfsson, O.; von Rüden, W.; Williams, R. W.; Wojcicki, S. (1979). "Final

report on the CERN muon storage ring including the anomalous magnetic moment and the electric dipole moment of the muon, and a direct test of relativistic time dilation". Nuclear Physics B. 150: 1–75.

[57] Chefdeville, M.; et al. (2015). "Micromegas for muography, the Annecy station and detectors"

[58] S. N. Axani, K. Frankiewicz, J. M. Conrad (2018). The CosmicWatch Desktop Muon Detector: a self-contained, pocket sized particle detector.

[59] S. Fukuda et al. (The Super-Kamiokande Collaboration), "The Super-Kamiokande Detector," Nucl. Instruments and Methods, vol. A 501, pp. 418–462, 2003.

[60] S. Fukuda et al. (The Super-Kamiokande Collaboration), "The Super-Kamiokande Detector," Nucl. Instruments and Methods, vol. A 501, pp. 418–462, 2003.

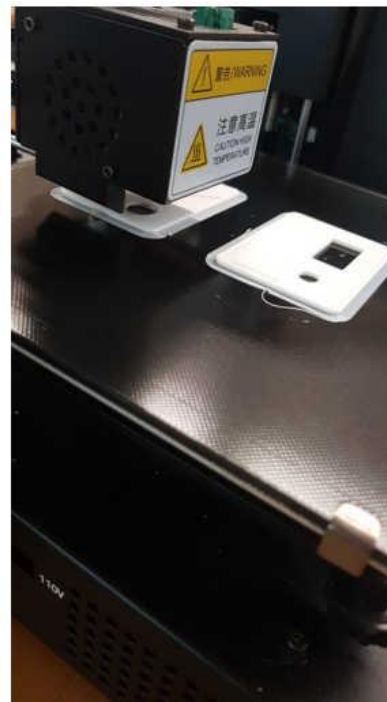
[61] K. O. et al, "Cosmic rays - particle data group," Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, vol. 38, no. 090001, p. 6, 2014.

ANNEXOS i
REFERÈNCIA DE
FIGURES

5. ANNEXOS I REFERÈNCIES DE FIGURES

5.1 ANNEX 1

Per a fer el muntatge del detector, primer que tot es va utilitzar d'impressora 3D de l'institut Ramon Berenguer IV. Allà es va imprimir la caixa i la tapa. Tot i això, la caixa era massa petita per a què hi cabés el centellejador, per això, es va tenir que eixamplar tant la caixa com la tapa. Aquí afegeixo algunes imatges (Figura 31) de quan es va dur a terme la impressió:



Dins de la caixa hi ha el detector, que està format per dues parts: el circuit (main PCB) i el centellejador. En el circuit principal, es van soldar primer les resistències i els condensadors, i les peces petites, d'acord amb les instruccions que es poden trobar al github de Spencer Axani. A la pàgina següent es poden veure un seguit d'imatges, Figura 32 i Figura 33, on es mostra el detall del muntatge fet per poblar la placa base del detector amb els resistors, bobines i condensadors i altres connectors necessaris perquè el detector funcioni adequadament, seguint les instruccions descrites per els promotors del projecte.

Figura 33: detall de la soldadura dels components electrònics a la placa.

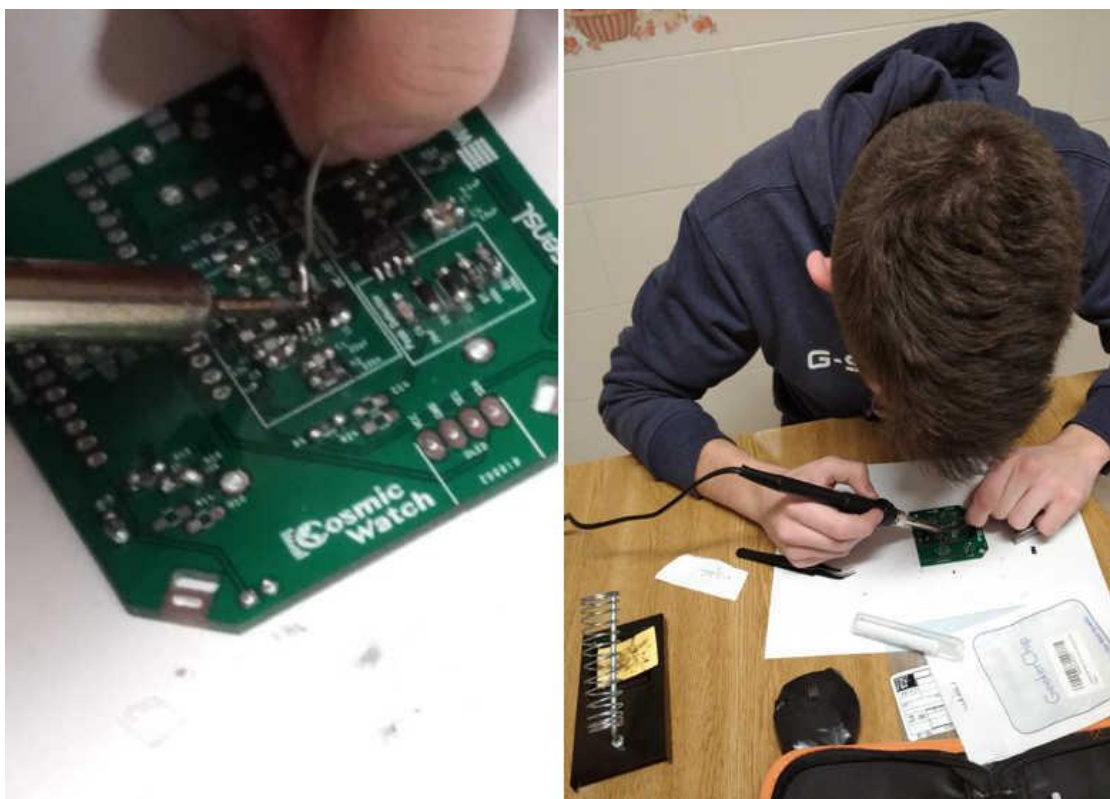
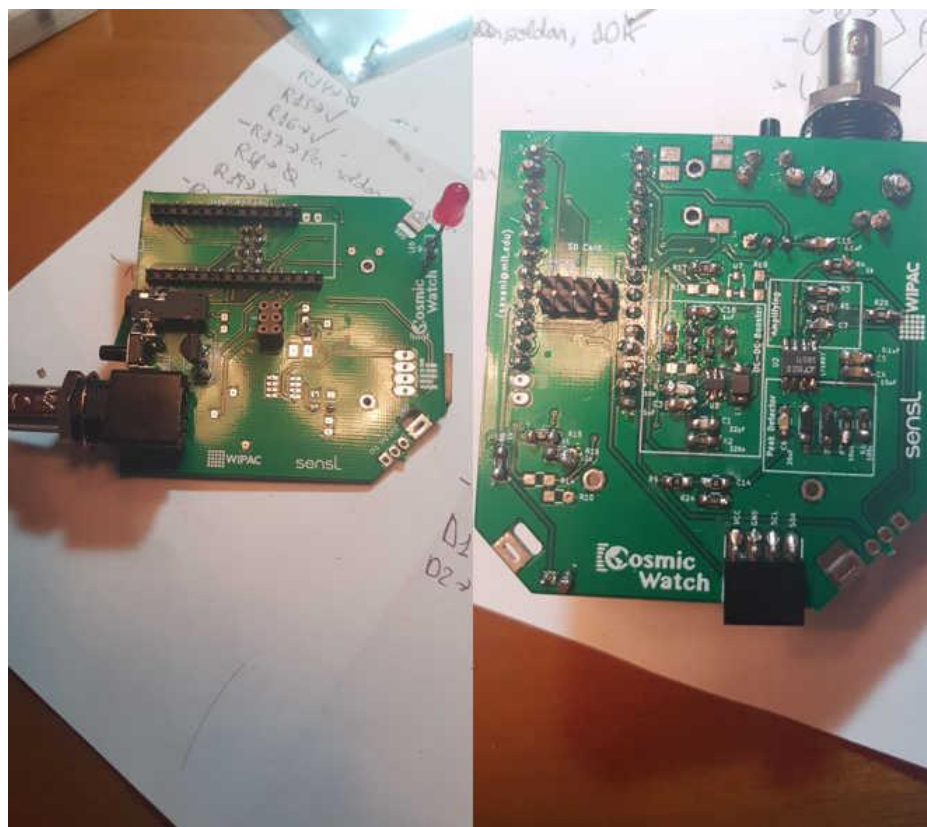


Figura 34: després s'havien de col·locar les peces més grans:



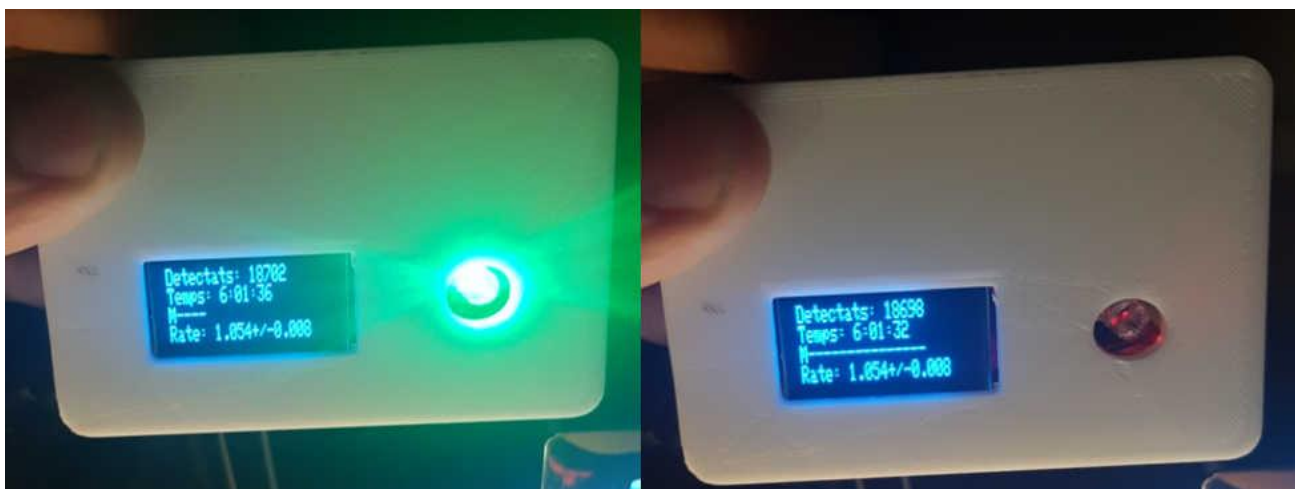
Ara s'ha d'afegir la pantalla, on surt en nombre de deteccions, el temps transcorregut i el ràtio de deteccions, i també s'ha d'afegir l'Arduino Nano. Abans de soldar-lo, s'ha de configurar. Simplement s'ha de posar el codi que va deixar Spencer al github. Hi havia dues opcions: posar el codi per a que el detector funcionés i mostrés les deteccions a la pantalla a temps real (la qual es va triar), o bé un codi per a que el detector enregistrés les deteccions a una targeta SD. A la següent Figura 35 es mostra un detall del detector amb l'Arduino soldat a la placa i configurat adequadament:



Ara només falta afegir el centellejador. Sense haver-lo afegit, el circuit principal entrava dins la caixa original, però amb el centellejador es va haver de modificar les dimensions de la caixa per tal de que cabés. A la següent Figura 36 s'observa el circuit acabat:



Després de haver fet la caixa a mida, els seus forats no coincidien amb la placa del circuit central. Tot i això, es va poder solucionar amb un poc de cinta adhesiva. El resultat va ser la que es mostra al següent Figura 37 aquest (la imatge on el LED està engegat és quan el detector fa una detecció):



5.2 REFERÈNCIES DE FIGURES

- [Figura 1] Pàg. 1, PIEJKO PAWEL, 2015, “*Robotic avatar transmits real-time sensations of remote environment*”. Extreta de: <http://www.gizmag.com/telesar-v-telexistence-robot-avatar/20423/pictures#8> [6/10/2015]
- [Figura 2] Imatge de confecció pròpia. Editada amb Adobe Photoshop CC 2015.
- [Figura 3] Imatge de confecció pròpia. Editada amb Adobe Photoshop CC 2015.
- [Figura 4] Imatge de confecció pròpia. Editada amb Adobe Photoshop CC 2015.
- [Figura 5] Pàg. 2, Malagon, C., 2013. “*Electrostática Campo eléctrico. Ley de Gauss*”. Extreta de: https://www.nebrija.es/~cmalagon/Fisica_II/transparencias/01-Electricidad/03-Ley_de_Gauss.pdf
- [Figura 6] Punt 2, Universidad de Sevilla, 2013. “*Campo eléctrico y ley de Gauss (GIE)*” Extreta de: [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_el%C3%A9ctrico_y_ley_de_Gauss_\(GIE\)](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_el%C3%A9ctrico_y_ley_de_Gauss_(GIE))
- [Figura 7] Punt 2, Universidad de Sevilla, 2013. “*Campo eléctrico y ley de Gauss (GIE)*” Extreta de: [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_el%C3%A9ctrico_y_ley_de_Gauss_\(GIE\)](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_el%C3%A9ctrico_y_ley_de_Gauss_(GIE))
- [Figura 8] Punt 2, Universidad de Sevilla, 2013. “*Campo eléctrico y ley de Gauss (GIE)*” Extreta de: [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_el%C3%A9ctrico_y_ley_de_Gauss_\(GIE\)](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_el%C3%A9ctrico_y_ley_de_Gauss_(GIE))
- [Figura 9] Darling, David. “*Oersted and the deflecting needle*”. Extreta de: <https://www.daviddarling.info/encyclopedia/O/Oersted.html>
- [Figura 10] Franco Garcia, Àngel, 2016, “*Movimiento de una partícula cargada en un campo eléctrico y en un campo magnético*” Extreta de: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/magnetico/movimiento/movimiento.html>

- [Figura 11] OkDiario, 2018, “*Qué es un campo magnético*”. Extreta de: <https://okdiario.com/ciencia/que-campo-magnetico-2611513>
- [Figura 12] Pàg. 18, Stachiotti, Marcelo, “*Ecuaciones de Maxwell – Ondas electromagnéticas*”. Extreta de: <https://www.fceia.unr.edu.ar/~fisica3/cap-7-print.pdf>
- [Figura 13] Wikipedia, 2019, “*Experimento de Michelson y Morley*”. Extreta de: https://es.wikipedia.org/wiki/Experimento_de_Michelson_y_Morley
- [Figura 14] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 15] Pàg. 69, Illana, José Ignacio, 2013, “Tema 8: Electromagnetismo y relatividad especial”. Extreta de: <https://www.ugr.es/~jillana/SR/sr8.pdf>
- [Figura 16] Pàg. 69, Illana, José Ignacio, 2013, “Tema 8: Electromagnetismo y relatividad especial”. Extreta de: <https://www.ugr.es/~jillana/SR/sr8.pdf>
- [Figura 17] Pàg. 22, Illana, José Ignacio, 2013, “Tema 8: Electromagnetismo y relatividad especial”. Extreta de: <https://www.ugr.es/~jillana/SR/sr2.pdf>
- [Figura 18] Pàg. 23, Illana, José Ignacio, 2013, “Tema 8: Electromagnetismo y relatividad especial”. Extreta de: <https://www.ugr.es/~jillana/SR/sr2.pdf>
- [Figura 19] Pàg. 21, Illana, José Ignacio, 2013, “Tema 8: Electromagnetismo y relatividad especial”. Extreta de: <https://www.ugr.es/~jillana/SR/sr2.pdf>
- [Figura 20] Medina, Eduardo, “*Descubren el origen de elementos pesados en la colisión de dos estrellas de neutrones*”. Extreta de: <https://www.muycomputer.com/2019/10/25/origen-elementos-pesados-colision-dos-estrellas-de-neutrones/>
- [Figura 21] Tomé López, César, 2014, “*Del modelo estándar*”. Extreta de: <https://culturacientifica.com/2014/06/17/del-modelo-estandar/>
- [Figura 22] Pàg. 3, Chiarelli, Germán, 2019, “*Armado de un medidor de flujo de muones*”. Extreta de: <http://labdpr.cab.cnea.gov.ar/student/becaverano-chiarelli.pdf>

- [Figura 23] [Prototype muon detectors for the AMIGA component of the Pierre Auger Observatory - Pierre Auger Collaboration \(Aab, Alexander et al.\)](#) JINST 11 (2016) no.02, P02012 arXiv:1605.01625 [physics.ins-det] FERMILAB-PUB-16-164-AD-AE-CD-TD. Extreta de:
http://inspirehep.net/record/1422718/files/img_FigScintillator3.png
- [Figura 24] Pàg. 6, Chiarelli, Germán, 2019 “*Armado de un medidor de flujo de muones*”. Extreta de: <http://labdpr.cab.cnea.gov.ar/student/becaverano-chiarelli.pdf>
- [Figura 25] Pàg. 4, Axani, Spencer, 2018 “*The CosmicWatch Desktop Muon Detector: a self-contained, pocket sized particle detector.*” Extreta de: <https://arxiv.org/pdf/1801.03029.pdf>
- [Figura 26] Axani, Spencer, 2018 “*How does it work? CosmicWatch*” Extreta de: <http://cosmicwatch.lns.mit.edu/detector#how>
- [Figura 27] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 28] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 29] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 30] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 31] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 32] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 33] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 34] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 35] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 36] Figura de confecció pròpia.
- [Figura 37] Figura de confecció pròpia.

Bibliografia i Webgrafia

6. BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA

6.1 BIBLIOGRAFIA

Einstein, A. (2012). *Sobre la teoría de la relatividad especial y general* (Segona edició, traducció de Miguel Paredes Laureca, 165 pàgines). Madrid: Alianza editorial.

Massó i Soler, E (2001). *Curs de relativitat especial* (Segona edició). Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de publicacions.

Levich, Benjamín G. (1995). *Teoría del campo electromagnético y teoría de la relatividad*. (Primera edició, vol. 1, 424 pàgines). Editorial Reverté (“Física teòrica de Levich”)

6.2 WEBGRAFIA

MIT, Cambridge (1960). *Time Dilation; an experiment with mu-mesons...* (1960 Educational Physics). [6/9/2019]

<https://www.youtube.com/watch?v=tbsdrHILfVQ>

García Doncel, Manuel (1989). *El tiempo en la física: de Newton a Einstein*. [article en línia]. Seminari d’Història de les ciències, U.A.B. [23/8/2019]

<https://ddd.uab.cat/pub/enrahonar/0211402Xn15/0211402Xn15p39.pdf>

Alonso, Antonio (1989). *Espacio y tiempo*. [article en línia]. Subsecretaría de Educación Superior e Investigación Científica de la SEP y del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. [8/9/2019]

http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/078/htm/sec_7.htm

Junquera, Javier. *Movimiento relativo* [article en línia]. Universitat de Cantabria [Data de consulta: 10 de setembre de 2019].

https://personales.unican.es/junqueraj/JavierJunquera_files/Fisica-1/4.Movimiento_relativo.pdf

Khan Academy Español (2016). *Transformación galileana y las contradicciones con la luz | Física | Khan Academy en Español*. [Data de consulta: 10 de setembre de 2019].

<https://www.youtube.com/watch?v=44vknqtQ-ek>

Martín Blas, Teresa i Serrano Fernández, Ana. *Movimiento relativo* [article en línea]. Universitat politècnica de Madrid. [Data de consulta: 11 de setembre de 2019].

<http://www2.montes.upm.es/dptos/digfa/cfisica/cinematica/relativotr.htm>

Robles, Adrián (2017). *Relatividad especial, sistemas de referencia y luz contraintuitiva*. NUSGREM. [Data de consulta: 11 de setembre de 2019].

<https://nusgrem.wordpress.com/2017/09/22/relatividad-especial-sistemas-de-referencia-y-luz-contraintuitiva/>

Santaolalla, Javier (2019). *HOY Sí que vas a entender las Leyes de Maxwell*. [Data de consulta: 15 de setembre de 2019].

<https://www.youtube.com/watch?v=Y-XbsWEjyp0>

Gómez, Pedro i González, Esteban (2012). *Las ecuaciones de Maxwell* [article en línea]. El Tamiz. [Data de consulta: 20 de setembre de 2019].

https://eltamiz.com/files/Ecuaciones_Maxwell.pdf

Crespo, Jose Luis (QuantumFracture) (2017). *Las ecuaciones de Maxwell en 5 minutos*. [Data de consulta: 21 de setembre de 2019].

<https://www.youtube.com/watch?v=kx20kG6m-JA>

Crespo, Jose Luis (QuantumFracture) (2017). *Cómo Convertir el Movimiento en Electricidad*. [Data de consulta: 23 de setembre de 2019].

https://www.youtube.com/watch?v=PczKibtd-_c

Fernández, José L. i Coronado, Gregorio. *Fuerza de Lorentz* [article en línea]. Fisicalab. [Data de consulta: 30 de setembre de 2019].

<https://www.fisicalab.com/apartado/ley-de-lorentz#contenidos>

Torregrossa, Ángel (2003). *Una deducción sencilla de las transformades de Lorentz* [article en línea]. [Data de consulta: 3 d'octubre de 2019].

<http://www.relatividad.org/bhole/lorentz.html>

NOVA (2005). *Einstein's big idea* [article en línea]. [Data de consulta: 5 d'octubre de 2019].

<https://www.pbs.org/wgbh/nova/einstein/lrk-hand-emc2expl.html>

Crespo, Jose Luis (2015). *Ciencia express: $E = mc^2$* . [Data de consulta: 6 d'octubre de 2019].

<https://www.youtube.com/watch?v=0Q7Gdig1SKg>

MinutoDeFísica (2014). *$E=mc^2$ está Incompleta*. [Data de consulta: 6 d'octubre de 2019].

<https://www.youtube.com/watch?v=KsgpJAQpcfM>

Cuevas, Juan Carlos (2017). *La teoría de la Relatividad* [article en línea]. Universidad Autónoma de Madrid. [Data de consulta: 6 d'octubre de 2019].

<http://webs.ftmc.uam.es/juancarlos.cuevas/Teaching/notas-Capitulo1.pdf>

Janessen, Bert (2005). *Breve repaso de la Relatividad Especial* [article en línea]. Universidad de Granda. [Data de consulta: 10 d'octubre de 2019].

<https://www.ugr.es/~bjanssen/text/repaso.pdf>

Sánchez Muñoz, José Manuel (2011). "El Álgebra de la Teoría Especial de la Relatividad". *Pensamiento matemático* [article en línea]. Número 1. [10 d'octubre de 2019].

<https://dialnet.unirioja.es › descarga › articulo>

Cervantes-Cota, Jorge L. i Rodríguez-Meza, M.A. (2006). "La teoría de la relatividad: ayer y hoy". *Ciencia ergo sum* [article en línea]. Volum 3 número 3. [Data de consulta: 10 d'octubre de 2019].

<https://dialnet.unirioja.es › descarga › articulo>

Barbero G., J. Fernando (2015). "Einstein, light, space-time and quanta". *ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura* [article en línia]. Volum 191- 775. [Data de consulta: 16 d'octubre de 2019].

https://www.academia.edu/40512973/EINSTEIN_LIGHT_SPACE-TIME_AND_QUANTA_EINSTEIN_LA_LUZ_EL_ESPACIO-TIEMPO_Y_LOS_CUANTOS

Kox, A. J.; Klein, Martin J. I Schulmann, Robert (1997). "The Berlin years: writings, 1914 – 1917". *The collected papers of Albert Einstein* [article en línia]. Document 30. [Data de consulta: 17 d'octubre de 2019].

<https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-doc/>

Gratus, Jonathan (2016). *Special Relativity and Electromagnetism* [article en línia]. Cockcroft Postgraduate Lecture Series. [Data de consulta: 19 d'octubre de 2019].

<https://www.cockcroft.ac.uk/wp-content/uploads/2016/07/SR-FMv3.pdf>

Axani, N. Spencer; Frankiewicz Katarzyna i Conrad, Janet M. (2018). *CosmicWatch: The Desktop Muon Detector Instruction Manual* [article en línia]. Massachusetts Institute of Technology(MIT) i National Center for Nuclear Research (NCBJ). [Data de consulta: 3 de novembre de 2019].

<https://www.seti.net/cosmic-rays/SETIPixel/CosmicWatch-Desktop-Muon-Detector-v2-master/Instructions.pdf>

A. Lopez Virto, R. Vilar (2009 - 2010). *Muon life time Lab* [article en línia]. [Data de consulta: 4 de novembre de 2019].

[personales.unican.es > vilarr > Muonlifetime](http://personales.unican.es/vilarr/Muonlifetime)

Salas, Barradas Francisco (2010). *Rayos cósmicos* [informe en línia]. Editorial MIC.[Data de consulta: 4 de novembre de 2019].

http://www.muncyt.es/stfls/MUNCYT/Publicaciones/rayos_cosmicos_muncyt.pdf

Axani, S. N. Frankiewicz, K. Conrad, J. M. (2018). *The CosmicWatch Desktop Muon Detector: a self-contained, pocket sized particle detector* [article en línia]. Departament of Physics, Massachusetts Institute of Technology. [6 de novembre de 2019].

<https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/121105>

Axani, Spencer (2018). *CosmicWatch -- Part 1: Introduction*. [Data de consulta: 10 de novembre de 2019].

<https://www.youtube.com/watch?v=e4IXzNiNxgU>

Axani, Spencer (2018). *CosmicWatch -- Part 2: mainPCB*. [Data de consulta: 15 de novembre de 2019].

https://www.youtube.com/watch?v=zdVC8EI_Xt8

Axani, Spencer (2018). *CosmicWatch -- Part 3: SiPMPCB*. [Data de consulta: 21 de novembre de 2019].

<https://www.youtube.com/watch?v=yFgin5wlw4I>

Axani, Spencer (2018). *CosmicWatch -- Part 4: TroubleShooting*. [Data de consulta: 26 de novembre de 2019].

<https://www.youtube.com/watch?v=Ck24HGrijBfY>