L’ATZAR EN LES NOSTRES VIDES

Agraïments

M’agradaria agrair la col·laboració de tots aquells i aquelles que m’han ajudat en qualsevol aspecte del treball.

Primer de tot, agraeixo la ajuda al meu tutor.

En segon lloc, agreixo especialment la col·laboració dels meus pares i el meu germà per donar-me suport i ànims en tot el període de realització d’aquest treball.

Agraeixo també especialment l’ajuda del meu amic Franco Aiello, que em va ajudar a l’hora d’entrevistar la gent perquè fessin les primitives i també a fer el recompte de les dades.

Vull agrair també la col·laboració de la meva xicota, Laura Tutó, i del meu amic Sergi Basart, que em van donar la idea d’analitzar el joc de les cubetes.

Per últim també he de donar les gràcies a tota la gent que va realitzar una primitiva col·laborant així en el meu treball.

Índex

0) Introducció

Després de pensar diferents temes per fer el treball de recerca vaig decidir fer-lo sobre l'atzar. Des de petit sempre he tingut molta curiositat per les matemàtiques, per les probabilitats que tenen totes les coses (ja que tot pot ser probable amb més o menys freqüència) i de les múltiples maneres que amb dos simples daus es podien obtenir molts resultats sumant les seves cares.

Tenia clar que tenia que triar un treball que m'agradés, em motivés i que pogués fer alguna activitat pràctica.

L'atzar està molt present en el dia a dia de les nostres vides i ens atrau molt, fins al punt que ens pot arribar a condicionar o dominar de certa manera.

L'immens món del joc pot arribar a ser molt complicat d'analitzar i està ple d'anècdotes i curiositats, el que vull és compartir aquestes coses amb els lectors d'aquest treball.

Objectius:

- Aprendre sobre la probabilitat i l'atzar
- Hi ha alguna mena de perill si fem un mal ús dels jocs d'atzar?
- Analitzar algun joc d'atzar
- Tenen supersticions les persones quan juguen als jocs d'atzar?
- Obtindrem guanys amb algun d'aquests jocs?
- Hi ha nombres a la primitiva que triem més? L'ordre dels nombres afecta a l'hora de fer la tria?

1) L’atzar, present en les nostres vides

En el nostre dia a dia l’atzar ocupa un paper molt important ja que tota la nostra vida està sotmesa al factor o element sorpresa, què és l’atzar.

El caos i el desordre durant molts anys s’han associat amb l’atzar. En els últims anys per això s’ha replantejat i demostrat que l’atzar pot millorar l’eficàcia de la nostra vida, és a dir, crear ordre.

Una frase que he trobat relacionada amb l’atzar és la de Jacques Monod, pioner de la biologia molecular, que va encapçalar el seu famós llibre “*L'atzar i la necessitat*” amb una frase de Demòcrit (filòsof presocràtic): “*Tot el que existeix en el món és fruit de l'atzar i de la necessitat*”.

Podem parlar una mica més del que s’ha dit sobre el fet que l’atzar ha deixat d’associar-se exclusivament amb el caos i desordre. S’ha comprovat que en aproximadament 1/5 part dels descobriments del segle XX hi va intervenir la casualitat, l’imprevist i que és va trobar allò que veritablement no es buscava d’un principi. La viagra i la penicil·lina són dos exemples, la viagra va ser el resultat d’una investigació destinada a regular la hipertensió i la penicil·lina una negligència quan s’investigava sobre la grip.

L’atzar s’interpreta amb la probabilitat, que calcula la possibilitat de que un esdeveniment succeeixi o no. D’aquesta manera es poden obtenir conclusions per a ser més cautelós alhora de triar qualsevol cosa ja que sabrem amb més eficàcia si allò ens convé o no.

Si busquem la definició de probabilitat al Diccionari de l’Institut d’Estudis Catalans (DIEC) ens diu: *“Concepte que permet d’expressar quantitativament el caràcter aleatori d’un esdeveniment o fenomen que hom creu que pot succeir.”*

Apliquem la probabilitat en moltes de les decisions conscients que prenem, com ara:

Quan passem per un pas de zebra, ja que ens assegurem que la probabilitat de xocar amb un automòbil sigui d'allò més petita. Quan comprem loteria, podem comprar-la per diversió, però també entren en el joc factors com ara creure en la possibilitat de guanyar una suma considerable de diners.

La intuïció humana pot condicionar la probabilitat en alguns casos.

Un exemple que vaig trobar i em va semblar interessant és aquest:

Si veiem una fotografia i se'ns pregunta si la bellesa que apareix en ella és una model o una oficinista, existeix molta tendència a pensar que es tracta de la primera, quan són molt més nombroses les oficinistes que les models.

També podem parlar de probabilitat quan ens referim a fets irrepetibles com ara que l'IVA pugi aquest any dos o tres punts per sobre, o que el Barça guanyi la lliga l'any vinent.

El que podem fer és considerar la probabilitat com un nivell de certesa ja que d'aquesta manera com més gran sigui el nivell de certesa d'un esdeveniment, més gran serà la probabilitat que aquest succeeixi.

A vegades tot i reflexionar amb lògica podem arribar a fallar i si juguéssim amb diners, perdre'ls.

Francis Galton va plantejar aquest problema:

- Si llancem tres monedes iguals a l'aire, quina és la probabilitat d'obtenir tres cares o tres creus?

El plantejament és el següent:

Almenys dues de les tres monedes tenen que ser el mateix resultat, ja siguin dues cares o dues creus. La tercera moneda té la mateixa probabilitat de ser cara o creu, per tant, la meitat dels casos serà com les dos monedes anteriors i l'altra meitat diferent. Per tant, la probabilitat de que les tres monedes siguin iguals és de la meitat.

Aquest raonament és erroni i per a detectar aquest error s'ha de fer un llistat de tots els resultats possibles distingint les monedes ja que aquest és l'error de Galton.

Hi ha vuit resultats diferents (CCC, CC+, C+C, +CC, +++, ++C, +C+, C++), on podem observar que només hi ha dos resultats que són iguals (CCC i +++).

La resposta és molt diferent a la anterior ja que la probabilitat de que les tres monedes caiguin del mateix costat és de dos de vuit, que és un quart arrodonint.

L'error d'aquest raonament és degut a que no distingim les monedes entre sí.

2) Història de la probabilitat

2.1) Inicis de la probabilitat

Els conceptes de probabilitat i atzar sempre han estat presents durant el llarg de la història en les ments humanes.

Els assiris, imperi de l'antiguitat situats en l'antiga Mesopotàmia ja utilitzaven un os extret del taló de les ovelles, cérvols o cavalls, anomenat "talus", que tallaven per a que pogués caure en quatre posicions diferents, han estat considerats els precursors dels daus actuals.

Talus de cérvol

En les pintures egípcies també s'observaven imatges de diferents "talus" i taules per al registre de diversos resultats.

Els daus s'han practicat sense interrupcions des de l'Imperi Romà (s. I a.C – s. V.) fins a l'actualitat on encara ocupen un lloc molt important en els jocs d'atzar.

A Europa va ser introduït durant el Renaixement un joc anomenat "*hazard*" que en anglès significa perill. Estudis han explicats que les arrels etimològiques d'aquest terme provenen de l'àrab "*al-azar*" que significa dau.

En l'actualitat, els jocs d'atzar segueixen apassionant i fascinant a la societat.

2.2) L' importància de la probabilitat

La probabilitat va obtenir rellevància sobretot durant el Renaixement, ja que es van estudiar molts jocs d'atzar de l'època sobretot relacionats amb daus i cartes.

Els primers estudis científics es centraven en dos problemes:

- Comptar el número de resultats possibles al llançar un dau vàries vegades

- Distribuir els guanys entre jugadors quan un joc fos interromput abans de finalitzar

Cal dir que abans Richard de Fournival (1200-1250) donà la resposta al primer problema en un poema anomenat "De Vetula", on s'afirmava que amb 3 daus es podien fer un total de 216 camins. També en una objecció de la "Divina Comèdia", que l'any 1477 va fer Benvenuto d'Imola, es pot observar una referència entre les diferents possibilitats que succeeixi un esdeveniment i la freqüència amb la qual s'observa aplicada a diferents daus.

El problema més important relacionat amb els jocs d'atzar per això era com repartir els guanys entre jugadors quan un joc s'interrompia abans d'acabar-se. El primer en interpretar aquest tipus de problema va ser Luca Pacioli (1445-1517) frare franciscà i matemàtic italià, quan l'any 1487 va proposar una solució al problema del repartiment de guanys en el seu llibre *Summa de arithmetica,geometria, proportioni et proportionalità* (suma d'aritmètica, geometria, proporció i proporcionalitat).

La solució que va plantejar Pacioli va ser repartir els guanys en funció dels punts obtinguts de cada equip abans d'acabar el joc, sense tenir en compte el factor atzar, per tant, era una solució errònia.

Posteriorment, Niccolo Tartaglia (1499-1557) i Girolamo Cardano (1501-1776) donarien les seves solucions a problemes semblants, tot i que ambdues errònies.

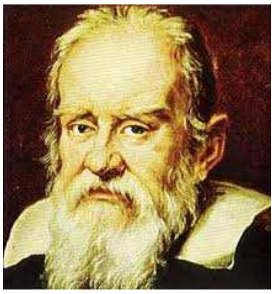

Luca Pacioli


Niccolo Tartaglia


Girolamo Cardano

Girolamo Cardano també va influir molt en l'avenç de la probabilitat. Va escriure el llibre *Liber de ludo aleae* (llibre sobre els jocs d'atzar), que va ser la primera obra important relacionada amb el càlcul de probabilitats en els jocs d'atzar. El llibre feia referència a diversos jocs de daus, cartes i als escacs, on s'incloïen anàlisis matemàtics dels jocs, referències sobre les tècniques més comunes per a realitzar trampes i experiències personals de l'autor degudes a la seva afició cap als jocs d'atzar i escacs.

Cardano ja va parlar d'equiprobabilitat referint-se a les 6 cares d'un dau.

 Galileu Galilei (1564-1642) va ser un dels principals científics del segle XVII i se'l considera un pare de la física i de les matemàtiques.

Va proposar solucions a problemes presentats per els seus precursors respecte al repartiment d'apostes i les tirades de daus.

Galilei en el seu llibre " *Sobre les puntuacions en llançament de daus*" va calcular el nombre de resultats possibles al llançar tres daus. Malgrat que el resultat ja estava descobert (216 camins), ell va arribar al resultat amb el simple càlcul de 6^3=216. En el seu llibre va explicar combinacions de daus més probables que altres i quantes formes diferents hi havia d'obtenir-les.

La primera teoria probabilística la podem assignar a Galileu ja que va fer la teoria que ell mateix anomenaria "*de la mesura d'errors*", que encara s'utilitza en els estudis de la física actual.

Posteriorment, al segle XVII, va sorgir la primera teoria de la probabilitat a causa de la compenetració de dos intel·lectuals francesos: Blaise Pascal (1623-1662) i Pierre de Fermat (1601-1665).

Els dos científics van donar respostes matemàtiques a diversos problemes de forma independent. A part d'això, el gran avenç que atribuïm als dos grans matemàtics francesos és el fet de trobar conclusions a incògnites d'Antoine Gombaud, conegut com a "Cavaller de Méré", sobre el repartiment d'apostes, que anteriorment s'havien donat múltiples resultats erronis.

Els dos intel·lectuals iniciaren els seus estudis a partir de problemes quotidians aparentment senzills. Malgrat que les conclusions que formularen van ser complexes (i prou acceptades des del punt de vista actual), els dos matemàtics van escriure obres que han ajudat molt a l'estudi de la probabilitat.

Poc temps després, a Paris, el matemàtic Christian Huygens (1629-1695) donaria molt de reconeixement al treball probabilístic de Pascal i Fermat.

Huygens escriu un petit treball anomenat *De Ratiociniis in Ludo Aleae* (sobre el raonament dels jocs d'atzar). En aquest treball parlarà del problema del repartiment d'apostes, amb un mètode semblant al que ja havien utilitzat Pascal i Fermat per a resoldre'l. Ell també donaria solucions al problema si juguessin 3 jugadors.

S'ha de dir que Huygens va ser el primer matemàtic que va parlar sobre l'esperança matemàtica, ja que al resoldre el problema d'un joc, s'ha de combinar el que pots arribar a guanyar amb les possibilitats que tens de guanyar el joc. Per tant, introduint aquest concepte, crea la teoria de la decisió.

A partir d'ell, el càlcul de probabilitats no només s'interessarà per els jocs. Més tard l'anglès John Graunt (1620-1675) faria estudis estadístics sobre demografia, principalment per a saber la mitjana d'edat dels habitants de Londres mitjançant l'edat de defunció.

2.3) Problema "Cavaller de Méré"

" Apostar que surti almenys un 6 en llançar 4 vegades un dau és favorable, mentre que l'aposta d'un doble 6 al llançar 24 vegades dos daus és desfavorable, per què?"

Ell va dir que en una tirada la probabilitat que no sortís el número 6 era $\frac{5}{6}$

Per tant, com que totes les tirades són independents entre si, el resultat d'una tirada no afecta a la següent; la probabilitat que en quatre tirades no sortís cap 6 era:

$\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{625}{1296} =$ **0,4822** (Que podem anomenar succés A)

Tot i que la probabilitat de que sortís almenys un 6 seria l'invers d'aquest que seria Ã = 1 – A

$$\mathbf{1 - \frac{625}{1296} = 0{,}5177}$$

Amb llançaments de dos daus passa el mateix s'ha de fer Ã = 1 – A (on A és igual a que no surti cap doble 6 en 24 llançaments)

$$\mathbf{1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0{,}491}$$

D'aquí Pascal va deduir que les probabilitats dels casos eren molt iguals. En el cas d'un dau era millor a apostar per almenys un 6; cada 100 tirades, 52 vegades es guanyaria i 48 es perdria. En canvi amb el cas de dos daus seria més probable que no sortís cap doble sis.

2.4) Problema repartició de guanys

Aquest és un dels problemes de probabilitat més antics.
"Dos jugadors juguen a un joc en què per cada partida guanyada s'obté 1 punt. El primer que arriba a 6 punts s'emporta el premi (22 ducats). El joc s'interromp quan A té 5 punts i B en té 3. Com es reparteix el premi de manera justa?

- Diferents solucions -

1) Luca Pacioli: Va proposar de repartir el premi de manera proporcional als punts guanyats, és a dir, 5 a 3.
2) Tartaglia: Creia que s'havia de repartir el premi de manera proporcional als punts d'avantatge, o sigui, 2 a 1.
3) Pascal i Fermat: Van proposar mitjançant un argument de probabilitat, 7 a 1.

Argument Pascal i Fermat: *A (que té 5 punts)* s'emportaria el premi si guanyés la partida següent (1/2), o si perdés la següent i guanyés l'altra (1/4), o bé si perdés les dues següents i guanyés l'altra (1/8); *A* té una probabilitat de guanyar de 7/8 i *B* d'1/8.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

2.5) Pierre Simon Laplace

Un dels personatges més importants de la probabilitat és Pierre Simon Laplace (1749-1827), quan amb la seva obra *Théorie Analytique des Probabilités* (teoria analítica de les probabilitats) va formalitzar la teoria clàssica de la probabilitat.

Laplace va crear una llei anomenada "llei de Laplace", que encara és molt útil en l'actualitat:

Si realitzem un experiment aleatori on hi ha *n* successos elementals (tots els elements que formen part de l'espai mostral), tots igual de probables (equiprobables), per tant, si A és un succés, la probabilitat de que passi A, P (A) és:

$$\mathbf{P\ (A) = \frac{nombre\ de\ casos\ favorables\ A}{nombre\ de\ casos\ possibles}}$$

P (A) és dividir el nombre de casos favorables entre el nombre dels possibles.

.

Exemple 1.

Calcular la probabilitat de que al tirar un dau al aire, surti un nombre parell.

- Casos possibles, espai mostral: 1, 2, 3, 4, 5, 6

- Casos favorables: 2, 4, 6

$$\text{P (parell): } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Exemple 2.

Calcular la probabilitat de que al llançar dues monedes a l'aire surtin dues cares.

- Casos possibles, espai mostral: C (cara) o + (creu), per tant: CC, C+, +C, ++

- Casos favorables: 1 (CC)

$$\text{P (dues cares): } \frac{1}{4}$$

La llei de Laplace s'ha considerat la definició clàssica de probabilitat però també hi ha la definició axiomàtica.

2.6) Definició axiomàtica

La definició axiomàtica diu:

La probabilitat P d'un succés A, escrita com a P(A), es defineix segons un espai mostral Ω (que el formen tots els successos elementals) de manera que la probabilitat verifiqui els tres axiomes de Kolmogórov".

- 1 axioma

La probabilitat d'un succés A és un nombre real major o igual que 0.

$$P(A) \geq 0$$

- 2 axioma

La probabilitat del total, Ω (espai mostral), és igual a 1, és a dir:

$$P(\Omega) = 1$$

- 3 axioma

Si agafem dos successos A i B que no tinguin elements en comú. Llavors:

P (A U B) = elements que formen part de A o B dividit per el nombre total d'elements que

Això és = (nombre elements A + nombre elements B) dividit per el nombre total d'elements

= p (A) + p (B)

Si A i B no tenen elements en comú, això ens vol dir que el nombre d'elements de la unió és la suma dels seus elements A i B per separat.

Exemple 1.

Si en una urna hi ha 20 boles de les quals 8 són vermelles, 7 verdes i 5 grogues. Quina serà la probabilitat de que al treure una bola a l'atzar aquesta sigui vermella, verda o groga?

A- Que sigui vermella serà igual a $\mathbf{\frac{8}{20}}$ ***B***- Que sigui verda serà igual $\mathbf{\frac{7}{20}}$

C- Que sigui groga serà igual a $\mathbf{\frac{5}{20}}$

Axioma 1 és correcte perquè qualsevol probabilitat dóna valors $\geq$ 0.

Axioma 2 és correcte perquè la suma de les diferents probabilitats és 1.

$$\frac{8}{20} + \frac{7}{20} + \frac{5}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

Axioma 3 és correcte perquè si agafem B i C:

p (B) + p (C) = $\frac{7}{20} + \frac{5}{20} = \frac{12}{20}$ P (B U C) = $\dfrac{\frac{7}{20} + \frac{5}{20}}{\frac{20}{20}} = \frac{12}{20}$

A partir d'aquí els matemàtics posteriors van continuar estudiant la probabilitat i fent teories basant-se en els seus precursors. Com ara la teoria de la mesura dels errors iniciada per Galileo Galilei, que va ser continuada per Ticho Brahe i Daniel Bernoulli.

A vegades la combinatòria ens pot ser molt útil al calcular successos favorables, especialment si hi ha un gran nombre de successos.

3) Conceptes de probabilitat

3.1) Tipus d'experiments

Primer de tot cal distingir els diferents experiments que ens podem trobar.

- Experiments deterministes: Si al realitzar un experiment en unes determinades condicions vàries vegades i s'obté el mateix resultat, parlarem d'un experiment determinista. Podem dir per tant que en els experiments deterministes els resultats es poden saber abans de ser realitzats.

Exemples: L’ebullició de l’aigua a 100ºC, la velocitat d’un cotxe.

- Experiments aleatoris: Com diu el nom són experiments amb un grau d’aleatorietat, que és el que denominem com el factor atzar perquè fent un experiment amb les mateixes condicions, no s’obtindran resultats iguals sempre.

Exemples: Llançament d’un dau, d’una moneda o extraccions de cartes en una baralla.

Els experiments deterministes solen ser més exactes que els aleatoris ja que els aleatoris tenen un punt d’incertesa que és el que podem denominar atzar.

3.2) Conceptes dels experiments aleatoris

Cal explicar alguns conceptes més relacionats amb els experiments aleatoris.

- **Espai mostral (Ω):** És el conjunt de tots els successos elementals, també es pot anomenar *univers*.

Exemples: d’una baralla de cartes (totes les cartes que formin la baralla), d’un dau de 6 cares (1, 2, 3, 4, 5, 6)

Un succés és qualsevol subconjunt de l’espai mostral.

- **Succés elemental**: Denominarem succés elemental a cadascun dels possibles resultats d’un experiment aleatori. Els successos elementals son excloents entre ells.

Exemple: Si tirem un dau els diferents successos elementals són: (1), (2), (3), (4), (5), (6)

- **Succés impossible (Ø):** Denominarem succés impossible a qualsevol resultat impossible en un experiment aleatori.

Exemple: Si tirem un dau que surti el nombre (7).

- **Succés segur:** Denominarem succés segur al que passa sempre, és a dir, el propi de l’espai mostral.

Exemple: En el cas d’un dau de 6 cares un succés segur seria que sortís el nombre (5).

- **Succés incompatible:** Si parlem de dos successos A i B, són incompatibles quan no tenen cap element en comú.

Exemple: Si tirem un dau, si A consisteix en treure un número par i B en treure un número senar, A i B són incompatibles.

- **Succés independent:** Si parlem de dos successos A i B, seran independents si la probabilitat de que succeeixi A no es veu afecta perquè a B hagi succeït o no.

Exemple: Si llancem dos daus els resultats obtinguts seran independents.

- **Succés dependent:** Si parlem de dos successos A i B, seran dependents si la probabilitat de que succeeixi A està afectada perquè a B hagi succeït o no.

Exemple: Si extraiem dues cartes d'una baralla sense reposició (és a dir que quan traiem la primera carta ja no la podem tornar a treure, queda descartada).

Si pensem en una baralla francesa de 52 cartes formada per 4 pals (cors, diamants, trèvols i piques) si quan extraiem la primera carta obtenim un 3 de cors, la probabilitat de que a la segona carta surti un altra cor és menor a que surti qualsevol dels altres 3 pals.

Probabilitat 3 de cors a la primera carta: $\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{52}}$

Per tant, quan extraiem la segona carta la probabilitat que surti qualsevol altra cor és menor que els altres pals perquè:

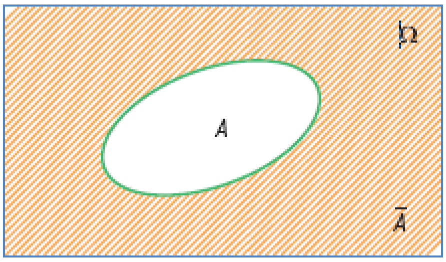
La probabilitat d'extreure qualsevol carta del pal cor menys el 3 ja extret és: $\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{51}}$

mentre que la probabilitat de treure una carta que no sigui del pal cor a la segona extracció és de: $\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{51}}$

3.3) Operacions amb successos

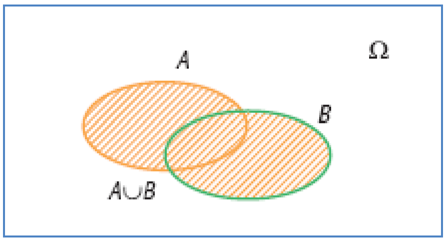
- Donat el succés A, es defineix el *succés complementari o contrari de A* el succés format per tots els elements de Ω que no pertanyen a A.

S'escriu Ã i es verifica quan no es verifica A.

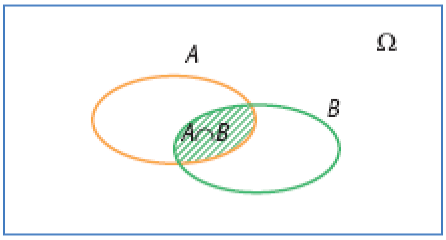


- Donats dos successos A i B, s'anomena *succés unió* el succés que es verifica quan es verifica A o es verifica B.

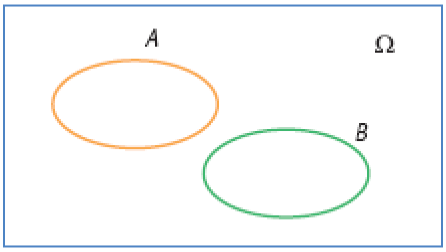
El designem per A ∪ B.



- Donats dos successos A i B, s'anomena *succés intersecció* el succés que es verifica quan es verifica A i es verifica B a la vegada.
El designem per A ∩ B

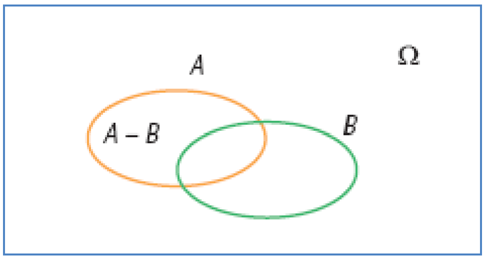


- Si A ∩ B = Ø Direm que els successos A i B són *incompatibles*. No es poden verificar els dos successos a la vegada.



- Donats dos successos A i B, es defineix succés diferència com el succés que es verifica quan es verifica A i no es verifica B.

Es representa A – B



3.4) Teoria dels grans nombres

Si parlem sobre probabilitat, ens referim a teoria dels grans nombres quan s'ajunten varis teoremes que descriuen el comportament del promig d'una successió de variables aleatòries a mesura que el seu número de experiments augmenta.

Jakob Bernoulli (1654-1705) va veure que les freqüències observades en els seus experiments s'anaven apropant cada cop més a la probabilitat exacta o més realista a mesura que augmentava el nombre de repeticions de l'experiment. Per a demostrar-ho tenia que trobar una prova científica.

“Quan el nombre de proves tendeix a infinit, la freqüència relativa tendeix a la probabilitat teòrica (p)”.

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{f}{n} \right) = \mathrm{p}$$

Bernoulli va argumentar que la certesa absoluta, (probabilitat 1, és a dir, succeeix sempre) era impossible d’aconseguir. D’aquesta manera el matemàtic va introduir la idea de “certesa moral”: per a que un resultat fos moralment cert, tenia que tenir una probabilitat com a mínim del 0,999, mentre que un resultat amb una probabilitat de 0,001 ho consideraria “moralment impossible”.

L’exemple que ell va proposar va ser col·locar en una urna 30.000 boles blanques i 20.000 negres i extreure boles d’una en una per a determinar la proporció entre boles blanques i negres, treien una cada cop, anotant el resultat (èxit si era de color blanc, fracàs si era negra) i re introduir-la a l’urna.

Exemple.

Al llançar els daus és molt poc probable o bàsicament poc creïble que s’obtinguin en 1200 llançaments 200 cares de 1, 2, 3, 4, 5 i 6.

Com més vegades tirem un dau, (i si el dau no està trucat), la freqüència de cada cara s’ajustarà cada cop més a la probabilitat teòrica de 0,16666.

4) Freqüències

En tot experiment aleatori, existeix la possibilitat de comptabilitzar els resultats, si volem fer un estudi d'una sèrie d'experiments hem de fer referència a les freqüències que serveixen per a comptabilitzar diferents *n* esdeveniments i expressar quants cops es repeteixen cadascun d'ells, les freqüències són paràmetres estadístics.

- Freqüència absoluta: Denominarem freqüència absoluta al número de vegades que apareix-hi un determinat valor en l'estudi d'un experiment.

- Freqüència relativa: Denominarem freqüència relativa al quocient entre la freqüència absoluta d'un determinat valor i el nombre total de dades.

5) L'estadística

L'estadística va néixer per a precisar quantitativament les riqueses de l'estat. Els primers interessats en l'àmbit van ser els xinesos quan l'emperador Yao l'any 2238 aC va fer que es fes un cens general de la població.

Apart dels xinesos els egipcis també feien cens de població, d'or i pedres precioses, de bestiar...

També a les cròniques de la Bíblia s'hi poden trobar procediments estadístics.

Posteriorment, els grecs i els romans seguirien els seus antecessors i farien cens molt detallats per a conèixer qualsevol petit detall del que passés dintre les seves fronteres.

En el Renaixement, cal destacar Espanya ja que degut a les condicions econòmiques del país (enriquiment per el descobriment i colonització d'Amèrica) va fer molts estudis i avenços relacionats amb l'àmbit.

Pascal i Fermat a partir de la teoria de la probabilitat utilitzarien l'estadística per a poder realitzar seguiments exhaustius dels seus experiments. Per tant, l'estadística permet estudiar les diferents probabilitats obtingudes en diversos experiments.

A partir del segle XX es va crear una nova estadística anomenada *moderna*, un dels factors determinants va ser l'aparició i la popularització d'ordinadors. Amb la velocitat que oferien els ordinadors és podien fer estudis de moltes dades en poc temps.

6) Els jocs d'atzar

6.1) Què són?

Els jocs d'atzar són tots aquells jocs en els quals la possibilitat de guanyar no depèn solament de l'habilitat del jugador sinó també de l'atzar, és a dir, la sort.

Els premis estaran condicionats per la probabilitat estadística de guanyar. La majoria de cops, com menors siguin les probabilitats d'obtenir la combinació guanyadora correcta major serà el premi.

6.2) Loteries

La Primitiva:

És un joc d'apostes que organitza l'Estat que consisteix en escollir 6 nombres de l'1 al 49.

L'import d'una aposta és d'un euro i els guanys dels premis són el 55% de la recaptació obtinguda de totes les apostes.

Amb el premi que es pot guanyar una quantitat important de diners és amb el de primera categoria, que és si s'encerten els 6 números de la combinació guanyadora.

La gent juga molt a la primitiva amb l'esperança de guanyar el premi de primera categoria tot i que molts no són conscients poder de la dificultat de guanyar aquest premi.

La combinatòria ens pot ajudar a fer-nos l'idea de la mínima per no dir nul·la possibilitat que tenim de guanyar el premi si comprem una aposta.

Com hi ha 49 números (de l'1 al 49) i només podem triar 6 hi haurà 49 elements (els 49 números) i el que volem és saber les maneres que hi ha d'ordenar 6 nombres d'aquests 49.

L'ordre d'elecció de nombres és indiferent ja que és el mateix [1, 2, 3, 4, 5, 6] que [1, 3, 2, 4, 6, 5] però un cop seleccionat un nombre no es pot tornar a triar, per tant ens trobem davant d'un cas de combinacions sense repetició.

$$\mathbf{C}_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$_{n}$= nombre total d'elements $_{x}$= nombre d'elements d'un grup

Per a saber les combinacions de 49 nombres agafats de 6 en 6: Serà 49**C**6

$$\frac{49!}{(49-6)!\,6!} = 13.983.816$$

La probabilitat d'encertar el premi de primera categoria si comprem una aposta d'un 1€ és de:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{13983816}} = \mathbf{0{,}00000007}$$

Qualsevol persona que observés aquest càlculs i és parés a pensar veuria que la primitiva, com la majoria de jocs d'apostes o loteries, ens faran perdre diners.

El problema principal és que aquesta probabilitat no se sap interpretar, perquè es comprenen molt més probabilitats d'un $\frac{1}{2}$ com el cas del llançament d'una moneda o $\frac{1}{6}$ en el cas del llançament d'un dau, ja que aquestes probabilitats les podem associar ràpidament a experiències quotidianes.

Euromillones

L’euromillones és un joc d’apostes semblant a la Primitiva ja que s’han de seleccionar números però aquest en cada aposta s’han de seleccionar 5 números d’una taula de 50 números (que van del número 1 al 50) i també apart seleccionar dues estrelles d’una taula d’onze números(de l’1 al 11).

En aquest joc cada aposta val 2 euros i per als premis es destina el 50% de la recaptació obtinguda de les diferents apostes.

El premi de primera categoria és molt més elevat que el de la Primitiva ja que pot arribar fins a 30.000.000 €

Davant d’una xifra tant elevada de diners la gent estarà disposada a apostar dos euros perquè amb comparació al que es pot guanyar troben que està molt bé el preu de l’aposta.

Anem a veure la probabilitat d’encertar els 5 nombres dels 50 i les dues estrelles de la taula dels onze números.

Com en la primitiva ens trobem davant de combinacions sense repetició.

Fent servir el mateix raonament que en la Primitiva els càlculs són: (50 **C** 5) x (11 **C** 2)

$$\frac{50! \text{ X } 11!}{(50-5)!\ 5!\ (11-2)!\ 2!} = 116.531.800$$

Si comprem una aposta, la probabilitat de que ens toqui és molt més petita que en el cas de la Primitiva que ja ho era per tant associar la probabilitat aquí és una tasca d’allò més difícil.

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{116531800}} = \mathbf{0{,}000000008}$$

6.3) Ruleta

La ruleta és un joc d'atzar típic dels casinos. La paraula “ruleta” prové del francès *roulette*, que significa roda petita. Alguns creuen que Blaise Pascal va ser l’inventor de la ruleta, d’altres senyalen que el seu origen va ser a la Xina i que els intercanvis comercials haurien portat la ruleta a Europa.

Existeixen dos tipus de ruletes, l’Americana i l’Europea; hi ha una diferència entre elles, la ruleta americana té dos números favorables per a la casa (que és el casino), que són el zero i doble zero (0, 00) i la ruleta europea només en té un, el zero (0).

En la ruleta europea hi ha 37 caselles on els números van del 0 al 36. Hi ha 18 números vermells i els altres negres, per tant les proporcions són iguals.

6.3.1) Sistemes per a guanyar als casinos?

Un dels sistemes més coneguts per a guanyar diners a la ruleta és el **sistema Pivot**.

Aquest sistema consisteix en apostar a l’últim número que es repeteixi en una successió de *n* llançaments. Les 36 apostes següents es realitzaran apostant exclusivament al número seleccionat, si el número triat torna a sortir abans de 36 llançaments, es guanyarà una quantitat de diners i es suspendrà l’aposta. Segons aquesta tècnica, quan un número es repeteix té tendència a tornar-se a repetir

Exemple.

Observar una taula fins que es repeteixi un número.

3, 14, 2, 0, 33, 3, 14

En aquest cas s’hauria de seleccionar el 14 i apostar a aquell número 36 vegades consecutives o fins que surti el número 14 un altra cop.

D’aquesta manera s’obtindran guanys.

Martingala

Aquest sistema consisteix en apostar vàries vegades a vermell o negre i doblar la aposta cada tirada. Si seleccionem apostar a vermell, apostarem sempre a vermell fins que surti vermell, guanyarem i tornarem a començar l'aposta per a guanyar més diners. La quantitat que guanyaràs, serà la primera que has apostat.

Exemple, comencem apostant 1 a vermell.

1 tirada → negre → perdem 1

2 tirada → negre → perdem 2

3 tirada → negre → perdem 4

4 tirada → negre → perdem 8

5 tirada → negre → perdem 16

6 tirada → vermell → guanyem 32 – (16+8+4+2+1) que són els que portàvem perdent anteriorment, per tant guanyem 1, que és l'aposta inicial.

Els dos sistemes explicats no són eficaços.

En el sistema Pivot si es fa la prova en una ruleta per Internet (gratuïta), podem observar que no sempre tornarà a sortir el número seleccionat.

Cas 1 (seleccionant el número 15): 21, 13, 30, 15 (guanyem a la 4 tirada)

Cas 2 (seleccionant el número 25): 35, 8, 7, 29, 28, 27, 34, 26, 1, 27, 17, 34, 28, 32, 15, 23, 2, 27, 14, 12, 20, 26, 23, 1, 17, 30, 5, 8, 11, 29. 31, 24, 20, 12, 23, 8 (és perd a la 36 tirada)

Cas 3 (seleccionant el número 2): 12, 13, 1, 5, 29, 3, 19, 1, 25, 21, 7, 22, 9, 4, 14, 12, 6, 32, 16, 23, 28, 29, 15, 14, 13, 21, 24, 16, 34, 36, 25, 17, 9, 10, 3, 22 (és perd a la 36 tirada)

De tres casos analitzats, en dos perdem i només guanyem en un a la 2 tirada, per tant, no és eficaç aquest sistema perquè hi haurà vegades que guanyarem per atzar i d'altres no. Si poséssim en pràctica aquest sistema moltes més vegades al final acabaríem perdent molts diners.

Si parlem de martingala o de qualsevol mètode que es fonamenti en doblar l'aposta encara són pitjors, el fet de que hi hagi 18 números de color vermell i 18 de color negre no significa que hi hagi 50% de probabilitat de guanyar com pot pensar la gent.

Si apostem a color vermell consecutivament amb l'idea de 50% de possibilitats anem equivocats.

Al apostar tenim una probabilitat de $\frac{18}{37}$ ja que la casella verda o número 0 és del casino i per tant tindrem menys possibilitats que ells, ja que ens enfrontem a $\frac{19}{37}$

Aquest 2,7% pot semblar poc, però en probabilitats és el que farà que a la llarga cada 37 tirades guanyi directament el casino sense possibilitat de guanyar ja sigui amb color vermell o negre.

El que cal tenir més en compte si es vol jugar a la ruleta és:

- Els casinos disposen de capital il·limitat i els jugadors no
- Els casinos poden posar un capital màxim possible per als jugadors

El concepte de martingala va ser introduït per Paul Lévy (1886-1971) un matemàtic francès durant els anys quaranta. Volia demostrar que totes les estratègies d'apostes no tenien sempre èxit.

6.3.2) La família Pelayo

Si es vol parlar de la ruleta, hem de tenir presents la família Pelayo, ja que aquesta família durant la dècada dels 90 va guanyar milions i milions de diners a diferents casinos d'arreu del món.

Van formular un mètode basat en l'observació de múltiples llançaments. Volien analitzar si les ruletes tenien algun defecte i si d'aquesta manera algun número sortia amb més proporció dels altres.

Per defecte, un número tenia que tenir la probabilitat de $\frac{1}{37}$ = 2,7% i com a molt un 5% que seria un mica menys de $\frac{2}{37}$

Si algun número superava aquestes probabilitats en l'observació de molts llançaments apostaven cegament al número perquè sabien que guanyarien.

7) Supersticions

7.1) Definició i exemples

Podem definir que una superstició és una creença basada en afirmar que un determinat fenomen o esdeveniment té més probabilitat que un altra sense cap mena de raonament o prova científica.

La vida està plena de supersticions que acompanyen dia a dia a la societat, en els jocs d'atzar en podem trobar moltes.

Exemple.

Si tirem un dau quatre vegades seguides i ens surt: (4 4 4 4), si tirem un cinquè cop el dau.

És més probable que surti 4 o les altres cares (1, 2, 3, 5, 6) ?

Algunes persones contestarien la pregunta amb un si contundent, ja que pensarien que com a sortit 4 4 4 4 és més probable que surti un altre 4 que no pas cap altra cara, quan en veritat, com les probabilitats d'un dau són equiprobables hi ha la mateixa probabilitat que surti 1, 2, 3, 4, 5, 6 a la cinquena tirada.

Exemple 2.

Si tirem una moneda i consecutivament surten 5 cares (C C C C C) si tirem un 6è cop la moneda, és més probable treure creu o cara?

Un podria pensar que com ja han sortit 5 cares consecutivament, treure C el 6è cop seria igual a $\left(\frac{1}{2}\right)^{6} = 0{,}0015625 = \frac{1}{64}$

Només una vegada cada 64 sortiria cara, amb aquest raonament qualsevol persona apostaria per una creu. Si algú pensa això s'està equivocant ja que està donant memòria a la moneda, quan es tira una moneda sempre hi ha $\frac{1}{2}$ de probabilitat de ser cara o creu, la probabilitat no està condicionada per els experiments realitzats anteriorment.

Exemple 3.

En la loteria, hi ha gent que pensa que és més probable un número acabat en 11 que en 00, d'altres que no compren números acabats amb 33, d'altres que no volen números petits...

Totes aquestes coses són supersticions que en un moment o altre tots hem tingut, en el cas de la loteria, pensem en la ONCE:

Hi ha 100.000 números que van del (0 0 0 0 0) al (9 9 9 9 9) i tots els números tenen la mateixa probabilitat, és a dir, tots són iguals.

Si anéssim a comprar un número i ens oferissin dos: (3 3 4 5 8) o (0 0 9 0 9) hi ha molta gent que triaria el 3 3 4 5 8 perquè des de sempre els números petits estan mal considerats, i es diu que aquests són els que no toquen.

7.2) Entrevista

Per a saber alguna anècdota més sobre les supersticions que poden tenir els ciutadans, he fet una entrevista a un amic que es dedica a vendre loteria i viu dia a dia les supersticions de la gent,l'Ivan Barceló.

1) **Ara que ha sigut època de Nadal i la gent sol gastar més del normal amb la loteria, podries dir la mitjana de demanda de dècims i la mitjana de diners que és gasta la gent aproximadament en aquestes dates?**

La mitjana podríem dir que oscil·la entre 60€ i 200€, ja se que és un ampli marge d'error però val a dir que hi ha diferents tipus de compradors: Aquells que compren un cop l'any i que no volen gastar gaire, i d'altres, aquells que durant l'any ja compren i que per Nadal veuen la necessitat de comprar allà on generalment és habitual d'anar. Ja sigui: llibreries, estancs, benzineres, entitats esportives....

2) **Actualment estem en una crisi econòmica que afecta a tots els ciutadans, a disminuït la demanda d'alguna loteria? Alguna ha incrementat? O creus que la gent gasta més a causa de la crisi per provar la sort?**

Sens dubte, és obvi que la crisi ha fet èmfasi en tema jocs d'atzar, perquè és lògic i normal que si el públic (majoritàriament obrer) té poc capital, el poc que tingui el destinarà a necessitats bàsiques com ara: electricitat, aigua, menjar. En cas d'haver-hi un excedent de capital, és quan aleshores en farà ús per a l'oci. Per tant, el públic ha notat la crisi i en conseqüència ha baixat el nivell de vendes de tots els tipus de jocs d'atzar ja que aquesta crisi s'ha fet extensiva a tots els àmbits. Com a exemple d'això, altres anys era famosa la "Plaza del Sol" de Madrid que fins ben entrada la nit hi havia cues per comprar loteria i aquesta any... O inclús dins les vostres famílies, que heu destinat aquest any en tema jocs d'atzar...

Hi ha una pregunta que sempre hauríem de fer als nostres clients i que el públic de vegades no veu: "Cap a on es destinen els vostres ingressos de la nòmina?". Si contesteu aquesta pregunta obtindreu la vostre resposta, hauria de ser que és més essencial dur el menjar a una llar que "provar la sort" en qualsevol joc d'atzar, i això hi ha persones que a vegades no ho veuen.

3)Quin sector de la població gasta més en loteria normalment? (gent gran, jovent, mitjana edat)

En aquest cas la resposta serà més breu perquè hi ha diferents factors que intervenen en aquesta pregunta: 1- Qui té menys despeses? Qui disposa de més diners? i sense allargar més, la resposta és la gent gran. Bàsicament, perquè "quasi" ja no té tantes despeses econòmiques i perquè per poc que puguin i com bé diuen ells/es: "- Tot sigui per ajudar als fills o als néts que es troben necessitats -". Clar que aquí també entra una part de la gent jove, perquè aquesta pot jugar una suma considerable degut a que s'agrupen i formen el que s'anomena "PENYA". Aquesta permet tenir més probabilitats d'encert i no deixen de jugar una suma menor (significativa) i que alhora d'obtenir el premi, aquest es reparteix entre els components d'aquesta.

4)Crec que a vegades la gent té supersticions, en notes alguna en els teus clients habituals? Prefereixen els números pars que senars? Tenen tendència a agafar butlletins que acabin amb el 7, 3 o 5 que són números que molta gent té com a preferits? Tenen una combinació de la primitiva que mai canvien? Alguns porten objectes per tenir sort a l'hora de comprar loteria?

Tal i com es diria : "- Con la Iglesia hemos topado -"

Doncs bé, tema supersticions es pot trobar de tot: la data de naixement de l'Elvis, la visita del Papa a Barcelona, el naixement d'un familiar,la data de casament, etc.

Parlem sobre la temàtica dels números "preferits".

Serien: el "13" per la seva possible "mala sort", el "69" sense comentaris, el "666" per la seva conjunció al diable, el "15" l'anomena't "Niña Bonita", el "25" degut al dia de naixement del nen Jesús.

Que els números siguin cap i cua, que no hi hagi cap número repetit, que no siguin números baixos ex: 00025 o 00851, i a l'inversa, que no siguin números alts ex: 88.951 o 75.352. També hi ha aquella persona, que sempre ha vist com el seu avi/pare/familiar validava la mateixa aposta o adquiria el mateix número de loteria i sigui per l'enyorança, per mantenir viu el record o per "- i si resulta que ara que no el compro toca? -" ja que són combinacions o números que han vist durant molts anys i que sense voler, han quedat gravats a la seva memòria, motiu pel qual (inconscientment) cada vegada que visualitzaven algun d'aquests tipus de joc d'atzar els condueix a mirar els resultats per tal d'esbrinar si el seu familiar havia sigut premiat per algun d'aquests. Arribant a donar-se el cas que durant més de 20 anys, o més, en una família s'hagi estat jugant a un número de loteria o a una combinació de jocs d'atzar, però aquí és quan ja entrem en un gran interrogant: que farien vostès si durant més de 10 anys haguessin vist dia a dia un número, una combinació ... i sabessin que el fet d'obtenir el premi major d'aquesta podria donar com a resultat la "felicitat absoluta" de tota la seva família fent que els mals de cap ocasionats per: hipoteques, deutes, préstecs, etc... Quedessin tot d'una esborrats i es comencés de nou una nova vida rica i copiosa, o si més no, sense el fet d'haver de patir de no arribar a fi de mes.

He posat entre cometes “felicitat absoluta” perquè s’ha donat el cas (he sigut testimoni) d’una família que al moment d’obtenir un premi de gran categoria, quedar tota ella desavinguda i amb l’afegit d’haver quedat amb la més absoluta ruïna. Si, això és possible, perquè amb els diners, si no es vigila, tal i com venen se’n van, una frase que es diu molt, però que mai és escoltada amb la deguda atenció).

Amulets o objectes, és un altre tema el qual pot desencadenar amb un cens infinit d’objectes: pota de conill, sabates de naixement, monedes, un cub on hi ha resultats, un símbol, el famós “trèvol” , el “Sant Pancraci”, el farratge dels cavalls “l’herradura de la suerte” , posar julivert al Sant, o també una espelma, l’ “olla de la Sort”, un gat negre, la “Bruixa d’Or” (del qual mai fins ara ha obtingut cap premi de categoria superior).

No ens enganyem, la sort és molt capritxosa i a vegades no per anar, fer, dir, posar, treure, resar, ser bruixots, bruixes, gats, conills, olles, se’ns assegurarà d’obtenir un premi i tampoc pel fet de comprar més o menys tindràs més o menys sort. Podràs augmentar les probabilitats però no la sort, perquè aquest tal i com diuen “- no és pel qui la busca, és pel qui la troba -“ i motiu puc donar que he vist que amb un euro he repartit més de 60.000€.

5)Quan algú sol guanyar un premi, normalment el retorn del preu del butlletí o algun premi més gran, compren loteria al mateix moment o se’n van de la botiga sense gastar els diners guanyats?

Tot depèn del premi, si és el retorn ho reinverteixen quasi sempre, si és superior es queden pensatius i decideixen si cobrar i ja tornaran o bé, si tornen a jugar. Davant d’aquesta situació solen haver-hi 3 plantejaments: 1- Aquells que diuen que els diners d’un premi no es poden reinvertir i, per tant, se’ls guarden i tornen a jugar amb els diners que tenien destinats per a realitzar el joc en qüestió; 2- Aquells que gasten tota l’ inversió que els hi ha tocat (sempre que no sigui de categoria superior o més de 300€; 3- les “penyes” que solen repartir els diners i invertir una petita part.

6)Quan la gent fa una primitiva, prefereixen triar els 6 números a l'atzar o perquè vulguin uns en concret o et demanen que la màquina els seleccioni?

Hi ha de varis "gustos": Els que sempre trien dates i repeteixen la mateixa combinació, per tant la trien ells; Els que miren les estadístiques i ho seleccionen tot molt acuradament; Els qui alternen números a l'atzar (triats per l'ordinador) i els seus números de cada setmana i els qui no volen complicacions i prefereixen els números triats a l'atzar, així si algun dia no la poden fer no passa res o també trien l'ordinador perquè diuen que d'aquesta manera l'atzar triarà per ells la combinació guanyadora.

En conclusió: qui no voldria provar el simple canvi d'un euro per un milió?

Cal dir que bona part dels ingressos i guanys estan destinats a accions humanitàries, benèfiques, subsistència del país, ajudes per a la gent gran.... O sigui, que podem dir que sempre toca: - Al guanyador EL PREMI, - Al perdedor li "toca" pagar altre cop i - aquells que reben una ajuda reben un premi no tant bo. Ara bé, sempre s'ha de tenir el cap centrat per no arribar a tenir una malaltia envers aquest tipus de joc, com pot ser la ludopatia. El que s'ha de fer és jugar a l'atzar però no abusar-ne, ja que sinó ens pot causar molts problemes.

8) Què pot passar si fem un mal ús dels jocs d'atzar

8.1) El joc i les persones

Per a la majoria de persones el joc d'atzar és un entreteniment i una experiència positiva.

Els jocs d'atzar abarquen molt tipus de jocs: tota mena de loteries, jocs de casino, bingo, la borsa, les quinieles, "tragaperras", jocs per internet, partides de cartes...

Si juguem a un joc apostant diners o alguna cosa de valor sense conèixer els resultats de l'aposta, formarem part d'un joc d'atzar.

Els jocs han estat amb nosaltres des de sempre i són activitats recreatives. Podem dir que els jocs són saludables si la persona que juga:

1) té consciència de les probabilitats de guanyar o perdre
2) Aposta quantitats moderades de diners

Hi ha persones que perden el control en els jocs, llavors els jocs passen de ser un entreteniment a una necessitat.

Aquest descontrol pot afectar a qualsevol persona, de qualsevol edat, gènere, origen i situació socioeconòmica. Els trets poden ser els següents:

1) Durant un període de temps continuat es perd el control sobre el joc
2) Apostar més i quantitats molt més elevades
3) Alteracions de conducta
4) Preocupació per a poder jugar, d'aquesta manera es podran obtenir diners i seguir jugant

Aquest trastorn pot arribar a ser un problema de salut important. L'OMS (Organització Mundial de la Salut) l'any 1980 va anomenar aquest trastorn amb el nom de ludopatia, que prové del llatí "ludus", joc, i del grec "patia" que significa malaltia, passió.

El problema que tenen els jocs d'atzar és que són de fàcil accés per a tothom. Ara més, quan els jocs d'atzar a Internet estan agafant molta representació, i cada cop són més populars.

Un estudi realitzat a Catalunya demostra que les persones addictes al joc tenen més dependència de l'alcohol (80,2%) i altres substàncies (25%), davant un 9% dels no jugadors o jugadors no problemàtics. Apart d'això, s'ha observat que l'estat d'ànim de les persones pot afectar a ser més addictes o no al joc.

8.2) Pensaments que poden influir a crear addicció

Hi ha pensaments que poden increment el risc de jugar més del que podem arribar a pensar:

- Aquesta vegada les coses seran diferents, la sort m'acompanyarà
- Ningú sabrà que he apostat
- Si jugo recuperaré el que he perdut fins ara
- Necessito una mica d'emoció en la meva vida
- Només necessito una victòria per aconseguir les coses que mereixo

8.3) Tractament

A vegades quan una persona és addicta no ho vol admetre i no busquen ni volen ajuda de professionals.

Els que decideixen prendre mesures per a frenar la seva addicció han d'aprendre a deixar el joc, controlar l'estrès que això pot provocar i millorar la seva autoestima ja que molts malalts se senten culpables i avergonyits ja que veuen que per culpa d'ells es poden haver originat disputes familiars, pèrdues de diners o d'éssers estimats.

8.4) Per què apostem tant?

Hi ha moltes raons per les quals la gent aposta excessivament o amb molta freqüència, una de les més comunes solen ser:

- Creença que apostar en els jocs d'atzar és la manera més ràpida de fer diners en efectiu

- Escapar-se de l'estrès (dificultats en una relació, insatisfacció laboral)

- Per l'emoció que genera

- Per recuperar les pèrdues (intentar guanyar més diners dels perduts en apostes anteriorment)

8.5) Consells per mantenir els jocs d’atzar sota control

- Ser sincer amb la vostra família i amics sobre quants diners jugueu
- Posar un límit de diners per a fer apostes i no gastar més del proposat
- Recordar que els jocs d’atzar són un entreteniment i gairebé mai guanyarem diners
- No demanar diners per jugar a jocs d’atzar
- Mantenir un registre dels diners guanyats i perduts
- No jugar si es tenen deutes

9) Joc de les cubetes

9.1) Què és?

Amb els daus es pot jugar a una mena de poker anomenat el joc de les cubetes ja que els daus són col·locats dintre d’aquesta i llançats a l’atzar. Les puntuacions que es poden obtenir són semblants a les del poker.

De més a menys puntuació:

- Re-poker
- Poker
- Full
- Trio
- Doble parella
- Parella

Cal destacar que en aquest joc es pot obtenir una puntuació anomenada a la “N,V,J,Q,K,o”

N= negre *V=vermell* *J,Q,K=les figures J,Q,K* *o= As*

Exemples:

Si tirem els 5 daus i obtenim el següent:

J J J Q V → Direm que tenim un trio de J a la “Q”

Això suposa que el trio és més alt que 3J a la “N,V”, per tant podem superar el resultat no només amb les puntuacions més superior (trios Q,K,O , full, poker, re poker), sinó que també amb 3J a la “K,o”

Si tirem els 5 daus i obtenim el següent:

K K N J V → Direm que tenim una parella de K a la “J”

Es podrà superar fent parella de K a la “Q,K,o” apart de les puntuacions superiors que serien en aquest cas (trio, full, poker, re poker)

9.2) Regles del joc

Per a jugar necessitem: 1 cubeta i 5 daus

Cada jugador tindrà 5 vides al principi del joc.

Cada persona tira un dau, qui treu el número més alt, comença el joc tirant els 5 daus. Quan els tira mira els resultats i diu el que hi ha de veritat o bé una mentida al seu oponent. L’oponent té dues opcions: la primera és no creure en la puntuació mencionada i aixecar la cubeta comprovant així els resultats, si és mentida l’oponent perd una vida i si resulta que la puntuació és la que l’oponent a dit la perdrà el que ha aixecat la cubeta. La segona opció és creure la puntuació de l’oponent i mirar la cubeta, si et creus la puntuació, pot ser que sigui veritat o que t’hagin mentit, sigui quina sigui de les dues maneres el que hauràs de fer és superar la puntuació de l’oponent tirant 1, 2, 3, 4 o 5 daus.

Qui és queda sense vides perd el joc i queda desqualificat.

Cal definir la puntuació dels daus de menys a més valor:

Negre (N), vermell (V), J, Q, K, i l’as que està representat per un punt (o)

9.3) Com comptar els casos possibles dels llançaments

Cada dau per separat té 6 resultats possibles (N,V,J,Q,K,o), per tant podem definir que quan tirem els daus tindrem 6^n casos possibles (on ^{n} és igual al nombre de daus llançats).

Exemple.

Si tirem 3 daus tindrem 6^3 =216 casos possibles.

Els càlculs que faré són per a orientar als jugador a l’hora de superar una puntuació. El fet de saber quants daus s’han de seleccionar per a augmentar les possibilitats de superar pot fer augmentar els guanys del joc.

Cal esmentar que ens basarem en què el nostre oponent no ens mentirà i ens passarà la puntuació que ens digui.

A la realitat, si un jugador tira els daus i no obté el que tenia pensat, ens mentirà. Sabent una mica sobre les probabilitats dels daus, podrem intuir si ens diuen la veritat o no.

Si desconfiem del nostre oponent, al tractar-se d’un joc d’atzar poder ens equivocarem, aleshores perdrem aquella jugada.

La pregunta que podem plantejar-nos és la següent:

Si juguem a aquest joc (creient-nos sempre la puntuació que ens digui el nostre oponent, partint de que no ens mentirà), com serà més probable superar la puntuació, tirant 1, 2, 3, 4 o 5 daus?

9.4) Anàlisi

Ex. 1

Superar trio J a la “Q”

Els resultats dels 5 daus són: J J J N Q

<u>- Superar amb 1 sol dau</u>

Agafarem el dau N perquè és la cara més baixa dels 5 daus

Què podem obtenir?

- Poker treien J

- Full treien Q

- Trio a la “K, o”

Com que tirem 1 dau tenim $6^1 = 6$ resultats possibles

La probabilitat de superar la puntuació amb 1 dau és:

$$\frac{4}{6}$$

4= casos en els que superarem (si surten les cares J,Q,K,o)

<u>- Superar amb 2 daus</u>

Agafarem els daus N i Q perquè d’aquesta manera ja tenim un trio de J abans de llançar els daus.

Què podem obtenir?

-Re poker $\frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2}$

- Poker $\frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 5}{6^2}$

- Full $\frac{\binom{2}{2}\cdot 5}{6^2}$

- Treien un valor més alt en 1 dau que Q per a fer un trio amb més valor que el trio de J a la "Q" $\frac{\binom{2}{1}\cdot 2\cdot 3}{6^2}$

Com que tirem 2 daus tenim $6^2 = 36$ resultats possibles

La probabilitat de superar la puntuació amb 2 daus és:

$$\frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2} + \frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 5}{6^2} + \frac{\binom{2}{2}\cdot 5}{6^2} + \frac{\binom{2}{1}\cdot 2\cdot 3}{6^2} = \frac{1}{36} + \frac{10}{36} + \frac{5}{36} + \frac{12}{36} = \mathbf{\frac{28}{36}}$$

5= Representa que podem fer un full encertant dos daus amb la mateixa cara menys "J", per tant fent una parella de (N,V,K,Q,o)

$\binom{2}{2}$= *Dels dos daus que tirem volem 2 de x maneres, en el cas del re poker els dos daus poden ser només J.*

<u>- Superar amb 3 daus</u>

Agafarem els daus J N Q perquè d'aquesta manera ja tenim una parella de J abans de llançar els daus.

Què podem obtenir?

- Re poker $\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3}$

- Poker $\frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^3}$

- Full (de dos tipus)

JJ XXX (on X pot ser un trio de totes les cares menys J)

JJJ XX (on tindrem que treure una J i X ha de ser una parella de totes les cares menys J)

(JJXXX) $\frac{\binom{3}{3}\cdot 5}{6^3}$ (JJJXX) $\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot \binom{2}{2}\cdot 5}{6^3}$

- Valor més alt que "Q" i una J per a superar trio J a la "Q" (és possible si traiem K,o) $\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot \binom{2}{1}\cdot 2\cdot 3}{6^3}$

1= J perquè en necessitem 3 i només en tenim 2

2= K,o

3= totes les cares menys J,K,o

Com que tirem 3 daus tenim 6^3 = 216 resultats possibles

La probabilitat de superar la puntuació amb 3 daus és:

$$\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3} + \frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^3} + \frac{\binom{3}{3}\cdot 5}{6^3} + \frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot \binom{2}{2}\cdot 5}{6^3} + \frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot \binom{2}{1}\cdot 2\cdot 3}{6^3} = \frac{1}{216} + \frac{15}{216} + \frac{5}{216} + \frac{15}{216} + \frac{36}{216} = \mathbf{\frac{72}{216}}$$

<u>- Superar amb 4 daus</u>

Agafarem tots els daus menys Q perquè és la puntuació més alta.

Què podem obtenir?

- Re poker $\frac{\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

- Poker de Q $\frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^4}$

- Poker de (N,V,J,K,o) a la "Q" $\frac{\binom{4}{4}\cdot 5}{6^4}$

- Full (de dos tipus)

QQ XXX (on tindrem que obtenir una Q i un trio de X, que pot ser de 5 maneres)

QQQ XX (on tindrem que obtenir dos Q i una parella de X, que pot ser N,V,J,K,o)

(QQXXX) $\frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot \binom{3}{3}\cdot 5}{6^4}$ (QQQXX) $\frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \binom{2}{2}\cdot 5}{6^4}$

- Trio més alt que J (Q,K,o)

Trio Q $\frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5\cdot 4}{6^4}$ Trio K,o $\frac{\binom{4}{3}\cdot 2\cdot 4}{6^4}$

- Trio J a la "K,o" $\frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 2}{6^4}$

Com que tirem 4 daus tenim $6^4 = 1296$ resultats possibles

La probabilitat de superar la puntuació amb 4 daus és:

$$\frac{\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4} + \frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^4} + \frac{\binom{4}{4}\cdot 5}{6^4} + \frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot \binom{3}{3}\cdot 5}{6^4} + \frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \binom{2}{2}\cdot 5}{6^4} + \frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5\cdot 4}{6^4} + \frac{\binom{4}{3}\cdot 2\cdot 4}{6^4} + \frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 2}{6^4} =$$

$$\frac{1}{1296} + \frac{20}{1296} + \frac{5}{1296} + \frac{20}{1296} + \frac{30}{1296} + \frac{120}{1296} + \frac{32}{1296} + \frac{8}{1296} = \mathbf{\frac{236}{1296}}$$

- Superar amb 5 daus

Tirem tots els daus

Què podem obtenir?

- Re poker $\frac{6}{6^5}$

- Poker $\frac{6\cdot\binom{5}{4}\cdot 5}{6^5}$

- Full $\frac{6\cdot\binom{5}{3}\cdot\binom{3}{3}\cdot 5}{6^5}$

- Trio "Q,K,o" $\frac{\binom{5}{3}\cdot 3\cdot 3\cdot 2}{6^5}$

- Trio J a la "K,o" $\frac{\binom{5}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{2}{1}\cdot 2\cdot 1}{6^5}$

Com que tirem 5 daus tenim $6^5 = 7776$ resultats possibles

La probabilitat de superar la puntuació amb 5 daus és:

$$\frac{6}{6^5}+\frac{6\cdot\binom{5}{4}\cdot 5}{6^5}+\frac{6\cdot\binom{5}{3}\cdot\binom{3}{3}\cdot 5}{6^5}+\frac{\binom{5}{3}\cdot 3\cdot 3\cdot 2}{6^5}+\frac{\binom{5}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{2}{1}\cdot 2\cdot 1}{6^5}=\frac{6}{7776}+\frac{150}{7776}+\frac{300}{7776}+\frac{180}{7776}+\frac{40}{7776}=\mathbf{\frac{676}{7776}}$$

RESULTATS PROBABILITAT

1 dau = 67% de superar puntuació
2 daus = 78% de superar puntuació
3 daus = 33% de superar puntuació
4 daus = 18% de superar puntuació
5 daus = 9% de superar puntuació
Si ens trobéssim en aquest cas seria molt més aconsellable llançar 2 daus.

Ex. 2

Superar poker de N a la “V”

Els resultats dels 5 daus són: N N N N V

<u>- Superar amb 1 sol dau</u>

Agafarem el dau V perquè així abans de llançar ja partirem d’un poker.

Què podem obtenir?

- Re poker treien N

- Poker a la “J,Q,K,o” treien J,Q,K,o

La probabilitat de superar la puntuació amb 1 dau és:

$$\mathbf{\frac{5}{6}}$$

<u>- Superar amb 2 daus</u>

Agafarem els daus N i V perquè d’aquesta manera ja tenim un trio de N abans de llançar els daus.

Què podem obtenir?

-Re poker $\frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2}$

- Poker a la “J,Q,K,o” $\frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 4}{6^2}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 2 daus és:

$$\frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2}+\frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 4}{6^2}=\frac{1}{36}+\frac{8}{36}=\mathbf{\frac{9}{36}}$$

- <u>Superar amb 3 daus</u>

Agafarem els daus N N V perquè d'aquesta manera ja tenim una parella de N abans de llançar els daus.

Què podem obtenir?

-Re poker $\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3}$

- Poker a la "J,Q,K,o" $\frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^3}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 3 daus és:

$$\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3} + \frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^3} = \frac{1}{216} + \frac{12}{216} = \mathbf{\frac{13}{216}}$$

- <u>Superar amb 4 daus</u>

Agafarem tots els daus menys V ja que és la cara més alta.

Què podem obtenir?

-Re poker $\frac{\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

- Poker de V $\frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^4}$

- Poker de (J,Q,K,o) $\frac{4\cdot\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 4 daus és:

$$\frac{\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4} + \frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^4} + \frac{4\cdot\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4} = \frac{1}{1296} + \frac{20}{1296} + \frac{4}{1296} = \frac{25}{1296}$$

<u>- Superar amb 5 daus</u>

Agafarem tots els daus.

- Re poker $\frac{6}{6^5}$

- Poker (V,J,Q,K,o) $\frac{5\cdot\binom{5}{4}\cdot 4}{6^5}$

4= un dau pot ser només de 4 maneres, ja que la cara obtinguda no podrà ser igual a les que formin el poker ni N ja que volem superar el poker de N.

- Poker de N a la "J,Q,K,o" $\frac{\binom{5}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^5}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 5 daus és:

$$\frac{6}{6^5}+\frac{5\cdot\binom{5}{4}\cdot 4}{6^5}+\frac{\binom{5}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^5}=\frac{6}{7776}+\frac{100}{7776}+\frac{20}{7776}=\mathbf{\frac{126}{7776}}$$

RESULTATS PROBABILITAT

1 dau = 83% de superar puntuació

2 daus = 25% de superar puntuació

3 daus = 6% de superar puntuació

4 daus = 2% de superar puntuació

5 daus = 2% de superar puntuació

Si ens trobéssim en aquest cas seria molt més aconsellable llançar 1 dau.

Ex. 3

Superar parella de Q a la “K”

Els resultats dels 5 daus són: Q Q K J N

<u>- Superar amb 1 sol dau</u>

Agafarem el dau N perquè és la cara més baixa.

Què podem obtenir?

- Doble parella (QQ,KK) o (QQ,JJ)

- Trio Q

- Parella Q a l’ “o”

La probabilitat de superar la puntuació amb 1 dau és:

$$\mathbf{\frac{4}{6}}$$

4= superem la puntuació si traiem (K,J,Q,o)

<u>- Superar amb 2 daus</u>

Agafarem els daus J i N perquè d’aquesta manera ja tenim una parella de Q a la “K” abans de llançar els daus.

Què podem obtenir?

- Parella Q a l’ “o” $\frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 3}{6^2}$

- Doble parella QQKKX $\frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 4}{6^2}$

(on haurem de treure una K i X poden ser totes les cares menys Q i K)

- Doble parella QQKXX $\frac{4\cdot\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2}$

(on X poden ser totes les cares menys Q i K)

- Full (QQKKK) $\frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2}$

- Poker Q a la “K” $\frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2}$

- Trio Q $\frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 4}{6^2}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 2 daus és:

$$\frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 3}{6^2} + \frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 4}{6^2} + \frac{4\cdot\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2} + \frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2} + \frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2} + \frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 4}{6^2} = \frac{6}{36} + \frac{8}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{8}{36} = \mathbf{\frac{28}{36}}$$

<u>- Superar amb 3 daus</u>

Agafarem els daus K N J perquè d’aquesta manera ja tenim una parella de Q abans de llançar els daus.

Què podem obtenir?

-Re poker $\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3}$

- Poker $\frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^3}$

- Full (QQQXX) $\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot\binom{2}{2}\cdot 5}{6^3}$

- Full (QQXXX) $\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3}$

- Trio $\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot 5\cdot 4}{6^3}$

- Doble parella $\frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^3}$

- Parella Q a l' “o” $\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot 4\cdot 3}{6^3}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 3 daus és:

$$\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3}+\frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^3}+\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot\binom{2}{2}\cdot 5}{6^3}+\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3}+\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot 5\cdot 4}{6^3}+\frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^3}+\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot 4\cdot 3}{6^3}=$$

$$=\frac{1}{216}+\frac{15}{216}+\frac{15}{216}+\frac{1}{216}+\frac{60}{216}+\frac{12}{216}+\frac{36}{216}=\mathbf{\frac{140}{216}}$$

<u>- Superar amb 4 daus</u>

Agafarem tots els daus menys K ja que és la cara més alta.

Què podem obtenir?

- Re poker $\frac{\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

- Poker de K $\frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^4}$

- Poker de (N,V,J,Q,o) $\frac{5\cdot\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

- Full (KKKXX) $\frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{2}{2}\cdot 5}{6^4}$

- Full (KKXXX) $\frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot\binom{3}{3}\cdot 5}{6^4}$

- Trio K $\frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{2}{2}\cdot 5\cdot 4}{6^4}$

- Trio (N,V,J,Q,o) $\frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^4}$

- Doble parella $\frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot\binom{3}{2}\cdot 5\cdot 4}{6^4}$

(amb una parella de K)

- Doble parella $\frac{\binom{4}{2}\cdot 5\cdot\binom{2}{2}\cdot 4}{6^4}$

(sense parella de K, XX+TTK) (on X pot ser qualsevol cara menys K i T qualsevol cara menys K i X)

- Parella K $\frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6^4}$

- Parella o $\frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 4\cdot 3}{6^4}$

- Parella Q a l' "o" $\frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 3}{6^4}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 4 daus és:

$$\frac{\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4} + \frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^4} + \frac{5\cdot\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4} + \frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{2}{2}\cdot 5}{6^4} + \frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot\binom{3}{3}\cdot 5}{6^4} + \frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{2}{2}\cdot 5\cdot 4}{6^4} + \frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^4} + \frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot\binom{3}{2}\cdot 5\cdot 4}{6^4} +$$

$$\frac{\binom{4}{2}\cdot 5\cdot\binom{2}{2}\cdot 4}{6^4} + \frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6^4} + \frac{\binom{4}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 4\cdot 3}{6^4} + \frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 3}{6^4} =$$

$$= \frac{1}{1296} + \frac{20}{1296} + \frac{5}{1296} + \frac{30}{1296} + \frac{20}{1296} + \frac{120}{1296} + \frac{16}{1296} + \frac{240}{1296} + \frac{120}{1296} + \frac{240}{1296} + \frac{72}{1296} + \frac{36}{1296} =$$

$$= \mathbf{\frac{920}{1296}}$$

<u>- Superar amb 5 daus</u>

Agafarem tots els daus.

- Re poker $\frac{6}{6^5}$

- Poker $\frac{6\cdot\binom{5}{4}\cdot 5}{6^5}$

- Full $\frac{\binom{5}{3}\cdot 6\cdot\binom{3}{3}\cdot 5}{6^5}$

- Trio $\frac{\binom{5}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5\cdot 4}{6^5}$

- Doble parella $\frac{\binom{5}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^5}$

- Parella K $\frac{\binom{5}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6^5}$

- Parella o $\frac{\binom{5}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6^5}$

- Parella Q a l' "o" $\frac{\binom{5}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \binom{3}{1}\cdot 1\cdot 4\cdot 3}{6^5}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 5 daus és:

$$\frac{6}{6^5}+\frac{5\cdot\binom{5}{4}\cdot 4}{6^5}+\frac{\binom{5}{3}\cdot 6\cdot\binom{3}{3}\cdot 5}{6^5}+\frac{\binom{5}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5\cdot 4}{6^5}+\frac{\binom{5}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 4}{6^5}+\frac{\binom{5}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6^5}+\frac{\binom{5}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6^5}+\frac{\binom{5}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{3}{1}\cdot 1\cdot 4\cdot 3}{6^5}=$$

$$=\frac{6}{7776}+\frac{100}{7776}+\frac{300}{7776}+\frac{200}{7776}+\frac{480}{7776}+\frac{600}{7776}+\frac{600}{7776}+\frac{360}{7776}=\mathbf{\frac{2646}{7776}}$$

RESULTATS PROBABILITAT

1 dau = 67% de superar puntuació

2 daus = 78% de superar puntuació

3 daus = 65% de superar puntuació

4 daus = 71% de superar puntuació

5 daus = 34% de superar puntuació

Si ens trobéssim en aquest cas seria molt més aconsellable tirar 2 daus.

Ex. 4

Superar full

Els resultats dels 5 daus són: Q Q Q o o

<u>- Superar amb 1 sol dau</u>

Agafarem un dau o.

Què podem obtenir?

- Poker Q $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 1 dau és:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}$$

<u>- Superar amb 2 daus</u>

Agafarem els daus o o.

Què podem obtenir?

-Re poker $\frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2}$

- Poker Q $\frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 5}{6^2}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 2 daus és:

$\frac{\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^2} + \frac{\binom{2}{1}\cdot 1\cdot 5}{6^2} = \frac{1}{36} + \frac{10}{36} = \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{36}}$

<u>- Superar amb 3 daus</u>

Tirarem Q Q Q.

Què podem obtenir?

- Re poker $\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3}$

- Poker o $\frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^3}$

- Full superior treien trio K $\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3}$

- Full superior treien 1o i una parella K $\frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot \binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^3}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 3 daus és:

$$\frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3} + \frac{\binom{3}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^3} + \frac{\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^3} + \frac{\binom{3}{1}\cdot 1\cdot \binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^3} = \frac{1}{216} + \frac{15}{216} + \frac{1}{216} + \frac{3}{216} = \mathbf{\frac{20}{216}}$$

<u>- Superar amb 4 daus</u>

Agafarem tots els daus menys un o.

Què podem obtenir?

-Re poker $\frac{\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

- Poker de o $\frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^4}$

- Poker de (N,V,J,Q,K) $\frac{5\cdot \binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

- Full superior (oooKK) $\frac{\binom{4}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot \binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

- Full superior (ooKKK) $\frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot \binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4}$

La probabilitat de superar la puntuació amb 4 daus és:

$$\frac{\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4} + \frac{\binom{4}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5}{6^4} + \frac{5\cdot\binom{4}{4}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4} + \frac{\binom{4}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\binom{2}{2}\cdot 1\cdot 1}{6^4} + \frac{\binom{4}{1}\cdot 1\cdot\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^4} = \frac{1}{1296} + \frac{20}{1296} + \frac{5}{1296} + \frac{24}{1296}\,\frac{4}{1296} + = \mathbf{\frac{54}{1296}}$$

<u>- Superar amb 5 daus</u>

Agafarem tots els daus.

- Re poker $\frac{6}{6^5}$

- Poker $\frac{6\cdot\binom{5}{4}\cdot 5}{6^5}$

- Full superior (KKooo i ooKKK) $\frac{2\cdot\binom{5}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^5}$

2= els dos tipus de full que podem obtenir, KKooo, ooKKK)

La probabilitat de superar la puntuació amb 5 daus és:

$$\frac{6}{6^5} + \frac{6\cdot\binom{5}{4}\cdot 5}{6^5} + \frac{2\cdot\binom{5}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\binom{3}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{6^5} = \frac{6}{7776} + \frac{100}{7776} + \frac{20}{7776} = \mathbf{\frac{126}{7776}}$$

<u>RESULTATS PROBABILITAT</u>

1 dau = 17% de superar puntuació

2 daus = 31% de superar puntuació

3 daus = 9% de superar puntuació

4 daus = 4% de superar puntuació

5 daus = 2% de superar puntuació

Si ens trobéssim en aquest cas seria molt més aconsellable llançar 2 daus.

Analitzant aquests llançaments podem observar que el millor que podem fer per a superar una puntuació és llançar 2 daus.

Tirar 3,4,5 daus serà desfavorable ja que tindrem molts més casos possibles i per això les probabilitats de superar una puntuació són més baixes.

En l'exemple del poker de N a la "V", és millor llançar un dau perquè el resultat es pot superar amb una N (re poker) i amb qualsevol cara amb més valor que V.

Per tant, si veiem un resultat del tipus XXXXN, la probabilitat de superar una puntuació serà més elevada si tirem un dau.

10) Hi ha números més bons a la primitiva?

10.1) Introducció

Com he explicat abans la probabilitat d'acertar els 6 nombres de la primitiva és molt complicat ja que la probabilitat d'acert és mínima.

Hi ha alguna manera de tenir més possibilitats de guanyar?

Podríem contestar si: apostant més!

Però aquesta no serà la resposta, el fet de que hi hagi 13.983.816 maneres d'elegir 6 nombres de 49 fa que poder la societat per alguns motius (supersticions, fal·làcies dels jugadors) triïn molt més alguns números respecte a d'altres.

Si la combinació guanyadora d'un sorteig de la Primitiva és (1, 2, 3, 4, 5, 6) i trenta persones han fet la combinació (1, 2, 3, 4, 5, 6) el premi és repartirà entre tots, per tant, el primer premi ja no serà tant valuós econòmicament.

Si ens fiem de les màquines i deixem que ens seleccionin a l'atzar una combinació (per exemple 22, 34, 5, 31, 46, 18), la probabilitat de que torni a sortir aquesta combinació és molt reduïda, per tant, les combinacions fetes per la màquina haurien de ser "rarament" iguals, és a dir, sempre diferents.

$\frac{1}{49}$ x $\frac{1}{48}$ x $\frac{1}{47}$ x $\frac{1}{46}$ x$\frac{1}{45}$ x $\frac{1}{44}$ = **9,93** $^{\mathbf{-11}}$

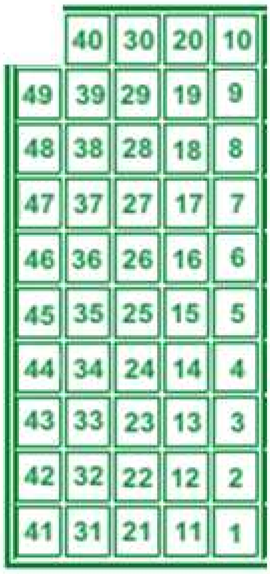
El que podem fer per augmentar els nostres guanys és seleccionar una combinació estranya o que la gent no triï tant, ja que si guanyem, els nostres guanys seran més elevats, ja que poder només s'hauran de repartir entre dues persones.

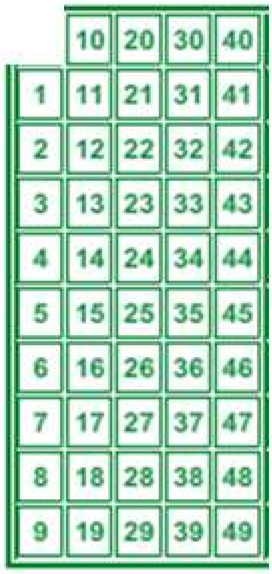
Per a saber quins números o combinacions tria més la gent faré fer primitives a la gent, ja que d'aquesta manera sabrem quins números tenen més tendència a sortir.

Per a saber si l’ordre pot influir a l’hora de triar les nostres combinacions he fet dos tipus de primitives, una sèrie que l’anomenarem la normal numerada de l’1 al 49 i una altra numerada del 49 a l’1, que l’anomenarem a l’inrevés.

10.2) Anàlisi i observacions

Els dos tipus de primitives



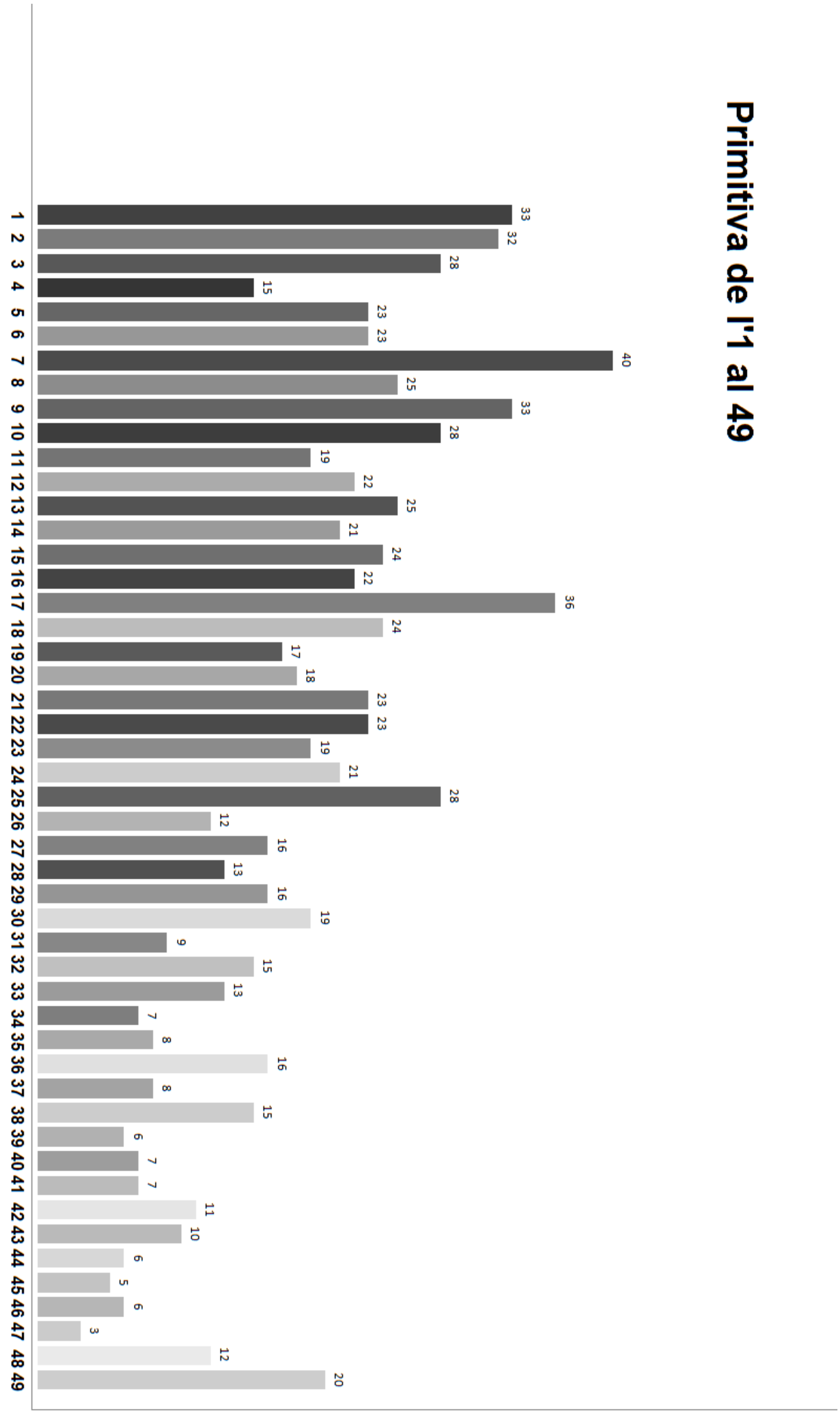


Objectius

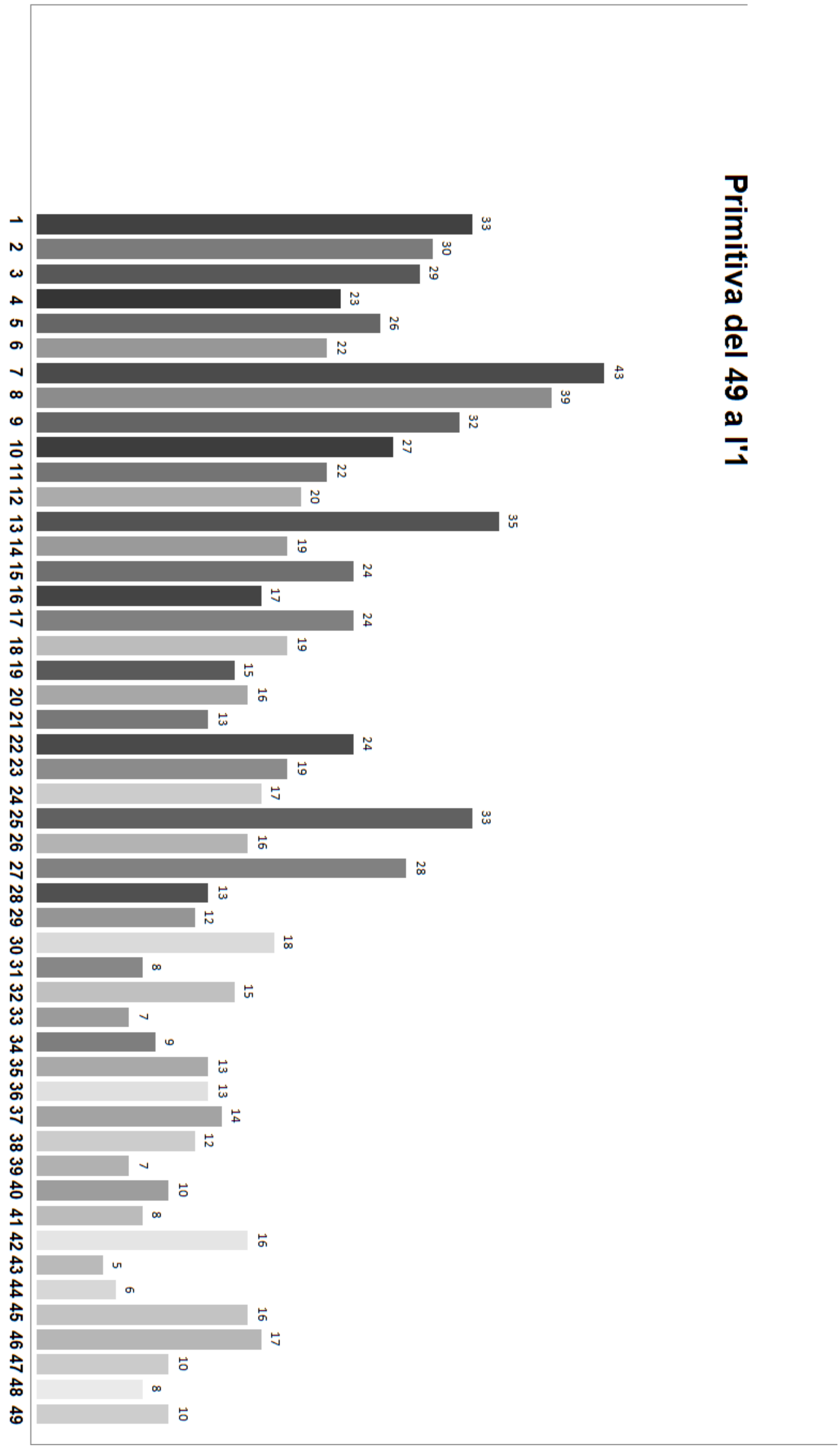
- Quins números es trien més i quins menys?

- Hi ha diferència entre les freqüències de les dues sèries? La sèrie a l’inrevés fa que la gent triï més els números de la primera filera (49, 48, 47, 46, 45, 44, 43, 42, 41) respecte a la sèrie normal?

- Alguna combinació és repeteix?


Primitiva de l'1 al 49
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49
33 32 28 15 23 23 40 25 33 28 19 22 25 21 24 22 36 24 17 18 23 23 19 21 28 12 16 13 16 19 9 15 13 7 8 16 8 15 6 7 7 11 10 6 5 6 3 12 20

147 apostes



151 apostes

Observarem quins números es repeteixen més en les dues sèries (de 1 a 49 i de 49 a 1).

- Sèrie de 1 a 49 (la normal) -

Com hi ha 147 apostes, si multipliquem el total de les apostes per 6 números que té cada una obtenim 882 números seleccionats.

Pensarem que la gent que ha efectuat les apostes a seleccionat els números sense tenir cap mena de preferència, per tant, com hi ha 49 números, si dividim el total de números seleccionats (882) entre 49 obtindrem el número de vegades que cada número tindria que sortir.

$$\frac{882}{49} = 18$$

El percentatge de cada número ha de ser $\frac{18}{882} \cdot 100 = 2{,}04\%$

N= número de mostres, en aquest cas 882

Els números seleccionats (de més a menys):

Número	Persones que l'han seleccionat **n_i** (freqüència absoluta)	Què representa del total $\mathbf{f_i} = \frac{n_i}{N}$ (freqüència relativa)	Percentatge $\mathbf{p_i} = f_i \cdot 100$ (en %)
7	40	40/882	4,54
17	36	36/882	4,08
1	33	33/882	3,74
9	33	33/882	
2	32	32/882	3,63
3	28	28/882	3,17
10	28	28/882	
25	28	28/882	
8	25	25/882	2,83
13	25	25/882	
15	24	24/882	2,72
18	24	24/882	
5	23	23/882	2,61
6	23	23/882	
21	23	23/882	
22	23	23/882	
12	22	22/882	2,49
16	22	22/882	
14	21	21/882	2,38
24	21	21/882	
49	20	20/882	2,27
11	19	19/882	2,15
23	19	19/882	
30	19	19/882	
20	18	18/882	2,04
19	17	17/882	1,92
27	16	16/882	1,81
29	16	16/882	
36	16	16/882	
4	15	15/882	1,70
32	15	15/882	
38	15	15/882	

Número	Persones que l'han seleccionat n_i (freqüència absoluta)	Què representa del total $f_i = \frac{n_i}{N}$ (freqüència relativa)	Percentatge $p_i = f_i \cdot 100$ (en %)
28	13	13/882	1,47
33	13	13/882	
26	12	12/882	1,36
48	12	12/882	
42	11	11/882	1,25
43	10	10/882	1,13
31	9	9/882	1,02
35	8	8/882	0,91
37	8	8/882	
34	7	7/882	0,79
40	7	7/882	
41	7	7/882	
39	6	6/882	0,68
44	6	6/882	
46	6	6/882	
45	5	5/882	0,57
47	3	3/882	0,34

Observacions

La majoria dels números més seleccionats són números considerats de la sort per a moltes persones, com són: 1,2,3,7,9

Molta gent es pensa que aquests números són més probables, quan els 49 números són igual de probables.

Si les persones que van realitzar les apostes haguessin triat els números a l'atzar sense tenir cap mena de preferència, cada número hauria d'estar al voltant de 18 vegades seleccionat o a prop de 2% (ja que hem dit abans que 2,04% era el percentatge que hauria de tenir cada número).

El número 20 compleix aquest fet, ja que ha estat seleccionat 18 vegades. Hi ha 23 números que tenen un percentatge més elevat de 2,04% i això vol dir que la gent a seleccionat aquests números amb més intensitat que uns altres.

El número 17 representa un 4,08% que seria el doble del percentatge que hauria de tenir. El 7 representa una mica més del doble ja que el seu percentatge és 4,54%.

Hi ha nombres que són seleccionats per igual com és el cas del 5,6,21,22 amb un percentatge del 2,58% , per sobre del que haurien de tenir.

Si observem els 25 números més seleccionats(el 25è està remarcat de color verd), podem veure que només 2 d'ells són més grans que el número 25 (el 30 i el 49).

Per tant, la gent selecciona molt més els números de l'1 al 25 que del 25 al 49, caldrà veure si passa el mateix quan analitzem la sèrie 2(del 49 al 1).

Els 10 números menys seleccionats són tots majors del número 35 (excepte el número 34). El número menys triat és el 47, només seleccionat en tres apostes.

- Sèrie del 49 a 1 (a l'inrevés) –

Analitzarem també sèries a l'inrevés ja que d'aquesta manera podrem observar si algun número augmenta o minva la freqüència, o si al canviar l'ordre dels números la gent selecciona més els números que en la sèrie normal es troben a l'ultima fila (del 40 al 49).

Com hi ha 151 apostes, si multipliquem el total de les apostes per 6 números que té cada una obtenim 906 números seleccionats.

Pensarem que la gent que ha efectuat les apostes a seleccionat els números sense tenir cap mena de preferència, per tant, com hi ha 49 números, si dividim el total de números seleccionats (906) entre 49 obtindrem el número de vegades que cada número tindria que sortir.

$$\frac{906}{49} = 18,49$$

El percentatge de cada número ha de ser $\frac{18,49}{906} \cdot 100 = 2,04\%$

N= número de mostres, en aquest cas 906

Els números seleccionats (de més a menys):

Número	Persones que l'han seleccionat n_i (freqüència absoluta)	Què representa del total $f_i = \frac{n_i}{N}$ (freqüència relativa)	Percentatge $p_i = f_i \cdot 100$ (en %)
7	43	43/906	4,75
8	39	39/906	4,30
13	35	35/906	3,86
1	33	33/906	3,64
25	33	33/906	
9	32	32/906	3,53
2	30	30/906	3,31
3	29	29/906	3,20
27	28	28/906	3,09
10	27	27/906	2,98
5	26	26/906	2,87
15	24	24/906	2,65
17	24	24/906	
22	24	24/906	
4	23	23/906	2,54
6	22	22/906	2,43
11	22	22/906	
12	20	20/906	2,21
14	19	19/906	2,10
18	19	19/906	
23	19	19/906	
30	18	18/906	1,99
16	17	17/906	1,88
24	17	17/906	
46	17	17/906	
20	16	16/906	1,77
26	16	16/906	
42	16	16/906	
45	16	16/906	

Número	Persones que l'han seleccionat $\mathbf{n_i}$ (freqüència absoluta)	Què representa del total $\mathbf{f_i} = \frac{n_i}{N}$ (freqüència relativa)	Percentatge $\mathbf{p_i} = f_i \cdot 100$ (en %)
19	15	15/906	
32	15	15/906	1,66
37	14	14/906	1,55
21	13	13/906	
28	13	13/906	
35	13	13/906	1,43
36	13	13/906	
29	12	12/906	
38	12	12/906	1,32
40	10	10/906	
47	10	10/906	1,10
49	10	10/906	
34	9	9/906	0,99
31	8	8/906	
41	8	8/906	0,88
48	8	8/906	
33	7	7/906	
39	7	7/906	0,77
44	6	6/906	0,66
43	5	5/906	0,55

<u>Observacions</u>

Tot i canviar l'ordre de la primitiva i col·locar la primera filera (del 1 al 9) a l'última filera passant així la filera del 40 al 49 a la primera, el número més triat continua sent el 7, present en 43 apostes.

La gent segueix triant més els números de la sort o els més "vistosos", quan en veritat, tots són iguals de probables davant l'atzar.

El número 17 que en la sèrie 1 representava un 4,08% a la sèrie invertida representa un 2,65%, per tant es redueix la seva tria amb consideració.

El número 8 és el segon més seleccionat a la sèrie invertida amb un percentatge de 4,30% (que representa més del doble del percentatge que tindria que tenir), quan a la sèrie 1 representa 2,83%.

Si observem els 25 números més seleccionats(el 25è està remarcat de color verd), podem veure que només 3 d'ells són més grans que el número 25 (27,30,46). Cal dir que el número 46 en la sèrie invertida té un percentatge de 1,88%, mentre que a la sèrie 1 el té de 0,68%, per tant, l'ordre de la sèrie pot ser la causant d'aquest augment de percentatge d'1,2%.

10.3)Comparem els 10 números menys seleccionats de les dues sèries

Els de la sèrie normal:

Sèrie (de l'1 al 49)	Sèrie (del 49 a l'1)
47 → 0,34%	47 → 1,10%
45 → 0,57%	45 → 1,77%
46 → 0,68%	46 → 1,88%
44 → 0,68%	**44 → 0,66%**
39 → 0,68%	39 → 0,77%
41 → 0,79%	41 → 0,88%
40 → 0,79%	40 → 1,10%
34 → 0,79%	34 → 0,99%
37 → 0,91%	37 → 1,55%
35 → 0,91%	35 → 1,43%

Els de la sèrie a l’inrevés:

Sèrie (del 49 a l’1)	Sèrie (de l’1 al 49)
43 → 0,55%	**43 → 1,13%**
44 → 0,66%	**44 → 0,68%**
39 → 0,77%	39 → 0,68%
33 → 0,77%	**33 → 1,47%**
48 → 0,88%	**48 → 1,36%**
41 → 0,88%	41 → 0,79%
31 → 0,88%	**31 → 1,02%**
34 → 0,99%	34 → 0,79%
49 → 1,10%	**49 → 2,27%**
47 → 1,10%	47 → 0,34%

Si comparem els percentatges, podem veure que els números menys seleccionats de la sèrie normal tenen més representació en la sèrie a l’inrevés ja que aquests tenen percentatges més elevats excepte del número 44, que té més presència a la sèrie normal.

Al observar els percentatges de la sèrie a l’inrevés podem comprovar que en la sèrie normal els mateixos números tenen més representació (excepte del 41,34,39 i 47 que té un canvi considerable ja que en la sèrie normal és el número menys seleccionat).

Tot això pot ser a causa de l’ordre diferent dels números, que fa que la gent els triï més.

Cal dir que en les dues sèries els números majors de 35 no tenen molta importància ja que la gent tria amb més freqüència números de l’1 al 25.

El número 49 en la sèrie invertida té un percentatge de 1,10% mentre que en la sèrie normal el té de 2,26%. Per tant, tot i que el número 49 ocupi el lloc que ocuparia el número 1 en la sèrie normal, aquest no està més seleccionat, sinó que ho està menys respecte la sèrie normal.

<u>Del 40 al 49</u>

L'ordre dels números d'una primitiva pot afectar a l'hora de seleccionar una combinació, si observem els números 40,41,42,43,44,45,46,47,48,49 passa el següent:

Número	Sèrie normal (en %)	Sèrie invertida (en %)
40	0,79	1,10
41	0,79	0,88
42	1,25	1,77
43	**1,13**	**0,55**
44	**0,68**	**0,66**
45	0,57	1,77
46	0,68	1,88
47	0,34	1,10
48	**1,36**	**0,88**
49	**2,27**	**1,10**

Dels deu números analitzats anteriorment podem veure que 6 d'ells tenen més representació a la sèrie invertida, la majoria amb augments que no superen 0,5%. Cal dir que alguns tenen molta més representació:

El 45 i 46 augmenten 1,2%

El 47 augmenta 0,76%

També hi ha números que tenen més representació en la sèrie normal, com són: 43,44,48 i 49

El 49 i 43 disminueixen en la sèrie invertida 1,17% i 0,58% respectivament.

Amb aquest anàlisi podem dir que els percentatges dels números que normalment són els menys seleccionats (els números més grans de 40), tenen a la sèrie invertida més representació. Aquests augments poden ser a causa de l'ordre dels números.

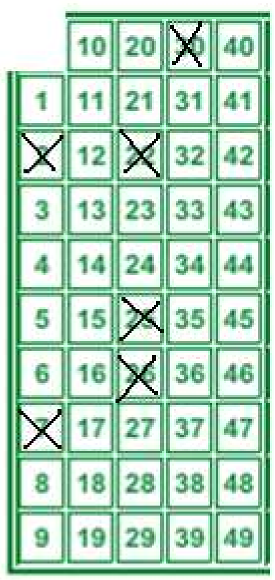
Per tant, l'ordre numèric d'una primitiva pot afectar a l'hora de seleccionar les diferents combinacions.

10.4)Combinacions repetides

Per a observar si alguna combinació es repeteix analitzarem les dues sèries juntes, per tant tindrem un total de 151+147= 298 apostes.

De les 298 apostes hi ha 3 d'iguals.

La combinació és la següent:



(2-7-22-25-26-30)

3 combinacions iguals de 298 apostes realitzades per la gent és un cas elevat, ja que hi ha 13.983.816 de combinacions possibles.

Si analitzem la combinació repetida podem veure que hi ha present el número 7, que en les dues sèries és el número que té més representació.

El 2 i 25 estan entre els deu números més seleccionats en les dues sèries.

L'únic número que forma part de la combinació i no està entre els 25 més seleccionats de les dues sèries és el 26. Ocupa el 35è lloc (sèrie normal) i el 27è lloc (sèrie a l'inrevés).

10.5)Conclusions de la primitiva

- La gent selecciona molt més números menors de 25 que els que van de 40 a 49.

- Hi ha supersticions a l'hora de triar les combinacions, el cas més accentuat és el número 7 ja que és el número que té més representació en les dues sèries

- L'ordre numèric de la primitiva pot influir a la tria d'una combinació ja que en la sèrie a l'inrevés els números del 40 al 49 augmenten en percentatge més que disminueixen ja que la fila que els comprèn ocupa la primera fila, que en la sèrie normal la comprenen els números de l'1 al 9.

10.6) Com augmentar els guanys

Si volem augmentar els guanys hem de tenir en compte dos punts molt importants:

- Tots els números tenen la mateixa probabilitat tot i que la gent seleccioni més uns que d'altres

- Cal seleccionar una combinació sense tenir preferència per a alguns nombres ja que si la combinació guanyadora del sorteig és una combinació freqüent entre els apostants el premi serà menor perquè els guanys es repartiran entre totes les combinacions guanyadores.

Si observem la sèrie normal, una bona combinació seria tota aquella que estigués formada per els números amb menys percentatge de 2,04%

Exemples :

19-43-31-35-37-47 38-32-36-45-47-26

37-28-33-29-19-38 38-43-31-27-34-46

11) Conclusió

Des de petit sempre m'han agradat els jocs d'atzar. El fet de ser jocs molt competitius apassionen a la societat. Amb aquest treball he après que l'atzar ha estat present des dels inicis de la nostra vida, ja que el món mateix es va crear atzarosament.

Durant el Renaixement molts intel·lectuals i sobretot matemàtics es van interessar per problemes relacionats amb els jocs d'atzar del moment, com ara els daus tot i que cal dir que aquests ja eren jugats des de feia molts segles.

El fet d'interessar-se tant en l'atzar va donar origen a lleis probabilístiques, com ara la famosa llei de Laplace o la teoria dels grans nombres.

Des d'un principi, volia trobar alguna estratègia per a augmentar els guanys en algun joc d'atzar tot i que ja vaig assumir abans de realitzar aquest treball que els jocs d'atzar es creen per a guanyar els diners dels qui hi juguen, i no per a perdre diners.

De la ruleta he observat que és més possible guanyar diners envers d'altres jocs. Els casinos tenen avantatge quan una persona aposta perquè disposen de capital il·limitat i en l'exemple proposat d'apostar a color (vermell o negre en la majoria de ruletes), anomenat martingala, no és l'estratègia per a desbancar un casino, ells tenen més probabilitat que nosaltres ja que disposen d'una casella (normalment verda) que és d'ells, és a dir, tenen un 2,7% més de probabilitat de guanyar ells abans de començar el joc.

Del joc de les cubetes, un joc freqüent quan estic amb els amics, volia estudiar si hi havia alguna manera per a guanyar més vegades els llançaments. En la majoria de llançaments és millor llançar dos daus a la vegada, això farà augmentar les nostres probabilitats d'encert. Només en el cas d'un poker del tipus XXXXN (on X pot ser qualsevol cara menys N) serà millor llançar un dau.

Per últim, volia analitzar la primitiva, qui no s'ha preguntat mai com guanyar la primitiva?

Suposo que és el somni de qualsevol persona. Quan estava realitzant el recull d'apostes de la primitiva, la majoria de gent quan els hi explicava: " Vull calcular les probabilitats de la primitiva per a un treball de l' institut" em deien: "Avisa'm quan trobis la combinació guanyadora!"

Vaig observar que a la gent li apassiona el fet d'apostar. En la primitiva, el fet de poder guanyar milions de diners amb només un sol euro, de certa manera, hipnotitza a la societat.

La gent sap que la probabilitat d'encertar és petita però el problema de molta gent és el que jo anomenaria: "L'associament de probabilitats".

La gent associa fàcilment una probabilitat d'un mig ($\frac{1}{2}$) perquè és el mateix que llançar una moneda, o el d'un sisè ($\frac{1}{6}$), que s'associa al llançament d'un dau.

En canvi, qui pot associar amb normalitat com en els casos anteriors 1 entre poc menys de 14 milions ($\frac{1}{13983816}$) que és la probabilitat de guanyar la primitiva. Cap persona.

Un problema seria el d'associament de probabilitats, tot i que un altre problema és el fet que la gent té supersticions a l'hora de fer la tria numèrica, com en el cas del número 7 que surt amb molta freqüència en les primitives analitzades ja que és el número de la sort per a molta gent.

Analitzant diferents combinacions he pogut veure que l'ordre dels números d'una primitiva pot condicionar a l'hora de fer la tria numèrica. Una manera d'augmentar els guanys en la primitiva podria ser el fet de seleccionar combinacions amb números normalment poc seleccionats per la gent, com ho són el 45 i 46.

Els jocs d'atzar són un gran entreteniment per a la societat i crec que seguiran sent-ho en un futur.

Als jocs s'hi pot jugar amb moderació com a oci, però recomano no pensar la típica frase: "Quan em toqui..." ja que el més segur és no guanyar una xifra considerada de diners en tota la nostra vida.

"*El joc és la forma més segura de canviar alguna cosa per res*".

Wilson Mizner

12) Bibliografia

12.1) Documents específics

- ELWES, Richard. *Cómo contar hasta el infinito y otros 34 usos prácticos de las matemáticas*. Editorial Ariel, 2011

- HAIGH, John. M*atemáticas y juegos de azar.* Editorial Tusquets, 2003

12.2) Documents audovisuals

- Programa Buenafuente. Entrevista a Gonzalo Garcia Pelayo

http://www.youtube.com/watch?v=_0Pk1RLYj0s

http://www.youtube.com/watch?v=EXe4Eiz_pFw

12.3) Documents digitals

- Probabilitat i atzar:

http://www.ucm.es/info/socivmyt/paginas/profesorado/benitacompostela/apuntes_estadistica1/Estadistica_Tema%206_probydist_08.pdf

http://www.ahepe.es/Documentos/IJornadas-Madrid2001/HISTORIA%20DE%20LA%20PROBABILIDAD%20Y%20LA%20ESTADISTICA%20I.PDF

http://www.icpnl.org.mx/articulos/luca_pacioli.pdf

http://www.biopol.cat/cat/editorial/atzar-i-necessitat/

www.xtec.cat/~jlagares/download/Probabilitat.doc

http://dmi.uib.es/~lisani/FMII/apunts/prob2C.pdf

http://www.ub.edu/futursinousestudiants/ubicat/docs/problemes_famosos_probabilitat.pdf

http://www.eyeintheskygroup.com/Azar-Ciencia/Metodos/Probabilidad-Gerolamo-Cardano.htm http://books.google.es/books?id=E9Y47PpdLWUC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

http://elmaquinadeturing.wordpress.com/2011/11/07/historias-de-un-profe-novato-tres-multiplos-de-11-y-una-probabilidad-de-7-entre-10-000/#more-2720

- Supersticions i ludopatia:

http://www.49winners.com/blog/las-loterias-el-azar-y-algunas-supersticiones/

http://es.wikipedia.org/wiki/Ludopat%C3%ADa

http://www.slideshare.net/andrescamber/ludopatia-presentation

http://www.slideshare.net/marconi74/juegos-de-azar

http://www20.gencat.cat/portal/site/canalsalut/menuitem.8c7856b6691b6fa4dd0181dfb0c0e1a0/?vgnextoid=8a66be165b6e3210VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD&vgnextchannel=8a66be165b6e3210VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD

- Loteria i ruleta

http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/UnidadesDidacticas/53-1-u-punt14.html

http://www.estadisticaparatodos.es/

http://www.loteriasyapuestas.es/primitiva/

http://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_binomial

www.ganardinerocasinos.com/informe.doc