



**ESTUDI DE LES ÒRBITES DE LES LLUNES  
GALILEIANES DE JÚPITER**



## ÍNDEX

1	INTRODUCCIÓ.....	3
1.1	Motivació .....	3
1.2	Hipòtesis .....	3
1.3	Metodologia.....	3
1.4	Agraïments.....	3
2	PART TEÒRICA .....	5
2.1	Història de la concepció geocèntrica a la heliocèntrica de l'Univers .....	5
2.1.1	Aristòtil (384 aC - 322 aC).....	7
2.1.2	Aristarc de Samos (310 aC - 230 aC) .....	7
2.1.3	Claudi Ptolomeu (138 dC - 180 dC) .....	8
2.1.4	Nicolau Copèrnic (1437 - 1543) .....	8
2.1.5	Tycho Brahe (1546 - 1601) .....	9
2.1.6	Giordano Bruno (1548 - 1600) .....	10
2.1.7	Johannes Kepler (1571 - 1630).....	11
2.1.8	Galileo Galilei (1564 - 1642).....	12
2.1.9	Isaac Newton (1642 - 1727) .....	14
2.2	Júpiter .....	15
2.3	Satèl·lits galileians.....	19
2.3.1	Característiques genèriques .....	19
2.3.2	Io.....	27
2.3.3	Europa .....	31
2.3.4	Ganímedes .....	38
2.3.5	Cal·listo.....	42
2.4	Satèl·lits no galileians.....	46
2.5	Lleis físiques i conceptes planetaris .....	48
2.5.1	Lleis de Kepler.....	48
2.5.2	Llei de la gravitació universal .....	56
2.5.3	Òrbites .....	58
3	PART EXPERIMENTAL.....	68
3.1	Determinació experimental del radi mitjà dels satèl·lits galileians i el seu període de revolució.....	68
3.1.1	Observació dels satèl·lits galileians .....	68
3.1.2	Mètodes utilitzats pel càlcul dels períodes .....	72
3.2	Determinació experimental de les característiques físiques de Júpiter.....	88

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



3.2.1	Càlculs.....	88
3.3	Determinació experimental de les característiques físiques de les llunes galileianes.....	93
3.3.1	Io.....	93
3.3.2	Europa.....	95
3.3.3	Ganímedes.....	96
3.3.4	Cal·listo.....	98
3.4	Determinació experimental de la velocitat de la llum.....	99
3.4.1	Objectius.....	99
3.4.2	Repàs a la història.....	100
3.4.3	Disseny experimental.....	100
3.4.4	Resultats obtinguts.....	106
3.4.5	Conclusions i valoracions.....	106
4	CONCLUSIONS.....	107
5	BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA.....	108
5.1	Bibliografia.....	108
5.2	Webgrafia.....	108
5.3	Figures.....	109
6	ANNEXOS.....	



# 1 INTRODUCCIÓ

## 1.1 Motivació

Des de sempre ens havien interessat molt l'astronomia i les forces de l'Univers i quan el nostre tutor del treball ens va proposar d'intentar calcular el període de les llunes de Júpiter ens va agradar molt la idea. És per aquesta raó que vam decidir escollir com a treball de recerca estudiar les òrbites de les llunes de Júpiter. Vam pensar que seria una molt bona oportunitat per ampliar els nostres coneixements sobre la matèria i per començar a introduir-nos en aquest món. A més a més ens va anar proposant diferents idees per afegir al treball, com ara el càlcul de la velocitat de la llum a partir del mètode de Rømer, que ho vam trobar una molt bona ampliació.

## 1.2 Hipòtesis

- Podem determinar el període de les llunes de Júpiter a partir de les observacions amb un telescopi?
- És possible determinar les característiques físiques de Júpiter a partir de les dades prèviament obtingudes? I de les seves llunes?
- Podem recrear el mètode que va seguir Rømer per a calcular la velocitat de la llum?

## 1.3 Metodologia

Primer de tot fem una introducció als astrònoms més destacats que han participat en el pas de la concepció geocèntrica a l'heliocèntrica de l'Univers. Seguidament fem una explicació de les característiques de Júpiter. Després fem una descripció detallada de totes les característiques de les llunes galileianes, com també una petita introducció a la resta dels satèl·lits de Júpiter. A més, hem considerat adient fer un repàs en profunditat de les tres lleis de Kepler i de la llei de la gravitació universal, que emprarem molt sovint en aquest treball, així com dels diferents conceptes pertanyents a les òrbites.

Els diversos procediments seguits a la part experimental els explicarem detalladament a les respectives seccions dels experiments.

## 1.4 Agraïments

En primer lloc volem agrair tota l'ajuda i les idees que ens ha donat al nostre tutor en aquest treball, que també és el nostre professor de física a l'Institut.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



També volem donar les gràcies a un alumne de la nostra classe per haver-nos deixat el seu telescopi per poder fer les diferents observacions que han estat adjuntades en el treball.

Finalment, agraïm a les nostres famílies el seu suport tant per facilitar la nostra coordinació com per la realització d'aquest projecte.



## 2 PART TEÒRICA

### 2.1 Història de la concepció geocèntrica a la heliocèntrica de l'Univers

Des de l'antiguitat l'home va voler determinar quina era la seva posició en el planeta Terra a partir de l'observació de les estrelles.

Per fer-ho era necessari conèixer la posició exacte de les estrelles i predir-ne els moviments que es poden observar en el cel amb el pas dels minuts, les hores i els dies. La tècnica que s'utilitzava per determinar la posició era suposar que la Terra es mantenia immòbil al centre de l'Univers i que tot es movia al seu voltant.

Aquest model és el que es coneix com a **geocèntric** i va ser defensat pel filòsof **Aristòtil**. Van haver de passar gairebé dos segles perquè el conjunt de filòsofs encapçalats per **Aristarc de Samos** defensessin que aquest model era erroni i proposessin el model heliocèntric que presenta el Sol com a centre de l'Univers. A més, els **Pitagòrics** ja afirmaven que la Terra era esfèrica i que no estava situada al centre de l'Univers. Aquesta teoria no va triomfar en aquell moment històric ja que a la pràctica no servia per orientar-se (determinar la posició a la Terra en un moment precís) i no va ser considerada més que una mera especulació.

La teoria geocèntrica proposada per Aristòtil va perdurar per molts anys ja que la societat en general **considerava a aquest filòsof un referent de les ciències naturals** i, per tant, cap nou esquema podia posar en dubte la vigent i substituir-la.

Igualment, alguns moviments dels planetes eren molt difícils de predir. Semblava que en aquests casos no complien la teoria vigent i que era necessari introduir uns pocs canvis per així resoldre de forma lògica cada un d'aquests moviments observats. També s'ha de destacar que els planetes patien canvis en la intensitat de brillantor, fet que també era difícil d'explicar.

No va ser fins a principis del segle II dC quan **Claudi Ptolomeu** va explicar el geocentrisme a la seva obra **Almagesto** d'una forma més acurada i complexa. Ptolomeu suposa uns moviments planetaris extremadament complexes anomenats epicles i deferents. Planteja que els planetes fan un moviment al voltant de la Terra (deferent) i un altre circular dintre d'aquesta esfera (epicicle),



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



amb el que s'aproparia i s'allunyaria de la Terra, amb això s'explicarien les diferències de brillantor i els seus moviments.

En arribar el segle XVI el pensament científic va canviar de forma radical. És el que es coneix com un canvi de paradigma o **revolució científica**. L'any 1543 el polonès **Nicolàs Copèrnic** va posar en dubte a la seva obra *De revolutionibus orbium coelestium* el model que havia perdurat fins aquell moment. El model aristotèlic-ptolemaic presentava nombrosos errors i s'anava complicant cada cop més amb el pas del temps. A diferència de la proposta d'Aristarc de Samos, a la de Copèrnic s'hi podien explicar de forma molt més simple els moviments dels planetes i per primer cop s'obtidrien millors prediccions que en el vell sistema geocèntric.

Aquest sistema copernicà creia en la perfecció dels moviments, el circular, premissa que va ser canviada posteriorment ja que els planetes no descriuen òrbites circulars, sinó el·líptiques. La teoria heliocèntrica de Copèrnic no va ser acceptada de forma immediata a causa de la interpretació literal de la Bíblia, que encara presentava molta influència en una gran majoria de la societat.

L'any 1583, es va proposar una altra teoria en mans de **Tycho Brahe**: el **geoheliocentrisme**. Definia que tots els planetes amb excepció del nostre giraven al voltant del Sol i aquest, juntament amb els altres planetes, voltaven formant òrbites entorn de la Terra.

No va ser possible observar i demostrar l'exactitud del sistema copernicà fins que l'astrònom **Galileo Galilei**, entre el 1609 i el 1610, inventés el **telescopi** o, millor dit, el perfeccionés. La seva base experimental va ser l'observació de les quatre llunes de Júpiter visibles amb facilitat mitjançant aquell telescopi primitiu.

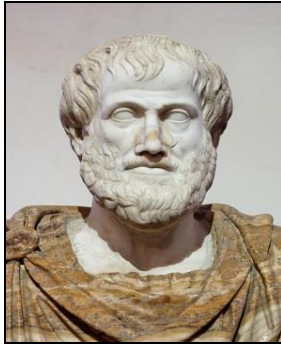
Serien altres científics els qui acabessin de perfilar el sistema actual. Entre ells està **Giordano Bruno**, qui va defensar que l'Univers és infinitament més gran del que es pensava anteriorment. També afirmà que ni la Terra ni l'home ocupen un lloc de privilegi en ell. Cal destacar també a **Johannes Kepler**, científic que va formular tres lleis bàsiques que li van permetre ampliar la teoria. Una d'elles explica l'òrbita el·líptica mencionada anteriorment.

Però no va ser fins l'any 1687 que **Isaac Newton** va posar la cirereta al pastís amb la publicació de la **lleï de la gravitació universal**, explicant la forma de les òrbites i la força que les manté.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



### 2.1.1 Aristòtil (384 aC - 322 aC)



**Figura 1:** Bust d'Aristòtil a la ciutat de Roma.

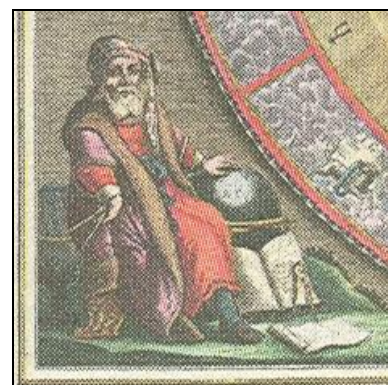
Aristòtil va ser un filòsof i pensador molt important, deixeble de Plató i mestre d'Alexandre el Gran. Els seus treballs van cobrir una gran varietat de matèries, tals com la lògica, la metafísica, l'ètica, la biologia, la física i la política, entre altres. Els seus estudis relacionats amb la lògica, el naturalisme i l'ètica van ser dominants en el pensament europeu fins ben entrat el segle XVI.

La seva tesi era **geocèntrica**, és a dir, situava la Terra al centre de l'Univers i immòbil, amb tots els altres cossos i astres girant en òrbites circulars al seu voltant. Defensava que l'Univers no l'havia creat Déu, sinó que havia existit sempre. A més, Aristòtil va dividir l'Univers en dos parts anomenades el món sublunar, canviant i corrupte, on s'hi inclou la Terra, i el món supralunar, perfecte. En aquesta part és on hi hauria situats els altres cossos i astres de l'Univers girant al voltant de la Terra; d'aquesta visió perfecta del món supralunar se'n deriva que en la seva visió cosmològica tots els cossos pertanyents a aquest món tindrien **moviments circulars i uniformes**.

Aquest model va ser el predominant al món fins a l'arribada de Copèrnic i el seu model heliocèntric.

### 2.1.2 Aristarc de Samos (310 aC - 230 aC)

Aristarc de Samos va ser un astrònom i matemàtic grec nascut a Samos. La seva obra va ser molt extensa, però la més important va ser *De la magnitud i la distància del Sol i de la Lluna*. En ella Aristarc afirmava que el Sol era molt més gran que la Terra (unes 300 vegades segons els seus propis càlculs). A més d'això, va formular per primer cop una **visió cosmològica heliocèntrica**, posant el Sol al centre de l'Univers en lloc de la Terra.



**Figura 2:** Aristarc de Samos, detall de l'Atlas d'Andreas Cellarius (segle XVII).

En la seva hipòtesi afirmava que el Sol era un estel fix, com tots els altres estels, i que els planetes giraven al seu voltant en òrbites circulars, i la Terra, com qualsevol altre planeta de mida relativament petita, també girava al voltant del





Sol. També va explicar el cicle de les estacions afirmant que l'eix de la Terra estava inclinat.

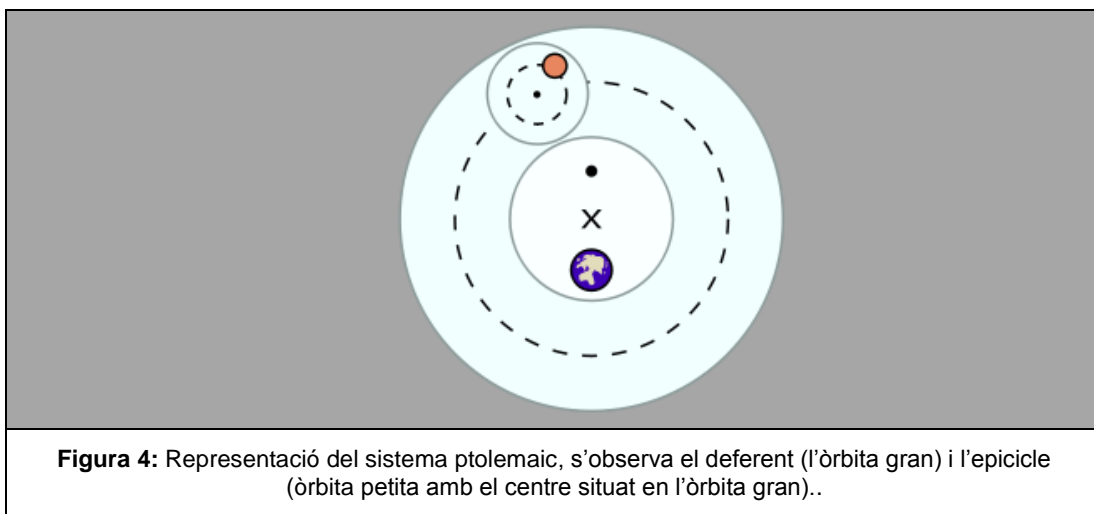
Aquesta teoria no va ser ben rebuda pels seus contemporanis i va ser denunciada i rebutjada, principalment perquè anava en contra del sentit comú però també pel prestigi que tenia en aquells moments la teoria aristotèlica.

### 2.1.3 Claudi Ptolomeu (138 dC - 180 dC)



**Figura 3:** Retrat medieval de Ptolomeu.

Claudi Ptolomeu va ser un astrònom, geògraf, matemàtic, químic i astròleg grecoegipci. La seva obra més important va ser el tractat astronòmic *Almagest*. En ella Ptolomeu va fer l'aportació més important al sistema aristotèlic: va donar **solució al moviment retrògrad dels planetes**. Això ho va aconseguir introduint a l'òrbita dels planetes (deferents) unes altres esferes (epicles), les quals tenien el centre en la línia del deferent, donant la sensació que els planetes anaven enrere i endavant.



**Figura 4:** Representació del sistema ptolemaic, s'observa el deferent (l'òrbita gran) i l'epicicle (òrbita petita amb el centre situat en l'òrbita gran)..

### 2.1.4 Nicolau Copèrnic (1473 - 1543)

Nicolau Copèrnic (*Mikołaj Kopernik* en polonès) va ser un astrònom polonès del Renaixement conegut per la seva **teoria heliocèntrica** del Sistema Solar. En aquesta teoria Copèrnic va afirmar que el Sol era en realitat el centre de l'Univers (i no la Terra com es creia fins al moment). Els punts més importants de la seva concepció heliocèntrica de l'Univers són:

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



1. Els moviments celestes són uniformes, circulars i eterns.
2. El centre de l'Univers es troba en un punt proper al Sol.
3. Els planetes orbiten al voltant del Sol.
4. La Terra té tres moviments: la rotació diària, la revolució anual, i la inclinació anual del seu eix.
5. Els moviments retrògrads dels planetes són explicats pel moviment de la Terra.
6. La distància de la Terra a les estrelles és molt gran comparada amb la distància al Sol.

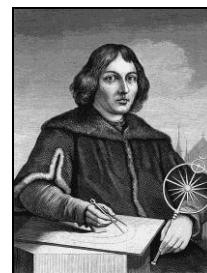


Figura 5: Retrat de Nicolau Copèrnic.

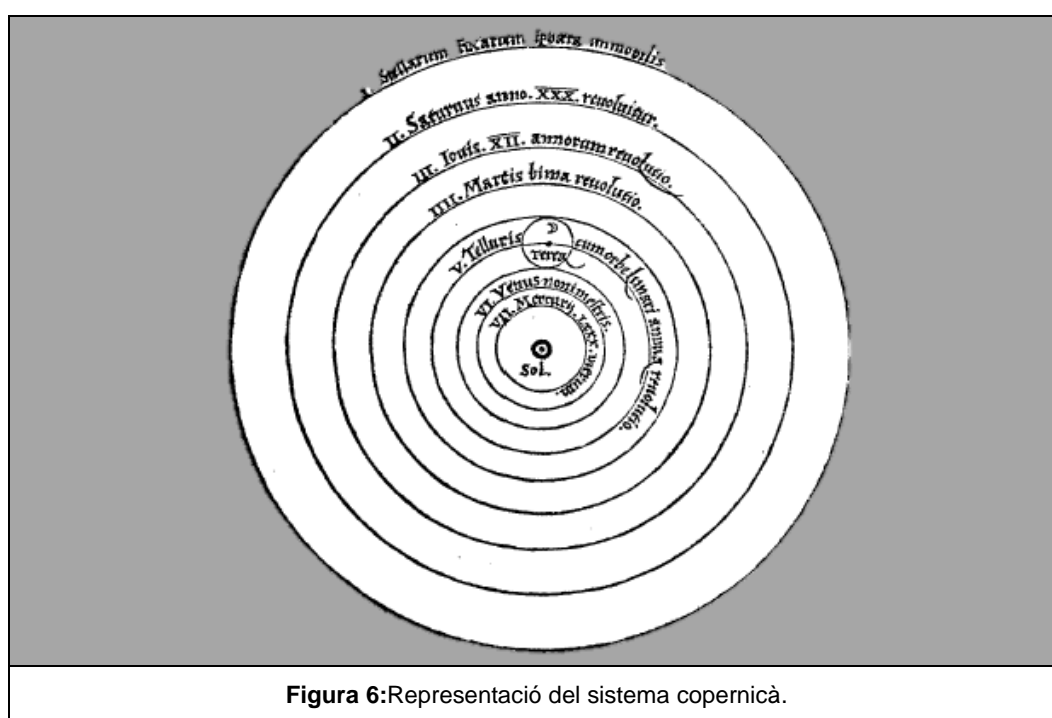


Figura 6: Representació del sistema copernicà.

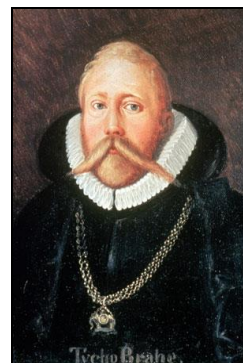
### 2.1.5 Tycho Brahe (1546 - 1601)

Brahe va ser l'últim dels grans astrònoms observadors de l'era prèvia al telescopi. **Era contrari a la concepció heliocèntrica de Copèrnic** tot i ser la més acceptada a l'època. Va destacar per ser un dels grans observadors de la revolució científica però un pèssim matemàtic i teòric.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

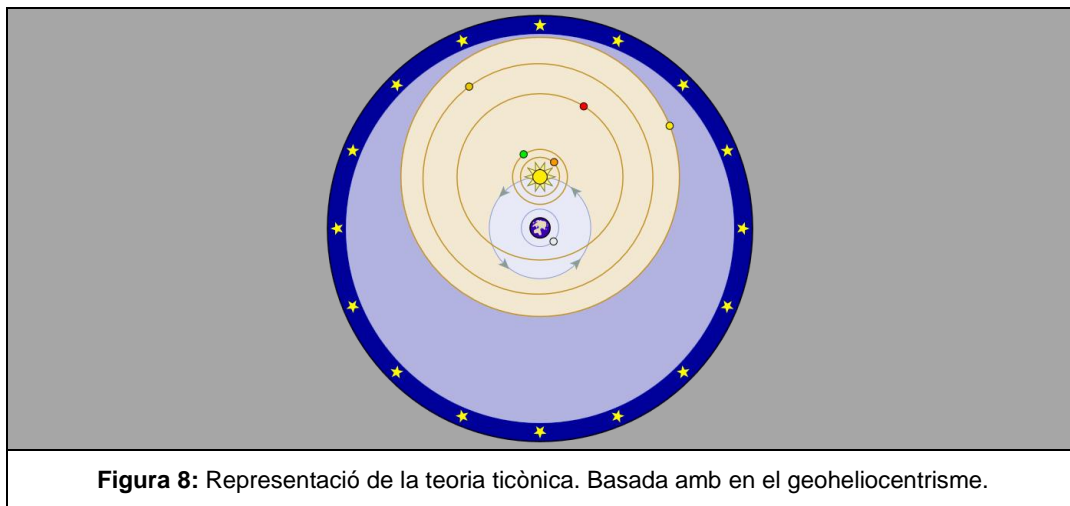


Totes les anotacions que va realitzar amb gran precisió durant el transcurs de la seva vida van ajudar a **Johannes Kepler** a formular les seves Lleis després de la mort de Brahe. Els seus registres, les **Taules Rudolfines** (costejades per Rudolf II), constitueixen les observacions més rigoroses fetes sense instruments òptics. A més, feia una observació dels planetes de forma regular, canviant a partir d'aquell moment la pràctica vigent d'observar-los només en situacions concretes i especials.



**Figura 7:** Pintura de Tycho Brahe.

Va fer nombroses teories però, sense cap dubte, la més important va ser la **teoria ticònica**, que està basada en el **geoheliocentrisme**. Aquesta teoria no va ser acceptada pels grans astrònoms de l'època. Brahe va utilitzar la lògica formal per negar la validesa de l'esquema **heliocèntric copernicà**. Deia que si l'heliocentrisme era cert, s'havia d'observar la paral·laxi (Angle format per les dues visuals que, partint de dos punts de vista diferents, són dirigides sobre un mateix punt de l'espai). La paral·laxi no s'observava i, per tant, l'heliocentrisme no era cert. Tot i així, partia d'un axioma fals: l'Univers era molt més gran del que es deia i es creia fins al moment. Això era el que feia que la paral·laxi no s'observés amb els telescopis primitius.



**Figura 8:** Representació de la teoria ticònica. Basada amb en el geoheliocentrisme.

### 2.1.6 Giordano Bruno (1548 - 1600)

Giordano Bruno no era un científic estrictament parlant, però es pot considerar que la seva filosofia és una **continuació filosòfica del sistema copernicà**. Ell

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



intenta resoldre el problema que planteja Copèrnic a partir de la seva teoria. Bruno proposa una **relació Déu-món**.

Si es planteja que Déu és infinit, res no pot estar fora de Déu, per tant, el món forma part d'Ell. Això ens ve a dir que el món no només està manifestat o comprès per Déu sinó que **s'identifica amb Déu**.

Per tant si Déu i la Natura s'identifiquen amb el mateix, i **Déu és infinit**, la **Natura també** ho serà. Això ens permet demostrar la teoria heliocèntrica de Copèrnic que parlava de la immesurable distància que hi ha entre la Terra i la resta d'estels. Llavors, segons la seva idea filosòfica, l'Univers queda transformat en una **distància infinita**.

Realment és una idea que en l'actualitat està vigent. Veure la Terra a dintre d'un Sistema Solar, i aquest com una part d'un altre sistema encara més ampli, aquest, dins d'un altre sistema, i així de forma infinita. Cal destacar també una segona idea que es planteja. Cap estrella queda en una zona privilegiada, sinó que cada una queda com un Sol. Això fa que podem veure qualsevol lloc de l'Univers com el centre, per tant, cap punt ho és.

Es creu que Bruno va ser cremat l'any 1600 per la Inquisició per **Copernicanisme** tot i que encara no se sap exactament si va anar a la foguera per aquest motiu.

### 2.1.7 Johannes Kepler (1571 - 1630)

Considerat un dels creadors de l'astronomia moderna i defensor del **sistema heliocèntric**. Per entendre la visió de Kepler cal tenir present que no existia cap diferenciació entre l'astronomia i la pseudociència astrològica en el passat. De fet, tampoc hi havia una diferenciació real entre la física, la ciència natural i l'astronomia. Partint d'aquestes bases, Kepler va relacionar els conceptes de l'harmonia de les esferes i la bellesa matemàtica. Contràriament, si el comparem amb en Tycho Brahe, no era un bon observador, però sí un fantàstic teòric.

Tot i estar d'acord amb la idea copernicana de l'heliocentrisme, criticava durament el sistema matemàtic emprat per Copèrnic.

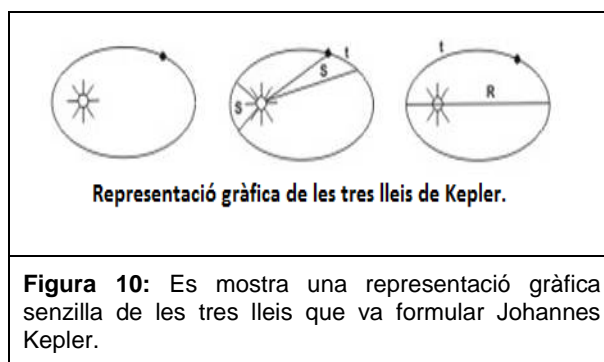


**Figura 9:** Retrat de Johannes Kepler a l'any 1610 d'un pintor desconegut.

Des de l'antiguitat s'havien preocupat per construir un model de l'Univers que fos semblant a una geometria celeste. En aquesta, en canvi, apareixien cercles sobre altres cercles. L'astronomia kepleriana va intentar trobar les causes físiques dels moviments planetaris. Segons Kepler, els cossos celestes com els planetes o els satèl·lits necessiten una força motriu per moure's ja que per ells mateixos no són capaços de posar-se en moviment.

Com ja hem esmentat anteriorment, va treballar amb Tycho Brahe, fet que li va permetre un cop mort Tycho, posseir les seves observacions tan ben realitzades. Això li va servir de guia per realitzar un estudi amb profunditat. Amb el llibre *Misteri Cosmogràfic* defensava la teoria copernicana i ho validava amb una sèrie d'arguments matemàtics.

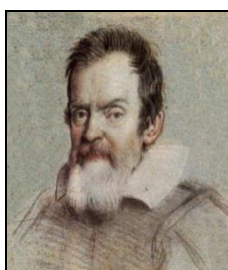
Kepler va trencar amb la idea de la perfecció dels moviments planetaris. Va introduir la idea de que **els planetes no tenen una forma perfecta i que dibuixen òrbites el·líptiques** en el Sistema Solar. I, mitjançant tot el material documental que tenia i la



**Figura 10:** Es mostra una representació gràfica senzilla de les tres lleis que va formular Johannes Kepler.

seva constància, va poder arribar a formular les **tres lleis de Kepler** que coneixem actualment. En l'apartat 2.5.1 es parlarà en profunditat de dites lleis.

### 2.1.8 Galileo Galilei (1564 -1642)



**Figura 11:** Pintura de Galileo Galilei realitzada per Ottavio Leoni.

Galileo va ser un astrònom, filòsof, matemàtic i físic italià **que va destacar per la perfecció i la qualitat del telescopi que va construir ell mateix** (tot i que només era de vint augments). A partir d'aquest telescopi va aconseguir realitzar un conjunt de descobriments, alguns més revolucionaris que d'altres, que van permetre argumentar la teoria heliocèntrica. Va aportar una sèrie de proves necessàries per l'acceptació general del nou sistema proposat.

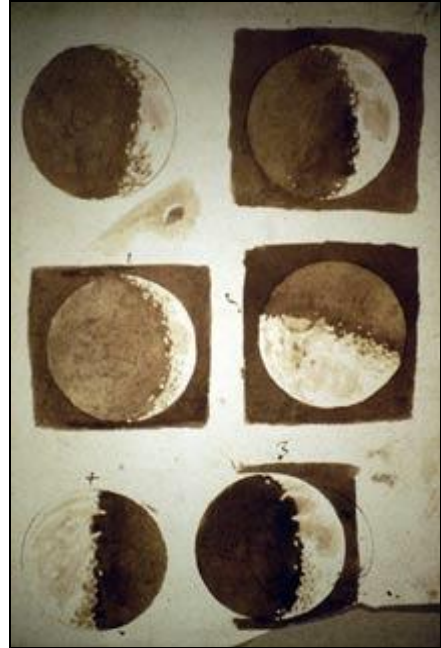


## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



Els descobriments astronòmics gràcies al telescopi van ser:

- Les **imperfeccions del Sol i la Lluna** invalidaven la teoria aristotèlica de la diferenciació de l'Univers en dos mons (sublunar i supralunar). Les taques solars al nostre astre i les muntanyes al nostre satèl·lit demostren que no existeixen aquests dos mons diferenciats. Els cossos celestes són mutables i no són perfectes.
- Els **quatre satèl·lits de Júpiter** descoberts per ell i estudiats en aquest treball de recerca van servir per comprendre a una altra escala el model heliocèntric de tot el Sistema Solar.
- Les **fases de Venus**, que eren molt semblants a les de la Lluna, no podien ser explicades des del sistema geocèntric.
- La **Via Làctia** no era un núvol continu, com es creia, sinó una congregació de milions d'estels. Això permetia que fos més creïble la idea d'un món infinit, idea que era rebutjada pels aristotèlics.



**Figura 12:** Dibuixos realitzats per Galileo a partir de les observacions del seu telescopi de vint augments.

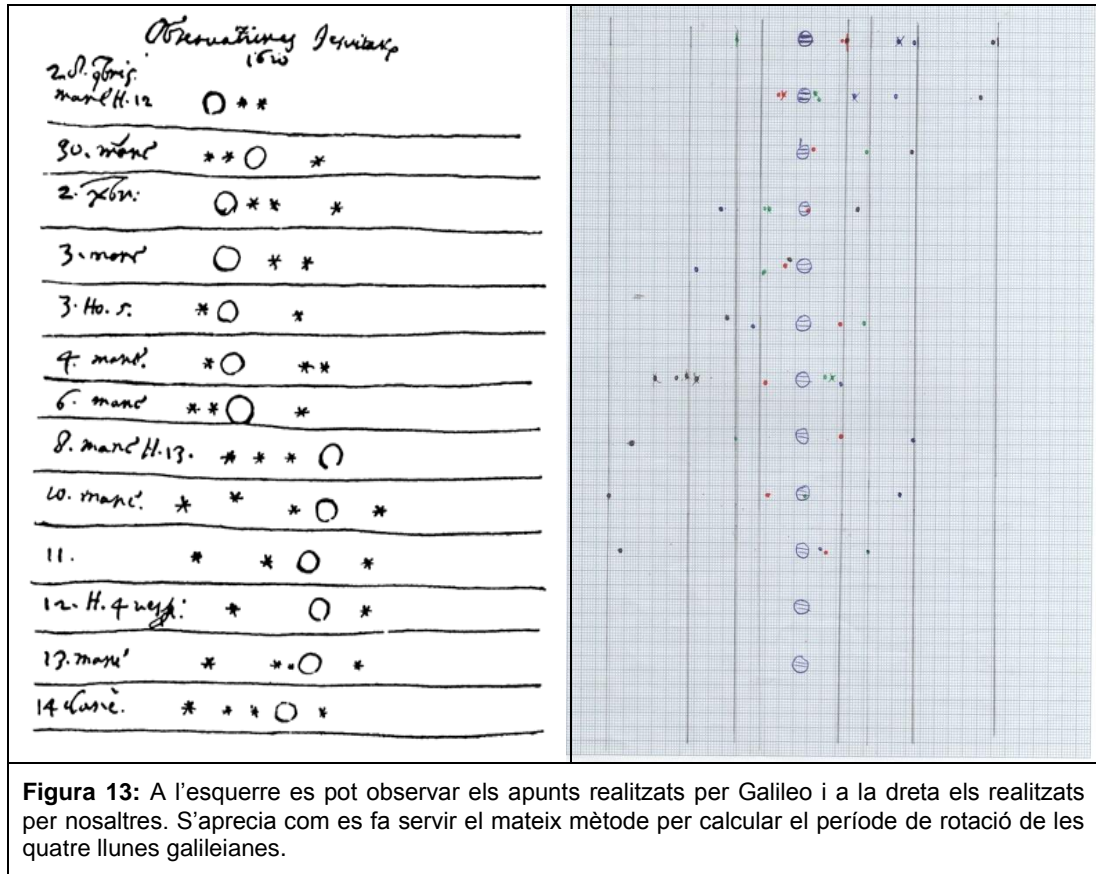
Aquests descobriments citats no són els únics, també podríem destacar l'argumentació de les marees o l'observació de noves estrelles.

Cal ressaltar que Galileu va ser perseguit per la Inquisició i el van obligar a desmentir i rebutjar les teories que ell explicava en públic. També el van fer fora de la docència. Tot el temps lliure que va tenir a partir d'aquell moment el va aprofitar per seguir investigant.

Tot i així, molts escèptics encara defensaven aferrissadament el sistema geocèntric ja que el que platejava Galileu generava un buit teòric i, a més, suposava refutar també el sistema físic aristotèlic.

En el nostre treball hem recreat la metodologia utilitzada per Galileu en el seguiment dels quatre satèl·lits de Júpiter. A partir d'aquesta tècnica podem calcular el període de rotació amb facilitat.





### 2.1.9 Isaac Newton (1642 - 1727)

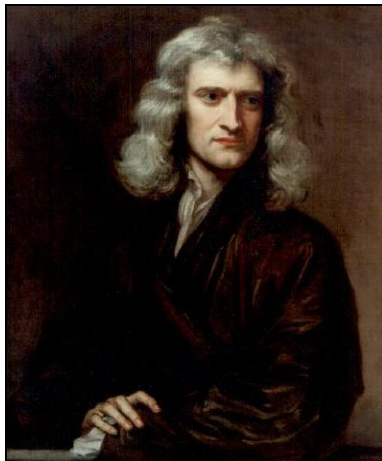


Figura 14: Retrat de Isaac Newton per Godfrey Kneller en el any 1689.

Va ser un físic, matemàtic i filòsof anglès molt important per les diferents teories que va elaborar i que marcaran la física que coneixem actualment.

També va treballar en el camp de l'òptica. Construï el **primer telescopi refractor pràctic** entre els anys 1665 i 1667 i va desenvolupar una teoria sobre el color a partir de l'observació de la descomposició en un prisma de la llum blanca en els colors de l'espectre visible.

L'any 1687 va publicar el llibre *Philosophia Naturalis Principia Mathematica* on descriu la **lleï de la gravitació universal** explicada en detalla l'apartat 2.5.2:

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

**Figura 15:** Expressió matemàtica de la llei de gravitació universal de Newton.

A més, va formular les **tres lleis del moviment o de la dinàmica**:

- Principi d'inèrcia:** Tot cos lliure, sobre el qual no actua cap força, manté el seu estat de moviment, ja sigui en repòs, o ja sigui en moviment rectilini uniforme.
- Principi fonamental de la dinàmica:** Si sobre un cos hi actua una força resultant, aquest cos adquireix una acceleració directament proporcional a la força aplicada, essent la massa del cos la constant de proporcionalitat.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

**Figura 16:** Expressió matemàtica del principi fonamental de la dinàmica.

- Principi d'acció – reacció:** Quan un cos exerceix una força sobre un altre (acció), aquest exerceix sobre el primer una força d'igual magnitud i direcció però de sentit contrari (reacció).

Newton va ser el primer en demostrar que les lleis naturals són les mateixes en els moviments del planeta Terra que en els objectes i cossos celestes. També va demostrar que les òrbites no només poden ser el·líptiques sinó que a més poden ser parabòliques i hiperbòliques.

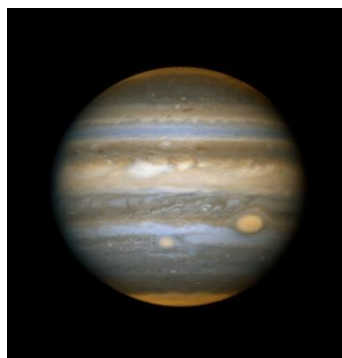
## 2.2 Júpiter

Júpiter és el **cinquè planeta** del Sistema Solar. Dista una mitjana de 778 milions de quilòmetres del Sol i és **el primer dels gegants gasosos** del Sistema Solar exterior.

Podem considerar que **Júpiter posseeix un sistema planetari en miniatura** ja que presenta una atmosfera composta per hidrogen i heli com a gasos majoritaris (igual que a les estrelles) amb unes bandes de diferents tonalitats formades pels núvols que cobreixen tot el cos celeste, una imponent



magnetosfera, nombrosos anells i multitud de satèl·lits, quatre d'ells visibles des de la Terra amb un petit telescopi o fins i tot amb uns binocles.



**Figura 17:** Imatge presa pel Telescopi Especial Hubble mostrant les dues taques vermelles de Júpiter.

Com ja s'ha esmentat anteriorment, el que destaca més d'aquest planeta és la seva grandària. De fet, **és el major cos celeste del Sistema Solar després del Sol**. Característica que fa que el seu diàmetre també sigui molt elevat: una mica més de 140.000 Km. També, és clar, és el planeta més voluminós del Sistema Solar amb un volum equivalent a 1.317 Terres.

La gravetat joviana<sup>1</sup> a la seva superfície té un valor de 2,34 vegades la del nostre planeta. Tot i ser enorme, la seva massa només equival a 318 vegades la de la Terra i tres vegades la massa de Saturn. La massa exacta de Júpiter és de  $1,899 \times 10^{27}$  kg.

Una altra característica general destacable és que el seu període orbital és de 11,86 anys terrestres, la qual recorre a una velocitat mitjana d'uns 13 km/s. També **presenta una òrbita molt excèntrica**<sup>2</sup> i permet que en determinats moments es trobi relativament a prop del nostre planeta (aproximadament a 60 milions de quilòmetres).

Malgrat la seva grandària **aquest colós gira molt més ràpidament sobre el seu eix** que la Terra i dóna una volta sobre ell mateix en menys de 10 hores de forma no uniforme. La seva inclinació axial és molt baixa:  $3,1^\circ$ . Tot això provoca que Júpiter no sigui perfectament esfèric i que disposi d'una cobertura de núvols que formen bandes característiques de color clar o fosc. És freqüent que en la zona adjacent d'aquestes bandes es produeixin remolins. Aquests, també anomenats huracans o *twisters*, es veuen en forma de taques vermelles enormes.

L'interior del planeta, segons els diferents estudis realitzats, consta d'un petit nucli rocós format per elements gelats d'unes 7-13 masses terrestres (depenent de l'estudi) envoltat d'un altre de dimensions més grans format bàsicament per hidrogen metàl·lic a uns 15.000 km de profunditat.

<sup>1</sup> Designació del que és relatiu o pertanyent a Júpiter.

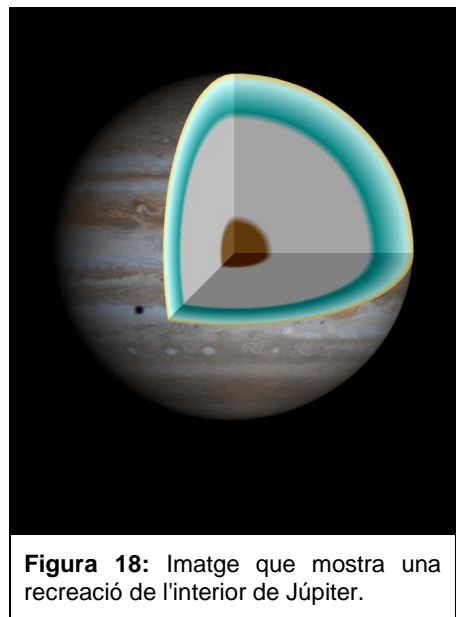
<sup>2</sup> Que està o cau fora del centre. En aquest cas Júpiter no està situat al centre de la seva òrbita.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



El fet que hi hagi aquest tipus de compost i en les condicions esmentades és degut a la compressió progressiva d'elements com l'hidrogen, l'heli o l'argó (gas noble que es troba a la superfície del planeta).

Finalment hi hauria una capa relativament prima de gasos que formen l'atmosfera joviana. Per tant, es podria sintetitzar dient que **Júpiter està format bàsicament per gasos en diversos estats de la matèria i molt lleugers** on la composició aproximada seria: 90% d'hidrogen, 5% d'heli, 3% d'amoníac i metà i la resta diferents compostos químics, a més d'un possible nucli central rocós. L'atmosfera de Júpiter **no està separada clarament del seu interior líquid metàl·lic** i per tant la transició es va produint gradualment. Està composta essencialment per hidrogen (87%) i heli (pràcticament el 13% restant). Altres compostos detectats són: metà, vapor d'aigua, amoníac i sulfur d'hidrogen en molt baixa quantitat. A més, de forma genèrica, podem dir que és una atmosfera que **conté una estructura de núvols de diferents tipus** fent que sigui aquesta freda i de caire



**Figura 18:** Imatge que mostra una recreació de l'interior de Júpiter.

turbulenta. Per exemple, els núvols més superiors es creu que estan formats de cristalls congelats d'amoníac. La prova més clara de l'existència d'aquesta estructura de núvols és la presència de descàrregues elèctriques en zones on hi ha baixa pressió (5-6 Pa).

L'atmosfera del planeta presenta en la seva part exterior una enorme formació meteorològica anomenada *Gran Taca Vermella*. És fàcil d'observar des de

la Terra amb un telescopi de pocs augments ja que les seves dimensions superen les del nostre planeta. Té una forma més o menys ovalada i la seva coloració és de tonalitats vermelles. El primer a observar la Gran Taca Vermella va ser el científic britànic Robert Hooke ja fa més de 300 anys. Des del punt de vista meteorològic, la *Gran Taca Vermella* és un anticicló molt estable amb vents sostinguts de 400 km/h.

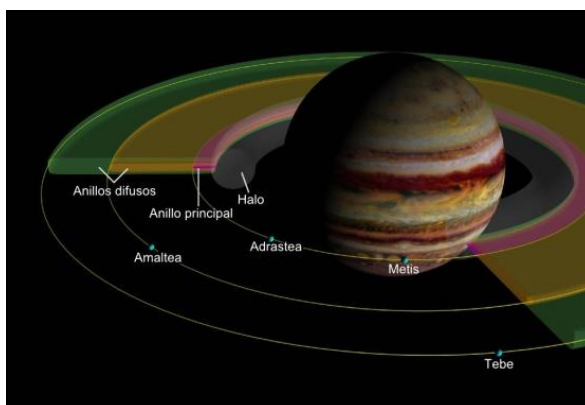


**Figura 19:** Imatge obtinguda pel *Voyager 1* on s'observa la *Gran Taca Vermella*.

Júpiter també disposa d'una **magnetosfera molt intensa**. Es considera que el camp magnètic jovian és la major estructura del nostre Sistema Solar. Les partícules carregades són recollides per la magnetosfera per ser distribuïdes a les regions polars produint les aurores. També cal destacar que la polaritat és contrària a la que hi ha al planeta Terra.

Tot i que Júpiter **disposa d'un sistema d'anells planetaris**, aquest és molt tènue. Es

divideix fonamentalment en tres parts. **Un anell principal** o destacat de 6.400 km de diàmetre però de només 100 km de gruix que està format per pols dels satèl·lits interns Metis i Adrastea. Aquest anell es va fonent com més a prop es troben les seves partícules de Júpiter fins a formar la regió anomenada Halo d'uns 10.000 km de gruix i que s'estén fins als núvols de l'atmosfera joviana. A l'exterior de l'anell principal trobem altres anells més amples, formats per les partícules despreses pels satèl·lits d'Amaltea i de Tebe. Finalment, si es concreta més, trobem un quart anell encara més lluny del planeta del qual no se sap encara el seu origen amb certesa. Aquest últim anell és extremadament tènue i és l'únic que gira en direcció oposada al planeta. Està compost per les diferents partícules de pols que s'han després dels satèl·lits interiors de Júpiter degut a diferents impactes de meteorits. Aquest material que forma el sistema d'anells s'ha d'anar renovant contínuament.



**Figura 20:** Esquema dels anells de Júpiter i les llunes interiors.

Fins al dia d'avui s'han descobert **un total de 67 satèl·lits** que orbiten al planeta (a part del conjunt extens d'asteroides troians). Aquests es poden classificar fàcilment en dos grups: satèl·lits galileians i els no galileians. En apartats posteriors s'explicaran amb més detall.

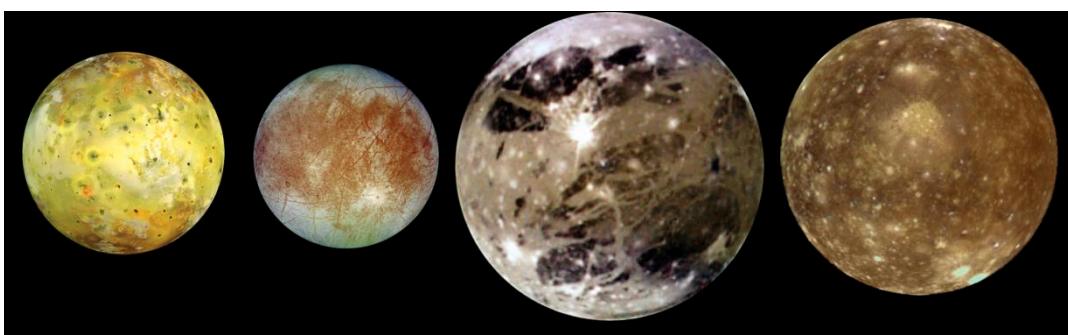


## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



### 2.3 Satèl·lits galileians

Es reconeixen com a **satèl·lits galileians** les quatre llunes **descobertes per Galileo Galilei per mitjà del seu telescopi l'any 1610**. Tot i que actualment s'ha reconegut que molt abans que fossin descoberts per Galileu, l'astrònom xinès Gan De ja els havia pogut descobrir gairebé dos mil·lennis abans. També entra en disputa el seu descobriment amb l'astrònom alemany Simon Marius, qui els hagués pogut descobrir alguns dies abans que Galileu. Actualment s'ha arribat a l'acord que és molt probable que aquest astrònom els hagués pogut descobrir de forma independent però, si aquest fos el cas, no abans que Galileu.



**Figura 21:** Imatge composta dels quatre satèl·lits galileians de Júpiter. D'esquerra a dreta es pot observar: Io, Europa, Ganímedes i Cal·listo.

La principal característica que comparteixen aquests satèl·lits i que els va fer idonis per al seu descobriment prematur **és la seva grandària**. Aquests satèl·lits són observables amb un telescopi de pocs augments o amb un binocle. Fins i tot és possible veure'n algun a ull nu (Cal·listo). Són amb diferència els més grans dels 67 satèl·lits que s'han descobert fins al moment a Júpiter.

Cal afegir que hi va haver una gran discussió entre els astrònoms per posar els noms a aquests quatre cossos celestes. Finalment **van prevaler els noms que foren proposats per Simon Marius**. Aquests provenen de la mitologia grega.

#### 2.3.1 Característiques genèriques

##### A. Descripció bàsica

Seguidament es mostraran les dades genèriques dels quatre satèl·lits galileians de Júpiter:

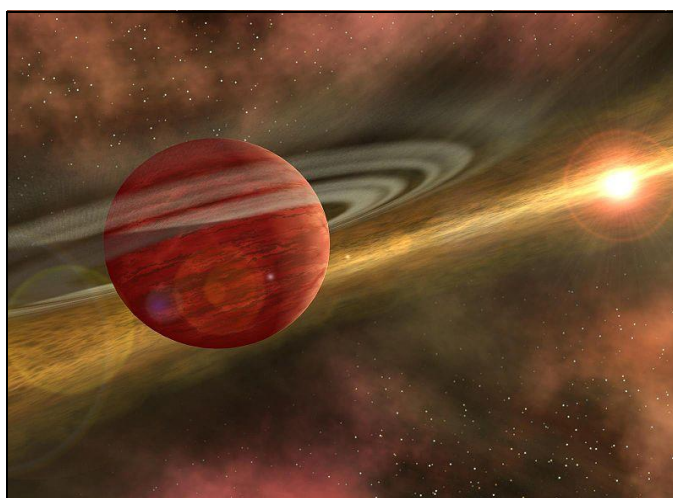




<p style="text-align: center;"><b>IO</b></p> <p>Les cendres dels seus diversos volcans donen a la superfície de Io un aspecte ataronjat. El seu interior és encara fos. Io té els primers volcans actius descoberts fora de la Terra.</p>	<p style="text-align: center;"><b>EUROPA</b></p> <p>Cobert d'una capa regular de gel sòlid, Europa té prou calor dins seu per tenir mars d'aigua líquida sota la seva superfície uniforme.</p>
<p style="text-align: center;"><b>GANÍMEDES</b></p> <p>Ganímedes és el satèl·lit més gran del sistema solar, més gran fins i tot que Plutó i Mercuri. Probablement és fet de gel i fang, i té un nucli de roca de silici.</p>	<p style="text-align: center;"><b>CAL·LISTO</b></p> <p>Cobert de gel esquerdat i brut sobre un nucli rocós, Cal·listo està marcat amb molts cràters. El més gran es diu Valhala, i presenta un diàmetre d'uns 3.000 km.</p>

## B. Formació

Els satèl·lits descoberts per Galileo Galilei, com els altres satèl·lits jovians, es van formar més o menys al mateix temps que Júpiter i en sincronia amb ell. **Es formaren a partir d'un disc de materials sobrants de la formació del seu planeta.** Aquest material es va condensar i es va anar ajuntant fins a formar les quatre llunes.



**Figura 22:** Recreació feta per la NASA de la formació del sistema joviana.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



### C. Descobriment i elements orbitals

	DESCOBRIMENT			ELEMENTS ORBITALS					
	Descobridor	Data	Designacions	Inc. al equador del planeta (°)	Inclinació (°)	Excentricitat orbital	Semieix major (km)	Període orbital (dies)	Vel. orbital mitjana (km/s)
IO	Galileo Galilei	Gener del 1610	Júpiter I	0'04	0'036	0'0041	421000	1'769	17'34
EUROPA	Galileo Galilei	Gener del 1610	Júpiter II	0'47	0'47	0'0090	671100	3'551	13'74
GANIMEDES	Galileo Galilei	Gener del 1610	Júpiter III	1'85	0'21	0'0013	1070400	7'155	10'88
CAL·LISTO	Galileo Galilei	Gener del 1610	Júpiter IV	0'20	0'19	0'0740	1882700	16'689	8'20



**D. Característiques físiques**

CARACTERÍSTIQUES FÍSQUES: GENERALS								
	Massa (Kg)	Volum (m <sup>3</sup> )	Densitat (g/cm <sup>3</sup> )	Radi mitjà (km)	Gravetat equatorial (m/s <sup>2</sup> )	Velocitat d'escap. (km/s)	Inclinació axial (°)	Albedo
IO	8,93×10 <sup>22</sup>	2,53×10 <sup>10</sup>	3,528	1.815	1,769	2,560	1,769	0,61
EUROPA	4,8×10 <sup>22</sup>	1,59×10 <sup>10</sup>	3,010	1.569	1,314	2,025	3,551	0,67
GANÍMEDES	1,48×10 <sup>22</sup>	7,6×10 <sup>10</sup>	1,936	2.634	1,428	2,741	7,155	0,43
CAL-LISTO	1,08×10 <sup>22</sup>	5,9×10 <sup>10</sup>	1,830	2.410	1,235	2,440	1,689	0,22


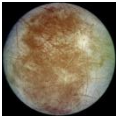

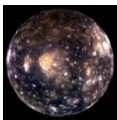
## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



CARACTERÍSTIQUES FÍSIQUES: ATMOSFERA I MAGNETOSFERA								
	Presència d'atmosfera	Presència de ionosfera	Magnetosfera pròpia	Temperatura mitjana (K)	Composició atmosfèrica	Pressió atmosfèrica (Ba)	Origen de l'atmosfera	Origen de la magnetosfera
<b>IO</b>	Sí, molt tènue	No	No	130	SO <sub>2</sub>	Traces	Deriva del vulcanisme del satèl·lit	-
<b>EUROPA</b>	Sí, molt tènue	No	No	102	O <sub>2</sub>	1,0×10 <sup>-12</sup>	La magnetosfera de Júpiter la reté	-
<b>GANIMEDES</b>	Sí, molt tènue	No	Sí	110	O <sub>2</sub>	Traces	Deriva de la descomposició de l'aigua	Mar intern salat
<b>CAL·LISTO</b>	Sí, molt tènue	Sí	No	134	O <sub>2</sub> ; CO <sub>2</sub>	7,5×10 <sup>-12</sup>	La magnetosfera de Júpiter la reté	-

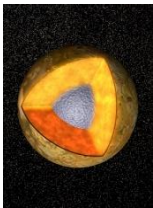
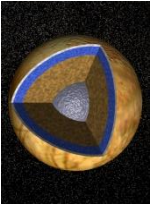
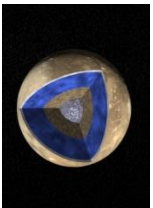
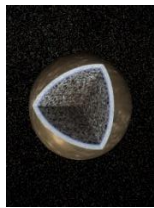
Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



CARACTERÍSTIQUES FÍSQUES: ESTRUCTURA EXTERIOR					
Geologia	Muntanyes no volcàniques, llacs de sofre...	Derivada del trencament de la crosta de gel	Dividida en dos tipus de terreny: un de vell i un altre de	Predominen els cràters d'impacte i les estructures anellades	
Presència de cràters	No, degut al vulcanisme	Pocs, degut al moviment tectònic	Sí, molts, per impacte	Sí, molts, per impacte	
Moviment tectònic	No	Sí	Sí	No	
Tipus de vulcanisme	Expulsen SO <sub>2</sub>	Crio-vulcanisme	-	-	
Presència de vulcanisme	Sí	Sí	No	No	
Àrea (km <sup>2</sup> )	4,2 · 10 <sup>7</sup>	3,1 · 10 <sup>7</sup>	8,7 · 10 <sup>7</sup>	7,3 · 10 <sup>7</sup>	
Estructura exterior					
	<b>IO</b>	<b>EUROPA</b>	<b>GANÍMEDES</b>	<b>CAL-LISTO</b>	

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



CARACTERÍSTIQUES FÍSQUES: ESTRUCTURA INTERIOR					
Presència d'oceà intern	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Composició de les capes (de dins cap a l'exterior)	Materials rocósos semi-sòlids	Mantell rocós i capa d'aigua líquida (oceà intern)	Material rocós recobert de gel en diferents fases i una capa fina fangosa i prima	Roques i gel comprimit, oceà salat i litosfera congelada	
Capes diferenciades	Sí	Sí	Sí	Sí	
Composició del nucli	Ferro sòlid	Ferro i níquel sòlid	Ferro la capa interna i silicats	-	
Presència de nucli	Sí	Sí	Sí	No	
Estructura interior					
	<b>IO</b>	<b>EUROPA</b>	<b>GANÍMEDES</b>	<b>CAL-LISTO</b>	



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

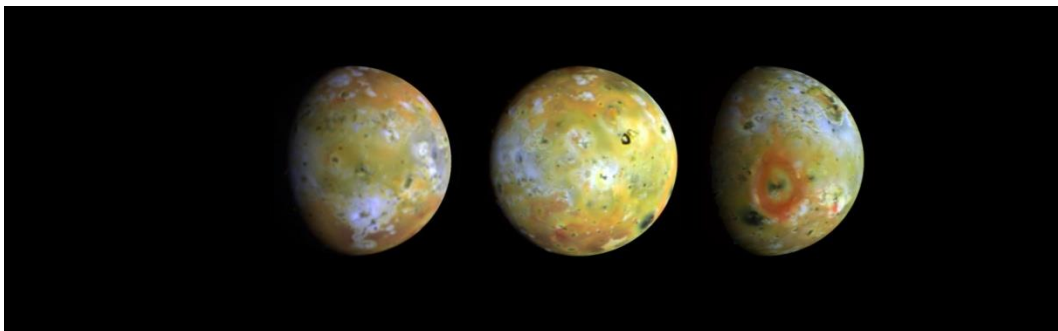


### 2.3.2 Io

Va rebre el seu nom d'un personatge de la mitologia grega en honor a una de les amants de Zeus. Cal destacar que Zeus, en la mitologia romana, està identificat com a Júpiter.

**És la lluna galileiana més propera al planeta Júpiter** fet que li provoca estar afectada de ple per l'efecte de marea. En el conjunt dels 67 satèl·lits descoberts fins al moment **és el cinquè més proper a Júpiter**, trobant-se a una distància mitjana de 421.600 km. El seu diàmetre equival aproximadament a  $\frac{2}{3}$ de la llargària de la costa est dels Estats Units d'Amèrica, és a dir, d'uns 3.630 km. Al ser el satèl·lit galileià més interior és capaç de donar la volta a Júpiter en només 1,77 dies.

La seva temperatura mitjana superficial és de 110K (-163°C).



**Figura 23:** Tres imatges en color del disc complet de Io. Captades en la missió Galileu.

#### A. Estructura interna

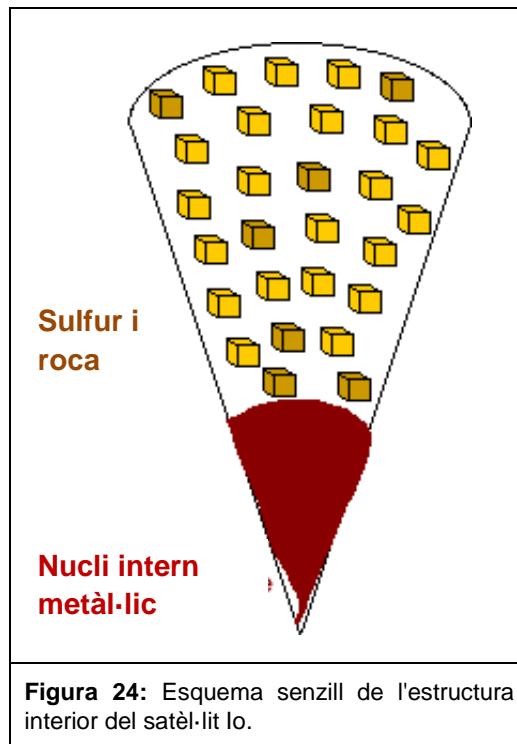
La seva composició química és més semblant a la dels planetes terrestres que no pas a la de les llunes del Sistema Solar exterior. Té una densitat de  $3.523 \text{ g/cm}^3$ , la més alta de qualsevol satèl·lit del nostre sistema planetari.

Gràcies als mesuraments de la seva massa, el seu radi i els valors numèrics en què es distribueix la massa dins d'ella, **s'ha suggerit que el seu interior està format per una escorça i un mantell rics en silicats i un nucli intern constituït principalment per ferro i sulfur de ferro.**

**El nucli metàl·lic comprèn aproximadament el 20% de la massa de la lluna.**



Depenent de la proporció de ferro i sofre present al nucli aquest tindria un radi d'entre 350 i 650 quilòmetres si està compost gairebé íntegrament de ferro, o d'entre 550 i 900 km si consisteix en una barreja de ferro i sofre. Els models en la composició interior d'lo indiquen que **el mantell està format almenys en un 75% de minerals rics en magnesi**, i té, en general, **una composició rica en ferro**. Per alimentar el flux de calor i el camp magnètic observat a lo es creu que **hi ha d'haver un oceà de magma al mantell** situat a 50 km de profunditat, que constitueix aproximadament el 10%



**Figura 24:** Esquema senzill de l'estructura interior del satèl·lit Io.

del mantell d'lo i on s'arriba a unes temperatures d'uns 1.200°C. La litosfera del satèl·lit, composta pel sofre i el basalt dipositats per lo durant la seva intensa activitat volcànica, tindria un gruix de com a mínim 12 km i un màxim de 40 km.

A diferència de la Terra i la Lluna, on la seva calor interna prové de la decadència d'isòtops radioactius, **l'escalfor d'lo prové de la dissipació per les forces de mares**. Això és degut a la diferència entre les forces d'atracció gravitacional que rep de Júpiter en el seu periheli i el seu afeli. Aquestes forces provoquen que lo *s'estiri* o es *contraigui*, depenent del punt en què es trobi en la seva òrbita, uns 100m, i, aquest moviment, amb la força de fregament resultant, provoca grans quantitats d'escalfor en el seu interior. **L'escalfor és alliberada pels volcans provocant així la gran activitat volcànica del satèl·lit.**

### B. Geologia i vulcanisme

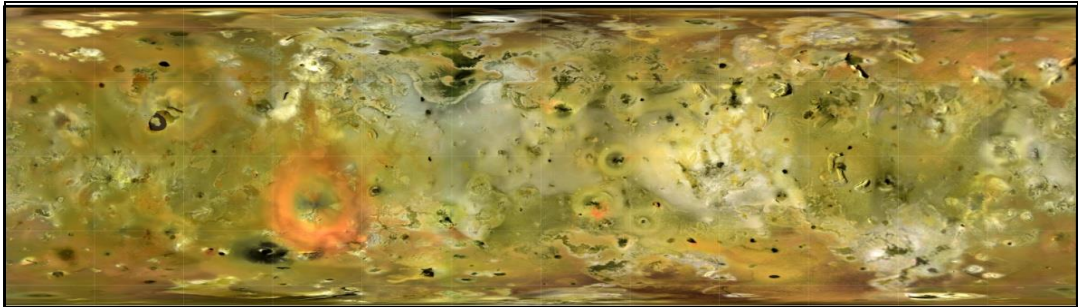
La manca de cràters d'impacte indica que la **superfície d'lo és geològicament jove**, com la superfície terrestre. Això és degut a que els materials volcànics enterren cràters contínuament a mesura que es produeixen.

L'aspecte acolorit d'lo fa d'aquest satèl·lit el més espectacular a simple vista. Els diferents tons de la seva superfície **són produïts pels diversos materials que expulsa durant la seva intensa activitat volcànica**. Aquests materials inclouen silicats, sofre i diòxid de sofre. El diòxid de sofre congelat és present arreu de la

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

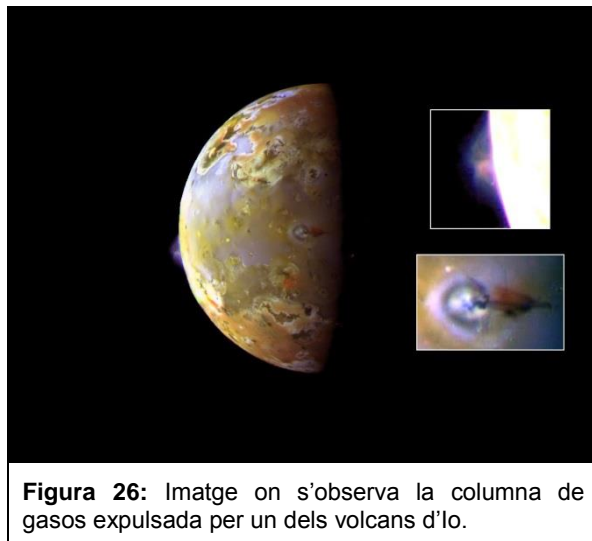


seva superfície, formant grans regions cobertes per materials blancs o grisos. El sofre també és vist en tot el satèl·lit formant regions grogues o verd-grogoses. A les latituds mitjanes i a les polars el sofre és danyat per la radiació de Júpiter, trencant la seva estructura cíclica estable. Aquest dany produït per la radiació produeix les regions vermell-marronoses de les zones polars.



**Figura 25:** Mapa fet a ordinador de la superfície d'io després de les imatges preses en les diferents missions especials.

Com ja hem dit, **io presenta una intensa activitat volcànica provocada per l'escalfament per marea**. Els seus volcans són tant potents que les columnes de fum que produeixen poden arribar a anar-se'n cap a l'espai i a arribar a altituds de fins a 300 km.



**Figura 26:** Imatge on s'observa la columna de gasos expulsada per un dels volcans d'io.

### C. Atmosfera

L'**atmosfera que reté és extremadament fina** i no s'hi produeixen ni núvols ni llamps. Està constituïda principalment de diòxid de sofre, amb components menors com ara el monòxid de sofre, el clorur de sodi i el sofre i l'oxigen atòmics. L'atmosfera presenta variacions significatives en la densitat i la temperatura



depenent de l'hora del dia, la latitud, l'activitat volcànica i l'abundància de gel en la superfície. La màxima pressió atmosfèrica se situa a l'hemisferi oposat a Júpiter i a l'equador i les pressions més baixes s'assoleixen a la cara nocturna de la lluna.

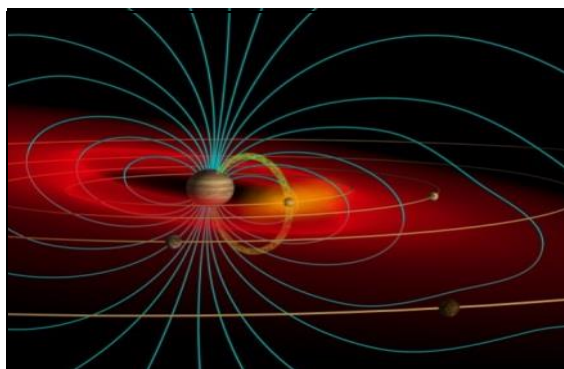
El gas de l'atmosfera d'lo és arrossegat per la magnetosfera de Júpiter i s'escapa cap a un anell de partícules ionitzades que comparteix òrbita amb lo, però que co-gira amb la magnetosfera joviana. Aproximadament s'elimina una tona per segon de materials de l'atmosfera del satèl·lit per culpa d'aquest procés, que han de ser reposats contínuament pels volcans i per la sublimació del diòxid de sofre.

### D. Camp magnètic

**lo té un paper molt important en la configuració del camp magnètic de Júpiter.** Tots els materials que s'escapen de la seva atmosfera per l'acció del camp magnètic de Júpiter formen diferents tipus de partícules que s'agrupen i donen lloc a *capas* i *anells* de partícules neutres o ionitzades. Hi ha tres estructures principals:

a. **El núvol neutre;** una zona al voltant d'lo que té un diàmetre unes sis vegades més gran que la lluna i que està composta per àtoms neutres de sofre, oxigen, sodi i potassi.

b. **El tor de plasma;** una regió en forma de dònut (tor) que segueix l'òrbita d'lo i que conté partícules provinents del núvol neutre però que han estat "excitades" i s'han escapat de l'atracció gravitacional de la lluna. Algunes d'aquestes partícules es mantenen co-rotant amb la magnetosfera però d'altres acaben sortint del tor a gran



**Figura 27:** Esquema de la magnetosfera de Júpiter i els components influenciats per lo (prop del centre de la imatge): el tor de plasma (en vermell), el núvol neutre (en groc), el tub de flux (en verd), i les línies de camp magnètic (en blau).

velocitat i són en part responsables de la inusual enorme magnetosfera de Júpiter.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

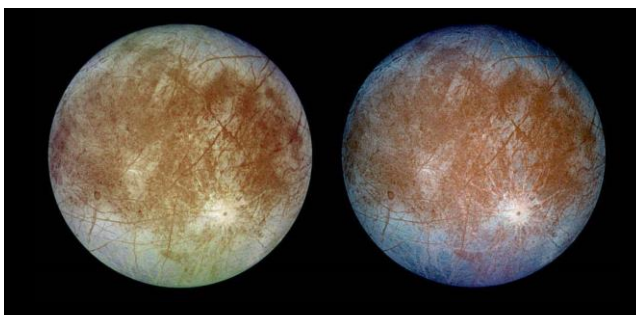


- c. **El tub de flux**; un corrent elèctric que va de Júpiter a Io i que produeix una brillantor en les aurores a de les regions polars de Júpiter (aquest fenomen és conegut com l'empremta d'Io), així com les aurores en l'atmosfera de Io.
- d. **Les línies del camp magnètic** de Júpiter que aconseguen arribar més enllà de les capes superiors de l'atmosfera del satèl·lit també indueixen un corrent elèctric, que, al seu torn, crea un camp magnètic induït a l'interior d'Io.

### 2.3.3 Europa

Com els altres satèl·lits galileians, **Europa va rebre el nom d'una de les moltes amants de Zeus** (Júpiter en la mitologia romana).

La seva mida és similar a la de la Lluna i és el satèl·lit galileià més petit. Tot i això, continua essent el quart més gran d'aquest planeta, i es troba a una distància mitjana de 670.900 km de Júpiter. Té un diàmetre aproximat equivalent



**Figura 28:** Imatge presa per la nau espacial Galileo on es mostren les dues cares del satèl·lit galileià.

a la meitat de la distància de costa a costa dels Estats Units, uns 3.138 km.

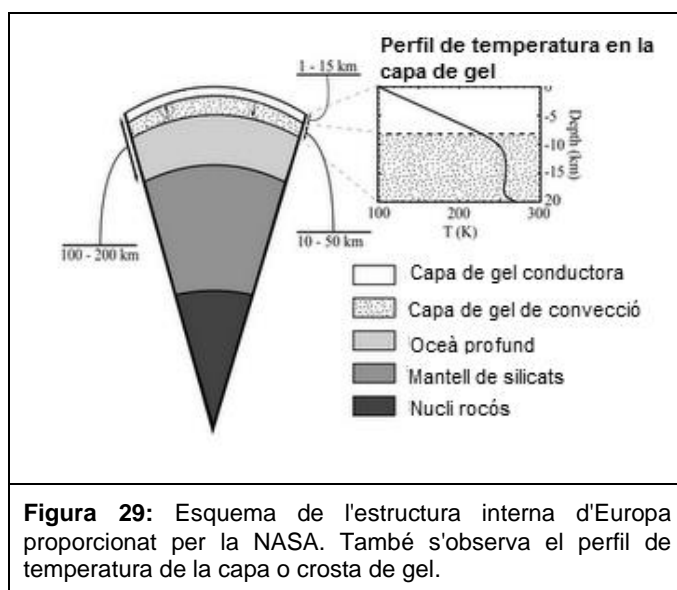
Destaca per tenir **una gran densitat (uns 3,03 g/cm<sup>3</sup>)** i un període orbital de poc més de 3,5 dies. A més, a simple vista es pot veure el seu alt albedo. La seva **brillantor frega el 70%**. La seva temperatura mitjana a la superfície és de 102K (-171°C).

#### A. Estructura interna

La composició i estructura interna d'aquest satèl·lit de Júpiter ha estat realitzada gràcies a l'ús de les dades gravimètriques obtingudes per la sonda *Galileo*. També gràcies als estudis d'espectroscòpia d'infraroig. Sabent això, es poden dissenyar els models de la seva estructura interna.

Segons el model de la *Figura 29*, Europa està formada (de dins cap a fora) per: **un nucli de ferro i níquel, un mantell calent i rocós de silicats, una cap d'aigua en estat líquid (anomenada oceà profund) i finalment l'anomenada**





crosta de gel (dividida en dos parts: la part de convecció<sup>3</sup> i la part conductora). El total del gruix de la capa externa d'aigua (és a dir, la crosta de gel més el possible oceà líquid que pot estar present sota el gel) és d'uns 200 km. Es pot considerar que la composició que presenta

és similar a la dels planetes terrestres (exceptuant la peculiar capa de gel).

La comunitat científica no s'ha posat d'acord de forma unànime en l'estructura interna d'aquest satèl·lit galileià. I encara no es descarten altres models. En els dos models que es mostraran a continuació es **comparteix la idea de que Europa presenta un nucli metàl·lic compost per ferro i níquel** i que la distribució i l'estructura interna és molt similar a la de la Terra. També es creu en la presència d'un mantell rocós de silicats. Per tant, els models descriuran amb diferències la construcció de la capa superficial del satèl·lit i l'anomenada capa subsuperficial. Es poden observar ambdós models a la *Figura 30*.

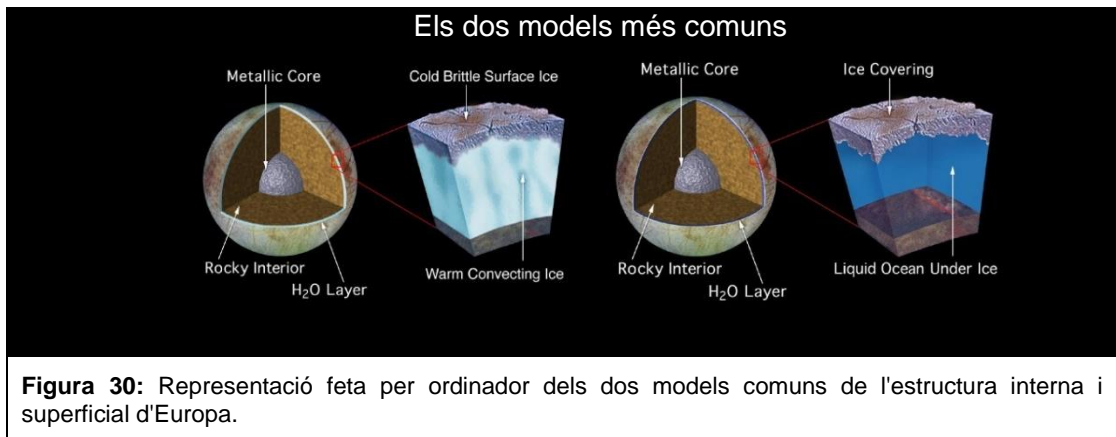
**1r model:** Proposa una superfície de gel trencadís i a sota una capa de gel de convecció.

**2n model:** Proposa que el gel cobreix la superfície i a sota hi ha una capa d'aigua líquida.

**3r model:** Aquest és el model proposat per la NASA i publicat recentment. És el que està representat a la *Figura 29*.

<sup>3</sup> Cal destacar la **forta energia tèrmica** que s'emmagatzema al seu interior. Es creu que s'ha produït per mitjà d'elements radioactius. A causa d'aquest fet s'haurien modificat les capes més externes (el mantell rocós de silicats i la crosta de gel) de la lluna. A més, els **esforços mareals** poden ser prou grans com per generar calor suficient i prevenir la congelació completa de l'escorça exterior.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



### B. Geologia

Es pot afirmar que la superfície del satèl·lit està coberta per una capa de gel també anomenada **crosta**.

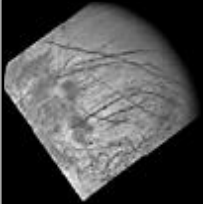
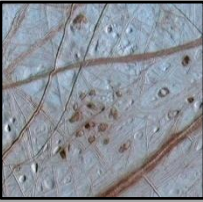
Mitjançant les imatges preses per les diferents sondes com la *Voyager* o la *Galileo* es pot apreciar com la superfície europea és complexa i **no té una estructura geològica clàssica**. S'inclouen alguns cràters produïts per impactes de meteorits (tot i que només 3 són majors a 5 km de diàmetre). S'aprecia una distribució irregular entre els cràters. Això indica que és molt possible que algunes àrees fossin *resuperficialitzades* abans que d'altres.

Es creu que **Europa podria patir activitat tectònica i crio-vulcanisme**. Tot i això, la superfície d'Europa és molt llisa. No s'han observat gaires accidents geogràfics de més d'uns pocs centenars de metres d'altura.



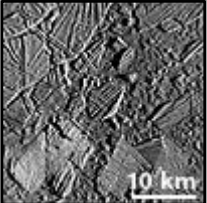
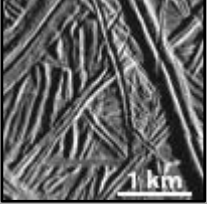
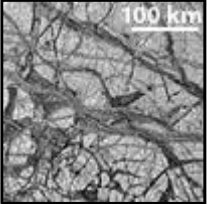
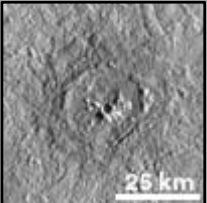


Sobre la base de la seva morfologia i albedo relatiu, s'ha pogut identificar una varietat d'unitats sobre la crosta de gel d'Europa. A continuació les descriurem a dins d'una taula. Cal destacar que les imatges que es mostraran a continuació són totes extreptes de les diferents missions espacials realitzades per la N.A.S.A:

Unitat geològica	Descripció general de la unitat geològica
<p data-bbox="379 645 512 674"><b>Planícies</b></p> 	<p data-bbox="603 555 1374 645">És el tipus de superfície amb <b>major extensió areal</b> a Europa. Destaquen pel seu albedo relatiu força alt.</p> <p data-bbox="603 658 1374 1144">Es poden subdividir en planícies suaus i planícies de caràcter muntanyós. Aquestes últimes presenten dorsals múltiples de tot tipus. Es creu que són el resultat de l'activitat tectònica i de la posterior deformació de la superfície. També es considera que poden ser les més antigues. Les planícies suaus es creu que poden ser el resultat d'algun tipus de vulcanisme de gel-aigua que ha cobert una extensa superfície de terreny. Sembla que, contràriament a les planícies muntanyoses, aquestes són joves.</p>
<p data-bbox="352 1339 536 1368"><b>Les "pigues"</b></p> 	<p data-bbox="603 1205 1374 1294">Aquestes unitats són formes <b>més o menys circulars</b> i/o el·líptiques. El seu albedo relatiu és baix.</p> <p data-bbox="603 1308 1374 1487">Moltes són cúpules, d'altres, taques fosques llises i altres són clots. Es creu que s'originen a partir de blocs de gel calents que ascendeixen respecte al gel més fred de la crosta de gel.</p> <p data-bbox="603 1500 1374 1845">En el cas de les taques fosques llises que s'han esmentat, podrien haver-se format per l'aigua en estat líquid que s'ha escapat de l'interior quan es produeix una fractura en la superfície gelada. En el cas de les que són irregulars la seva formació hauria estat diferent. Es creu que s'han format a partir de fragments diminuts de la crosta que han ascendit sobre les taques fosques llises.</p>
<p data-bbox="408 1935 480 1964"><b>Caos</b></p>	<p data-bbox="603 1897 1374 2031">S'inclouen en aquesta unitat totes <b>aquelles regions on s'observa un canvi en la superfície</b>, com ara plaques que inclouen formes superficials preexistents i materials</p>

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



	<p>de textura fina. Aquest material sol ser irregular i amb un albedo baix.</p> <p>Per tant, els terrenys denominats caos són interpretats com una mena de peces irregulars i disgregades de materials que ja eren presents a la superfície anteriorment, i que han estat disgregats i desplaçats per l'activitat interna del satèl·lit.</p>
<p><b>Dorsals (ridges)</b></p> 	<p>Aquestes unitats són <b>alts tipogràfics</b>. Poden ser corbs, simples, dobles, rectes, etc.</p> <p>Hi ha diferents mecanismes proposats per entendre com s'han format. Un d'ells proposa que la gran intensitat de les forces mareals produeix deformacions durant el dia a la superfície de vèries desenes de metres. La flexió mareal pot derivar en fracturació, en moviment de la crosta de gel i en escalfament friccional.</p>
<p><b>Bandes</b></p> 	<p>Poden ser zones lineals, corbades o en forma de cunya. Són reconegudes per la <b>diferència d'albedo</b> respecte a les superfícies circumdants.</p>
<p><b>Material associat a cràters</b></p> 	<p>El material dels cràters es pot <b>classificar segons la claredat de les seves vores i dels dipòsits expulsats</b>. En alguns casos només es poden reconèixer restes de l'impacte, com la presència d'anells concèntrics. En canvi, en d'altres, s'han pogut observar vores ben preservades, dipòsits continus de textura extremadament fina o raigs ben definits.</p>

### C. Atmosfera

Per mitjà de recents observacions amb el *Telescopi Espacial Hubble* els científics han pogut identificar una tènue atmosfera d'oxigen molecular que



envolta Europa. Segons els científics aquest fet no serviria per demostrar la presència de vida al satèl·lit, ja que, amb molta seguretat, es pot afirmar que, a diferència de l'oxigen que presenta l'atmosfera terrestre, el de l'atmosfera d'Europa **no té un origen biològic** (a la Terra els organismes vius mantenen el 21% d'oxigen atmosfèric).

Hi ha uns processos que actuen sobre la crosta de gel d'Europa (com ara l'exposició a la llum solar o als impactes de partícules de pols o partícules carregades associades a l'intens camp magnètic de Júpiter) que provoquen la sublimació del gel present a la superfície. El vapor d'aigua resultant, mitjançant unes reaccions químiques, se separa en hidrogen i en oxigen. L'oxigen, amb un elevat pes molecular, és retingut per l'atmosfera europea, però l'hidrogen, al ser tan lleuger, se n'escapa. Tot i això l'oxigen es va escapant de l'atmosfera, encara que a una velocitat molt més lenta que l'hidrogen, i, per aquesta raó, ha de ser reposat contínuament.

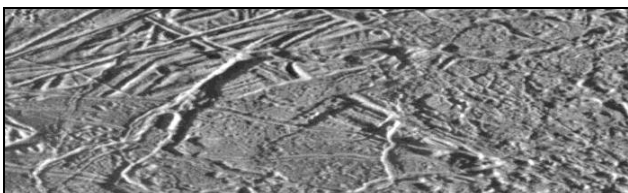
### D. Camp magnètic

Per mitjà de la sonda *Galileo* s'ha pogut descobrir un camp magnètic molt dèbil a Europa que presenta més o menys 1/4 de la intensitat del que posseeix Ganímedes i és molt semblant al de Cal·listo. Destaca per variar la seva intensitat en travessar el fort i intens camp magnètic jovian. Es creu que aquest camp magnètic s'ha format induït per la magnetosfera joviana. Aquesta teoria seria molt més plausible si a l'interior del satèl·lit hi hagués un oceà d'aigua salada (veure apartat següent) que faria de conductor proper a la superfície. Per tant, segons aquesta teoria, Europa no generaria un camp magnètic propi.

### E. Oceà intern

La superfície d'Europa, com ja s'ha esmentat anteriorment, ofereix molts indicis de que hi podria haver un oceà intern. Les característiques que ens permeten deduir-ne l'existència són:

- a. **Terreny inundat:** És molt probable que la superfície hagi estat inundada per aigua fresca provinent de l'interior del satèl·lit jovian que en arribar a la



**Figura 32:** Imatge de la superfície d'Europa presa per la sonda espacial *Galileo*. Aquí es poden observar forats i àrees.



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



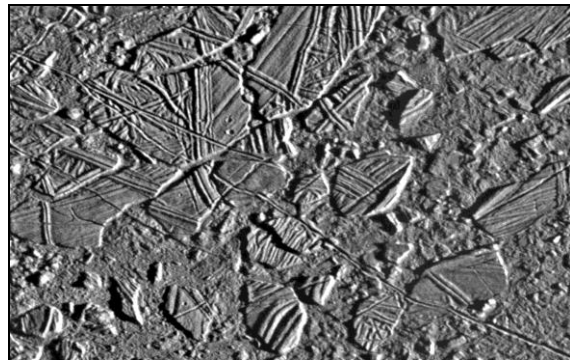
superfície s'hagi congelat ràpidament. Segurament l'aigua hauria pogut fluir des de l'interior de la lluna, de la mateixa manera que flueix la lava en un volcà terrestre.

- b. **Les "pigues"**: Segons el seu color i forma, les anomenades "pigues" de la superfície d'Europa poden ser o bé el resultat de l'ascensió de blocs de gel calents que van ascendir respecte al gel més fred de la superfície o bé d'aigua líquida escapada per fissures a l'escorça .



**Figura 33:** Imatge de la superfície d'Europa presa per la sonda *Galileo*. Es poden observar les àrees fosques anomenades "pigues", que podrien indicar la presència d'aigua a sota de la superfície.

- c. **Massa flotant:** Un altre indicatiu de la possible existència de l'oceà intern és la que es pot apreciar a la *Figura 34*. En la figura es poden veure una espècie d'icebergs , que s'haurien separat d'un bloc de gel major, haurien flotat per un temps, i, posteriorment, s'haurien congelat en una nova posició lleugerament rotada respecte de



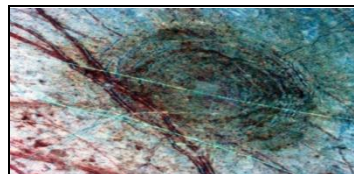
**Figura 34:** Imatge de la superfície d'Europa presa per la sonda *Galileo*. Es poden observar desplaçaments de les masses de gel molt semblants als de la Terra amb el gel sobre un oceà.

la posició original. Segons els geòlegs aquesta és una prova evident de que hi ha una capa líquida sota la cresta de gel.





- d. **Cràters "fangosos":** També hi ha altres indicis menys clars però que també es poden remarcar. És el cas dels cràters "fangosos", com el que es pot veure a la *Figura 35* (A la foto el cràter *Pwyll*). Sembla que aquests cràters s'haurien format en impactar un meteorit sobre una superfície fangosa, i no pas sobre una superfície sòlida.



**Figura 35:** Imatge del cràter *Pwyll* d'Europa. Obtinguda per la nau espacial *Galileo*.

- e. **Centres de separació:** S'han obtingut altres imatges en les diferents missions espacials on s'aprecien unes bandes obscures que semblen estar unides a cada extrem. Aquestes bandes s'assemblen moltíssim a les dorsals que s'originen al nostre planeta en separar-se dues plaques tectòniques.

El conjunt d'aquestes característiques poden explicar (encara que només en forma de teoria) l'existència d'un oceà sota la superfície glaçada d'Europa.

### 2.3.4 Ganímedes



**Figura 36:** Fotomuntatge on es pot veure la comparació de mides entre la Terra a la dreta i la Lluna i Ganímedes a l'esquerra respectivament de dalt a baix.

Ganímedes també porta el nom en honor a un amant de Zeus en la mitologia grega. De les 67 llunes jovianes és la setena més propera al planeta amb un radi orbital mitjà de 1.070.000 km. També **és el major satèl·lit del Sistema Solar**. Té un diàmetre molt elevat, aproximadament com la distància que hi ha de costa a costa dels Estats Units d'Amèrica (uns 5.252 km). A més triga 7,15 dies a donar una volta a Júpiter.

També cal destacar la seva **petita densitat** ( $1,93 \text{ g/cm}^3$ ), molt semblant a la del satèl·lit galileià Cal·listo. La seva temperatura mitjana a la superfície és de 126K ( $-147^\circ\text{C}$ ).

#### A. Estructura interna

Per mitjà de les imatges preses amb la sonda espacial *Voyager* s'han pogut realitzar models teòrics de l'estructura interna d'aquest satèl·lit galileià. L'estructura interior correspon a la d'una lluna gelada. Aquesta **estructura està basada fonamentalment en quatre capes** que poden ser o no diferenciades.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

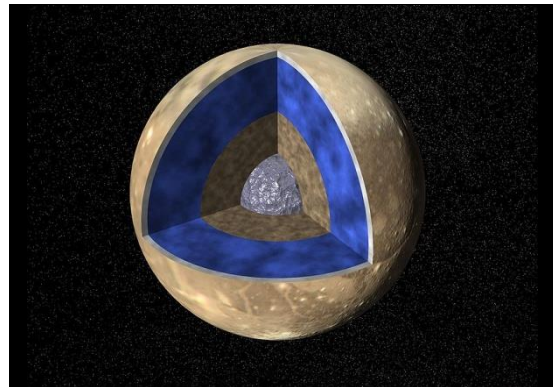


Aquest model s'ha obtingut a partir de les dades obtingudes de gravitació, mida, superfície i massa de Ganímedes.

Si ens basem en els diferents models geomecànics i geofísics s'han creat dos models diferents de la seva estructura interna:

a) El primer model diu que el satèl·lit està compost per una mescla de roques de silici i de gel sense diferenciació.

b) El segon model, i el més acceptat actualment, ja que permet explicar amb més detall algunes característiques del satèl·lit (com ara la seva magnetosfera), no parla d'una mescla sinó d'una estructura diferenciada. Constaria d'un nucli intern metàl·lic (probablement fèrric) i un nucli exterior rocós de



**Figura 37:** Representació feta per ordinador de l'estructura interna de Ganímedes. S'observa l'escorça de gel, l'oceà intern o gel tou, el mantell de silicats i el nucli ferromagnètic i rocós.

silicats d'una mida semblant a la de la lluna envoltat per una profunda capa de gel tou que, al seu torn, estaria coberta per una escorça de gel rígida.

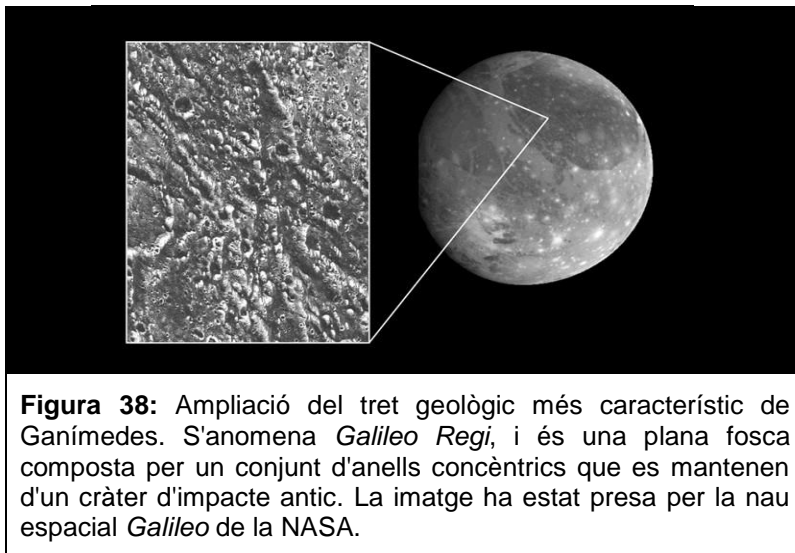
### B. Geologia

Aquest satèl·lit es caracteritza per **presentar dos tipus de terreny a la seva superfície**. Un dels terrenys destaca per ser més vell respecte a l'altre, amb la presència de molts cràters d'impacte i compost per regions obscures. En canvi, l'altre terreny és una mica més jove i es caracteritza per les ranures i els anells d'origen tectònic.

Els cràters per impacte estan distribuïts per tota la superfície, tant als terrenys més vells com als més joves. Els cràters més vells **indiquen una edat entre 3 i 3,5 mil milions d'anys**. D'altres són més joves hi presenten rajos d'ejecció. Aquests cràters tenen una edat similar a la dels cràters més vells de la Lluna, tot i que presenten una textura i forma molt diferents: els de Ganímedes són força plans, sense anells de muntanyes i les depressions centrals que són habituals a



la Lluna o Mercuri. Aquesta estructura es pot explicar a partir de la naturalesa de la capa de gel que presenta el satèl·lit galileià, que pot fluir durant molt de temps geològic i, com a conseqüència, els fa desaparèixer.



**Figura 38:** Ampliació del tret geològic més característic de Ganímedes. S'anomena *Galileo Regi*, i és una plana fosca composta per un conjunt d'anells concèntrics que es mantenen d'un cràter d'impacte antic. La imatge ha estat presa per la nau espacial *Galileo* de la NASA.

L'escorça de Ganímedes sembla estar dividida en plaques tectòniques, que es mourien independentment i actuarien al llarg de les zones de fractura formant així les serralades. Les zones fosques de la superfície són similars a les de Cal·listo, que s'explicaran més endavant.

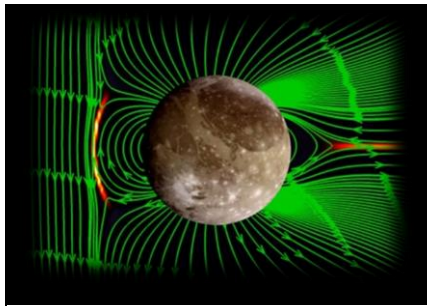
### C. Atmosfera

Ganímedes posseeix una atmosfera **molt tènue i prima**. Aquesta es crea quan les molècules de la magnetosfera del satèl·lit xoquen contra la seva superfície a gran velocitat i, al colpejar les molècules d'aigua, les fa sublimar. Cal destacar que l'atmosfera generada és retinguda gràcies al camp magnètic de la lluna.

A més, com que l'atmosfera es produeix a partir del trencament de les molècules d'aigua de la superfície, l'atmosfera ha d'estar composta pels elements que componen dita molècula (oxigen i hidrogen). S'ha apreciat com l'hidrogen, a causa de la seva petita massa atòmica, no queda retingut a l'atmosfera, però l'oxigen, un element de massa atòmica superior, sí que ho fa.



### D. Camp magnètic



**Figura 39:** Esquema fet per ordinador on es representa el camp magnètic propi de Ganímedes

Durant la missió espacial *Galileo* es va descobrir que aquesta lluna galileiana **disposa d'una magnetosfera pròpia** dins del camp magnètic jovià. El seu camp magnètic equival a tres cops el del planeta Mercuri i la seva presència confirma que a l'interior del satèl·lit hi ha d'haver un nucli ferromagnètic.

La magnetosfera s'estaria **generant per una dinamo interna** similar a la de la Terra. Continua essent un enigma el fet que, malgrat que Ganímedes hauria de tenir una temperatura massa freda com perquè hi hagi la dinamo esmentada, aquesta es produeixi.

Les hipòtesis més acceptades en l'actualitat són:

- I. Pot ser que l'òrbita de Ganímedes hagi provocat en un passat un escalfament del mantell de silicats per deformació. Si és així, pot ser que la major temperatura del mantell hagi servit perquè el nucli s'hagi refredat molt més lentament de l'esperat durant centenars de milers d'anys, explicant així la seva temperatura a l'actualitat.
- II. És possible que el nucli ja estigui fred, però que en el passat hagués generat un camp magnètic suficientment considerable com per haver imantat el mantell de silicats quan aquest estava més calent. Això hauria provocat que, un cop el nucli i el mantell de silicats s'haguessin refredat, els dipòls magnètics haguessin romàs fixos de tal forma que estarien mantenint el camp magnètic actual. Això descartaria la presència d'un interior *viu*.

La gran quantitat d'aigua salada i líquida present a l'interior de Ganímedes també ajuda a explicar la presència d'aquest camp magnètic, com ja es plantejava en altres cossos celestes del nostre Sistema Solar.



### 2.3.5 Cal·listo



**Figura 40:** Fotomuntatge on es pot veure la comparació de mides entre la Terra a la dreta i la Lluna i Cal·listo a l'esquerra respectivament de dalt a baix.

Cal·listo rep el nom d'un dels principals amors de Zeus en la mitologia grega, la qual era una nimfa relacionada amb el déu de la caça.

És la vuitena lluna més pròxima a Júpiter, amb un radi orbital mitjà de 1.880.000 km. El seu diàmetre és pràcticament el mateix que el de Mercuri (4.820 km respecte als 4.880 de Mercuri), però, tot i la seva mida pràcticament idèntica, Cal·listo només té un terç de la massa de

Mercuri, degut a la seva **baixa densitat**. La seva temperatura mitjana a la superfície és de 134K (-139°C).

#### A. Estructura interna

La densitat mitjana de Cal·listo,  $1,83 \text{ g/cm}^3$ , suggereix una **composició de parts aproximadament iguals de material rocós i de gel d'aigua**, amb alguns gels volàtils addicionals, com ara l'amoníac. La fracció en massa dels gels està entre el 49 i el 55%. El seu albedo (percentatge de la llum que l'hi arriba que reflexa) és del 20%. Es creu que la composició de la seva superfície és semblant a la composició general del satèl·lit. Hi ha una gran quantitat de gel a la superfície de Cal·listo, amb una fracció en massa d'entre un 25 i un 50%. Les dades espectrals indiquen que aquesta és **molt heterogènia a petita escala** ja que s'hi ha detectat la presència de magnesi, ferro, silicats, diòxid de carboni, diòxid de sofre i, probablement, amoníac i diversos compostos orgànics.

Els models de l'estructura interna de Cal·listo mostren que la seva **superfície es troba a sobre d'una litosfera freda, rígida i gelada** que té entre 80 i 150 km de gruix i seguidament hi hauria un **oceà d'aigua salada** d'uns 50 a 200 km de profunditat.

S'ha deduït l'existència d'aquest oceà gràcies a diversos estudis que han trobat que Cal·listo respon al camp magnètic de Júpiter com una esfera totalment conductora i, com que el camp magnètic no pot penetrar a l'interior de la lluna,



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



s'ha suggerit que hi hauria una capa d'un fluid altament conductor al seu interior amb un gruix d'almenys 10 km. L'existència d'aquest oceà seria més probable si la seva aigua contingués una petita quantitat d'amoníac o d'algun altre tipus d'anticongelant, que podria arribar fins al 5% en pes. En aquest cas, l'oceà podria tenir un gruix d'uns 250 a 300 km. Si no hi hagués oceà la litosfera tindria un gruix una mica més gran, de fins a 300 km.

Sota la litosfera i el possible oceà, **l'interior de Cal·listo sembla ser totalment uniforme sense cap variació particular**. Les dades de la sonda Galileo suggereixen que el seu interior està compost de **roques i gels comprimits**, amb la quantitat de roca augmentant en relació directa a la profunditat a causa de la sedimentació parcial dels seus components. La densitat i el moment d'inèrcia del satèl·lit poden ser compatibles amb l'existència d'un petit nucli de silicat, encara que no podria superar els 600 km de gruix i la seva densitat se situaria entre els 3,1 i els 3,6 g/cm<sup>3</sup>.



**Figura 41:** Representació feta per ordinador de l'estructura interna de Cal·listo. S'observa la crosta de gel, l'oceà salat, i la barreja de roca i gel.


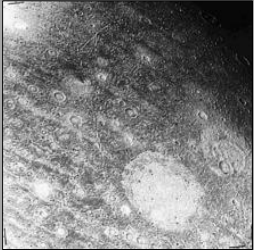
### B. Geologia

L'antiga superfície de Cal·listo és una de les **més crateritzades del Sistema Solar**. De fet, la densitat de cràters està a prop de la saturació, és a dir, que qualsevol nou cràter tendeix a esborrar-ne un de més antic. Cal·listo **no presenta activitat volcànica** pròpia ni altres característiques tectòniques. Els **cràters d'impacte** i les **estructures de múltiples anells** són les úniques grans característiques de la seva superfície.

La seva superfície es pot dividir en diverses parts geològicament diferenciades: planes crateritzades, planes clares, planes suaus, negres i brillants, i varies unitats associades amb les estructures de múltiples anells i amb els cràters d'impacte.



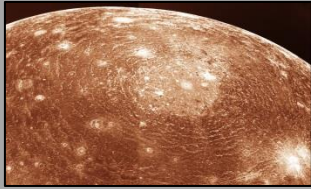


Unitat geològica	Descripció general de la unitat geològica
<p><b>Planes crateritzades</b></p> 	<p>Les planes amb cràters constitueixen la <b>major part de la superfície</b> i representen l'antiga litosfera, una barreja de gel i material rocós.</p>
<p><b>Planes clares</b></p> 	<p>Les planes clares inclouen brillants cràters d'impacte com ara Burr o Lofn, restes esborrades d'antics grans cràters anomenats palimpsests<sup>4</sup>, les parts centrals de les estructures de múltiples anells i pegats aïllats en les planes amb cràters. Algunes d'aquestes planes clares es creu que són dipòsits de materials gelats provocats pels impactes.</p>

<sup>4</sup>Un palimpsest, en l'astronomia planetària, és un antic cràter en una lluna gelada del Sistema Solar exterior, el relleu del qual ha desaparegut a causa de l'arrossegament i el lliscament de la superfície gelada ("relaxació viscosa") o per activitats crio-volcàniques, deixant una zona amb un alt grau d'albedo.



### Planes suaus, negres i brillants



Aquestes planes constitueixen una **petita fracció** de la superfície de Cal·listo i es troben a les crestes i a les valls de les formacions del Valhalla i Asgard<sup>5</sup> i a formacions en forma de taques aïllades en les planes amb cràters. Es creia que estaven relacionats amb activitat endògena, però les imatges d'alta resolució de la sonda *Galileo* van mostrar que les planes llises i brillants es correlacionen amb el terreny molt fracturat i ple de protuberàncies i no mostren signes de rejuveniment. Les imatges de *Galileo* també van revelar petites zones fosques i llises amb una superfície de menys de 10.000 km<sup>2</sup>, que semblen tancar el terreny circumdant. Aquestes planes són possibles dipòsits crio-volcànics. Tant les planes clares com les planes suaus són una mica més joves i tenen menys cràters que les planes crateritzades.

### C. Atmosfera

Cal·listo té una **atmosfera molt tènue** composta per **diòxid de carboni**. A causa de que una atmosfera tan prima i tènue es perdria en l'espai en només quatre dies per culpa del vent solar i de l'acció de la magnetosfera de Júpiter (vegeu Io), els seus components han de ser reemplaçats contínuament, possiblement mitjançant la lenta sublimació del gel de diòxid de carboni de l'escorça gelada del satèl·lit.

Cal·listo **presenta una ionosfera** que es va detectar per primer cop durant els sobrevols de la sonda *Galileo*. La seva alta densitat d'electrons no pot ser explicada només per la fotoionització del diòxid de carboni en l'atmosfera. Això ha dut a suposar que l'atmosfera de Cal·listo està en realitat **dominada per l'oxigen molecular** (en quantitats de 10 a 100 vegades més grans que el CO<sub>2</sub>).

No obstant això l'oxigen encara no s'ha detectat de manera directa a l'atmosfera de la lluna, tot i que s'ha pogut detectar oxigen condensat atrapat a la seva superfície.

<sup>5</sup>Valhalla i Asgard són dos grans estructures de múltiples anells. Valhalla, amb els seus 3.800 km de diàmetre, és l'estructura de múltiples anells més gran del Sistema Solar. La zona central de Valhalla és un palimpsest. La imatge mostra Valhalla.

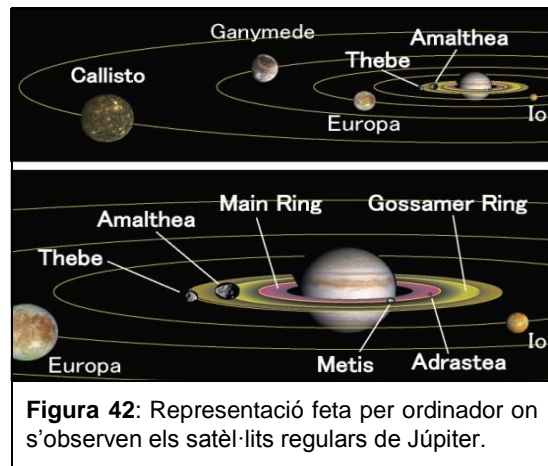


## 2.4 Satèl·lits no galileians

Fins al dia d'avui s'han descobert **67 llunes confirmades de Júpiter**. Aquestes es divideixen en satèl·lits regulars i satèl·lits irregulars, aquests es diferencien en el fet que els regulars tenen l'òrbita en el mateix pla en el que està l'equador de Júpiter i els irregulars tenen òrbites molt excèntriques i amb moviments estranys.

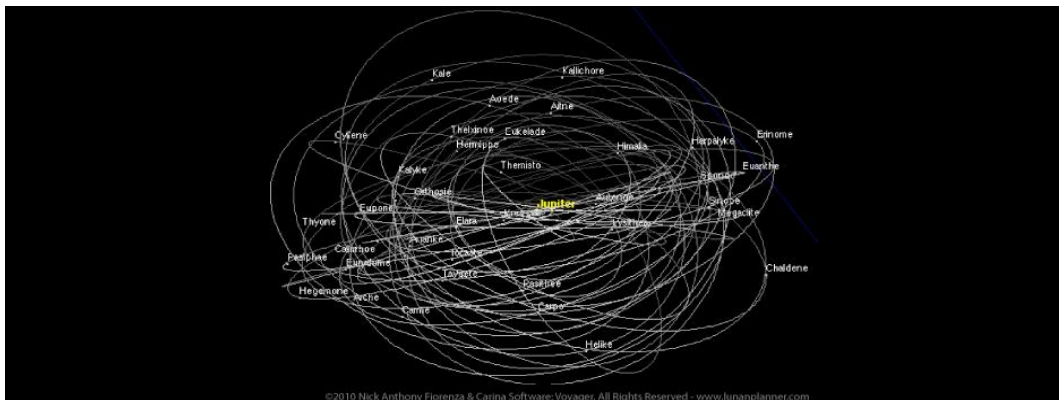
Dintre del grup dels **satèl·lits regulars** hi ha dos subgrups: el grup d'Amaltea i els satèl·lits galileians.

- a. **El grup d'Amaltea:** inclou quatre satèl·lits relativament petits que tenen unes òrbites molt pròximes a Júpiter (són els més interiors que té). Els seus noms són, del més pròxim al més llunyà, Metis, Adrastea, Amaltea i Tebe.
- b. **Els satèl·lits galileians:** aquests són els que hem estudiat en profunditat que són: Io, Europa, Ganímedes i Cal·listo.



**Figura 42:** Representació feta per ordinador on s'observen els satèl·lits regulars de Júpiter.

**Els satèl·lits irregulars** se solen dividir en directes i retrògrads<sup>6</sup>:



**Figura 43:** Representació feta per ordinador de totes les òrbites dels satèl·lits de Júpiter. S'observa que el sistema de Júpiter és molt complex.

<sup>6</sup>El moviment retrògrad és un concepte astronòmic aplicat a cossos celestes que indica que el seu moviment de rotació es fa en sentit invers a l'habitual (anomenat moviment directe). En la gran majoria dels cossos celestes del Sistema Solar que presenten un moviment de rotació, aquest és, mirat des del seu respectiu pol Nord, en sentit antihorari. Diem, doncs, que presenten un moviment directe. Quan aquest es produeix en sentit invers, en sentit horari (sempre mirat des del respectiu pol Nord), diem que presenta un moviment retrògrad.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

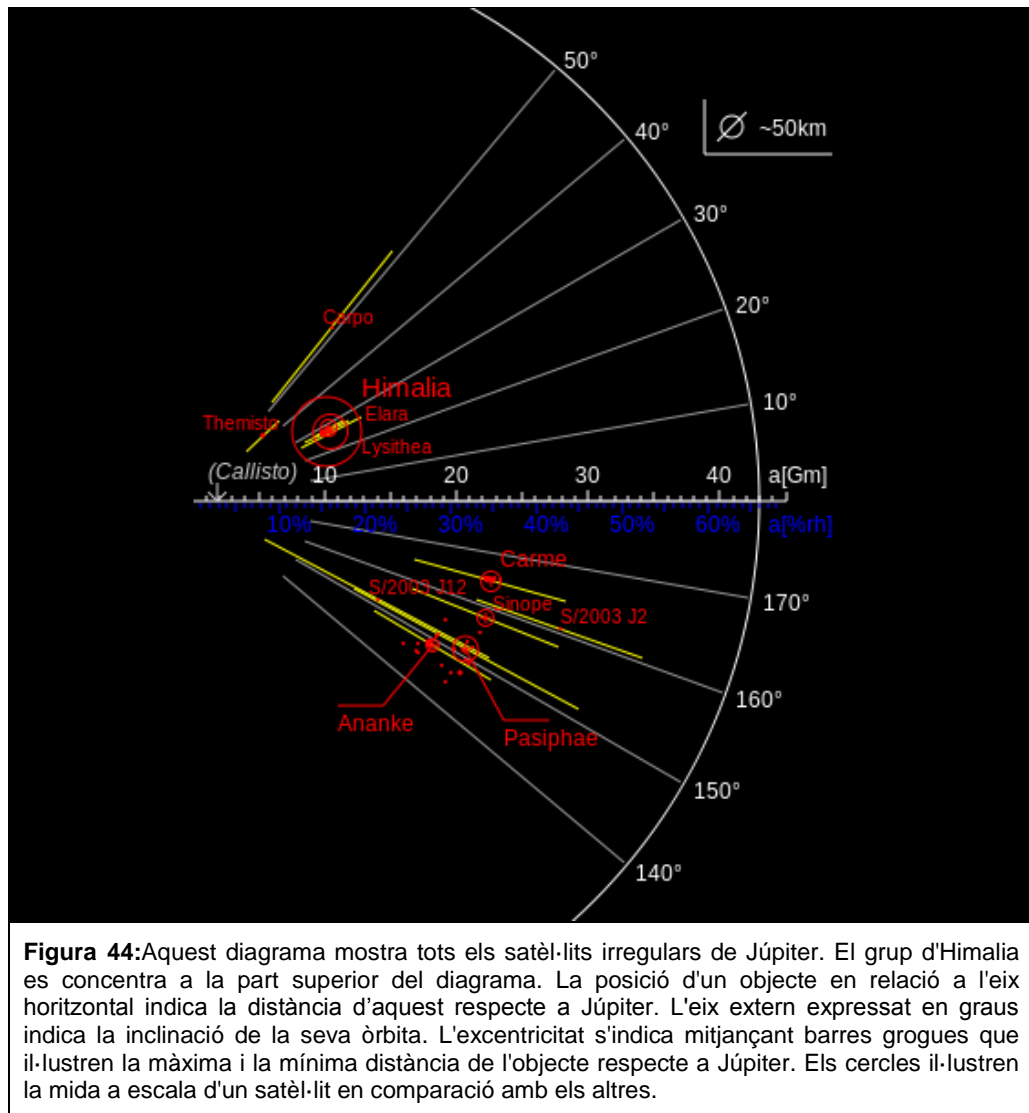


### a. Directes:

- I. Temisto: la lluna irregular més interna. No forma part de cap família coneguda.
- II. Grup d'Himalia: s'estén per gairebé 1,4 Gm en semieix major,  $1,6^\circ$  en inclinació ( $27,5 \pm 0,8^\circ$ ) i en excentricitats d'entre 0,11 i 0,25. S'ha suggerit que el grup podria ser un romanent de la desintegració d'un asteroide del cinturó d'asteroides. Inclou cinc satèl·lits.
- III. Carpo: el més exterior dels satèl·lits irregulars progressius. No pertany a cap família.

### b. Retrògrads:

- I. S/2003 J 12 i S/2011 J 1 són les més internes de les llunes retrògrades, i no són part de cap família.
- II. Grup de Carme: s'estén per només 1,2 Gm de semieix major,  $1,6^\circ$  d'inclinació ( $165,7 \pm 0,8^\circ$ ) i presenta excentricitats d'entre 0,23 i 0,27. És molt homogeni pel que fa al color dels seus satèl·lits (vermell clar) i es creu que es va originar a partir d'un progenitor d'asteroides de tipus D, possiblement un troià de Júpiter. Inclou entre tretze i disset satèl·lits, depenent de si s'inclouen quatre satèl·lits dubtosos al grup o no.
- III. Grup d'Ananké: té un marge relativament més ampli que els anteriors grups (més de 2,4 Gm en semieix major),  $8,1^\circ$  en inclinació (entre  $145,7^\circ$  i  $154,8^\circ$ ) i excentricitats d'entre 0,02 i 0,28. La majoria dels seus membres semblen grisos, i es creu que s'han format a partir del trencament d'un asteroide capturat. Inclou entre catorze i disset satèl·lits, ja que hi ha tres satèl·lits en que no està confirmada la seva pertinença a aquest grup.
- IV. Grup de Pasífae: és bastant dispers, amb un marge de 1,3 Gm, inclinacions d'entre  $144,5^\circ$  i  $158,3^\circ$ , i excentricitats d'entre 0,25 i 0,43. Els colors dels seus satèl·lits també varien significativament, poden passar des del vermell fins al gris, que podria ser el resultat de múltiples col·lisions. Sinope, de vegades inclòs en el grup de Pasífae, és de color vermell i, donada la diferència d'inclinació, podria haver estat capturat de manera independent.
- V. S/2003 J 2 és la lluna més exterior de Júpiter, i no és part de cap família.



## 2.5 Lleis físiques i conceptes planetaris

### 2.5.1 Lleis de Kepler

En apartats anteriors hem parlat de Johannes Kepler i de la importància de les seves aportacions per canviar de la concepció geocèntrica a l'heliocèntrica de l'Univers. També hem dit que la seva gran obra són les tres lleis que va elaborar i, posteriorment, publicar en els seus llibres.

Les tres lleis de Kepler són les següents:

- a. **1a Llei de Kepler (1604):** *Tots els planetes es desplacen al voltant del Sol descrivint òrbites el·líptiques al seu voltant, i aquest ocupa un dels focus de l'el·lipse.*

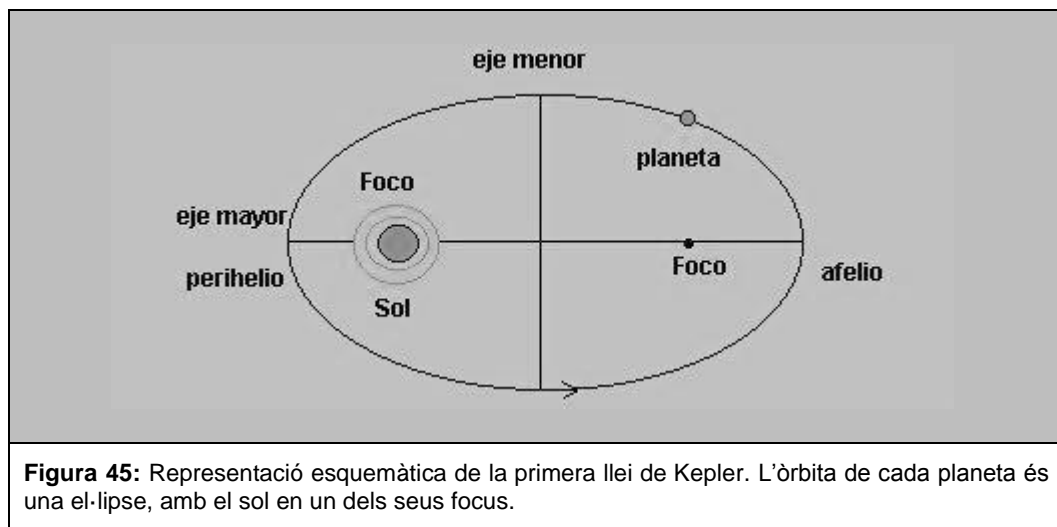
## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



Tot i semblar fàcil arribar a aquesta teoria, no ho va ser. En un primer moment Copèrnic va proposar que les òrbites dels planetes havien de ser circulars. Ja que el cercle és més simple i perfecte que no pas l'el·lipse, i en aquella època sempre es tendia a la perfecció de l'Univers.

Estudiant el problema del moviment del planeta Mart, Kepler va arribar a la conclusió que la seva òrbita havia de ser alguna espècie d'òvul i que, al ser l'el·lipse la més simple de totes les corbes en forma d'òvul, l'òrbita de Mart hauria de ser un el·lipse. Havia adquirit les millors observacions possibles de Tycho Brahe i, gràcies a elles, va confirmar que l'òrbita de Mart hauria de ser una el·lipse sempre i quan el Sol es trobés en un dels seus focus. Aquesta teoria la va acabar de confirmar quan va calcular la distància variable entre Mercuri i el Sol ja que, si en aquests dos casos (Mercuri i Mart) l'òrbita era el·líptica, en els altres també ho podia ser.

En l'actualitat se sap que els planetes molt **difícilment poden descriure òrbites completament circulars**. A més, se sap que les òrbites dels planetes del Sistema Solar a excepció de Mercuri i Mart, abans esmentats, tracen òrbites el·líptiques tan poc excèntriques que semblen circulars.



- b. 2a Llei de Kepler (1609):** *El radi vector que uneix el planeta amb l'astre (el Sol) escombra àrees iguals en temps iguals. Per tant, el planeta s'ha de*

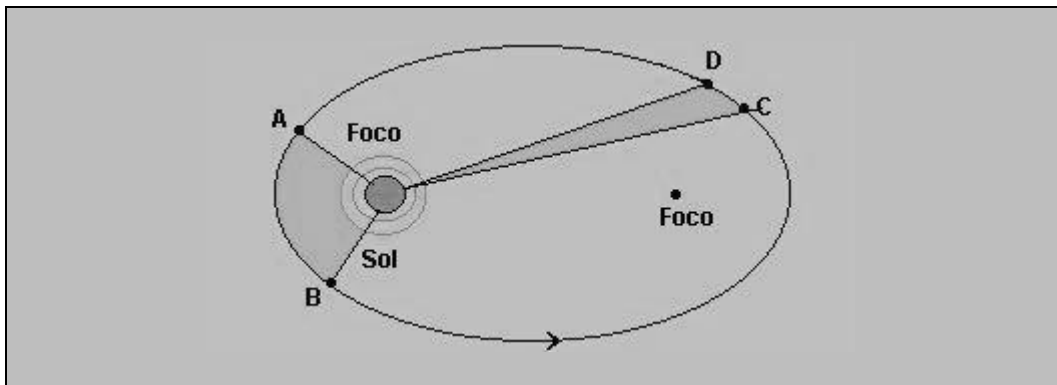




**desplaçar per l'espai de forma més ràpida quan està en el periheli que quan està en l'afeli<sup>7</sup>.**

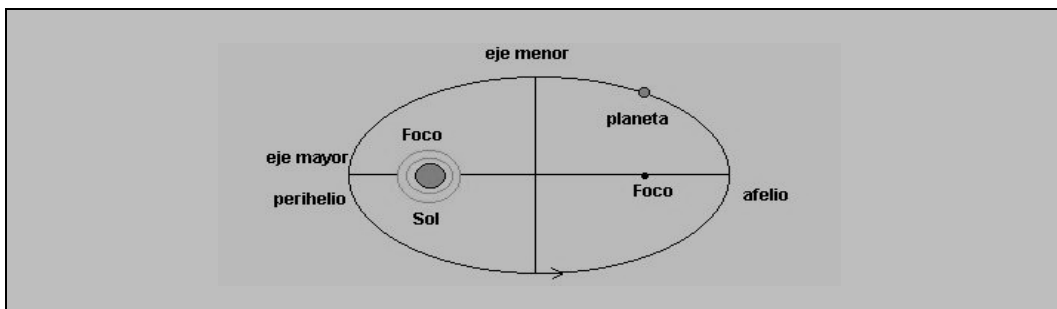
En la *Figura 46* es consideren dos intervals de temps iguals: un quan el planeta està més a prop del Sol (AB) i un altre quan està més allunyat (CD). En AB, la distància del planeta al Sol és menor, i, conseqüentment, el planeta es desplaça més veloçment en la seva òrbita. En CD, el planeta es desplaça amb menys velocitat ja que s'ubica més allunyat del Sol. En els dos casos, les àrees escombrades per la línia traçada del planeta al Sol són iguals.

Aquest moviment ens porta a la conclusió de que la velocitat d'un planeta és variable. Tot i així, les acceleracions i les desacceleracions no es perceben fàcilment.



**Figura 46:** Representació esquemàtica de la segona llei de Kepler. Una línia traçada des d'un planeta al sol escombra àrees iguals en temps iguals.

- c. **3a Llei de Kepler (1618): per a qualsevol planeta, el quadrat del seu període orbital és directament proporcional al cub de la longitud del semieix major de la seva òrbita el·líptica.**



**Figura 47:** Representació esquemàtica de la tercera llei de Kepler.

<sup>7</sup> El periheli és el punt de l'òrbita en que un cos es troba més proper al que orbita i l'afeli és el punt en que es troba més lluny.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

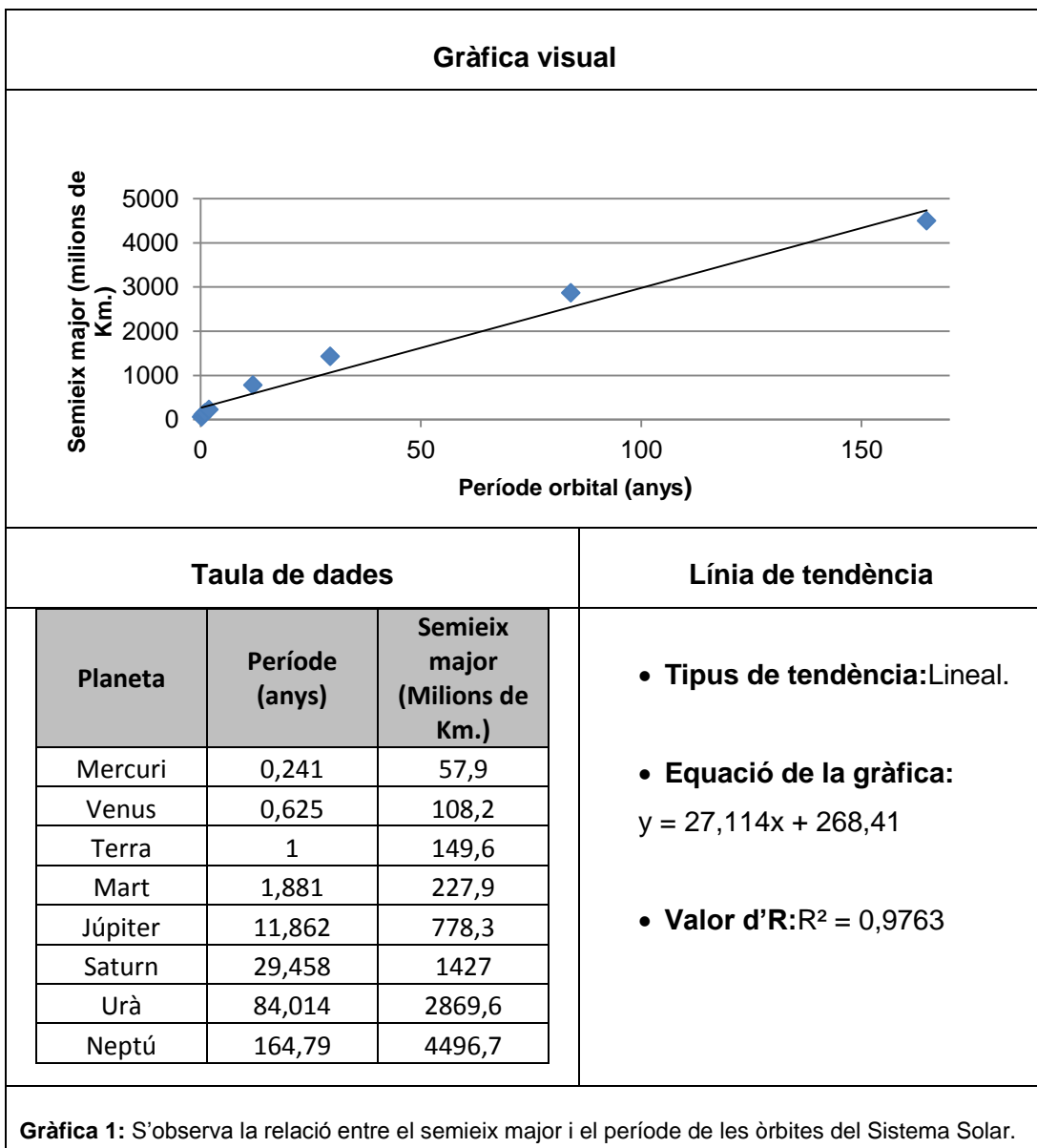


Tant Johannes Kepler com Isaac Newton van haver de seguir una sèrie de passos per arribar a formular aquesta llei i resoldre el problema físic que plantejava.

### Els passos de Kepler:

Abans de conèixer la relació que existia entre el període i la distància, Kepler va haver d'elaborar una sèrie de gràfiques per veure quina relació hi podria haver entre les òrbites.

Primer va elaborar una gràfica que relacionava les dues unitats de la forma més simple, entre el període de rotació i el semieix major dels vuit planetes del Sistema Solar:

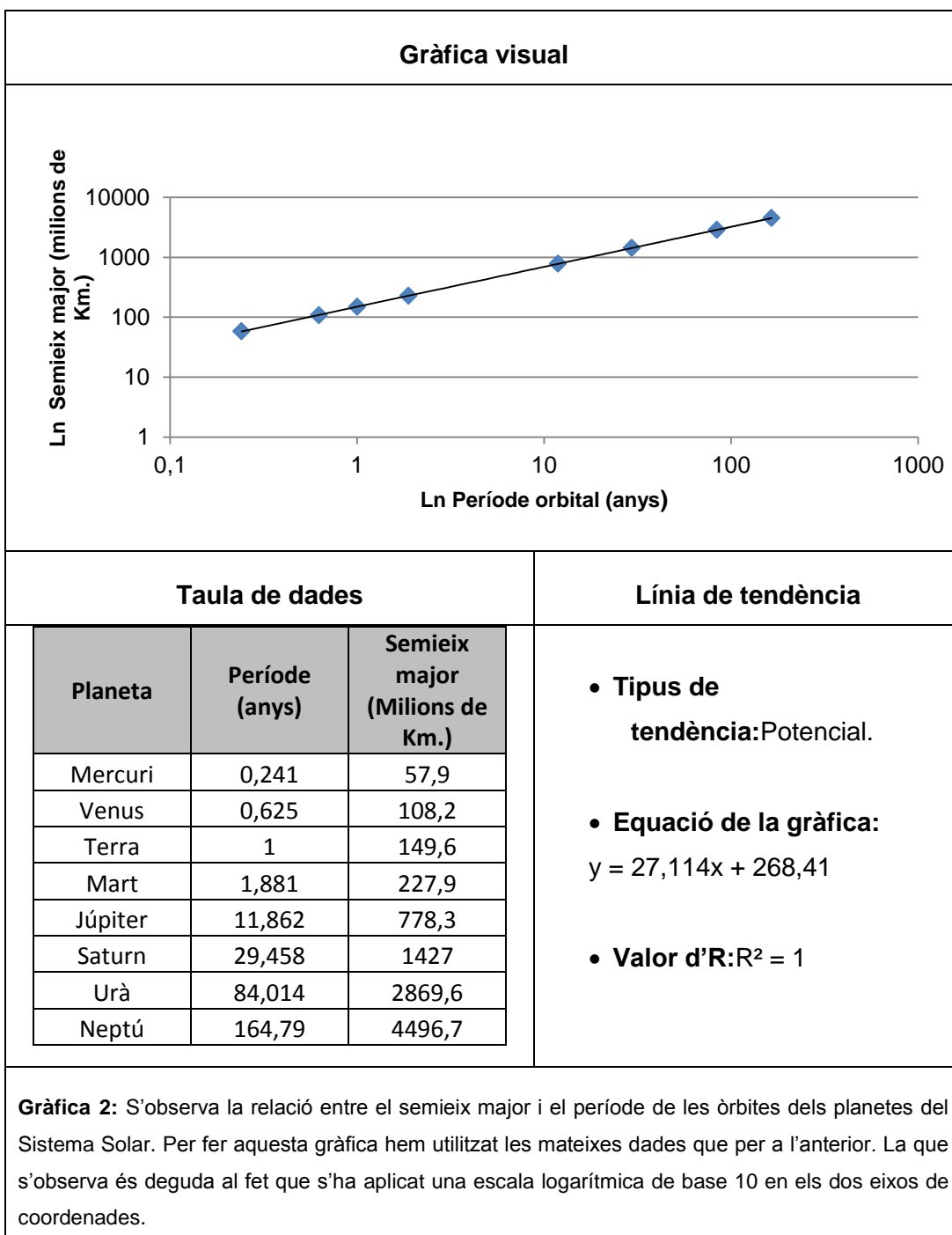


## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



En veure els resultats, es va adonar que en aquesta gràfica no es representava la proporcionalitat directa que enunciava en la seva llei ja que els planetes interiors quedaven massa junts i no es formava una gràfica lineal proporcional.

Així doncs, va decidir utilitzar una gràfica amb una escala logarítmica amb base 10 en els dos eixos:



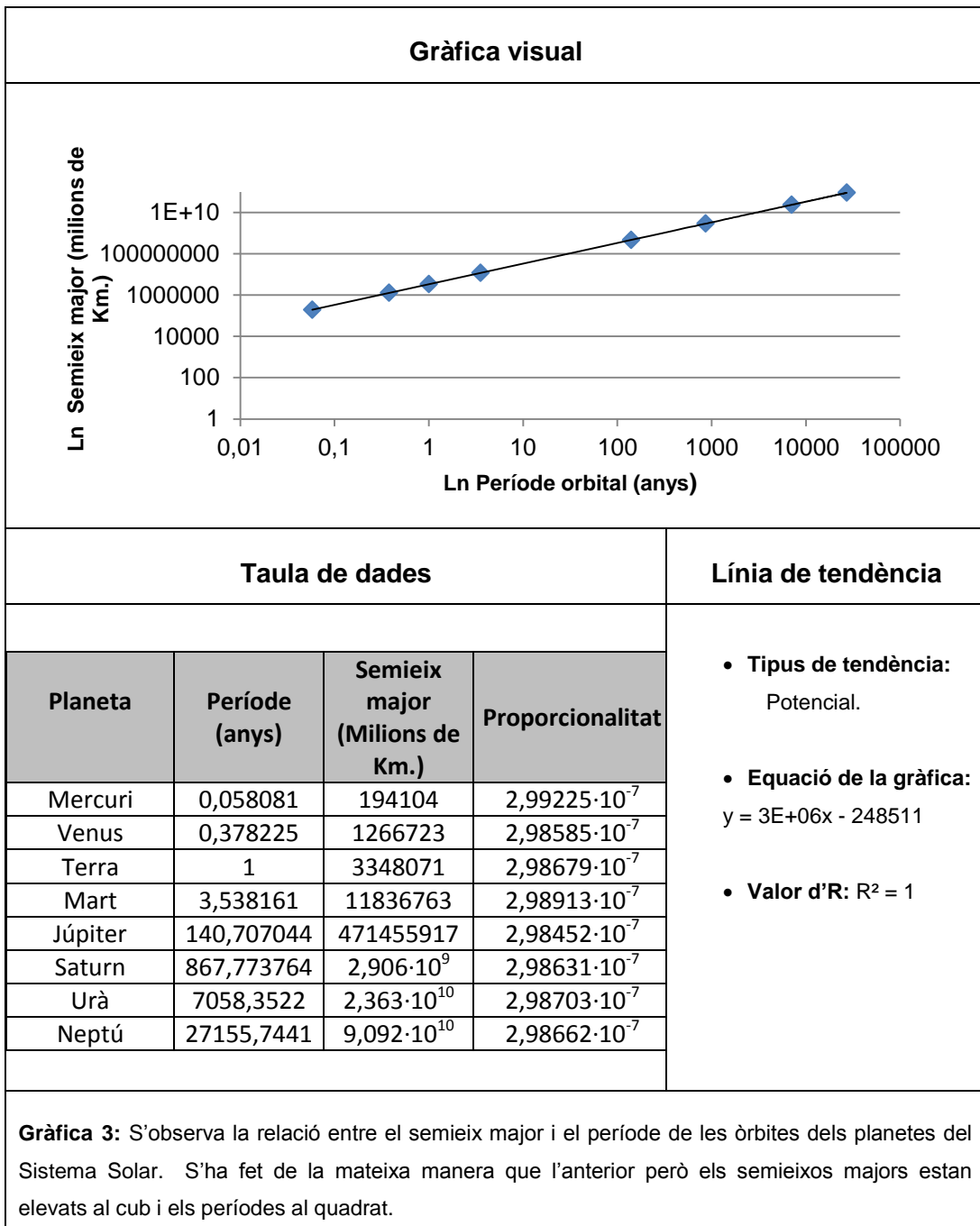
## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



Igualment, amb aquesta nova gràfica no es solucionava el problema de la gràfica lineal proporcional. Encara que sí que solucionava el problema amb els planetes interiors del Sistema Solar. Per tant, Kepler es va adonar que necessitava plantejar una gràfica logarítmica amb una proporcionalitat determinada:

$$T^2 = K \cdot R^3$$

**Figura 48:** Expressió matemàtica de la tercera llei de Johannes Kepler.



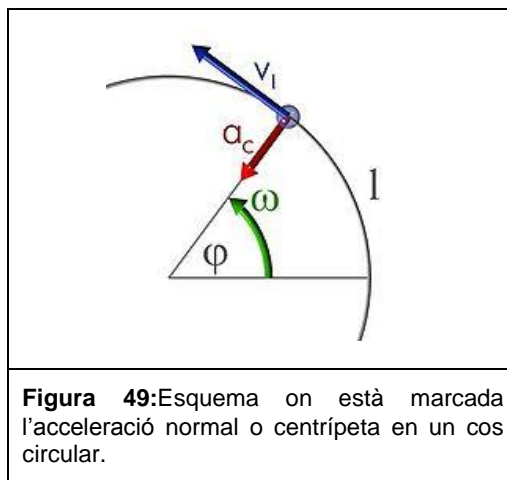


Amb aquesta nova gràfica sí que es respecta la proporcionalitat com s'aprecia en la taula anterior.

### Els passos de Newton:

Newton va resoldre aquest problema físic plantejat per Kepler mitjançant una sèrie de càlculs i mètodes matemàtics.

Primer s'explicarà un concepte previ per continuar amb els passos:



Els satèl·lits de Júpiter es troben sotmesos a l'atracció del colós amb una força gravitacional ( $F$ ) que dóna als satèl·lits un m.c.u (moviment circular uniforme) amb una acceleració normal que es dirigeix sempre cap al centre de l'òrbita descrita.

De forma matemàtica es pot representar així:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}(1)$$

**Figura 50:** Equació matemàtica de l'acceleració normal.

On:

- $v$  és la velocitat a la que es desplaça el satèl·lit
- $r$  és el radi del satèl·lit.

De la mateixa manera la podem expressar dins de la segona Llei de Newton:

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_n(2)$$

**Figura 51:** Equació de la segona Llei de Newton.

On:

- $\sum \vec{F}$  és la suma de forces.
- $m$  és la massa.
- $\vec{a}_n$  és l'acceleració normal.

Si substituïm la força de l'equació 2 per la fórmula de la llei de la gravitació universal (explicada més endavant) i l'acceleració normal de la mateixa equació per l'expressió de la fórmula 1 ens queda la següent equació:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} = m \cdot \frac{v^2}{R}(3)$$

**Figura 52:** Equació derivada de les anteriors.

On:

- $G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$  hi ha la constant de gravitació, les masses de cada cos o partícula i la distància.
- $m \cdot \frac{v^2}{R}$  hi ha la massa i l'acceleració circular.

Aleshores, si tenim en compte la velocitat del moviment circular:

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi R}{T}(4)$$

**Figura 53:** Equació de la velocitat en el moviment circular.

Tenint en compte que la velocitat està elevada al quadrat podem dir que:

$$G \cdot \frac{M}{R^2} = \frac{4\pi^2 \cdot R^2}{T^2 \cdot R}(5)$$

**Figura 54:** Equació que deriva de l'equació 4.

Si es simplifica l'equació cinc i s'aïlla el període (T) obtenim una nova equació:





$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot R^3}{G \cdot M} (6)$$

**Figura 55:** Equació que deriva de l'equació 4.

Sabent que  $\frac{4\pi^2}{G \cdot M}$  és una constant, s'acaba obtenint l'equació de la tercera llei de Kepler.

$$T^2 = K \cdot R^3 (7)$$

**Figura 56:** Expressió matemàtica de la tercera llei de Johannes Kepler.

### 2.5.2 Llei de la gravitació universal

L'any 1687 Isaac Newton va presentar en el seu llibre *Philosophia Naturalis Principia Mathematica* la llei de la gravitació universal.

Aquesta llei diu el següent: ***Dos cossos qualssevol s'atrauen per raó de la seva massa amb una força que és directament proporcional a les masses i inversament proporcional al quadrat de la distància que separa els dos cossos.***

L'expressió matemàtica és la següent:

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

**Figura 57:** Expressió matemàtica de la llei de la gravitació universal de Newton.

On:

- G és la constant de proporcionalitat. Equival a  $6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$ . Aquest valor no va ser descobert per Newton, sinó per Cavendish, l'any 1798.
- $m_1$  i  $m_2$  són les masses de dos cossos qualssevol.
- $\hat{r}$  correspon al vector unitari amb la direcció de la recta que uneix les masses.
- r és la distància que separa les masses.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



### Els passos de Newton:

Newton va començar amb l'elaboració d'una hipòtesi. Va considerar que, probablement, la Terra atreu els cossos del seu voltant, com ara una poma o la lluna, de manera uniforme, com si tota la massa del nostra planeta estigués concentrada en un punt en el seu centre.

Seguidament va calcular l'acceleració normal amb la qual la lluna es mou al voltant de la Terra;

$$a_n = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R = \frac{4\pi^2}{(27,3 \cdot 24 \cdot 3600)} \cdot 3,84 \cdot 10^8 = 0,00272 \text{ m/s}^2$$

**Figura 58:** Càlcul de l'acceleració normal.

Així ja se sabia que:

- L'acceleració de la gravetat ( $g$ ) a la superfície de la Terra equival a  $9,8 \text{ m/s}^2$ .
- La gravetat a la superfície de la Terra és de  $9,8 \text{ m/s}^2$ .
- L'acceleració normal ( $a_n$ ) que produeix la Terra sobre un cos que orbita a l'altura de la lluna ( $r = 384.000 \text{ Km}$ ).

Si dividim les acceleracions:

$$\frac{g}{a_n} = \frac{9,8}{0,00272} \approx 3.600$$

**Figura 59:** Càlcul de la divisió d'acceleracions.

Si dividim les distàncies fins al centre de la Terra:

$$\frac{r}{R} = \frac{384.000}{6.400} = 60$$

**Figura 60:** Càlcul de la divisió de les distàncies.

Al comparar aquests dos resultats es troba la següent relació:



$$\frac{g}{a_n} = \frac{r^2}{R^2}$$

**Figura 61:** Càlcul de la divisió de les distàncies.

*Les acceleracions produïdes per les forces d'atracció de la Terra són inversament proporcionals a les distàncies elevades al quadrat.*

Després, si proposem una massa (m) qualsevol i el cos el situem a la lluna, és a dir, a la distància  $r = 60R$  del centre de la Terra, clar està, rebrà la mateixa  $a_n$  que el nostre satèl·lit. Si se situa a la superfície terrestre, és a dir, a la distància  $R$  del centre, aquí la seva acceleració equival a  $g$ .

Si es multiplica el numerador i el denominador de l'expressió anterior per la massa (m) d'aquest cos, s'obtenen les següents forces:

$$\frac{g}{a_n} = \frac{r^2}{R^2} \equiv \frac{mg}{ma_n} = \frac{r^2}{R^2} \equiv \frac{F_g(\text{pes})}{F_n(\text{força normal})} = \frac{r^2}{R^2}$$

**Figura 62:** Càlculs derivats de les anteriors operacions.

D'això es conclou que les forces són inversament proporcionals a les distàncies elevades al quadrat. A més, es pot observar que les forces són proporcionals a les masses.

### 2.5.3 Òrbites

#### A. Història

Com ja s'ha esmentat anteriorment, la primera vegada que es van analitzar les òrbites de forma matemàtica fou a les mans de l'astrònom de la revolució científica, **Johannes Kepler**, que va publicar els seus estudis en el seu llibre **Misteri Cosmogràfic** de forma molt detallada i amb conceptes metafísics, incloses les seves **tres lleis del moviment planetari**.

Per cada planeta, la distància entre aquest i el Sol al cub mesurades en UA és igual al període del planeta al quadrat, mesurat en anys terrestres. Posteriorment **Isaac Newton** demostrarà que les tres lleis keplerianes deriven de la seva **teoria de la gravetat**.



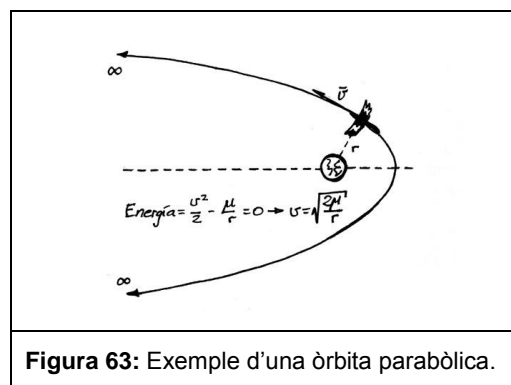
### B. Tipus d'òrbites

Tot i que hi ha moltes classificacions de les òrbites, ens centrarem primer en la **classificació segons la forma** o per excentricitat. Dins d'aquesta classificació s'explicaran els tres tipus més bàsics i coneguts: l'el·líptica, la parabòlica i la hiperbòlica. Són les tres possibilitats més concurrents quan un cos celeste n'orbita un altre de més massiu traçant una corba cònica i el cos més massiu es troba en un dels focus de l'el·lipse. L'**energia orbital específica** (l'energia cinètica + l'energia potencial) determinarà una o altra forma esmentada.

En el nostre Sistema Solar la gran majoria de cossos segueixen **òrbites el·líptiques**, encara que n'hi ha alguns que segueixen òrbites hiperbòliques que acostumen a ser sondes artificials o cometes. En el cas de les òrbites parabòliques només existeixen teòricament, ja que constitueixen un cas límit. Seguidament explicarem breument cada cas:

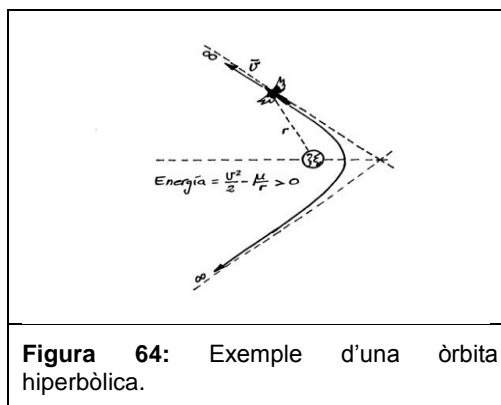
a. L'**òrbita el·líptica**: el cos pren aquest tipus d'òrbita quan l'energia orbital és negativa. Com que una òrbita el·líptica és una corba tancada, el moviment del cos es repetirà de forma cíclica (periòdicament) al voltant del cos més massiu, que es trobarà en un dels focus de l'òrbita. Com veurem en el punt C d'aquest apartat, el temps que demora un cos a recórrer l'òrbita completa s'anomena **període de l'òrbita**. Cal destacar que les **òrbites en forma de cercle** (per tant les circulars) són un tipus concret d'òrbita el·líptica que presenta una excentricitat nul·la ( $e=0$ ).

b. L'**òrbita parabòlica**: el cos pren aquest tipus d'òrbita quan l'energia orbital és nul·la, amb el cos massiu situat en un dels focus d'aquesta. En aquest cas l'òrbita no és tancada i el cos en òrbita tendeix a allunyar-se indefinidament del cos central. Al tenir una energia orbital nul·la fa que el moviment del cos a l'òrbita sempre sigui a la velocitat d'escapament corresponent a la posició on es troba.





- c. **L'òrbita hiperbòlica:** el cos pren aquest tipus d'òrbita quan l'energia orbital és positiva. Amb el cos massiu situat al focus d'una hipèrbola. Igual que en el cas de l'òrbita parabòlica, parlem d'una òrbita no tancada on el cos orbital s'allunya de forma indefinida del cos central. La diferència bàsica respecte la parabòlica, és que, en la hiperbòlica, el cos sempre es mou a un velocitat superior a la velocitat d'escapament.



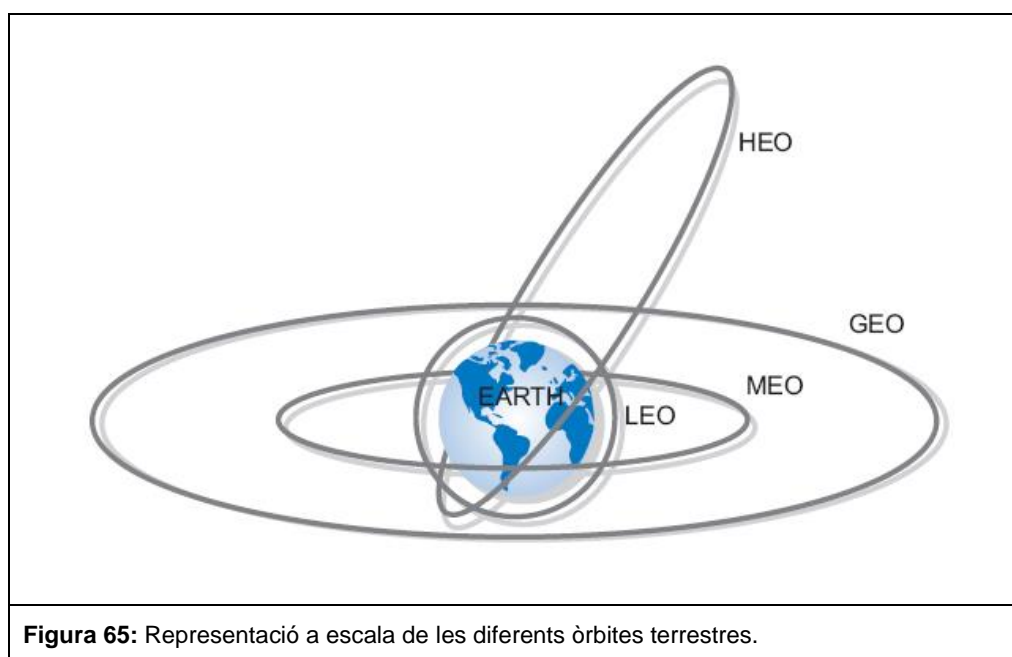
La segona classificació que explicarem serà segons la seva altitud. Les podem classificar en quatre tipus: l'òrbita baixa terrestre (LEO), l'òrbita mitjana terrestre (MEO), l'òrbita geostacionària (GEO) i l'òrbita alta terrestre (HEO). A continuació quedaran explicades:

- a. **L'òrbita baixa terrestre (LEO):** és una òrbita geocèntrica a una altitud de 0 a 2.000 km. És una òrbita per a satèl·lits artificials. La velocitat orbital d'aquests cossos artificials és al voltant de 7 km/s (uns 25.000 km/h). La majoria tenen una òrbita polar. És a dir, amb una inclinació d'entre 80 i 100 graus. Els objectes a l'òrbita baixa es troben amb gasos en la termosfera o l'exosfera. A més, la majoria de vols espacials tripulats han estat en òrbita terrestre baixa. Aquí trobem una gran quantitat de brossa espacial. De fet només el 5% dels cossos artificials estan operatius.
- b. **L'òrbita mitjana terrestre (MEO):** és una òrbita geocèntrica a una altitud que comprèn el màxim de l'anterior tipus d'òrbita terrestre, és a dir, 2000 km, fins els 35.768 km d'altitud. Aquí el nivell de radiació és més alt que l'anterior ja que ens situem més a l'exterior del camp magnètic terrestre, fet pel qual la majoria de satèl·lits artificials ja no orbiten en aquest tipus d'òrbites. Conseqüentment, el nivell de residus espacials és molt reduït. La gran majoria de satèl·lits artificials que orbiten en aquesta altitud són els de navegació: com els de GPS o el *Galileo*.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



- c. L'òrbita **geostacionària (GEO)**: és un tipus d'òrbita geosincrònica<sup>8</sup>, que té com a característica principal l'excentricitat i inclinació nul·les ( $e=0$ ;  $i=0$ ). Per tant, és una òrbita circular a 35.786 km sobre l'equador terrestre. El satèl·lit artificial que fa aquesta òrbita es manté sempre estacionari respecte la superfície terrestre degut a que el moviment es fa a la mateixa velocitat angular que el moviment de rotació del nostre planeta. Serveix perquè els satèl·lits de telecomunicacions rebin o puguin emetre un senyal constant i perquè els satèl·lits meteorològics recullin i enviïn informació actualitzada sobre extensions de terra molt grans, com ara tot Europa. Tot i així, té inconvenients, principalment el mateix que tenen les MEO. Hi ha més radiació ja que estem en una zona més externa del camp magnètic terrestre. A més, es necessita molta més energia per col·locar en òrbita aquests satèl·lits i, a la vegada, un cop que ho estan, aquests necessiten molta potència per fer arribar els senyals al receptor de terra ferma.
- d. L'òrbita **alta terrestre (HEO)**: és una òrbita que està per sobre de les òrbites geostacionàries, a més de 35.768 km d'altitud. Són òrbites extremadament excèntriques o molt el·líptiques, tal com es pot apreciar a la *Figura 65*. Hi ha pocs satèl·lits que les orbitin. Un exemple és el *Sirius Satellite Radio*. Dos serveis de ràdio que funcionen als Estats Units d'Amèrica i al Canadà.



<sup>8</sup>Una òrbita geosincrònica és una òrbita geocèntrica que té el mateix període orbital que el període de rotació sideral de la Terra.





Igualment existeixen moltes altres classificacions tot i que no són tan importants pel treball que estem realitzant. Només mencionar la classificació segons el cos que es troba al centre de l'òrbita. Aquí trobem per exemple la heliocèntrica, que és la que tenen tots els planetes que orbiten al voltant del Sol, entre altres.

### C. Període orbital

Considerem que el període orbital és el temps que demora un objecte per donar una volta completa al voltant d'un altre objecte. En el cas dels objectes que orbiten al voltant del Sol (els planetes), existeixen diferents tipus de períodes orbitals. A continuació descriurem els dos més comuns i els que hem esmentat en aquest treball de recerca:

- El **període sideral**, és el temps de demora d'un objecte a donar una volta completa al voltant del Sol agafant com a punt de referència una estrella fixa. Es considera l'autèntic període orbital de l'objecte, ja que seria el que veuria un observador immòbil que no orbités al voltant del Sol.
- El **període sinòdic**, és el temps que triga un objecte en tornar a aparèixer en el mateix punt de l'espai respecte el Sol quan s'observa des de la Terra. En aquest tipus de període es té en compte que la Terra, lloc des d'on és observat l'objecte, també orbita al voltant del Sol. Conseqüentment, és el temps que passa entre dos conjuncions successives entre l'astre rei i el període orbital aparent.

Està definit per la següent expressió:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{\frac{3}{2}}$$

**Figura 66:** Expressió matemàtica del període orbital.

On:

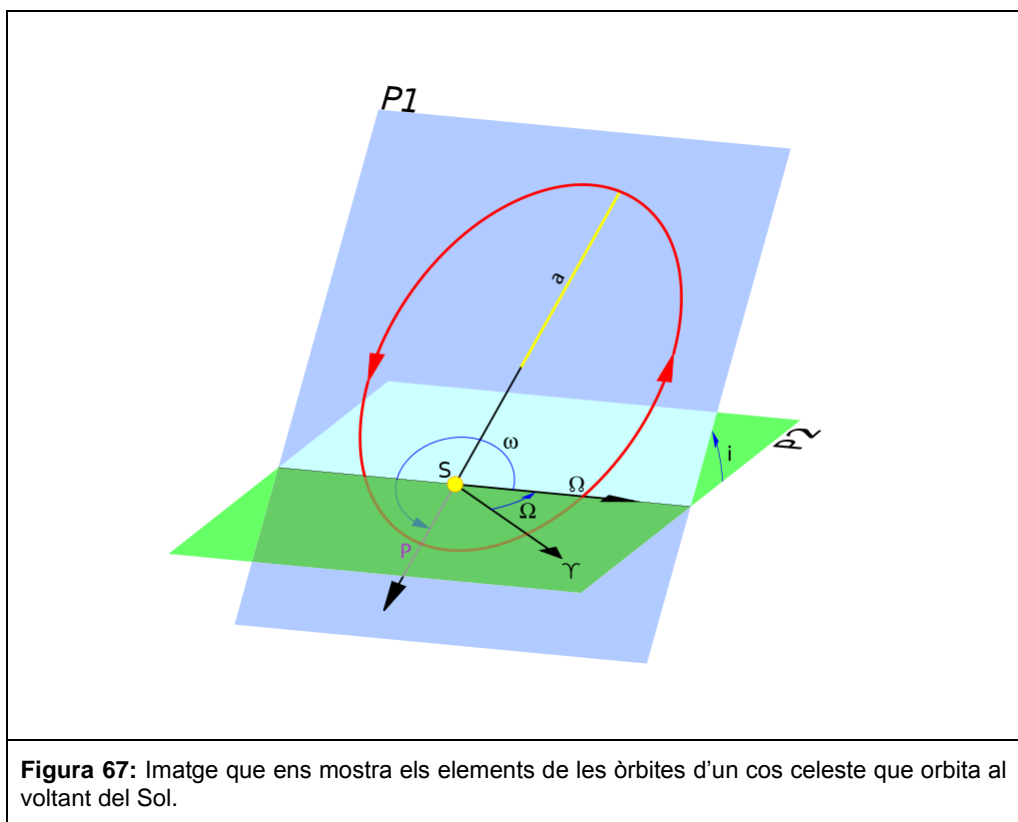
- $\mu$  és un paràmetre gravitacional estàndard.
- $a$  és la longitud del semieix major de l'el·lipse.
- $T$  és la lletra que es fa servir per indicar el període orbital.



### D. Elements orbitals

Els **elements orbitals** són el conjunt de les **sis magnituds** que ens permeten definir l'òrbita d'un cos que orbita al voltant del Sol o de qualsevol altre cos de forma totalment unívoca.

- a. La **longitud del node ascendent** (amb el símbol:  $\Omega$ ) és un dels elements orbitals que serveix per definir l'òrbita. Per a un objecte que orbita el Sol, és l'angle, amb vèrtex en el Sol, que va des del Punt Àries<sup>9</sup> fins al node ascendent de l'òrbita de l'objecte, mesurat en el pla de referència de l'eclíptica i en sentit directe.



**Figura 67:** Imatge que ens mostra els elements de les òrbites d'un cos celeste que orbita al voltant del Sol.

- b. La **inclinació orbital** ( $i$ ), és l'angle que es forma entre un eix de direcció o un pla i un pla de referència. Si ens centrem en el Sistema Solar, la inclinació de l'òrbita d'un cos celeste es defineix com l'angle entre el pla

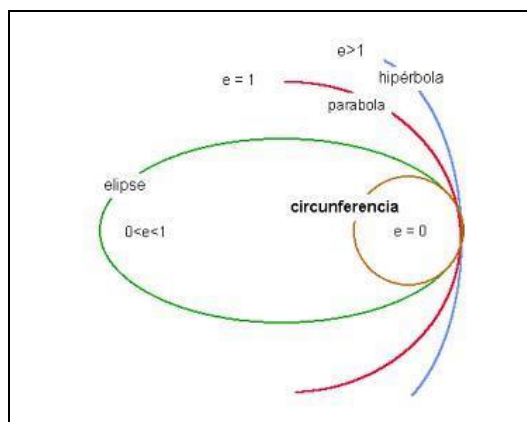
<sup>9</sup> En astronomia es denomina Punt Àries o Punt vernal al punt de l'eclíptica a partir del qual el Sol passa de l'hemisferi sud terrestre a l'hemisferi nord, que passa en l'equinocci de primavera aproximadament el 21 de març (iniciant-se la primavera a l'hemisferi nord i la tardor en l'hemisferi sud).



de l'òrbita del cos i l'eclíptica<sup>10</sup> que és el pla que s'utilitza com a referència.

c. El **semieix major** ( $a$ ), és la distància mitjana d'un objecte que orbita al voltant d'un altre, ja que el cos o objecte central (podríem posar l'exemple del Sol) ocupa un dels focus.

d. L'**excentricitat** ( $\epsilon$ ), és un altre element orbital. Diem que com menys circular és una òrbita, més excèntrica és. Per tant,



**Figura 68:** Es mostra de forma gràfica el concepte d'excentricitat.

l'excentricitat defineix la forma de l'òrbita respecte a una circumferència.

e. L'**anomalia mitjana de l'època** ( $M_0$ ), serveix per especificar la posició d'un cos celeste en la seva òrbita. Es defineix com la fracció d'un període orbital que ha transcorregut fins al moment de l'observació, expressada com a angle.

Com podem observar, veiem com els tres primers elements simplement defineixen l'orientació de l'òrbita a l'espai. Aquests elements s'anomenen **angles d'Euler**. Les altres magnituds definiran la posició de l'objecte a l'òrbita o la forma d'aquesta en el cas de l'excentricitat.

### E. Sistemes de coordenades celestes

Per poder determinar les posicions celestes, els astrònoms han desenvolupat una sèrie de **sistemes de coordenades**. Cada un utilitza una graella de coordenades que es projecta sobre l'esfera celeste, semblant al sistema de coordenades geogràfiques utilitzat a la superfície terrestre. Els diferents sistemes de coordenades només es diferencien en l'elecció del **pla fonamental**, que divideix el cel en hemisferis iguals al transcurs d'un cercle major<sup>11</sup>. Els més habituals són els següents:

a. El **sistema de coordenades equatorial**: Sense cap dubte és el sistema de coordenades celeste més utilitzat. A part, és el més similar al sistema de

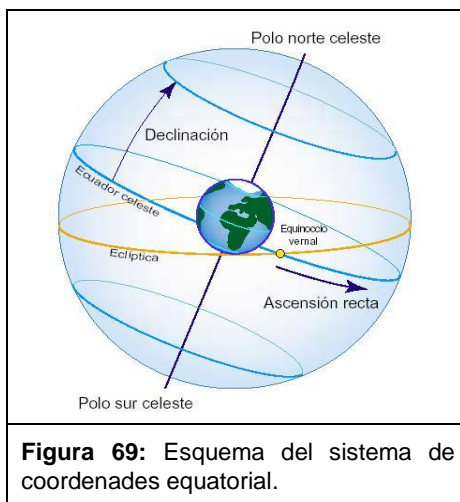
<sup>10</sup> L'eclíptica és el pla de l'òrbita de la Terra.

<sup>11</sup> La intersecció de qualsevol pla amb l'esfera resultarà en un cercle en la superfície de l'esfera. Si el pla conté el centre de l'esfera, el cercle de la intersecció és un cercle major.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



coordenades geogràfic ja que els dos utilitzen el mateix pla fonamental i els mateixos pols. En el sistema equatorial, l'eix de rotació de la Terra, està cap a la volta celeste, la travessa en un punt anomenat pol nord celeste. L'estrella que s'ubica prop d'aquest punt s'anomena *Polaris* o Estrella Polar de forma més col·loquial. Després veiem l'equador celeste, que bàsicament és l'equador terrestre projectat a l'esfera celeste. Tots els punts que van des de l'equador fins a un dels pols celestes equidisten  $90^\circ$ . Per poder definir la ubicació d'un cos a l'esfera celeste primer de tot s'ha de determinar la seva posició angular al llarg de l'equador celeste. Aquesta coordenada s'anomena **ascensió recta**, i és anàloga a la longitud de la Terra. La seva mesura és en unitats de temps començant per les 0 hores fins a les 24 hores.



**Figura 69:** Esquema del sistema de coordenades equatorial.

L'equivalència entre una hora d'ascensió recta i els graus a l'equador és de  $15^\circ$  ( $1h = 15^\circ$ ). L'equinoici vernal determinarà el zero de l'ascensió recta al cel determinada per la posició del Sol en el primer dia de primavera, quan aquest creua l'equador celeste.

Finalment trobem la segona coordenada equatorial que és la **declinació**. Aquesta mesura la

distància angular d'un objecte segons l'equador celeste. Quan trobem un cos que es troba entre l'equador celeste i el pol nord celeste, diem que tenen una **declinació positiva**. En canvi, si es troba entre el pol sud celeste i l'equador celeste diem que tenen **declinació negativa**. Aquesta declinació anirà de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$ .

Per acabar podem resumir que **per determinar la posició d'un astre necessitem tenir definides les coordenades d'ascensió i la declinació**.

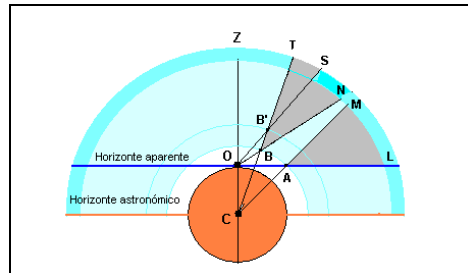
- b. El **sistema de coordenades horitzontal** és el que usa l'horitzó local de l'observador com a pla fonamental. Així, es divideix el cel en dos hemisferis: un de visible o hemisferi superior i un altre d'ocult o hemisferi inferior. Aquest últim esmentant s'anomena *nadir* i el visible s'anomena *zenit*. L'angle d'un cos per sobre o per sota de l'horitzó s'anomena elevació. I l'angle d'un

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



objecte al voltant de l'horitzó (mesurat des del nord cap a l'est) es diu *azimut*.

Cal destacar que aquest sistema de coordenades està fixat en la Terra i no pas en les estrelles. Per tant l'elevació i l'*azimut* d'un cos varien en el transcurs del temps, ja que l'objecte farà la sensació aparent que es desplaça per l'espai, fet que és provocat per la rotació de la Terra. Com que aquest sistema

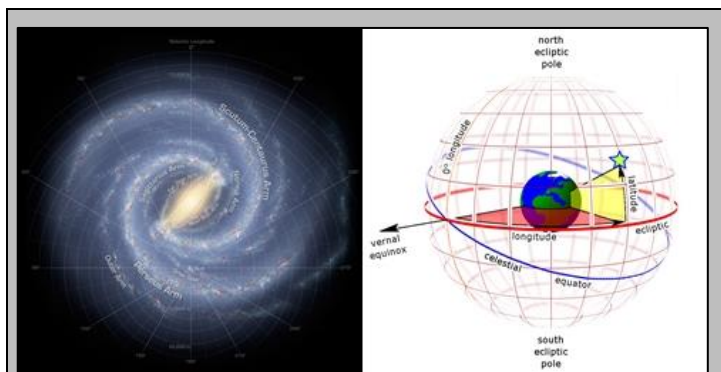


**Figura 70:** Esquema del sistema de coordenades horitzontal. Aquí només es veu l'hemisferi superior.

està determinat per l'observació és lògic que l'elevació i l'*azimut* variïn segons el lloc de la Terra on ens trobem en fer les observacions.

El sistema de coordenades horitzontals es fa servir principalment per determinar les hores d'aparició i d'ocultació d'un cos en el cel.

- c. El sistema de coordenades galàctic utilitza la rotació de la Via Làctia sobre ella mateixa com a pla fonamental. L'angle de la latitud s'anomena latitud galàctica, i l'angle



**Figura 71:** Es mostra l'esquema del sistema de coordenades galàctic a l'esquerra i l'esquema del sistema de coordenades eclíptic a la dreta.

longitudinal s'anomena, longitud galàctica. El pla galàctic queda marcat com l'equador i l'origen de les latituds és el centre galàctic. Aquest sistema serveix per estudiar la galàxia. Un ús habitual és estudiar la densitat d'estrelles en funció de la seva latitud galàctica, entre altres usos. No es fa servir per observar cossos veïns al Sol.

- d. El sistema de coordenades eclíptic, utilitza l'eclíptica com a pla fonamental. L'eclíptica és la ruta que sembla seguir el Sol a través del cel en el transcurs d'un any terrestre. A part, és la projecció del pla orbital de la terra en l'esfera celeste. L'angle de la latitud s'anomena latitud eclíptica, i

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



l'angle longitudinal es denomina longitud eclíptica. El punt zero de la longitud eclíptica és l'equinocci vernal, el mateix zero que s'utilitza en l'ascensió recta del sistema de coordenades equatorial. El seu ús és cartografiar els diferents planetes del Sistema Solar.





### 3 PART EXPERIMENTAL

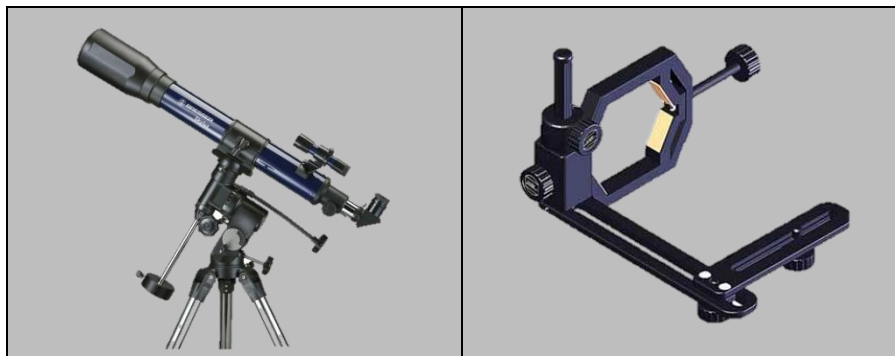
#### 3.1 Determinació experimental del radi mitjà dels satèl·lits galileians i el seu període de revolució

##### 3.1.1 Observació dels satèl·lits galileians

Per a l'observació de les llunes de Júpiter vam utilitzar un telescopi *Bresser* que ens va deixar el nostre company de classe. Les observacions les vam realitzar en els moments previs a l'alba (entre les 5h i les 6h del matí) ja que era l'únic moment del dia on es podia observar Júpiter sense la llum del Sol, perquè Júpiter es ponía abans que el Sol ho fes. Amb l'ajuda d'un adaptador vam prendre fotos de les posicions de les llunes en cada observació, a partir de les quals després seria possible calcular el període d'aquestes.

Característiques del telescopi		Característiques de la càmera	
<b>Marca</b>	Bresser	<b>Marca</b>	Canon
<b>Tipus de construcció</b>	Telescopi refractor acromàtic (2 lents)	<b>Model</b>	PowerShot SX240 HS
<b>Distància focal</b>	700 mm	<b>Píxels efectius de la càmera</b>	Aprox. 12,1 Mpíx.
<b>Diàmetre de l'objectiu</b>	70 mm	<b>Distància focal</b>	Zoom 20x: 4,5(G)-90(T) mm
<b>Augments</b>	35 – 58 – 175x (en funció de l'ocular)		
<b>Visor-buscador</b>	6x30		
<b>Sistema d'eixos</b>	Equatorial (EQ3) en un trípode d'alumini d'altura ajustable		

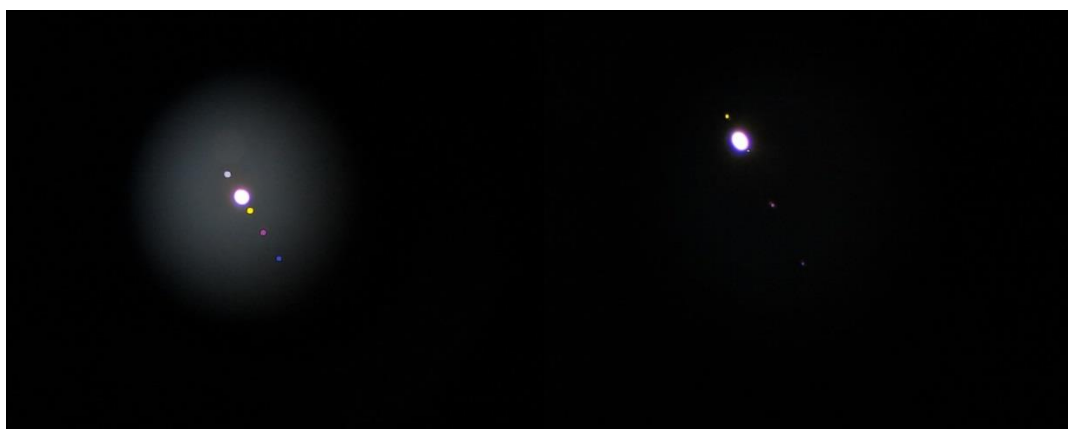
## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



**Figura 72:** Fotografia del telescopi emprat per a fer les observacions a l'esquerra i de l'adaptador que hem utilitzat per a fer les fotografies a la dreta.

Seguidament adjuntem totes les fotografies de les observacions realitzades, així com una fotografia del telescopi. Aquestes fotos han estat retocades per tal de poder identificar cada lluna per un color afegit (el groc pertany a Io, el gris a Europa, el violeta a Ganímedes i el blau fosc a Cal·listo).

Cal afegir que les imatges dels dies 27 i 31 de juliol no les hem pres nosaltres amb el telescopi per culpa de la meteorologia i les hem extret d'un programa d'ordinador.



**Figura 73:** Imatge presa el dia 25/07/13

**Figura 74:** Imatge presa el dia 26/07/13



**Figura 75:** Imatge presa el dia 27/07/13

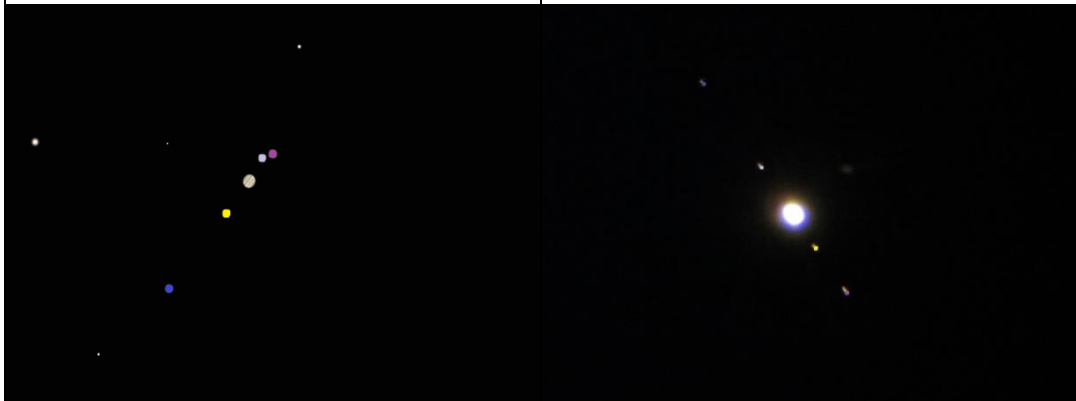
**Figura 76:** Imatge presa el dia 28/07/13

# Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



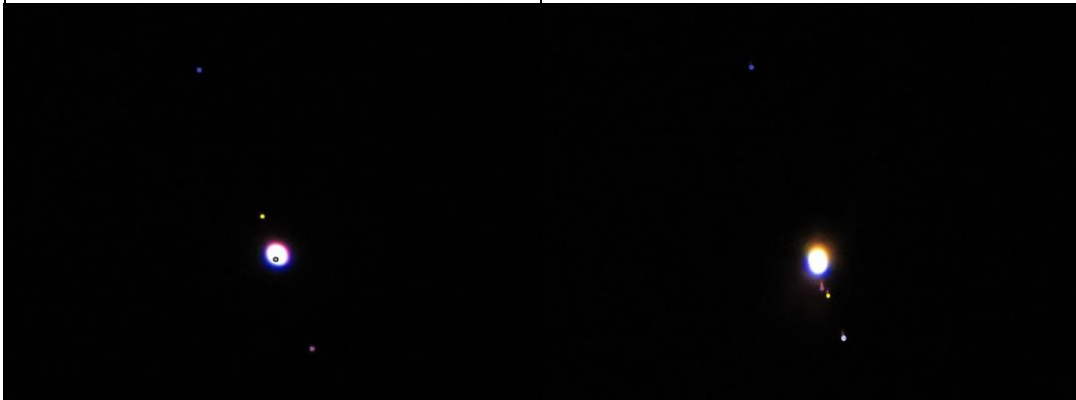
**Figura 77:** Imatge presa el dia 29/07/13

**Figura 78:** Imatge presa el dia 30/07/13



**Figura 79:** Imatge presa el dia 31/07/13

**Figura 80:** Imatge presa el dia 01/08/13



**Figura 81:** Imatge presa el dia 02/08/13.

**Figura 82:** Imatge presa el dia 03/08/13



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



**Figura 83:** Imatge presa el dia 03/08/13

A continuació adjuntem les taules amb totes les dades que hem extret de les diferents fotografies. Totes les distàncies estan expressades en múltiples dels diàmetres de Júpiter (els valors ressaltats en groc corresponen als radis de les òrbites), ja que més tard això ens ajudarà a calcular certes dades. Allà s'explicarà tot el procediment que hem seguit per aconseguir aquests valors.

Io		
t en hores	x Observat	x Teòric
0,00	2,70	2,70
24,00	-1,80	-1,90
48,00	0,60	0,75
72,00	0,35	0,54
96,00	-1,2	-1,74
120,00	2,6	2,60
144,00	-2,7	-2,99
168,00	2,8	2,82
192,00	-2,3	-2,12
216,00	1,7	1,04

**Taula 1:** Dades obtingudes per al desplaçament aparent d'Io.

Europa		
t en hores	x Observat	x Teòric
0,00	-4,70	-4,70
24,00	1,00	0,85
48,00	4,50	4,32
72,00	-2,80	-2,78
96,00	-2,80	-3,08
120,00	4,30	4,15
144,00	1,60	1,24
168,00	-4,70	-4,70
192,00	1,00	0,85
216,00	4,70	4,32

**Taula 2:** Dades obtingudes per al desplaçament aparent d'Europa.

Ganímedes		
t en hores	x Observat	x Teòric
0,00	7,70	7,69
24,00	6,50	5,89
48,00	-0,30	-0,19
72,00	-5,80	-6,14
96,00	-7,50	-7,62
120,00	-3,50	-3,57
144,00	2,80	3,08
168,00	7,80	7,49
192,00	7,00	6,45
216,00	1,30	0,73

**Taula 3:** Dades obtingudes per al desplaçament aparent de Ganímedes.

Cal·listo		
t en hores	x Observat	x Teòric
0,00	13,40	13,58
24,00	12,50	11,97
48,00	7,70	8,69
72,00	3,80	4,21
96,00	-1,00	-0,86
120,00	-5,30	-5,81
144,00	-9,00	-9,95
168,00	-12,00	-12,71
192,00	-13,80	-13,70
216,00	-12,80	-12,78

**Taula 4:** Dades obtingudes per al desplaçament aparent de Cal·listo.

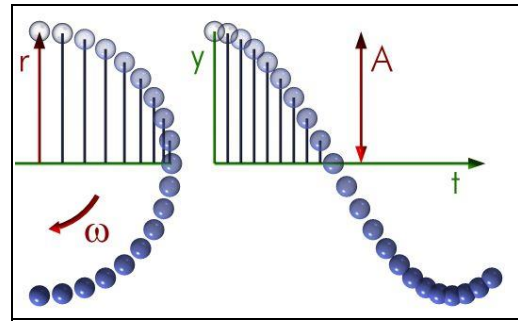


Un cop recollides les observacions, hem seguit quatre mètodes diferents per trobar el període de les llunes. Tres d'aquests utilitzant les observacions i un altre utilitzant diferents programes de computació.

### 3.1.2 Mètodes utilitzats pel càlcul dels períodes

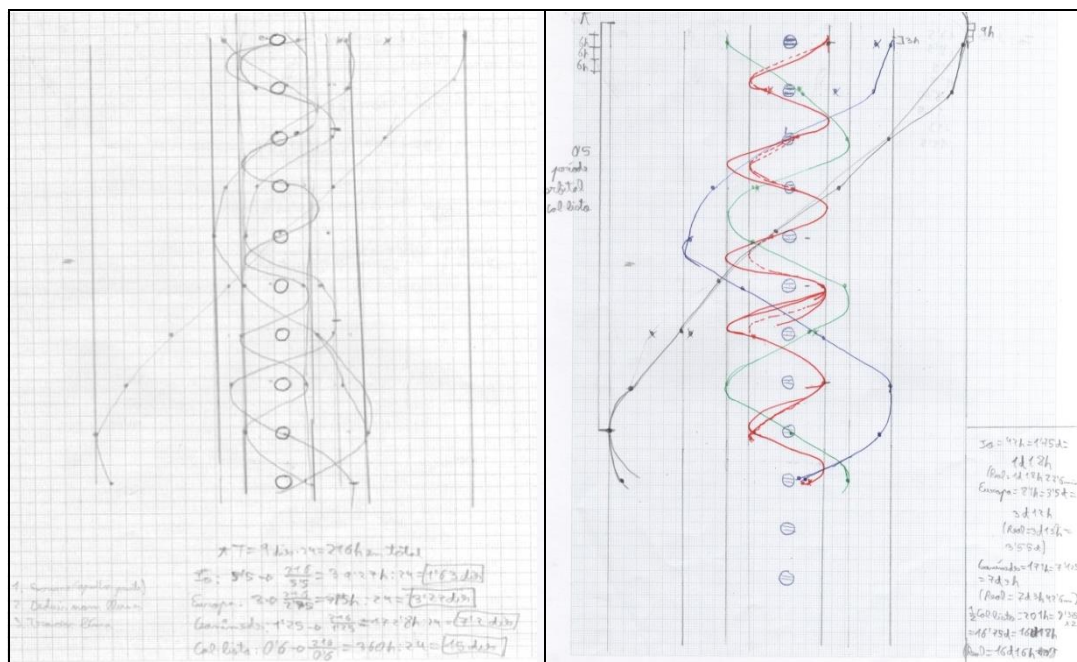
#### Primer mètode:

En primer lloc vam dibuixar en un paper mil·limetrat les posicions dels satèl·lits en cada observació utilitzant com a mesura de posició múltiples del diàmetre de Júpiter. És a dir, vam agafar una mesura aproximada del diàmetre de Júpiter a les fotos (0,5 cm de diàmetre) i vam situar la posició de les llunes a partir d'aquesta distància. Segons si els satèl·lits se situaven a la dreta o a l'esquerra del planeta el signe de la distància era positiu o negatiu, respectivament. Tot seguit, a partir del desplaçament que anaven seguint les llunes i de la seva posició inicial o final les vam identificar. Després, vam traçar una línia unint les diferents posicions d'aquestes. La línia resultant correspon a una gràfica sinusoidal, gràcies a la qual vam poder dividir el temps total transcorregut entre totes les observacions entre el número de períodes que presentava. Donant així un valor que corresponia al període de la lluna.



**Figura 84:** Relació que s'observa el moviment real de les llunes (a l'esquerra) i la representació espai-temps que nosaltres utilitzem pel càlcul del període.

Tot seguit, a partir del desplaçament que anaven seguint les llunes i de la seva posició inicial o final les vam identificar. Després, vam traçar una línia unint les diferents posicions d'aquestes. La línia resultant correspon a una gràfica sinusoidal, gràcies a la qual vam poder dividir el temps total transcorregut entre totes les observacions entre el número de períodes que presentava. Donant així un valor que corresponia al període de la lluna.



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



<b>Figura 85:</b> Gràfica en la qual vam identificar les llunes i vam traçar un esborrany de la gràfica sinusoidal.	<b>Figura 86:</b> Gràfica passada a net, amb els colors indicant el moviment de les llunes.
---	---

Per a trobar el període de les llunes a partir d'aquesta gràfica s'havia de dividir el temps total transcorregut des de la primera observació fins al de l'última pel número de períodes que cada lluna presentava durant aquest temps.

$T = \frac{t_T}{\text{Num. T de la gràfica}}$
<b>Figura 87:</b> Fórmula utilitzada, on $t_T$ és el temps total transcorregut entre la primera i l'última observació i el denominador és el número de períodes que presenta la gràfica.
$T_{\text{Io}} = \frac{216\text{h}}{5,2} = 41,54\text{h} = 1,730 \text{ dies}$
<b>Figura 88:</b> Càlcul per a Io.
$T_{\text{Europa}} = \frac{216\text{h}}{2,5} = 86,4\text{h} = 3,600 \text{ dies}$
<b>Figura 89:</b> Càlcul per a Europa.
$T_{\text{Ganímedes}} = \frac{216\text{h}}{1,25} = 172,8\text{h} = 7,200 \text{ dies}$
<b>Figura 90:</b> Càlcul per a Ganímedes.
$T_{\text{Cal·listo}} = \frac{201\text{h}^*}{0,5} = 402\text{h} = 16,75 \text{ dies}$
<b>Figura 91:</b> Càlcul per a Cal·listo.

\* En aquest cas hem agafat 201 hores en lloc de les 216h que correspondria al total del temps entre les observacions perquè era molt més senzill de veure el temps que trigava a fer mitja volta (201h) que no pas les voltes que feia en el temps de 216 hores.

A continuació hem calculat l'error relatiu aplicable als càlculs anteriors. És a dir, que les dades obtingudes admeten una possibilitat d'error que s'aplica tant a l'alça com a la baixa.





Per exemple, pel que fa al període d'Io, el valor obtingut de 1,730 dies admet un marge d'error d'un 2%.

$E_r = \frac{E_a}{\text{Mesura}} \cdot 100$
<b>Figura 92:</b> Fórmula per a trobar l'error relatiu.
$E_{r \text{ Io}} = \frac{ 1,769 - 1,730 }{1,730} \cdot 100 = 2\%$
<b>Figura 93:</b> Càlcul per a Io.
$E_{r \text{ Europa}} = \frac{ 3,551 - 3,600 }{3,600} \cdot 100 = 1\%$
<b>Figura 94:</b> Càlcul per a Europa.
$E_{r \text{ Ganímedes}} = \frac{ 7,155 - 7,200 }{7,200} \cdot 100 = 0,6\%$
<b>Figura 95:</b> Càlcul per a Ganímedes.
$E_{r \text{ Cal·listo}} = \frac{ 16,69 - 16,75 }{16,75} \cdot 100 = 0,4\%$
<b>Figura 96:</b> Càlcul per a Cal·listo.

A partir d'aquest mètode hem aconseguit calcular els períodes de les llunes galileianes de Júpiter amb un error relatiu molt reduït, que varia del 0,4 al 2%.

### Segon mètode:

En aquest procés trobarem els períodes dels satèl·lits galileians mitjançant un mètode molt semblant a l'anterior i utilitzant el Microsoft Office Excel per a fer les diferents gràfiques.

A continuació adjuntem la imatge que hem utilitzat per a extreure totes les dades del desplaçament aparent de les llunes, que posteriorment hem fet servir per a fer les gràfiques. La imatge presenta uns valors exactament iguals que en el mètode anterior, tot i que, en aquest cas, les gràfiques sinusoidals les hem fet amb l'Excel i no a mà sobre el paper.

La fórmula utilitzada per poder fer les quatre gràfiques sinusoidals és la següent:

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

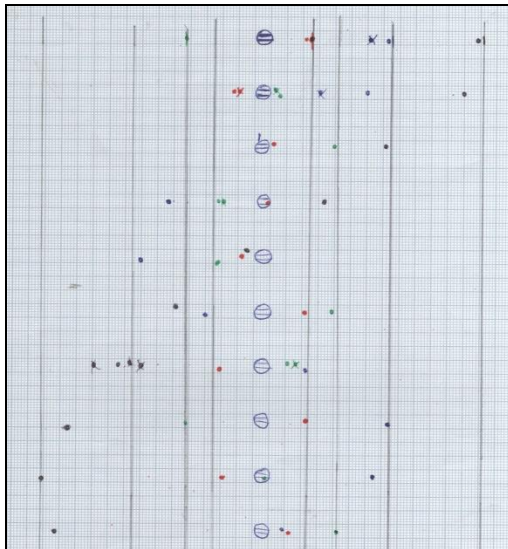


$$f_x = R \cdot \cos(\omega \cdot t + k)$$

**Figura 97:** Equació de la funció sinusoidal.

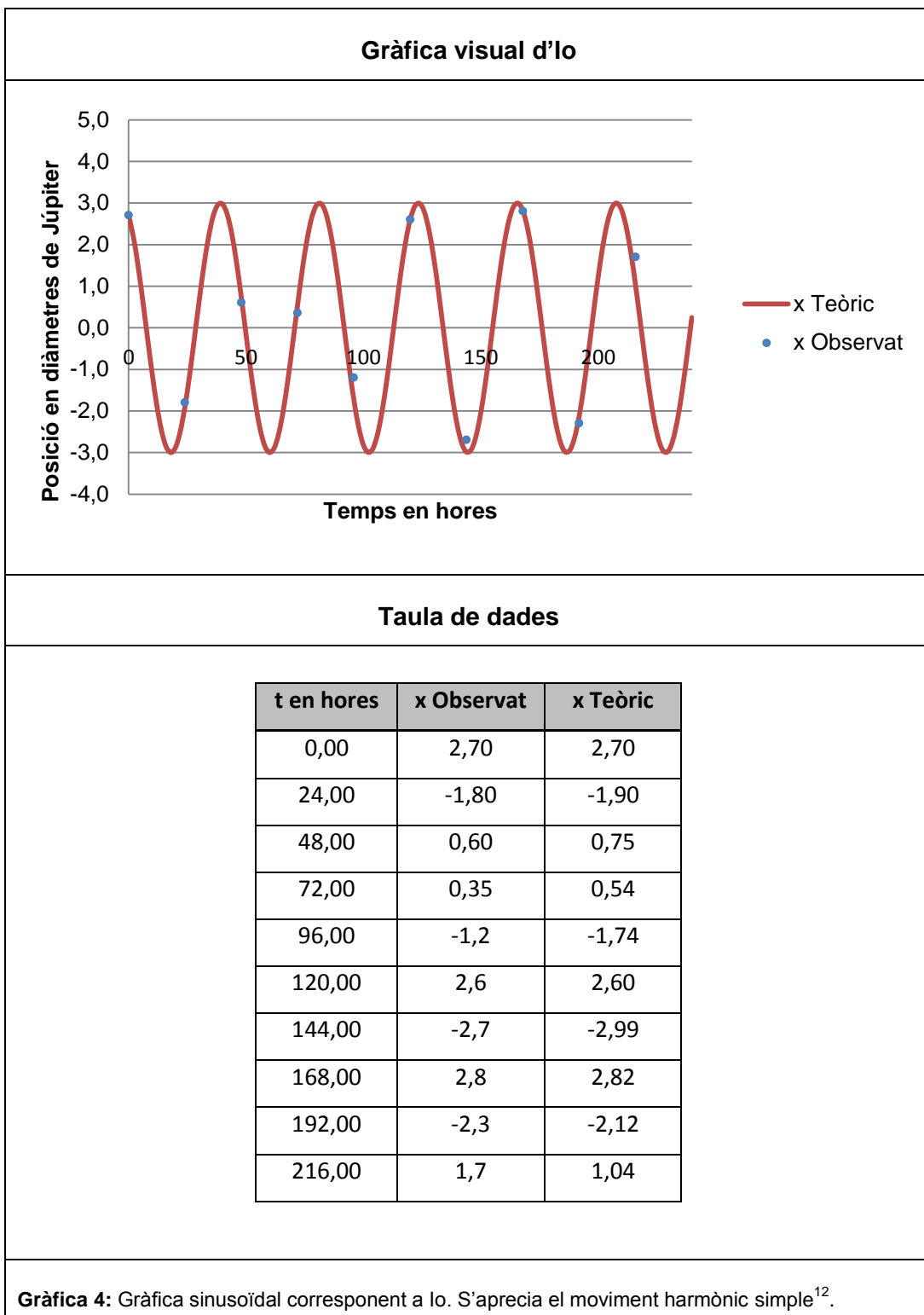
On:

- $f_x$  és el valor que pren la funció en l'eix d'ordenades en diàmetres de Júpiter.
- R és la distància de la lluna a Júpiter en diàmetres de Júpiter.
- $\omega$  és la velocitat angular en rad/h, calculada a partir de la segona llei de Newton ( $\vec{F} = m \cdot \vec{a}_n$ ).
- t és el temps transcorregut en hores entre el moment que vam iniciar les observacions fins a l'observació utilitzada en càlcul pertinent.
- k és una constant que utilitzem per moure la gràfica en l'eix de les abscisses. Que ens serveix per ajustar la gràfica a les observacions.



**Figura 98:** Recull de les posicions de cada una de les llunes durant 10 dies consecutius que ens servirà per fer les gràfiques sinusoidals.

Seguidament adjuntem les quatre gràfiques corresponents als respectius satèl·lits:

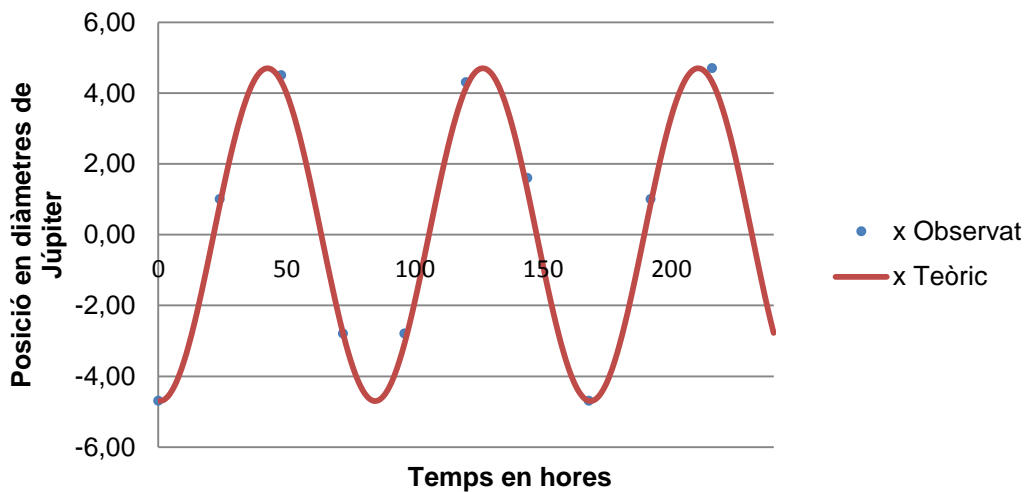


<sup>12</sup>El moviment harmònic simple és aquell moviment on un mòbil passa periòdicament pels mateixos punts de la seva trajectòria.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



### Gràfica visual d'Europa



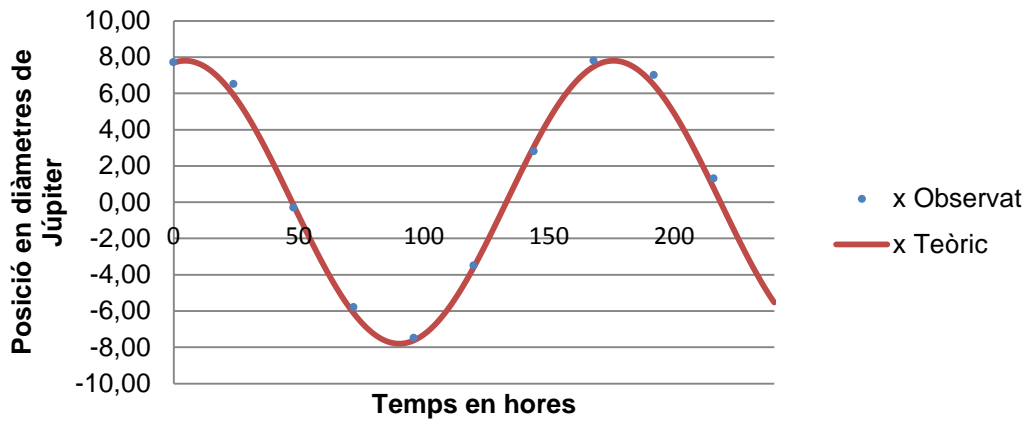
### Taula de dades

t en hores	x Observat	x Teòric
0,00	-4,70	-4,70
24,00	1,00	0,85
48,00	4,50	4,32
72,00	-2,80	-2,78
96,00	-2,80	-3,08
120,00	4,30	4,15
144,00	1,60	1,24
168,00	-4,70	-4,70
192,00	1,00	0,85
216,00	4,70	4,32

**Gràfica 5:** Gràfica sinusoidal corresponent a Io. S'aprecia el moviment harmònic simple.



**Gràfica visual de Ganímedes**

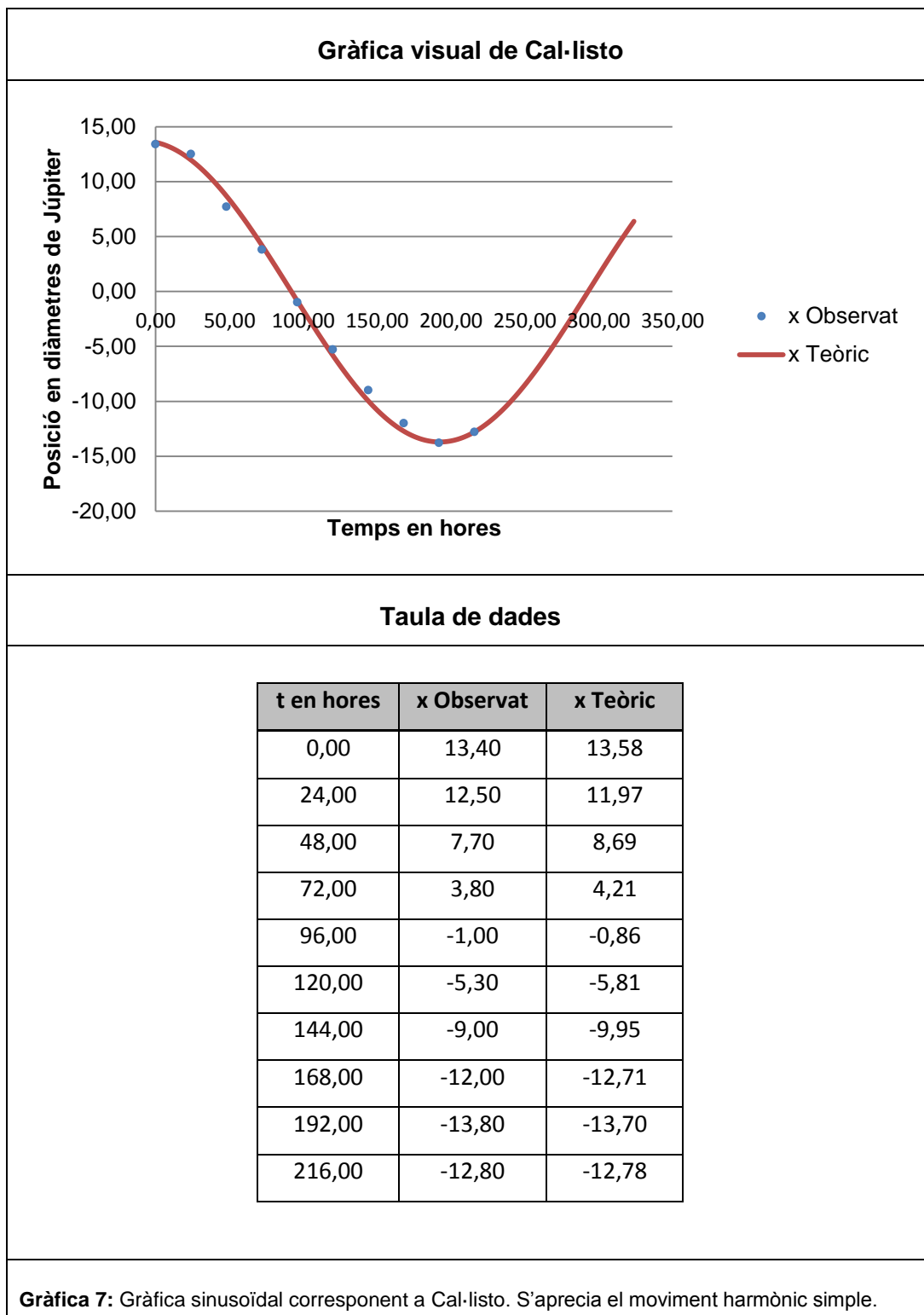


**Taula de dades**

t en hores	x Observat	x Teòric
0,00	7,70	7,69
24,00	6,50	5,89
48,00	-0,30	-0,19
72,00	-5,80	-6,14
96,00	-7,50	-7,62
120,00	-3,50	-3,57
144,00	2,80	3,08
168,00	7,80	7,49
192,00	7,00	6,45
216,00	1,30	0,73

**Gràfica 6:** Gràfica sinusoidal corresponent a Ganímedes. S'aprecia el moviment harmònic simple.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter





## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



Per trobar el període d'Io, Europa i Ganímedes mesurem el temps que triga la lluna en passar d'un punt màxim de la gràfica a l'altre punt màxim immediatament següent. En canvi, per trobar el de Cal·listo, mesurem el temps des d'un punt màxim superior fins al següent punt mínim immediat, ja que la gràfica no correspon a un període complet sinó a la meitat.

Els resultats obtinguts són els que es mostren en la taula següent:

Lluna	T(dies)
Io	1,750
Europa	3,500
Ganímedes	7,166
Cal·listo	16,67

**Taula 5:** Es mostren els resultats obtinguts amb el mètode 2.

A continuació calculem els errors relatius de cada lluna:

$E_r = \frac{E_a}{\text{Mesura}} \cdot 100$
<b>Figura 99:</b> Fórmula per a trobar l'error relatiu.
$E_{rIo} = \frac{ 1,769 - 1,750 }{1,750} \cdot 100 = 1\%$
<b>Figura 100:</b> Càlcul per a Io.
$E_{rEuropa} = \frac{ 3,551 - 3,500 }{3,500} \cdot 100 = 1\%$
<b>Figura 101:</b> Càlcul per a Europa.
$E_{rGanímedes} = \frac{ 7,155 - 7,166 }{7,166} \cdot 100 = 0,2\%$
<b>Figura 102:</b> Càlcul per a Ganímedes.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



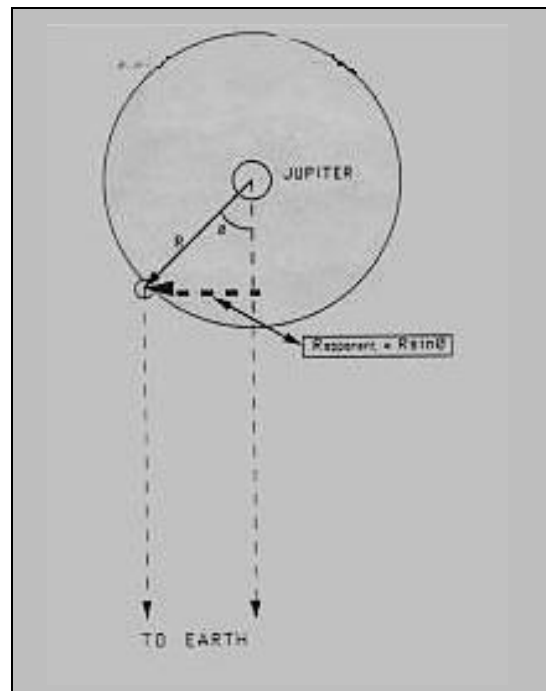
$$E_{r \text{ Cal·listo}} = \frac{|16,69 - 16,67|}{16,67} \cdot 100 = 0,1\%$$

**Figura 103:** Càlcul per a Cal·listo.

Utilitzant aquest mètode amb ordinador observem que l'error relatiu es redueix considerablement gràcies a la precisió del programa.

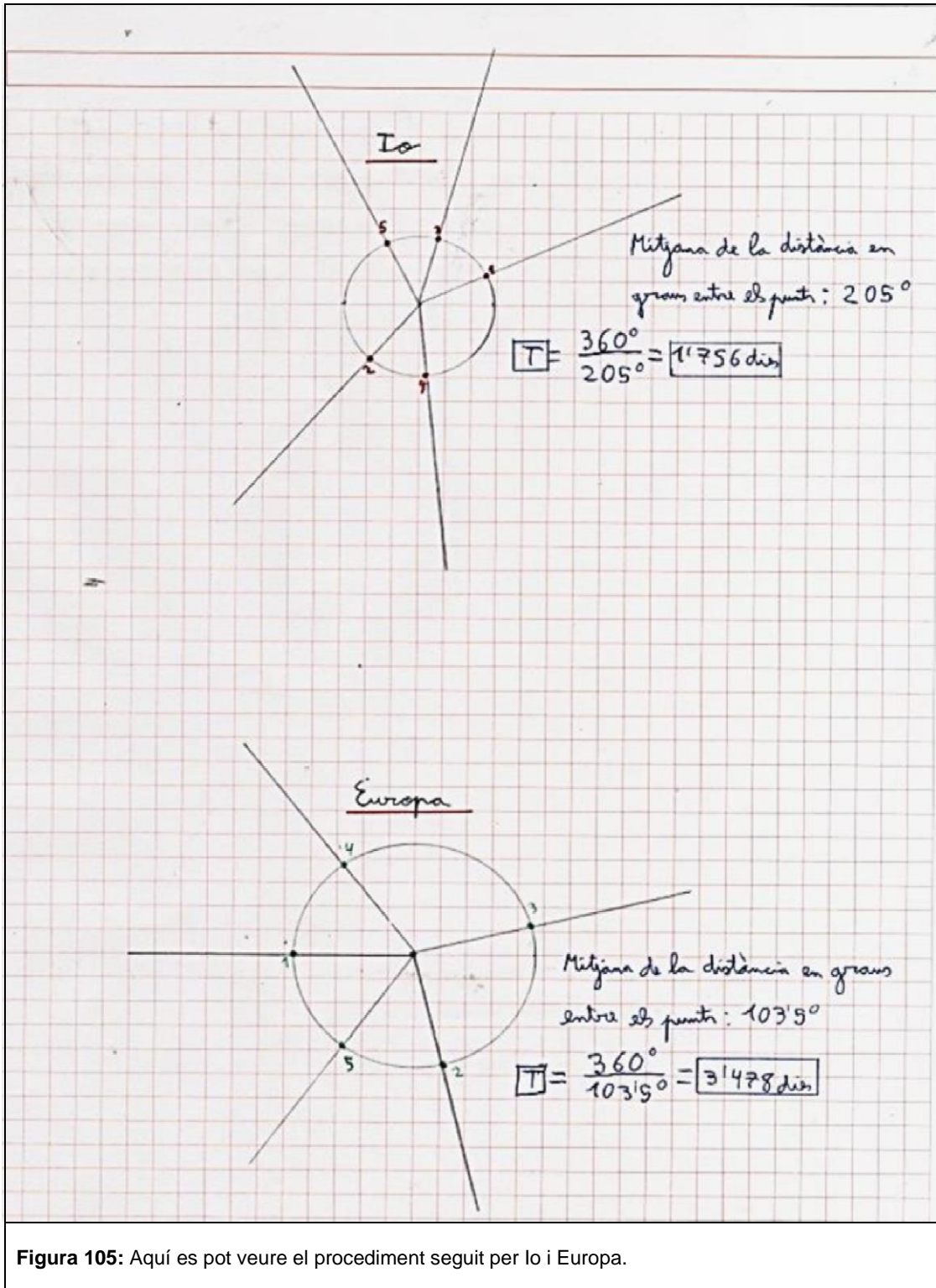
### Tercer mètode:

En aquest mètode calcularem el període de les llunes passant els punts de la gràfica de la *Figura 98a* un pla on es representa l'òrbita a escala de cada satèl·lit. El radi de les òrbites l'hem obtingut agafant el valor més gran de la distància entre les respectives llunes i Júpiter ja que deduïm que aquest és el punt que representa el radi de l'òrbita. Per situar les llunes en la seva òrbita vam mesurar amb un regle la distància entre el centre de Júpiter i la posició de les llunes. Tot seguit les vam situar en el nostre dibuix de l'òrbita (representada amb una circumferència) tenint en compte que si el moviment de les llunes era cap a la dreta les havíem

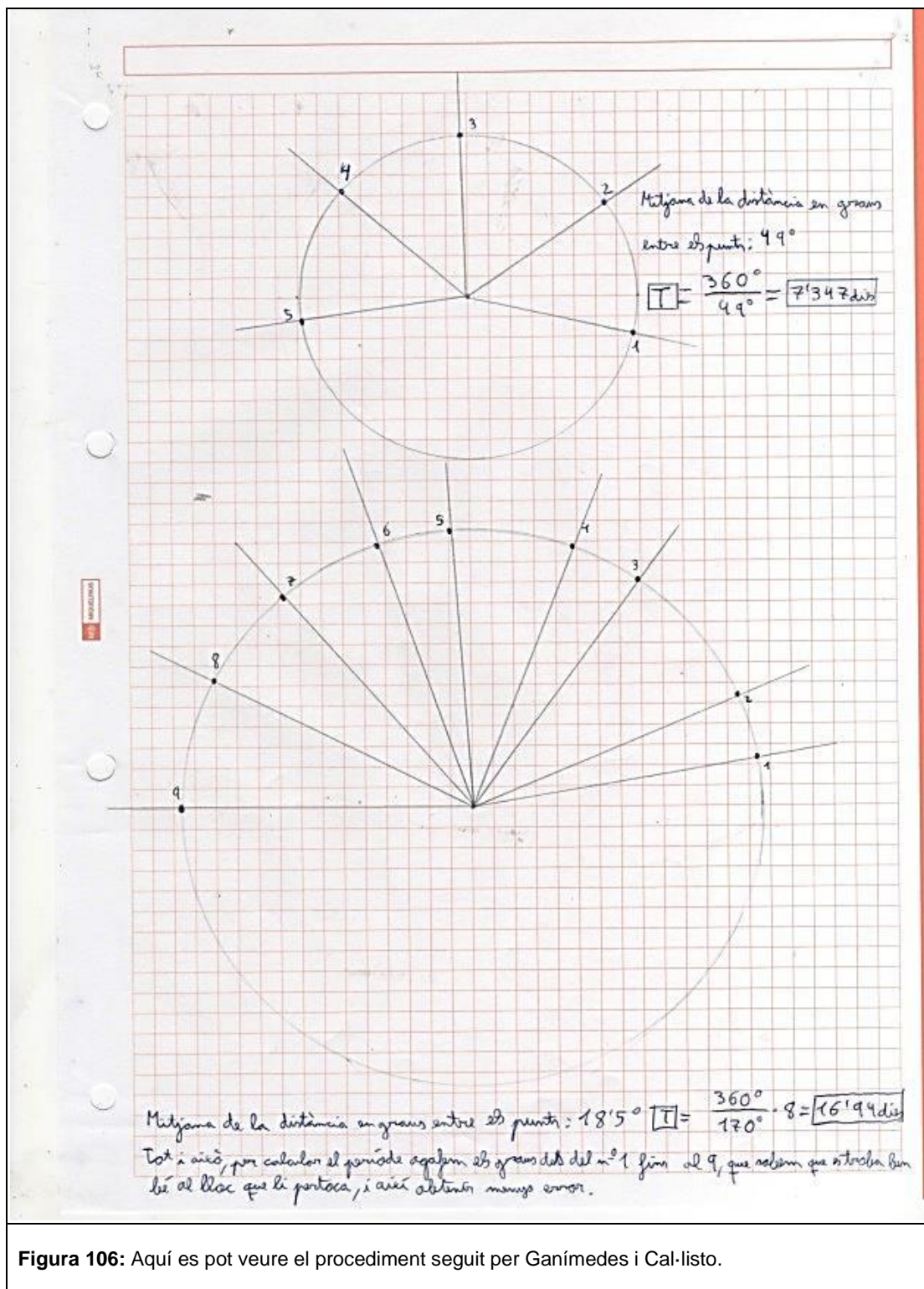


**Figura 104:** Esquema on s'observa la relació que hi ha entre la posició aparent de les llunes (alineades en una línia amb Júpiter) i la posició real.

de situar a la part frontal de l'òrbita i que si el moviment era cap a l'esquerra les havíem de situar a la part posterior. Després hem mesurat els graus que es desplaçava un satèl·lit en la seva òrbita en l'interval de temps a partir del qual s'havia fet la gràfica anteriorment esmentada. Com que sabem que una volta completa serien  $360^\circ$ , dividim aquest nombre entre la mitjana de la distància que s'ha desplaçat cada satèl·lit en cada interval de temps (aprox. 24h). El resultat obtingut correspon a un valor molt aproximat del període de les llunes.



# Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter





Taula amb els resultats obtinguts:

$T = \frac{360^\circ}{\text{Mitjana distància } (^\circ)}$
<p><b>Figura 107:</b> Fórmula utilitzada.</p>
$T_{\text{Io}} = \frac{360^\circ}{205^\circ} = 1,756 \text{ dies}$
<p><b>Figura 108:</b> Càlcul per a Io.</p>
$T_{\text{Europa}} = \frac{360^\circ}{103,5^\circ} = 3,478 \text{ dies}$
<p><b>Figura 109:</b> Càlcul per a Europa.</p>
$T_{\text{Ganímedes}} = \frac{360^\circ}{49^\circ} = 7,347 \text{ dies}$
<p><b>Figura 110:</b> Càlcul per a Ganímedes.</p>
$T_{\text{Cal·listo}} = \frac{360^{\circ*}}{170^\circ} = 16,94 \text{ dies}$
<p><b>Figura 111:</b> Càlcul per a Cal·listo.</p>

\*Per a Cal·listo no vam utilitzar la mitjana de la distància en graus sinó la distància total des del punt 1 al 9 (primer a l'últim). Això és degut a que en el punt 9 Cal·listo es troba en el seu punt màxim (radi de l'òrbita) i ens permet fer una estimació molt més precisa del seu període de revolució.

Seguidament presentem els càlculs dels errors relatius:

$E_r = \frac{E_a}{\text{Mesura}} \cdot 100$
<p><b>Figura 112:</b> Fórmula per a trobar l'error relatiu.</p>
$E_{r \text{ Io}} = \frac{ 1,769 - 1,756 }{1,756} \cdot 100 = 1\%$
<p><b>Figura 113:</b> Càlcul per a Io.</p>
$E_{r \text{ Europa}} = \frac{ 3,551 - 3,478 }{3,478} \cdot 100 = 2\%$



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



<b>Figura 114:</b> Càlcul per a Europa.
$E_{r \text{ Ganímedes}} = \frac{ 7,155 - 7,347 }{7,347} \cdot 100 = 3\%$
<b>Figura 115:</b> Càlcul per a Ganímedes.
$E_{r \text{ Cal·listo}} = \frac{ 16,69 - 16,94 }{16,94} \cdot 100 = 1\%$
<b>Figura 116:</b> Càlcul per a Cal·listo.

Seguint aquest mètode els resultats obtinguts han estat una mica menys precisos que en d'altres. Tot i així, per ser un mètode fet a mà els resultats obtinguts són molt bons ja que tenim uns errors relatius que no superen el 3%.

### Quart mètode:

Per a trobar el període de les llunes amb aquest mètode vam utilitzar un programa d'ordinador (*Stellarium*) amb el qual podem determinar l'hora a la qual volíem observar els satèl·lits, ja fos en un temps passat, present o futur, i fer captures de pantalla amb l'ordinador per tenir la fotografia de la posició de les llunes en aquell moment. Llavors, utilitzant un altre programa, vam sobreposar les fotografies obtingudes prèviament a través de les captures de pantalla per crear-ne una de nova per veure la trajectòria de les llunes durant l'interval de temps en el qual vam fer les captures.

Un cop tenim la fotografia on hi ha la superposició de les captures mesurem amb el mateix programa la distància en píxels entre el centre de Júpiter i totes les posicions de les llunes. Això ens permet calcular l'angle que es mouen les llunes i això, al seu torn, ens permet calcular la velocitat angular de les llunes. Seguidament adjuntem unes taules on es veuen tots els càlculs i les dades utilitzades:

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



	t	Eix a les X	Eix a les Y	Dist. a Júpiter	$\theta$	$\Delta\theta$	$\omega = \Delta\theta/\Delta t$
Júpiter		512,5	322,5				
Io 1	0	419	333	94,09	1,064		
Io 2	2	406	332	106,92	1,455	0,3915	
Io 3	4	405	328	107,64	1,571	0,1157	
Io 4	6	410	325	102,53	1,261	0,3094	
Io 5	8	426	323	86,5	0,9333	0,3281	
Io 6	10	450	321	62,52	0,6197	0,3136	
					<b>Mitjana de <math>\Delta\theta =</math></b>	0,2916rad/2h	3,500 rad/dia

	t	Eix a les X	Eixa les Y	Dist. a Júpiter	$\theta$	$\Delta\theta$	$\omega = \Delta\theta/\Delta t$
Júpiter		512,5	322,5				
Europa 1	0	533	314	22,19	0,102527		
Europa 2	2	558	311	46,93	0,21818	0,1157	
Europa 3	4	583	310	71,6	0,33656	0,1184	
Europa 4	6	604	309	92,49	0,4407	0,1041	
Europa 5	8	624	308	112,44	0,545	0,1043	
Europa 6	10	643	308	131,3	0,6505	0,1055	
Radi de l'òrbita	18	729	311	216,81	<b>Mitjana de <math>\Delta\theta =</math></b>	0,1096 rad/2h	1,315 rad/dia

	t	Eix a les X	Eix a les Y	Dist. a Júpiter	$\theta$	$\Delta\theta$	$\omega = \Delta\theta/\Delta t$
Júpiter		512,5	322,5				
Ganímedes 1	0	412	319	100,5609	0,3298		
Ganímedes 2	2	430	315	82,8402	0,27	0,0598	
Ganímedes 3	4	451	314	62,0846	0,2013	0,0687	
Ganímedes 4	6	469	312	44,7493	0,1446	0,0567	
Ganímedes 5	8	489	310	26,6177	0,0858	0,0588	
Ganímedes 6	10	510	309	13,7295	0,4423	0,0416	
Radi de l'òrbita	-34			310,522	<b>Mitjana de <math>\Delta\theta =</math></b>	0,05712 rad/2h	0,6854 rad/dia

	t	Eix a les X	Eix a les Y	Dist. a Júpiter	$\theta$	$\Delta\theta$	$\omega = \Delta\theta/\Delta t$
Júpiter		512,5	322,5				
Cal·listo 1	0	943	308	430,744	0,96566		
Cal·listo 2	2	936	308	423,748	0,94256	0,0231	
Cal·listo 3	4	929	308	416,752	0,9202	0,0224	
Cal·listo 4	6	920	309	407,723	0,8922	0,028	
Cal·listo 5	8	912	309	399,728	0,8683	0,0239	
Cal·listo 6	10	905	310	392,699	0,8477	0,0206	
Radi de l'òrbita	22			523,749	<b>Mitjana de <math>\Delta\theta =</math></b>	0,0236 rad/2h	0,2832 rad/dia



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



**Figura 117:** Composició de totes les captures de pantalla amb la direcció del moviment de les llunes.

Un cop s'han calculat totes les velocitats angulars podem procedir a trobar els períodes de les llunes:

$T = \frac{2\pi}{\omega}$
<b>Figura 118:</b> Fórmula utilitzada.
$T_{Io} = \frac{2\pi}{3,500} = 1,795 \text{ dies}$
<b>Figura 119:</b> Càlcul per a Io.
$T_{Europa} = \frac{2\pi}{1,315} = 4,778 \text{ dies}$
<b>Figura 120:</b> Càlcul per a Europa.
$T_{Ganímedes} = \frac{2\pi}{0,6854} = 9,167 \text{ dies}$
<b>Figura 121:</b> Càlcul per a Ganímedes.
$T_{Cal·lsto} = \frac{2\pi}{0,2832} = 22,19 \text{ dies}$
<b>Figura 122:</b> Càlcul per a Cal·lsto.



A continuació trobem l'error relatiu dels resultats obtinguts:

$E_r = \frac{E_a}{\text{Mesura}} \cdot 100$
<p><b>Figura 123:</b> Fòrmula per a trobar l'error relatiu.</p>
$E_{r \text{ Io}} = \frac{ 1,769 - 1,795 }{1,795} \cdot 100 = 1\%$
<p><b>Figura 124:</b> Càlcul per a Io.</p>
$E_{r \text{ Europa}} = \frac{ 3,551 - 4,778 }{4,778} \cdot 100 = 26\%$
<p><b>Figura 125:</b> Càlcul per a Europa.</p>
$E_{r \text{ Ganímedes}} = \frac{ 7,155 - 9,167 }{9,167} \cdot 100 = 22\%$
<p><b>Figura 126:</b> Càlcul per a Ganímedes.</p>
$E_{r \text{ Cal·listo}} = \frac{ 16,69 - 22,19 }{22,19} \cdot 100 = 25\%$
<p><b>Figura 127:</b> Càlcul per a Cal·listo.</p>

Com veiem en aquest mètode els resultats no són tant exactes com en els altres excepte en el cas d'Io. Això és degut al fet que en les altres tres llunes els valors dels seus radis orbitals es van trobar *a posteriori* i, al no saber exactament els augments utilitzats per a fer les captures de pantalla anteriorment, les distàncies d'aquests radis van quedar una mica desviades.

## 3.2 Determinació experimental de les característiques físiques de Júpiter

### 3.2.1 Càlculs

Per a calcular les característiques físiques de Júpiter necessitem saber el radi de les òrbites de les quatre llunes, que ens serviran per trobar una constant de proporcionalitat en el sistema joviana.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



Com que en el segon mètode les distàncies entre els satèl·lits i Júpiter estan posades en múltiples del diàmetre de Júpiter, podem calcular a partir d'aquí el radi de les òrbites. Agafant el valor dels punts màxims de les gràfiques trobem el radi de les òrbites en diàmetres jovians. Un cop trobat el radi de les òrbites en diàmetres de Júpiter multipliquem aquest resultat pel valor real del diàmetre de Júpiter i així trobem el radi de les òrbites en metres.

$R_{Io} = 6 \text{ radis de Júpiter} = 6 \cdot 7,15 \cdot 10^7 \text{m} = 4,29 \cdot 10^8 \text{m}$
$R_{Europa} = 9,4 \text{ radis de Júpiter} = 9,4 \cdot 7,15 \cdot 10^7 \text{m} = 6,72 \cdot 10^8 \text{m}$
$R_{Ganímedes} = 15,6 \text{ radis de Júpiter} = 15,6 \cdot 7,15 \cdot 10^7 \text{m} = 1,16 \cdot 10^9 \text{m}$
$R_{Cal·listo} = 27,4 \text{ radis de Júpiter} = 27,4 \cdot 7,15 \cdot 10^7 \text{m} = 1,96 \cdot 10^9 \text{m}$
<b>Figura 128:</b> Càlculs dels radis orbitals.

Tot seguit calculem l'error relatiu de cada una de les llunes:

$E_r = \frac{E_a}{\text{Mesura}} \cdot 100$
<b>Figura 129:</b> Fórmula per a trobar l'error relatiu.
$E_{r Io} = \frac{ 4,218 \cdot 10^8 - 4,290 \cdot 10^8 }{4,290 \cdot 10^8} \cdot 100 = 2\%$
<b>Figura 130:</b> Càlcul per a Io.
$E_{r Europa} = \frac{ 6,710 \cdot 10^8 - 6,720 \cdot 10^8 }{6,720 \cdot 10^8} \cdot 100 = 0,1\%$
<b>Figura 131:</b> Càlcul per a Europa.
$E_{r Ganímedes} = \frac{ 1,070 \cdot 10^9 - 1,160 \cdot 10^9 }{1,160 \cdot 10^9} \cdot 100 = 8\%$
<b>Figura 132:</b> Càlcul per a Ganímedes.
$E_{r Cal·listo} = \frac{ 1,883 \cdot 10^9 - 1,960 \cdot 10^9 }{1,960 \cdot 10^9} \cdot 100 = 4\%$
<b>Figura 133:</b> Càlcul per a Cal·listo.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



Primer de tot ens hem proposat trobar la massa de Júpiter a partir de les dades que hem obtingut prèviament dels satèl·lits. Aplicant la tercera llei de Kepler obtindrem una constant (k) de proporcionalitat dels quadrats dels períodes (T) al cub del radi mitjà (R).

Lluna	T(s)	R(m)	$\frac{T^2}{R^3} = k \left( \frac{s^2}{m^3} \right)$
Io	$1,510 \cdot 10^5$	$4,290 \cdot 10^8$	$2,88 \cdot 10^{-16}$
Europa	$3,020 \cdot 10^5$	$6,720 \cdot 10^8$	$3,01 \cdot 10^{-16}$
Ganímedes	$6,190 \cdot 10^5$	$1,160 \cdot 10^9$	$2,45 \cdot 10^{-16}$
Cal·listo	$1,440 \cdot 10^6$	$1,960 \cdot 10^9$	<del><math>1,73 \cdot 10^{-16}</math></del>

**Figura 134:** Taula de resultats.

Obtenim la mitjana utilitzant els resultats que s'apropen més entre ells (el tatxat no l'hem utilitzat).

$$\bar{k} = \frac{\sum_{n=3} k}{n} = \frac{8,340 \cdot 10^{-16}}{3} = 2,780 \cdot 10^{-16} \text{ s}^2/\text{m}^3$$

**Figura 135:** Càlcul de la mitjana de la constant (k).

Un cop obtinguda la constant de proporcionalitat podrem calcular la massa de Júpiter a partir de la següent equació:

$$M_J = \frac{4\pi^2}{G\bar{k}} = \frac{4\pi^2}{(6,67 \cdot 10^{-11}) \cdot (2,780 \cdot 10^{-16})} = 2,129 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

**Figura 136:** Càlcul de la massa del colós.

Calculem l'error relatiu del càlcul anterior:

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



$$E_r = \frac{|1,900 \cdot 10^{27} - 2,129 \cdot 10^{27}|}{2,129 \cdot 10^{27}} \cdot 100 = 11\%$$

**Figura 137:** Càlcul de l'error relatiu.

Seguidament obtindrem la densitat de Júpiter. Per trobar-la necessitem el seu volum, que calcularem de la manera següent:

$$V = \frac{4\pi \cdot R^3}{3} = \frac{4\pi \cdot (7,15 \cdot 10^7)^3}{3} = 1,531 \cdot 10^{24} \text{m}^3$$

**Figura 138:** Càlcul del volum del colós.

Llavors, sabent la massa i el volum de Júpiter, en podrem calcular la densitat:

$$d = \frac{M}{V} = \frac{2,129 \cdot 10^{27}}{1,531 \cdot 10^{24}} = 1,390 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

**Figura 139:** Càlcul de la densitat del colós.

Calculem l'error relatiu:

$$E_r = \frac{|1,326 \cdot 10^3 - 1,390 \cdot 10^3|}{1,390 \cdot 10^3} \cdot 100 = 5\%$$

**Figura 140:** Càlcul de l'error relatiu.

Coneixent el radi de Júpiter i la seva massa podem, a més, calcular-ne la intensitat del camp gravitatori<sup>13</sup>:

<sup>13</sup> El camp gravitatori creat per una massa M en cada punt de l'espai ve donat pel vector força que apareixeria en aquell punt si hi poséssim una massa unitària.



$$g_J = \frac{G \cdot M}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,129 \cdot 10^{27}}{(7,15 \cdot 10^7)^2} = 27,80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Figura 141:** Càlcul de la gravetat del colós.

Calculem l'error relatiu:

$$E_r = \frac{|24,79 - 27,80|}{27,80} \cdot 100 = 11\%$$

**Figura 142:** Càlcul de l'error relatiu.

Seguidament calcularem la velocitat d'escapament de Júpiter. La velocitat d'escapament d'un cos és la mínima velocitat a la qual s'ha de llençar un objecte des de la superfície d'un astre perquè arribi a l'infinit.

$$v_{\text{ESC.}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,129 \cdot 10^{27}}{7,15 \cdot 10^7}} = 63.025 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Figura 143:** Càlcul de la velocitat d'escapament del colós.

Calculem l'error relatiu de la velocitat d'escapament:

$$E_r = \frac{|59.540 - 63.025|}{63.025} \cdot 100 = 6\%$$

**Figura 144:** Càlcul de l'error relatiu.

També hem calculat el potencial gravitatori (V) de Júpiter. El potencial gravitatori en un punt és el treball necessari per traslladar una massa de l'infinit al punt:

$$V = \frac{-G \cdot M}{R} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,129 \cdot 10^{27}}{7,15 \cdot 10^7} = -1,986 \cdot 10^9 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

**Figura 145:** Càlcul del potencial gravitatori del colós.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



Calculem l'error relatiu:

$$E_r = \frac{|1,772 \cdot 10^9 - 1,986 \cdot 10^9|}{1,986 \cdot 10^9} \cdot 100 = 11\%$$

**Figura 146:** Càlcul de l'error relatiu.

### 3.3 Determinació experimental de les característiques físiques de les llunes galileianes

En els càlculs fets a continuació no hem determinat els errors relatius de cada resultat degut a que les dades que utilitzem per a fer els càlculs les hem agafat prèviament i no tenen cap error.

#### 3.3.1 Io

Sabent el radi i la massa d'Io podem calcular-ne la intensitat del seu camp gravitatori:

$$g_{Io} = \frac{G \cdot m}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,94 \cdot 10^{22}}{(1,82 \cdot 10^6)^2} = 1,800 \frac{m}{s^2}$$

**Figura 147:** Càlcul de la gravetat d'Io.

Seguidament calcularem la velocitat d'escapament d'Io:

$$v_{ESC. Io} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,94 \cdot 10^{22}}{1,82 \cdot 10^6}} = 2.560 \frac{m}{s}$$

**Figura 148:** Càlcul de la velocitat d'escapament d'Io.





A més, calculem el potencial gravitatori que actua sobre Io:

$$V = \frac{-G \cdot M}{R} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,129 \cdot 10^{27}}{4,29 \cdot 10^8} = -3,310 \cdot 10^8 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

**Figura 149:** Càlcul del potencial gravitatori que actua sobre Io.

A continuació, calculem les energies potencial, cinètica i mecànica:

$$E_p = V \cdot m = -3,310 \cdot 10^8 \cdot 8,94 \cdot 10^{22} = -2,959 \cdot 10^{31} \text{J}$$

**Figura 150:** Càlcul de l'energia potencial gravitatòria d'Io.

Per a trobar l'energia cinètica, necessitem la velocitat de desplaçament del satèl·lit en la seva òrbita:

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2\pi \cdot 4,290 \cdot 10^8}{1,51 \cdot 10^5} = 17.851 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Figura 151:** Càlcul de la velocitat lineal orbital d'Io.

Un cop trobada, procedim a calcular la seva energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \cdot 8,94 \cdot 10^{22} \cdot 17.851^2 = 1,423 \cdot 10^{31} \text{J}$$

**Figura 152:** Càlcul de l'energia cinètica d'Io.

Sumant les energies que tenim trobem l'energia mecànica del satèl·lit.

$$E_{\text{MEC.}} = E_c + E_p = 1,423 \cdot 10^{31} - 2,959 \cdot 10^{31} = -1,536 \cdot 10^{31} \text{J}$$

**Figura 153:** Càlcul de l'energia mecànica d'Io.

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



### 3.3.2 Europa

Sabent el radi i la massa d'Europa podem calcular-ne la intensitat del seu camp gravitatori:

$$g_{\text{Europa}} = \frac{G \cdot m}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4,80 \cdot 10^{22}}{(1,56 \cdot 10^6)^2} = 1,316 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Figura 154:** Càlcul de la gravetat d'Europa.

Seguidament calcularem la velocitat d'escapament d'Europa:

$$v_{\text{ESC. Europa}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4,80 \cdot 10^{22}}{1,56 \cdot 10^6}} = 2,026 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Figura 155:** Càlcul de la velocitat d'escapament d'Europa.

A més, calculem el potencial gravitatori que actua sobre Europa:

$$V = \frac{-G \cdot M}{R} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,129 \cdot 10^{27}}{6,72 \cdot 10^8} = -2,113 \cdot 10^8 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

**Figura 156:** Càlcul del potencial gravitatori que actua sobre Europa.

A continuació, calculem les energies potencial, cinètica i mecànica:

$$E_p = V \cdot m = -2,113 \cdot 10^8 \cdot 4,80 \cdot 10^{22} = -1,014 \cdot 10^{31} \text{ J}$$

**Figura 157:** Càlcul de l'energia potencial gravitatòria d'Europa.

Per a trobar l'energia cinètica, necessitem la velocitat de desplaçament de la lluna en la seva òrbita:



$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2\pi \cdot 6,72 \cdot 10^8}{3,02 \cdot 10^5} = 13.981 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Figura 158:** Càlcul de la velocitat lineal orbital d'Europa.

Un cop trobada, procedim a calcular la seva energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \cdot 4,80 \cdot 10^{22} \cdot 13.981^2 = 4,691 \cdot 10^{30} \text{ J}$$

**Figura 159:** Càlcul de l'energia cinètica d'Europa.

Sumant les energies que tenim trobem l'energia mecànica del satèl·lit.

$$E_{\text{MEC.}} = E_c + E_p = 4,691 \cdot 10^{30} - 1,014 \cdot 10^{31} = -5,449 \cdot 10^{30} \text{ J}$$

**Figura 160:** Càlcul de l'energia mecànica d'Europa.

### 3.3.3 Ganímedes

Sabent el radi i la massa de Ganímedes podem calcular-ne la intensitat del seu camp gravitatori:

$$g_{\text{Ganímedes}} = \frac{G \cdot m}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,482 \cdot 10^{23}}{(2,631 \cdot 10^6)^2} = 1,428 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Figura 161:** Càlcul de la gravetat de Ganímedes.

Seguidament calcularem la velocitat d'escapament de Ganímedes:

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



$$v_{\text{ESC. Ganímedes}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,482 \cdot 10^{23}}{2,631 \cdot 10^6}} = 2,741 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Figura 162:** Càlcul de la velocitat d'escapament de Ganímedes.

A més, calculem el potencial gravitatori que actua sobre Ganímedes:

$$V = \frac{-G \cdot M}{R} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,129 \cdot 10^{27}}{1,16 \cdot 10^9} = -1,224 \cdot 10^8 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

**Figura 163:** Càlcul del potencial gravitatori que actua sobre Ganímedes.

A continuació, calculem les energies potencial, cinètica i mecànica:

$$\begin{aligned} E_p &= V \cdot m = -1,224 \cdot 10^8 \cdot 1,482 \cdot 10^{23} \\ &= -1,814 \cdot 10^{31} \text{ J} \end{aligned}$$

**Figura 164:** Càlcul de l'energia potencial gravitatòria de Ganímedes.

Per a trobar l'energia cinètica, necessitem la velocitat de desplaçament de la lluna en la seva òrbita:

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2\pi \cdot 1,16 \cdot 10^9}{6,19 \cdot 10^5} = 11,775 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Figura 165:** Càlcul de la velocitat lineal orbital de Ganímedes.

Un cop trobada, procedim a calcular la seva energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \cdot 1,482 \cdot 10^{23} \cdot 11,775^2 = 1,027 \cdot 10^{31} \text{ J}$$

**Figura 166:** Càlcul de l'energia cinètica de Ganímedes.



Sumant les energies que tenim trobem l'energia mecànica del satèl·lit.

$$E_{\text{MEC.}} = E_c + E_p = 1,027 \cdot 10^{31} - 1,814 \cdot 10^{31} = -0,787 \cdot 10^{31} \text{J}$$

**Figura 167:** Càlcul de l'energia mecànica de Ganímedes.

### 3.3.4 Cal·listo

Coneixent el radi i la massa de Cal·listo podem calcular-ne la intensitat del seu camp gravitatori:

$$g_{\text{Cal·listo}} = \frac{G \cdot m}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,076 \cdot 10^{23}}{(2,41 \cdot 10^6)^2} = 1,236 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Figura 168:** Càlcul de la gravetat de Cal·listo.

Seguidament calcularem la velocitat d'escapament de Cal·listo:

$$v_{\text{ESC. Cal·listo}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,076 \cdot 10^{23}}{2,41 \cdot 10^6}} = 2,440 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Figura 169:** Càlcul de la velocitat d'escapament de Cal·listo.

A més, calculem el potencial gravitatori que actua sobre Cal·listo:

$$V = \frac{-G \cdot M}{R} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,129 \cdot 10^{27}}{1,96 \cdot 10^9} = -7,245 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

**Figura 170:** Càlcul del potencial gravitatori que actua sobre Cal·listo.

A continuació, calculem les energies potencial, cinètica i mecànica:

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



$$E_p = V \cdot m = -7,245 \cdot 10^7 \cdot 1,076 \cdot 10^{23} = -7,796 \cdot 10^{30} \text{ J}$$

**Figura 171:** Càlcul de l'energia potencial gravitatòria de Cal·listo.

Per a trobar l'energia cinètica, necessitem la velocitat de desplaçament de la lluna en la seva òrbita:

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2\pi \cdot 1,96 \cdot 10^9}{1,44 \cdot 10^6} = 8.552 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Figura 172:** Càlcul de la velocitat lineal orbital de Cal·listo.

Un cop trobada, procedim a calcular la seva energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \cdot 1,076 \cdot 10^{23} \cdot 8.552^2 = 3,935 \cdot 10^{30} \text{ J}$$

**Figura 173:** Càlcul de l'energia cinètica de Cal·listo.

Sumant les energies que tenim trobem l'energia mecànica del satèl·lit.

$$E_{\text{MEC.}} = E_c + E_p = 3,935 \cdot 10^{30} - 7,796 \cdot 10^{30} = -3,835 \cdot 10^{30} \text{ J}$$

**Figura 174:** Càlcul de l'energia mecànica de Cal·listo.

### 3.4 Determinació experimental de la velocitat de la llum

#### 3.4.1 Objectius

- Observar els satèl·lits galileians mentre orbiten al planeta.
- Reconèixer els eclipsis i mesurar el moment en el que tenen lloc.
- Predir el moment exacte d'un eclipsi futur d'lo a partir de l'observació de l'inici d'un eclipsi anterior i coneixent el període de revolució de la lluna.
- Observar els eclipsis d'lo, quan la distància d'aquesta a la Terra sigui diferent.
- Trobar la diferència entre el temps predit per un eclipsi d'lo, i l'observació real del fenomen ja esmentant.



- Determinar experimentalment la velocitat de la llum mitjançant la diferència trobada entre els temps de predicció i d'ocurrència. Utilitzant la diferència de les distàncies conegudes entre el satèl·lit Io i la Terra en els diferents eclipsis observats.

### 3.4.2 Repàs a la història

La primera vegada que es va fer una estimació precisa de la velocitat de la llum, coneguda universalment amb el símbol “**c**”, es va dur a terme l'any 1676 en mans de l'astrònom danès **Ole Rømer**. Aquest va utilitzar les diferents duracions dels eclipsis dels satèl·lits de Júpiter que havia mesurat anteriorment **Giovanni Cassini** per a calcular-la.



**Figura 175:** Retrat de Ole Rømer realitzat l'any 1700 per Jacob Coning.

La mesura que va obtenir Rømer va ser de  $2,14 \cdot 10^8$  m/s. Això representa un error relatiu del 29% del valor real, aproximadament ja que a dia d'avui se sap que **la llum viatja per l'espai a una velocitat de  $2,99 \cdot 10^8$  m/s.**

### 3.4.3 Disseny experimental

#### A. Descripció de l'experiment

Mesurarem la **velocitat de la llum (c)** utilitzant el mètode que va seguir l'astrònom Ole Rømer en el segle XVII. Per dur-lo a terme serà necessari l'obtenció de les dades similars a les obtingudes per Giovanni Cassini després de l'observació del Sistema Jovià. Per fer-ho utilitzarem el programari



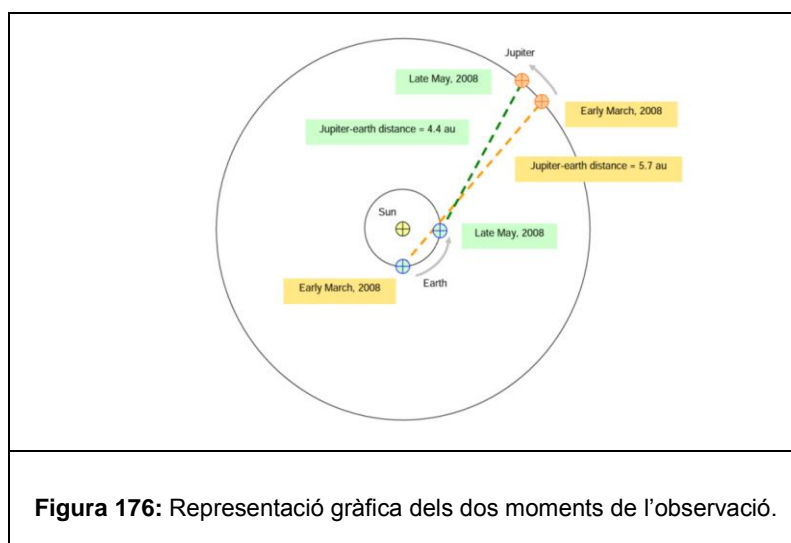
## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



desenvolupat per **CLEA**, que ens permetrà observar el colós gasós i els seus satèl·lits. Aquest programari ja mencionat té el nom de ***Jupiter's Moons and the Speed of Light***.

L'experiment computacional consisteix en l'observació dels eclipsis d'Io. Serà necessari, sabent això, l'observació del planeta quan es trobi pròxim a la seva conjunció<sup>14</sup> i, d'altra banda, quan Júpiter es trobi proper a la seva oposició<sup>15</sup>.

Aquestes dades seran proporcionades pel mateix programa desenvolupat per CLEA, o bé en la seva web oficial del projecte.



**Figura 176:** Representació gràfica dels dos moments de l'observació.

Cal tenir en compte que durant l'oposició i la conjunció que succeeix quan Júpiter, la Terra i el Sol es troben alineats, el con de l'ombra de Júpiter queda totalment *ocult* al darrere del seu propi disc i, per tant, determinar els eclipsis de qualsevol dels seus satèl·lits durant aquest moment és totalment impossible. Les condicions més favorables a la pràctica per observar els eclipsis de qualsevol lluna joviana es donen durant els dies que van entre dos i tres mesos després d'una conjunció, i també durant un més abans a una oposició.

Farem una variació amb les observacions de Giovanni Cassini. Aquest va mesurar aquells moments precisos en que Io emergeix de la zona d'ombra de

<sup>14</sup> La conjunció, en astronomia, es refereix a la màxima distància entre dos cossos que n'orbiten un altre, en aquest cas Júpiter i la Terra, que es produeix quan estan alineats Terra-Sol-Júpiter.

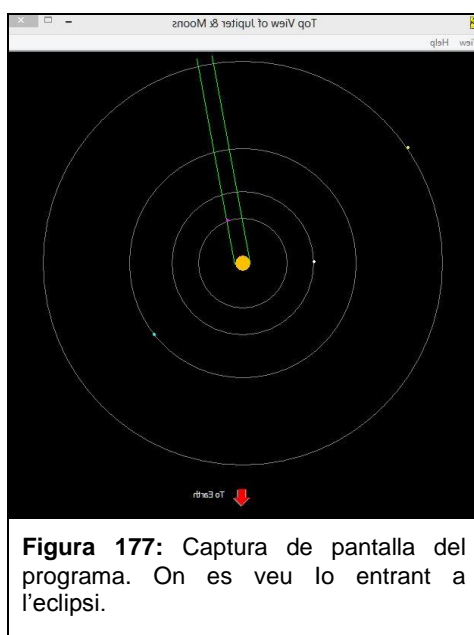
<sup>15</sup> L'oposició, en astronomia, es refereix a la mínima distància entre dos cossos que n'orbiten un altre, en el cas de la Terra i Júpiter aquest fenomen es produeix quan estan alineats amb el Sol de la següent forma: Sol-Terra-Júpiter.



Júpiter. En aquest cas observarem i mesurarem els moments en que Io ingressa en l'ombra. Degut a que serà més fàcil d'observar en el programa.

### B. Utilitatge

Per realitzar aquests càlculs hem utilitzat el programa anomenat ***Jupiter Moons & Speed of Light***. Gràcies a ell hem pogut determinar els moments exactes dels eclipsis en la data que nosaltres vam determinar. T'informa de la data i hora en que es produïen els eclipsis en diferents escales temporals (calendari joviana o temps universal) i de la distància a la que es trobava Júpiter de la Terra en aquell moment. Aquestes dades són les que hem utilitzat per a fer els càlculs necessaris.



**Figura 177:** Captura de pantalla del programa. On es veu Io entrant a l'eclipsi.

### C. Procediments

Primer de tot hem d'observar i mesurar el moment exacte d'un eclipsi d'Io que succeeixi durant alguna data pròxima a una conjunció del planeta. Seguidament, utilitzarem el període sinòdic d'Io per predeterminar l'ocurrència d'un nou eclipsi després d'uns mesos. Un cop fet això, tornarem a mesurar i observar el moment exacte d'ocurrència de l'eclipsi pronosticat. Per acabar determinarem la diferència de temps entre *l'Io calculat* i *l'Io observat* finalment.

Si tenim en compte que la llum que prové del satèl·lit galileià (Io) triga més temps en arribar a la Terra quan Júpiter (i per tant també el propi Io) es troba més lluny que quan està més pròxim, la diferència en el temps entre *l'Io calculat* i *l'Io observat* serà equivalent amb el temps que la llum ha demorat en

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



viatjar al llarg d'un recorregut conegut. Ja que hi ha una diferència entre les dos posicions d'Io i Júpiter amb relació al nostre planeta.

Un cop ja hem conegut la diferència de la distància ( $\Delta D$ ) entre Júpiter i la Terra per els dos moments considerats, la diferència en el temps ( $\Delta T$ ) que hem trobat permet realitzar un càlcul simple per determinar la velocitat de la llum ( $c$ ).

$$c = \frac{\Delta D}{\Delta T}$$

**Figura 178:** Fórmula simple per determinar la velocitat de la llum ( $c$ ).

Per dur a terme l'experiment s'ha sintetitzat el procediment i hem afegit els càlculs realitzats:

<b>Primer pas:</b>	<p><b>Trobar dos dates per poder observar l'inici dels respectius eclipsis d'Io, la primera quan Júpiter i la Terra es troben bastant allunyats entre sí, i la segona per quan es troben propers.</b></p> <p>Data de Júpiter-Terra bastant allunyats entre sí: 18/09/13.</p> <p>Data de Júpiter-terra bastant propers entre sí: 30/11/13.</p>
<b>Segon pas:</b>	<p><b>Observar i mesurar el moment exacte de l'eclipsi d'Io per la data ja determinada en el primer pas.</b></p> <p>Moment de l'eclipsi "llunyà": 18/09/13 a les 07h, 04min, 30s (UT<sup>16</sup>).</p> <p>Moment de l'eclipsi "llunyà": 2456553,794792 (JD<sup>17</sup>).</p>
<b>Tercer pas:</b>	<p><b>Calcular la quantitat de vegades que Io girarà al voltant de Júpiter entre les dos dates que s'han determinat en el</b></p>

<sup>16</sup> UT: Correspon a l'hora pertanyent a la zona horària de referència respecte de la qual es calculen totes les hores corresponents a les altres zones horàries del món.

<sup>17</sup> JD: Data joviana, escala de temps amb referència a Júpiter.



	<p><b>primer pas.</b></p> <p><math>T_{Io} = 1,769861</math> dies.</p> <p>Número de girs = <math>\frac{30/11/13 - 18/09/13}{1,769861 \text{ dies/gir}}</math></p> <p>Número de girs = <math>\frac{73 \text{ dies}}{1,769861 \text{ dies/gir}} = 41,25 \cong 41</math> girs.</p> <p>Número d'eclipsis de lo que hi hauran seran: 41 eclipsis.</p>
<p><b>Quart pas:</b></p>	<p><b>Calcular l'interval de temps exacte que passarà entre l'inici de l'eclipsi d'lo en el segon pas, i l'inici de l'eclipsi d'lo per la segona data determinada en el primer pas.</b></p> <p>Interval de temps = Número de girs complets x període sinòdic de lo.</p> <p>Interval de temps = <math>41 \text{ girs} \times 1,769861 \frac{\text{dies}}{\text{girs}} = 72,564301</math> dies.</p>
<p><b>Cinquè pas:</b></p>	<p><b>Predir el moment exacte en que hauria d'iniciar-se un eclipsi d'lo per la segona data determinada en el primer pas.</b></p> <p>Moment de l'eclipsi predit = Moment de l'eclipsi "llunyà" + Interval de temps.</p> <p>Moment de l'eclipsi predit = <math>2456553,794792</math> (JD) + 72,564301 = <math>2456626,359093</math> (JD).</p>
<p><b>Sisè pas:</b></p>	<p><b>Observar i mesurar el moment exacte en que l'eclipsi proper d'lo succeeix.</b></p> <p>Moment de l'eclipsi "proper" = 29/11/13 a les 20h, 26min, 04s (UT)</p> <p>Moment de l'eclipsi "proper" = <math>2456626,351446</math> (JD)</p>

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



<p><b>Setè pas:</b></p>	<p><b>Calcular la diferència en temps entre el moment estimat per l'inici de l'eclipsi i el moment que ha succeït realment observat.</b></p> <p><math>\Delta T = \text{Moment de l'eclipsi "predit" (JD)} - \text{Moment de l'eclipsi "proper" (JD)}</math></p> <p><math>\Delta T = 2456626,359093 \text{ (JD)} - 2456626,351556 \text{ (JD)} = 0,007537 \text{ dies}</math></p> <p><math>\Delta T = 651,197 \text{ segons}</math></p>
<p><b>Vuitè pas:</b></p>	<p><b>Pels dos eclipsis observats (el de la posició distant i el de la posició propera a la Terra), calculem la diferència en la distància entre Júpiter i la Terra pels dos casos.</b></p> <p>Distància de Júpiter-Terra bastant allunyats entre sí: <math>8,125400 \cdot 10^8 \text{ Km}</math></p> <p>Distància de Júpiter-terra bastant propers entre sí: <math>6,58805 \cdot 10^8 \text{ Km}</math></p> <p><math>\Delta D = 8,125400 \cdot 10^8 - 6,58805 \cdot 10^8 = 1,53735 \cdot 10^8 \text{ Km}</math></p>
<p><b>Novè pas:</b></p>	<p><b>Un cop obtinguts les diferències de temps i distància en els passos anteriors, calculem la velocitat de la llum.</b></p> <p><math display="block">V_{\text{resultant}} = \frac{\Delta D}{\Delta T}</math></p> <p><math display="block">V_{\text{resultant}} = \frac{1,53735 \cdot 10^8 \text{ Km}}{651,197 \text{ s}} = 236.080,6 \text{ Km/s}</math></p>
<p><b>Desè pas:</b></p>	<p><b>Comparar el valor obtingut amb el valor real de la velocitat de la llum.</b></p> <p><math display="block">\frac{236.080,6 - 299.790,0}{299.790,0} \cdot 100 = 21\%</math></p>



### 3.4.4 Resultats obtinguts

Hem obtingut un resultat per a la velocitat de la llum de 236.080,6 km/s. Aquest és un resultat que s'aproxima bastant a la velocitat real de la llum. La velocitat real és de 299.790,0 km/s. Fent els càlculs apropiats hem determinat que hem obtingut un 21% d'error relatiu en la nostra mesura, millor que l'obtingut per Rømer, que va ser d'un 29%.

### 3.4.5 Conclusions i valoracions

Gràcies a un programa d'ordinador hem recreat el mètode que va utilitzar Rømer per a calcular la velocitat de la llum, obtenint un error relativament baix, i inferior al que va obtenir ell. Seguint el mètode hem pogut comprovar de primera mà l'extrema velocitat de la llum en propagar-se per l'espai.



### 4 CONCLUSIONS

Hem pogut verificar que les hipòtesis eren certes de manera completa i entenedora aplicant el mètode científic. Tots els objectius que ens havíem marcat els hem assolit.

Hem aconseguit determinar els períodes de les llunes galileianes seguint diferents mètodes la majoria dels quals implicaven la utilització d'un telescopi, tal com era la nostra intenció inicial. Depenent del mètode emprat hem comès més o menys error relatiu en cada un dels càlculs. Tot i així, aquest error relatiu era, en general, ínfim o insignificant.

A més, hem arribat a calcular algunes de les característiques físiques del planeta gasós Júpiter.

Gràcies a les dades obtingudes als càlculs anterior hem aconseguit després determinar la velocitat d'escapament i l'energia mecànica de totes les llunes galileianes aplicant els coneixements obtinguts a l'assignatura de física en els primers mesos de segon de batxillerat.

Tot i poder realitzar el treball de manera satisfactòria aplicant les diferents lleis i fórmules descobertes per un seguit de filòsofs ens hem adonat que per arribar a l'estat actual de coneixement van haver de passar molts segles fins que no es va canviar de paradigma.

Ha estat molt satisfactori poder acomplir tots els nostres objectius. Aquest treball ens ha ajudat a entendre millor els fenòmens de l'Univers i hem ampliat els coneixements que teníem de física, astronomia i geologia.





## 5 BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA

### 5.1 Bibliografia

BORRÀS, Lluís. *Atles bàsic d'astronomia*. Barcelona: Parramón Ediciones S.A.,2001.

EDEBÉ, Grup. *Filosofia i ciutadania*. Barcelona: Edebé, 2012.

IEC. *Diccionari de la llengua catalana*. Barcelona: IEC, 2007.

TORODE, Nicola. *1.001 dades sobre l'espai*. Barcelona: Molino, 2002.

### 5.2 Webgrafia

*Módulo 1. Cálculo de órbitas*.Departamento de Automática.2013. Laboratorio de arquitecturas y Tecnologías embarcables en satélite. 7 agost 2013  
[http://www.agi.com/downloads/corporate/partners/edu/ates\\_practica1.pdf/](http://www.agi.com/downloads/corporate/partners/edu/ates_practica1.pdf/)

*Wikipedia*.2006. Wikipedia Foundation. Del març a l'octubre 2013  
<http://www.wikipedia.org/>

*Física con ordenador*. Ángel Franco García. 2011. 4 juliol 2013  
<http://www.sc.ehu.es/>

*Views of the Solar System*. Calvin J. Hamilton. 1997. 1 juliol 2013  
<http://www.solarviews.com/>

*Project CLEA*. Department of Physics. 1997. 2 agost 2013  
<http://www3.gettysburg.edu/~marschal/clea/CLEAhome.html/>

*Planetary Science Research*. 2001. 12 juliol 2013  
<http://www.psrh.hawaii.edu/Feb01/EuropaGeology.html/>

*Planetary Science Research Discoveries [HI, USA]*. 2001. 11 juliol 2013  
<http://www.psrh.hawaii.edu/Feb01/PSRD-EuropaGeology.pdf/>

*Stellarium*. Sourceforge.net. 2001. maig 2013  
<http://www.psrh.hawaii.edu/Feb01/PSRD-EuropaGeology.pdf>

*NASA - Photojournal*. Sue Lavoie. 2009. 10 juliol 2013  
<http://photojournal.jpl.nasa.gov/>

*Ventanas al Universo*.2009. National Earth Science Teachers Association. 2 juliol 2013  
<http://www.windows2universe.org/>



### 5.3 Figures

Totes les figures que no hem incorporat a la següent taula no estan extretes de fons externes.

Figura	Origen
<b>Figura 1:</b> Bust d' Aristòtil a la ciutat de Roma.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 2:</b> Aristarc de Samos, detall de l'Atlas d'Andreas Cellarius (segle XVII).	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 3:</b> Retrat medieval de Ptolomeu.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 4:</b> Representació del sistema ptolemaic, s'observa el deferent (l'òrbita gran) i l'epicicle (òrbita petita amb el centre situat en l'òrbita gran)..	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 5:</b> Retrat de Nicolau Copèrnic.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 6:</b> Representació del sistema copernicà.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 7:</b> Pintura de Tycho Brahe.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 8:</b> Representació de la teoria ticònica. Basada amb en el geoheliocentrisme.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 9:</b> Retrat de Johannes Kepler a l'any 1610 d'un pintor desconegut.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 11:</b> Pintura de Galileo Galilei realitzada per Ottavio Leoni.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 12:</b> Dibuixos realitzats per Galileo a partir de les observacions del seu telescopi de vint augments.	<b>Edebé</b>
<b>Figura 14:</b> Retrat de Isaac Newton per Godfrey Kneller en el any 1689.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 17:</b> Imatge presa pel <i>Telescopi Especial Hubble</i> mostrant les dues taques vermelles de Júpiter.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 18:</b> Imatge que mostra una recreació de l'interior de Júpiter.	<b>Wikimedia Commons</b>
<b>Figura 19:</b> Imatge obtinguda pel <i>Voyager 1</i> on s'observa la <i>Gran Taca Vermella</i> .	<b>Wikimedia Commons</b>



<p><b>Figura 20:</b> Esquema dels anells de Júpiter i les llunes interiors.</p>	<p><b>NASA.gov</b></p>
<p><b>Figura 21:</b> Imatge composta dels quatre satèl·lits galileians de Júpiter. D'esquerra a dreta es pot observar: Io, Europa, Ganímedes i Cal·listo.</p>	<p><b>NASA.gov</b></p>
<p><b>Figura 22:</b> Recreació feta per la NASA de la formació del sistema joviana.</p>	<p><b>NASA.gov</b></p>
<p><b>Figura 23:</b> Tres imatges en color del disc complet de Io. Captades en la missió Galileu.</p>	<p><b>NASA.gov</b></p>
<p><b>Figura 24:</b> Esquema senzill de l'estructura interior del satèl·lit Io.</p>	<p><b>Windows2universe.org</b></p>
<p><b>Figura 25:</b> Mapa fet a ordinador de la superfície d'Io després de les imatges preses en les diferents missions especials.</p>	<p><b>NASA.gov</b></p>
<p><b>Figura 26:</b> Imatge on s'observa la columna de gasos expulsada per un dels volcans d'Io.</p>	<p><b>Wikimedia Commons</b></p>
<p><b>Figura 27:</b> Esquema de la magnetosfera de Júpiter i els components influenciats per Io (prop del centre de la imatge): el tor de plasma (en vermell), el núvol neutre (en groc), el tub de flux (en verd), i les línies de camp magnètic (en blau ).</p>	<p><b>Wikimedia Commons</b></p>
<p><b>Figura 28:</b> Imatge presa per la nau especial Galileo on es mostren les dues cares del satèl·lit galileiana.</p>	<p><b>NASA.gov</b></p>
<p><b>Figura 29:</b> Esquema de l'estructura interna d'Europa proporcionat per la NASA. També s'observa el perfil de temperatura de la capa o crosta de gel.</p>	<p><b>NASA.gov</b></p>
<p><b>Figura 30:</b> Representació feta per ordinador dels dos models comuns de l'estructura interna i superficial d'Europa.</p>	<p><b>Wikimedia Commons</b></p>
<p><b>Figura 31:</b> Correspon al model anomenat <i>guèiser fred</i>. L'aigua s'escapa d'unes basses</p>	<p><b>Windows2universe.org</b></p>



<p>a una temperatura propera al punt de fusió situades en profunditat, i, un cop a la superfície del satèl·lit, sublimarà.</p> <p><b>Figura 32:</b> Imatge de la superfície d'Europa presa per la sonda espacial <i>Galileo</i>. Aquí es poden observar forats i àrees.</p> <p><b>Figura 33:</b> Imatge de la superfície d'Europa presa per la sonda <i>Galileo</i>. Es poden observar les àrees fosques anomenades "pigues", que podrien indicar la presència d'aigua a sota de la superfície.</p> <p><b>Figura 34:</b> Imatge de la superfície d'Europa presa per la sonda <i>Galileo</i>. Es poden observar desplaçaments de les masses de gel molt semblants als de la Terra amb el gel sobre un oceà.</p> <p><b>Figura 35:</b> Imatge del cràter <i>Pwyll</i> d'Europa. Obtinguda per la nau espacial <i>Galileo</i>.</p> <p><b>Figura 36:</b> Fotomuntatge on es pot veure la comparació de mides entre la Terra a la dreta i la Lluna i Ganímedes a l'esquerra respectivament</p> <p><b>Figura 37:</b> Representació feta per ordinador de l'estructura interna de Ganímedes. S'observa l'escorça de gel, l'oceà intern o gel tou, el mantell de silicats i el nucli ferromagnètic i rocós.</p> <p><b>Figura 38:</b> Ampliació del tret geològic més característic de Ganímedes. S'anomena <i>Galileo Regi</i>, i és una plana fosca composta per un conjunt d'anells concèntrics que es mantenen d'un cràter d'impacte antic. La imatge ha estat presa per la nau espacial <i>Galileo</i> de la NASA.</p> <p><b>Figura 39:</b> Esquema fet per ordinador on es representa el camp magnètic propi de</p>	<p><b>Windows2universe.org</b></p> <p><b>Windows2universe.org</b></p> <p><b>Windows2universe.org</b></p> <p><b>Windows2universe.org</b></p> <p><b>Windows2universe.org</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Windows2universe.org</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Windows2universe.org</b></p>
---	--



<p>Ganímedes</p> <p><b>Figura 40:</b> Fotomuntatge on es pot veure la comparació de mides entre la Terra a la dreta i la Lluna i Cal·listo a l'esquerra respectivament de dalt a baix.</p> <p><b>Figura 41:</b> Representació feta per ordinador de l'estructura interna de Cal·listo. S'observa la crosta de gel, l'oceà salat, i la barreja de roca i gel.</p> <p><b>Figura 42:</b> Representació feta per ordinador on s'observen els satèl·lits regulars de Júpiter.</p> <p><b>Figura 43:</b> Representació feta per ordinador de totes les òrbites dels satèl·lits de Júpiter. S'observa que el sistema de Júpiter és molt complex.</p> <p><b>Figura 44:</b> Aquest diagrama mostra tots els satèl·lits irregulars de Júpiter. El grup d'Himalia es concentra a la part superior del diagrama. La posició d'un objecte en relació a l'eix horitzontal indica la distància d'aquest respecte a Júpiter. L'eix extern expressat en graus indica la inclinació de la seva òrbita. L'excentricitat s'indica mitjançant barres grogues que il·lustren la màxima i la mínima distància de l'objecte respecte a Júpiter. Els cercles il·lustren la mida a escala d'un satèl·lit en comparació amb els altres.</p> <p><b>Figura 45:</b> Representació esquemàtica de la primera llei de Kepler. L'òrbita de cada planeta és una el·lipse, amb el sol en un dels seus focus.</p> <p><b>Figura 46:</b> Representació esquemàtica de la segona llei de Kepler. Una línia traçada des d'un planeta al sol escombra àrees iguals en temps iguals.</p>	<p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>lunarplanner.com</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>pensament.com</b></p> <p><b>pensament.com</b></p>
---	--

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

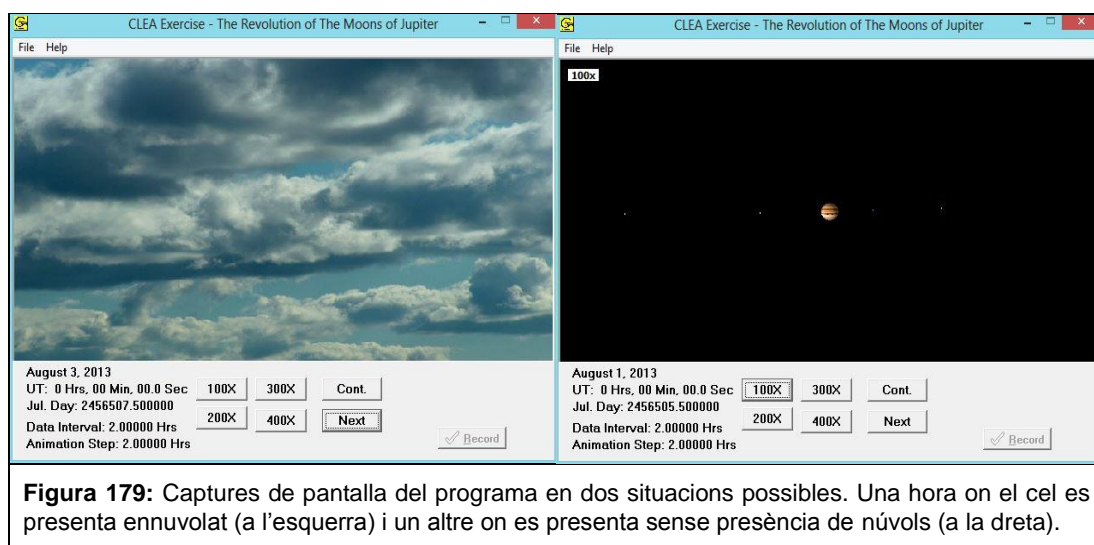


<p><b>Figura 47:</b> Representació esquemàtica de la tercera llei de Kepler.</p> <p><b>Figura 63:</b> Exemple d'una òrbita parabòlica.</p> <p><b>Figura 64:</b> Exemple d'una òrbita hiperbòlica.</p> <p><b>Figura 65:</b> Representació a escala de les diferents òrbites terrestres.</p> <p><b>Figura 66:</b> Expressió matemàtica del període orbital.</p> <p><b>Figura 67:</b> Imatge que ens mostra els elements de les òrbites d'un cos celeste que orbita al voltant del Sol.</p> <p><b>Figura 68:</b> Es mostra de forma gràfica el concepte d'excentricitat.</p> <p><b>Figura 69:</b> Esquema del sistema de coordenades equatorial.</p> <p><b>Figura 70:</b> Esquema del sistema de coordenades horitzontal. Aquí només es veu l'hemisferi superior.</p> <p><b>Figura 71:</b> Es mostra l'esquema del sistema de coordenades galàctic a l'esquerra i l'esquema del sistema de coordenades eclíptic a la dreta.</p> <p><b>Figura 175:</b> Retrat de Ole Rømer realitzat l'any 1700 per Jacob Coning.</p>	<p><b>pensament.com</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>Wikimedia Commons</b></p> <p><b>www3.gettysburg.edu</b></p>
---	---

## 6 ANNEXOS

### ANNEX 1: Pràctica amb el programa "Revolution of Jupiter's Moons":

Abans de començar a dissenyar com es podrien calcular els períodes dels satèl·lits de Júpiter amb el telescopi es va fer un pas previ: fer una pràctica amb un simulador. Es va escollir un programari desenvolupat per CLEA (*Revolution of Jupiter's Moons*) ja que estava dissenyat especialment per simular l'observació de les llunes galileianes i, per conseqüent, calcular els períodes de revolució de cadascuna.



**Figura 179:** Captures de pantalla del programa en dos situacions possibles. Una hora on el cel es presenta ennuvolat (a l'esquerra) i un altre on es presenta sense presència de núvols (a la dreta).

Primer de tot es va escollir quin seria l'interval de temps que utilitzaríem per cada lluna. Per determinar-lo vam fer servir els períodes de revolució teòrics i, vam escollir els següents intervals:

Io	2 hores
Europa	4 hores
Ganímedes	6 hores
Cal·listo	8 hores

Un cop escollits es van prendre les dades de la posició de cada lluna (en diàmetres de Júpiter tal i com indica en el programa). El resultats obtinguts estan inclosos en la taula que mostrem a continuació:

Data	T (temps)	Io	Europa	Ganimesdes	Cal·listo
01/08/2013	0	2,56	-4,05	6,55	-12
01/08/2013	2				
01/08/2013	4				
01/08/2013	6				
01/08/2013	8	2,3	-4,67		-12,6



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



01/08/2013	10	1,66			
01/08/2013	12	0,89	-4,35	7,48	
01/08/2013	14	0,02			
01/08/2013	16	-0,84	-3,64		-13
01/08/2013	18	-1,63		7,4	
01/08/2013	20	-2,28	-2,63		
01/08/2013	22	-2,73			
02/08/2013	24	-2,95	-1,39	6,98	-13,3
02/08/2013	26	-2,91			
02/08/2013	28	-2,65	0,03		
02/08/2013	30	-2,13		6,25	
02/08/2013	32				
02/08/2013	34				
02/08/2013	36				
02/08/2013	38	1,1			
02/08/2013	40	1,86	3,61		-13,15
02/08/2013	42	2,45		3,85	
02/08/2013	44	2,81	4,33		
02/08/2013	46				
03/08/2013	48				
03/08/2013	50				
03/08/2013	52	1,84	4,68		
03/08/2013	54	1,09		0,78	
03/08/2013	56	0,1	4,25		-12,25
03/08/2013	58	-0,63			
03/08/2013	60	-1,45	3,46	-0,84	
03/08/2013	62	-2,14			
03/08/2013	64	-2,64	2,38		-11,55
03/08/2013	66	-2,91		-2,44	
03/08/2013	68	-2,95	1,1		
03/08/2013	70	-2,74			
04/08/2013	72	-2,29	-0,29	-3,91	-10,6
04/08/2013	74	-1,63			
04/08/2013	76	-0,83	-1,65		
04/08/2013	78	0,04		-5,22	
04/08/2013	80	0,9	-2,85		-9,55
04/08/2013	82				
04/08/2013	84				
04/08/2013	86	2,75			
04/08/2013	88	2,94	-4,45		-8,35

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



04/08/2013	90	2,86		-7,03	
04/08/2013	92	2,55	-4,67		
04/08/2013	94				
05/08/2013	96				
05/08/2013	98	0,46			
05/08/2013	100	-0,41	-3,9		
05/08/2013	102	-1,24		-7,5	
05/08/2013	104	-1,98	-3,01		-5,45
05/08/2013	106	-2,53			
05/08/2013	108	-2,86	-1,84	-7,2	
05/08/2013	110	-2,96			
05/08/2013	112	-2,8	-0,51		-3,9
05/08/2013	114	-2,4		-6,58	
05/08/2013	116	-1,8	0,86		
05/08/2013	118	-1,04			
06/08/2013	120	-0,18	2,16	-5,63	-2,3
06/08/2013	122	0,69			
06/08/2013	124	1,49	3,28		
06/08/2013	126	2,18		-4,45	
06/08/2013	128	2,65	4,1		-0,7
06/08/2013	130	2,9			
06/08/2013	132	2,93	4,63	-3	
06/08/2013	134	2,65			
06/08/2013	136	2,18	4,72		0,95
06/08/2013	138	1,47		-1,43	
06/08/2013	140	0,68	4,43		
06/08/2013	142	-0,22			
07/08/2013	144	-1,04	3,78	0,2	2,59
07/08/2013	146	-1,8			
07/08/2013	148	-2,41	2,79		
07/08/2013	150	-2,8		1,83	
07/08/2013	152	-2,96	1,56		4,18
07/08/2013	154	-2,85			
07/08/2013	156				
07/08/2013	158				
07/08/2013	160				
07/08/2013	162	-0,4		4,73	
07/08/2013	164	0,45	-2,45		
07/08/2013	166	1,3			
08/08/2013	168	2	-3,5	5,88	7,13

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



08/08/2013	170	2,56			
08/08/2013	172	2,88	-4,72		
08/08/2013	174	2,94		6,75	
08/08/2013	176	2,75	-4,63		8,4
08/08/2013	178	2,3			
08/08/2013	180	1,65	-4,62	7,3	
08/08/2013	182	0,89			
08/08/2013	184	-0,01	-4,18		9,6
08/08/2013	186	-0,84		7,48	
08/08/2013	188	-1,61	-3,36		
08/08/2013	190	-2,26			
09/08/2013	192	-2,73	-2,28	7,33	10,7
09/08/2013	194	-2,95			
09/08/2013	196				
09/08/2013	198				
09/08/2013	200				
08/08/2013	202	-1,41			
09/08/2013	204	-0,61	1,73	5,98	
09/08/2013	206	0,25			
09/08/2013	208				
08/08/2013	210				
09/08/2013	212				
09/08/2013	214	2,81			
10/08/2013	216	2,95	4,48	3,48	12,65
10/08/2013	218	2,8			
10/08/2013	220	2,43	4,73		
10/08/2013	222	1,84		1,98	
10/08/2013	224	1,08	4,57		12,95
10/08/2013	226	0,23			
10/08/2013	228	-0,61	4,02	0,34	
10/08/2013	230	-1,44			
10/08/2013	232	-2,13	3,18		13,05
10/08/2013	234	-2,63		-1,26	
10/08/2013	236	-2,91	1,99		
10/08/2013	238	-2,94			
11/08/2013	240	-2,73	0,66	-2,85	12,9
11/08/2013	242				
11/08/2013	244				
11/08/2013	246				
11/08/2013	248	0,04	-2,03		12,65

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



11/08/2013	250	0,9			
11/08/2013	252	1,71	-3,19	-5,48	
11/08/2013	254	2,3			
11/08/2013	256	2,73	-4,03		12,1
11/08/2013	258	2,95		-6,45	
11/08/2013	260	2,88	-4,55		
12/08/2013	262	2,58			
12/08/2013	266	2,01	-4,67	7,2	11,4
12/08/2013	268	1,29			
12/08/2013	270	-0,43	-4,35		
12/08/2013	272	-1,24		-7,35	
12/08/2013	274	-1,99	-3,23		10,15
12/08/2013	276	-2,54			
12/08/2013	278	-2,86	-2,1	-7,33	
12/08/2013	280	-2,98			
12/08/2013	282	-2,8	-0,79		9,15
12/08/2013	284	-2,4		-6,88	
12/08/2013	286	-1,8	0,58		
13/08/2013	288	-1,03			
13/08/2013	290				
13/08/2013	292				
13/08/2013	294				
13/08/2013	296	2,2		-4,97	
13/08/2013	298	2,66	3,97		6,55
13/08/2013	300	2,91			
13/08/2013	302	2,93	4,55	-3,95	
13/08/2013	304	2,65			
13/08/2013	306	2,15	4,73		5,1
13/08/2013	308	1,48		-2,07	
13/08/2013	310	0,66	4,52		
14/08/2013	312	-0,21			
14/08/2013	314	-1,04	3,95	-0,44	3,55
14/08/2013	316	-1,81			
14/08/2013	318				
14/08/2013	320				
14/08/2013	322				
14/08/2013	324	-2,85			
14/08/2013	326	-2,5	0,45	2,76	
14/08/2013	328	-1,98			
14/08/2013	330	-1,23	-0,91		0,34

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



14/08/2013	332	-0,4		4,2	
14/08/2013	334	0,48	-2,24		
15/08/2013	336	1,33			
15/08/2013	338	2,03	-3,31	5,48	-1,31
15/08/2013	340	2,56			
15/08/2013	342	2,89	-4,17		
15/08/2013	344	2,93		6,45	
15/08/2013	346	2,74	-4,62		-2,95
15/08/2013	348	2,31			
15/08/2013	350	1,65	-4,65	7,05	
15/08/2013	352	0,88			
15/08/2013	354	0,1	-4,3		-4,5
15/08/2013	356	-0,85		7,45	
15/08/2013	358	-1,63	-3,58		
16/08/2013	360	-2,25			
16/08/2013	362	-2,71	-2,49	7,4	-6
16/08/2013	364	-2,95			
16/08/2013	366	-2,91	-1,25		
16/08/2013	368	-2,63		7,05	
16/08/2013	370	-2,14	0,1		-7,43
16/08/2013	372	-1,41			
16/08/2013	374	-0,64	1,45	6,35	
16/08/2013	376	0,25			
16/08/2013	378	1,13	2,68		-8,75
16/08/2013	380	1,85		5,33	
16/08/2013	382				
17/08/2013	384				
17/08/2013	386				
17/08/2013	388	2,81			
17/08/2013	390	2,44	4,7		
17/08/2013	392	1,84		2,59	
17/08/2013	394	1,1	4,62		-10,85
17/08/2013	396	0,21			
17/08/2013	398	-0,61	4,15	1	
17/08/2013	400	-1,44			
17/08/2013	402	-2,13	3,34		-11,8

Llegenda de la taula:

	<b>SENSE DADES</b>
--	--------------------

## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



	<b>DIA ENNUVOLAT*</b>
	<b>AMB DADES</b>
<b>Valor</b>	<b>EQUIVAL AL RADI</b>

\*Com que el programa està dissenyat per recrear la pràctica de l'observació i càlcul dels períodes de les llunes galileianes de la forma més fidedigna possible a la realitat, també recrea dies on està ennuvolat.

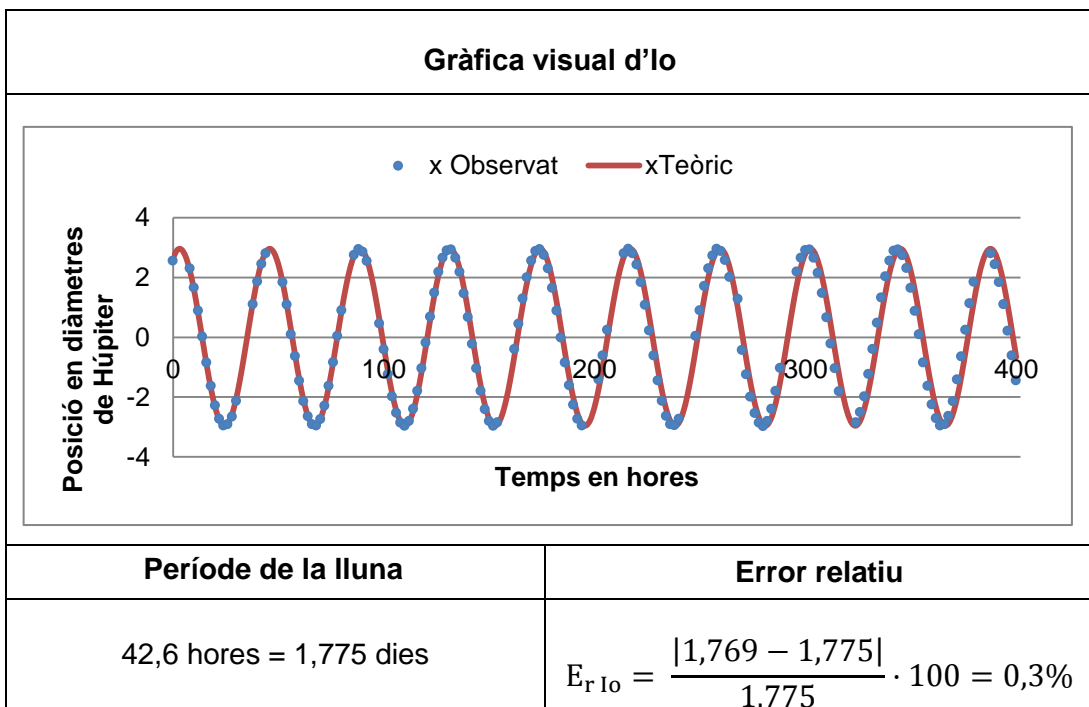
Finalment aplicant el mètode 2 que s'ha fet servir en el treball es calculen els períodes.

Tenint en compte l'equació de la funció sinusoidal:

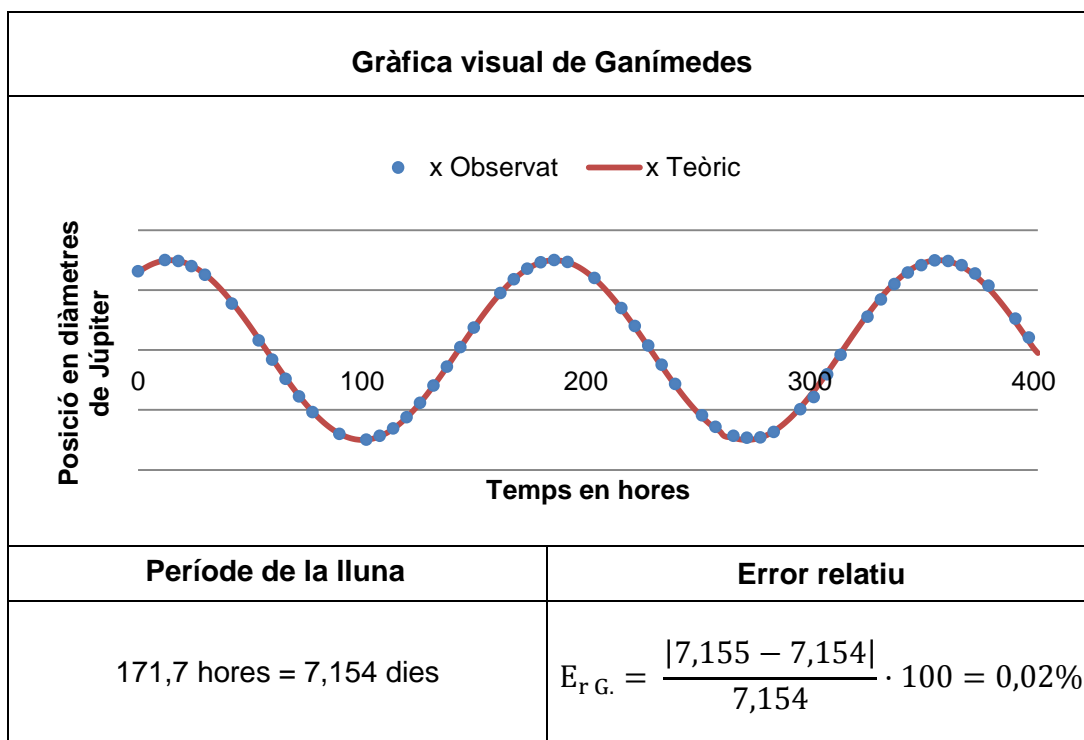
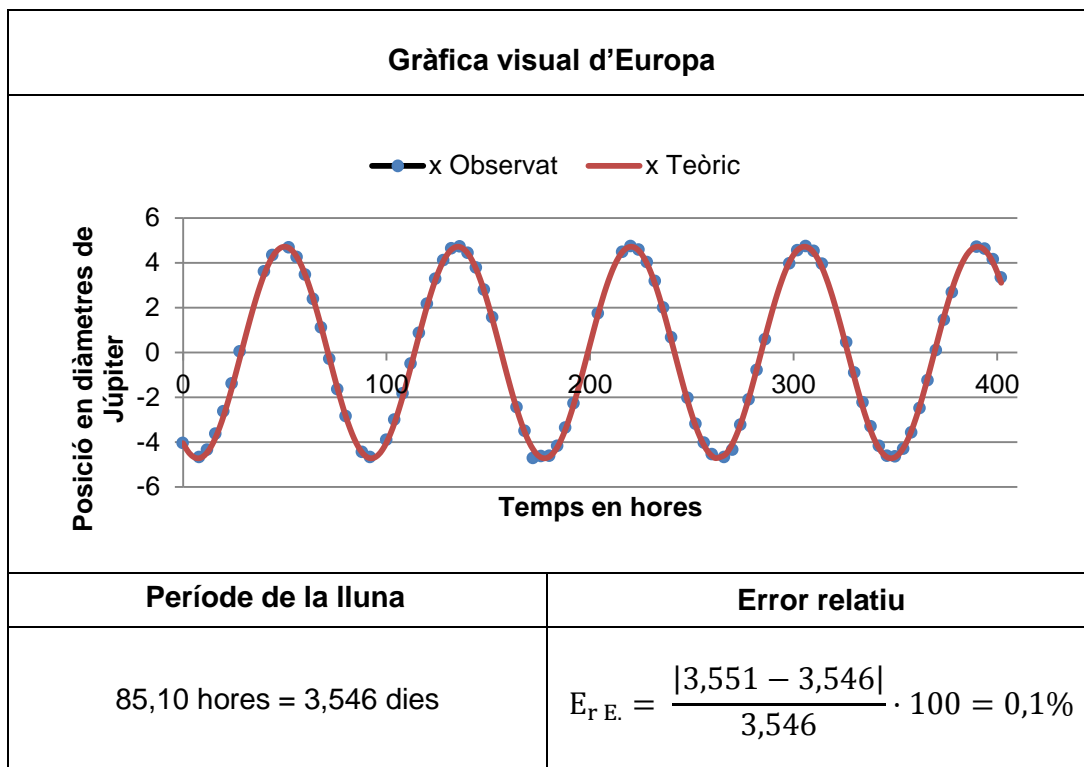
$$f_x = R \cdot \cos(\omega \cdot t + k)$$

**Figura 180:** Equació de la funció sinusoidal.

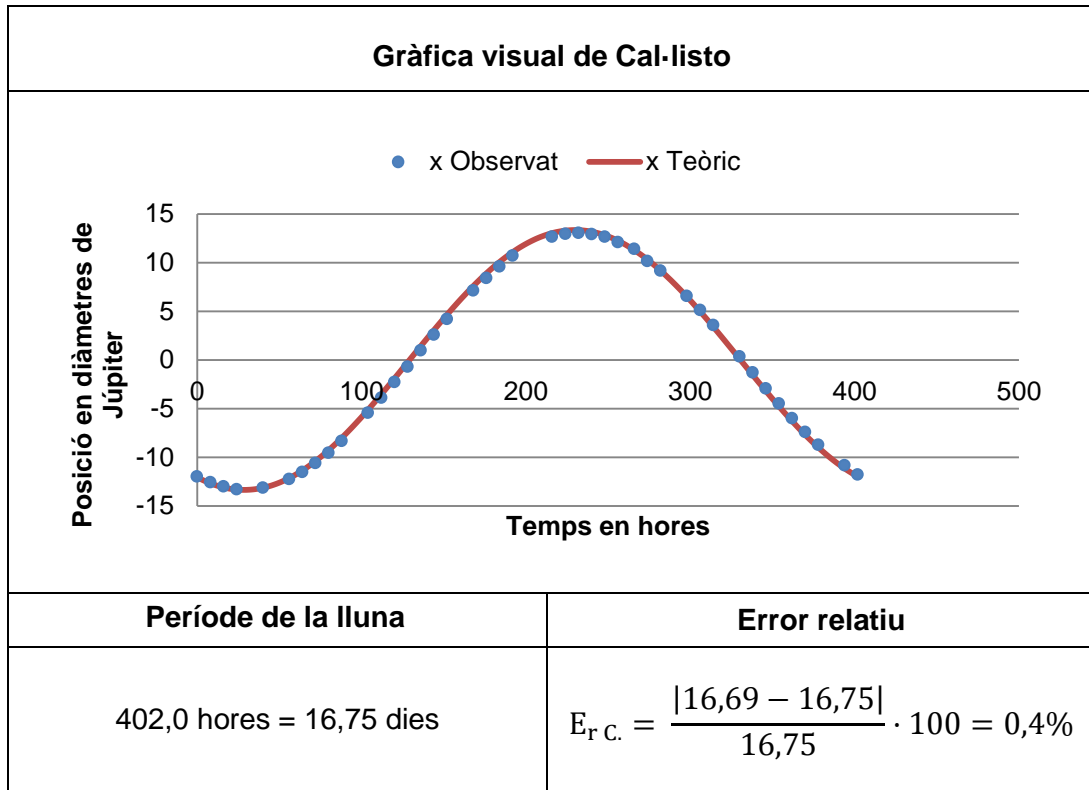
Aplicant l'equació, fem servir el programa *Microsoft Office Excel* per fer les gràfiques de cada lluna. Tot seguit ens fixem en la distància entre un punt màxim i l'altre immediatament següent. Aquesta distància equivaldrà al període de la lluna en hores.



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



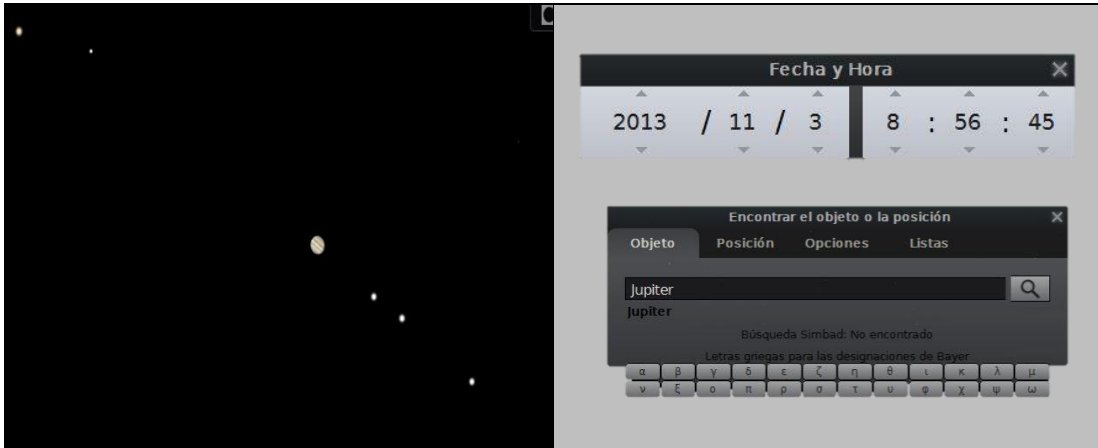


## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter

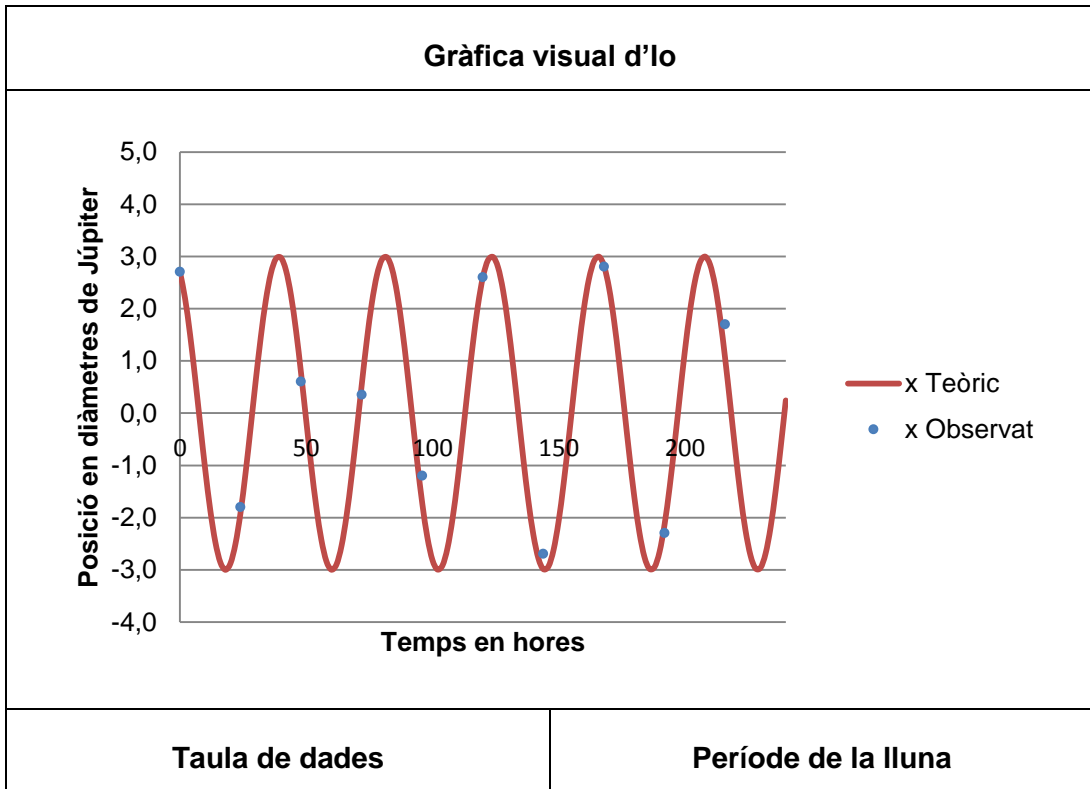


### ANNEX 2: Pràctica amb el programa "Stellarium":

També vam fer una pràctica homòloga a la de l'annex 1 amb el programa *Stellarium*. En aquest cas per calcular la posició de cada lluna es feia servir un regle extern i es calculava la distància que hi havia entre el centre del planeta gasós i el centre del satèl·lit en centímetres. Un cop recollides les dades es van passar a diàmetres de Júpiter.



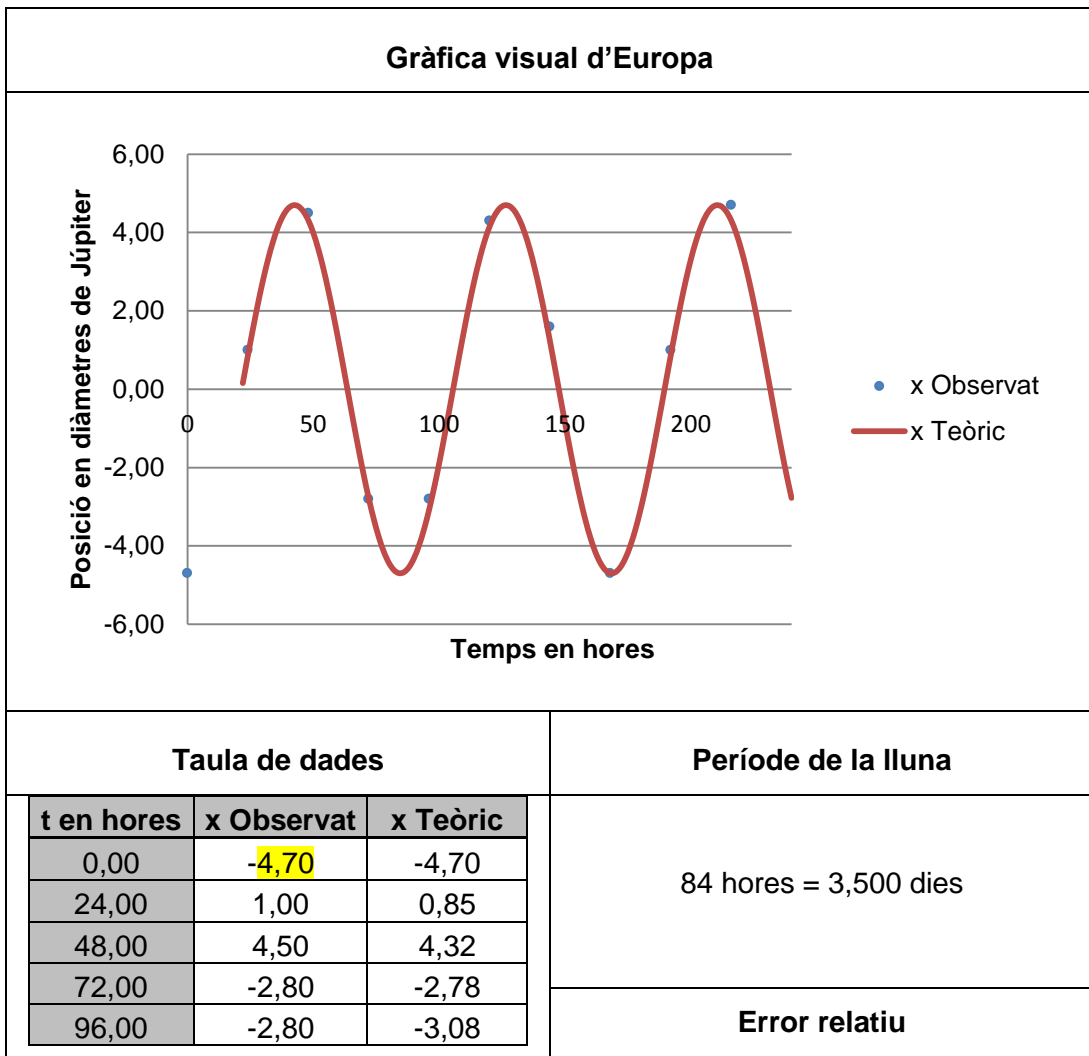
**Figura 181:** Captures de pantalla del programa on es pot apreciar la visió del sistema galileià a l'esquerra i algunes de les eines que fèiem servir a la dreta.



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



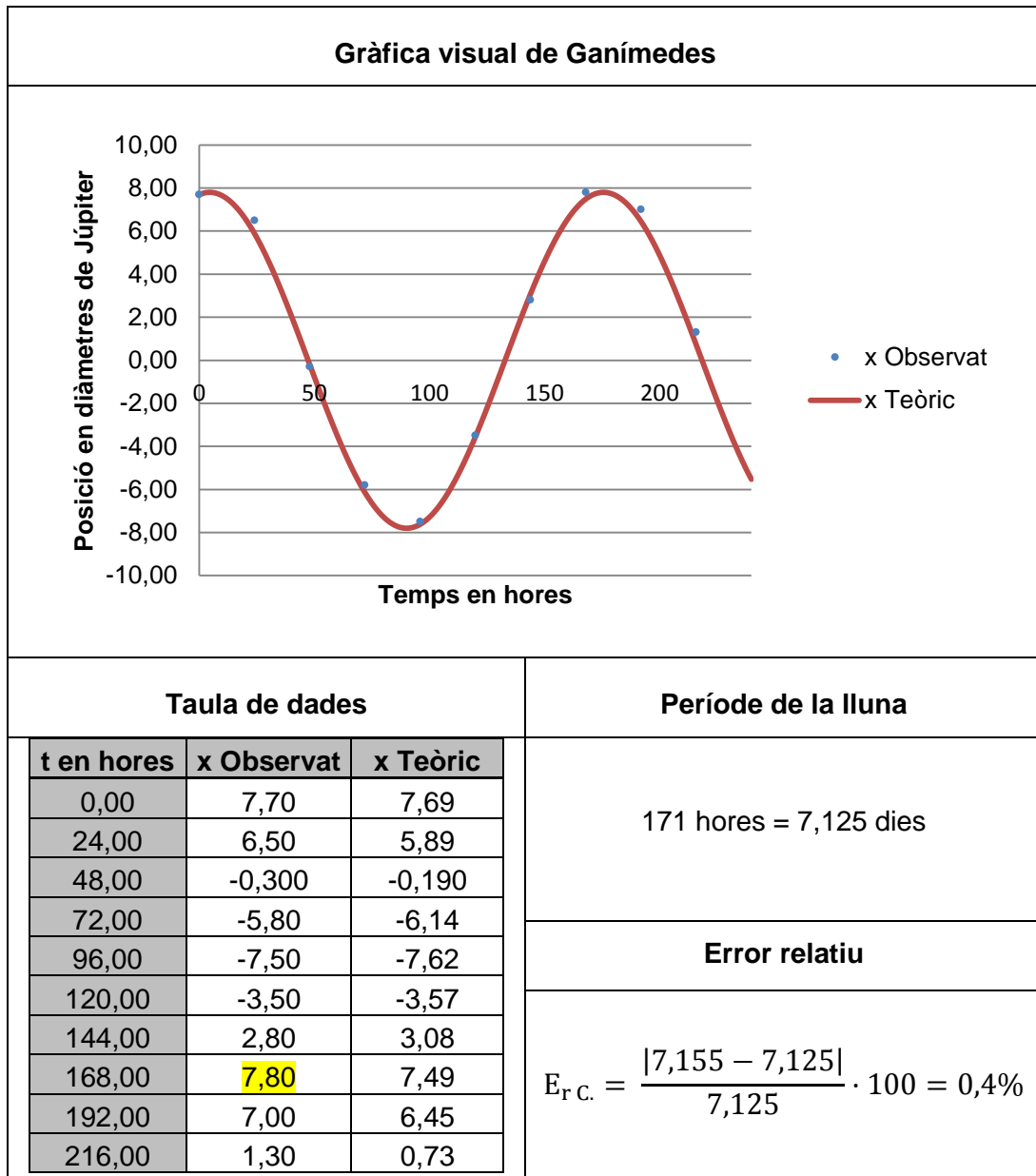
t en hores	x Observat	x Teòric	
0,00	2,70	2,70	42 hores = 1,750 dies
24,00	-1,80	-1,90	
48,00	0,60	0,75	
72,00	0,35	0,54	
96,00	-1,2	-1,74	<b>Error relatiu</b>
120,00	2,6	2,60	$E_{r\text{Io}} = \frac{ 1,769 - 1,750 }{1,750} \cdot 100 = 1\%$
144,00	-2,7	-2,99	
168,00	2,8	2,82	
192,00	-2,3	-2,12	
216,00	1,7	1,04	



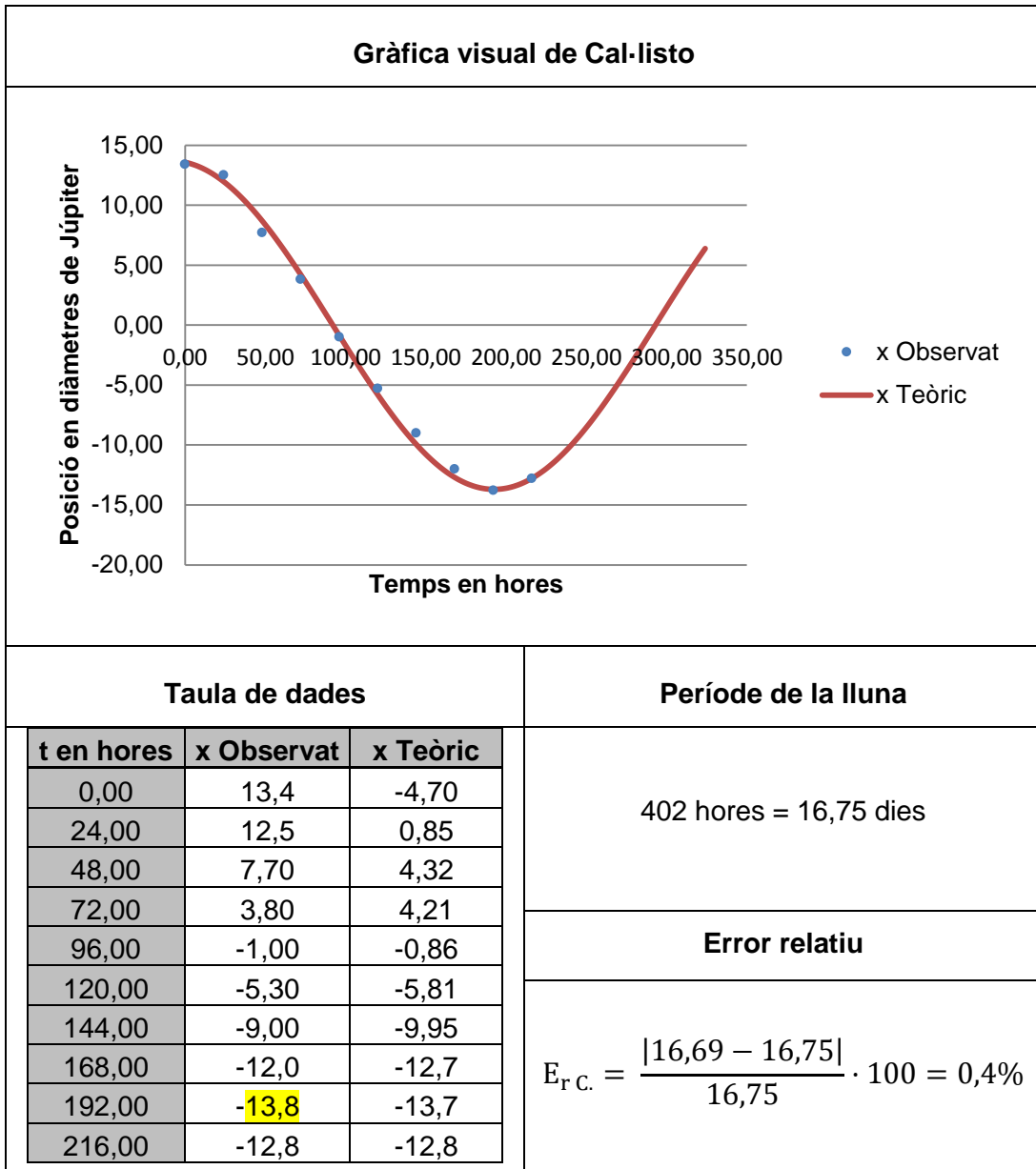
## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



120,00	4,30	4,25	$E_{r.E.} = \frac{ 3,551 - 3,500 }{3,500} \cdot 100 = 2\%$
144,00	1,60	1,23	
168,00	-4,70	-4,70	
192,00	1,00	0,850	
216,00	4,70	4,32	



## Estudi de les òrbites de les llunes galileianes de Júpiter



**Llegenda:**

Els valors que estan ressaltats amb un color groc són aquells que equivalen al radi de l'òrbita trobada i, per tant, utilitzada en cada una de les funcions sinusoidals.