

LA CAIGUDA LLIURE



AGRAÏMENTS

Voldria donar les gràcies a un seguit de persones, sense les quals no hauria pogut redactar aquest treball: a la meva tutora, la Dolors, que m'ha guiat a l'hora de redactar i supervisar el treball; al Centre de Paracaigudisme d'Empuriabrava i a Santiago Corella, que m'han facilitat l'entrevista; a la Biblioteca de la Universitat de Girona, que m'ha prestat llibres que m'han resultat essencials per elaborar certs apartats i finalment, a la meva mare, que m'ha ajudat a realitzar les pràctiques manuals del treball.

ÍNDEX

	pàgina
1. INTRODUCCIÓ.....	1
2. METODOLOGIA.....	2
3. LA CAIGUDA LLIURE.....	3
3.1. ESTUDI HISTÒRIC.....	3
3.1.1. CLAUDI PTOLOMEU.....	3
3.1.2. NICOLAU COPÈRNIC.....	3
3.1.3. TYCHO BRAHE.....	4
3.1.4. JOHANNES KEPLER.....	4
3.1.5. GALILEU GALILEI.....	4
3.1.6. ISAAC NEWTON.....	5
3.1.6.1. La poma de Newton.....	6
3.1.6.2. Primera teoria d'unió.....	7
3.1.7. ALBERT EINSTEIN.....	7
3.2. DEFINICIÓ I ASPECTES GENERALS.....	8
3.2.1. LA CAIGUDA LLIURE SENSE FRICCIÓ O EN EL BUIT.....	9
3.2.2. CAIGUDA LLIURE AMB FRICCIÓ.....	11
4. DEMOSTRACIONS DE LA CAIGUDA LLIURE AMB L'INTERACTIVE PHYSICS.....	15
4.1. TREBALL SENSE FREGAMENT.....	15
4.1.1. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA, MATEIXA FORMA I MATEIXA VELOCITAT INICIAL.....	15
4.1.2. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT MASSA I MATEIXA FORMA.....	17
4.1.3. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT MASSA, DIFERENT FORMA I MATEIXA VELOCITAT INICIAL.....	18
4.1.4. CONCLUSIONS DE L'APARTAT SENSE FREGAMENT.....	19

4.2. TREBALL AMB FREGAMENT.....	20
4.2.1. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA I MATEIXA FORMA.....	20
4.2.2. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA FORMA I DIFERENT MASSA.....	21
4.2.3. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA I DIFERENT FORMA.....	23
4.2.4. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT FORMA I DIFERENT MASSA.....	25
4.3. QÜESTIONS PRÀCTIQUES DE LA CAIGUDA LLIURE.....	27
4.3.1. VARIA MOLT EL TEMPS D'ARRIBADA AL TERRA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA I DIFERENT FORMA, SI ELS DEIXEM CAURE UN DIA EN QUÈ L'AIRE COM A FLUID ÉS MÉS DENS I UN DIA EN QUÈ NO HO ÉS TANT?.....	27
4.3.1.1. Situació 1: l'aire és poc dens.....	27
4.3.1.2. Situació 2: l'aire és més dens.....	28
4.3.1.3. Anàlisi dels resultats de les diferents situacions.....	30
4.3.2. VARIEN LES CONDICIONS FINALS SEGONS SI ELS COSSOS DE MATEIXA MASSA TENEN UN TAMANY O EN TENEN UN ALTRE?.....	30
4.3.2.1. Treball en un medi sense fregament amb l'aire.....	30
4.3.2.2. Treball en un medi amb fregament amb l'aire.....	32
4.3.2.3. Anàlisi dels resultats.....	33
5. PRÀCTIQUES MANUALS.....	34
5.1. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA FORMA I DIFERENT MASSA.....	35
5.2. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA I FORMA.....	36
5.3. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT FORMA I MATEIXA MASSA.....	37
5.4. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT FORMA I DIFERENT MASSA.....	38
6. EL PARACAIGUDISME.....	40
6.1. EL PARACAIGUDISME EN UNA ATMOSFERA UNIFORME.....	40
6.2. EL PARACAIGUDISME EN UNA ATMOSFERA NO UNIFORME.....	41
6.3. LA VELOCITAT LÍMIT.....	41

6.4. QUÈ ÉS UN PARACAIGUDES I QUINS TIPUS HI HA?.....	42
6.5. DEMOSTRACIÓ DE PARACAIGUDISME AMB EL PROGRAMA	
INTERACTIVE PHYSICS.....	44
6.5.1. DEMOSTRACIONS AMB FORÇA DE FREGAMENT REGULAR.....	44
6.5.1.1. Demostració 1.....	44
6.5.1.2. Demostració 2.....	45
6.5.1.3. Demostració 3.....	46
6.6. EL SALT.....	47
6.6.1. SALT D'OBERTURA AUTOMÀTICA.....	48
6.6.2. SALT D'OBERTURA "RETARDADA".....	48
6.6.3. ASPECTES PRÀCTICS DEL SALT.....	48
6.6.4. PER QUÈ ELS PARACAIGUDISTES, QUAN FAN DEMOSTRACIONS EN PLENA CAIGUDA, ES DISPOSEN EN POSICIÓ HORITZONTAL?.....	50
7. ENTREVISTA A UN PARACAIGUDISTA PROFESSIONAL.....	51
8. CONCLUSIONS.....	53
9. FONTS D'INFORMACIÓ.....	55
9.1. BIBLIOGRAFIA.....	55
9.2. WEBGRAFIA.....	55
10. ANNEXOS.....	57
10.1. ANNEX 1: ENTREVISTA A UNA PARACAIGUDISTA PROFESSIONAL.....	58
10.2. ANNEX 2: CENTRE DE PARACAIGUDISME D'EMPURIABRAVA.....	65

1. INTRODUCCIÓ

El motiu principal que em porta a realitzar aquest treball és el meu interès per investigar sobre un tema científic que estigui dintre de les meves possibilitats. De tots els possibles temes científics que podia escollir, el que m'ha resultat més interessant i "atractiu" ha estat el de la caiguda lliure i el paracaigudisme. M'ha semblat obvi complementar aquest tema amb l'esport del paracaigudisme o la pràctica de realitzar salts en caiguda lliure. De tots els aspectes d'investigació científica que podia escollir per fer un treball, n'he seleccionat un del camp físic, perquè és aquell pel qual sento més empatia. A més, aquest (segons la meva opinió) és fàcil d'investigar i resulta molt interessant.

Un apartat que vull aprofundir és el de les forces de gravetat (que és un aspecte que condiciona l'acció del camp gravitatori), així com la gravetat de la terra i la d'altres planetes, els mètodes i les fórmules disponibles per a calcular dades en la caiguda lliure, i altres resolucions.

2. METODOLOGIA

Per realitzar aquest treball utilitzaré bàsicament recursos bibliogràfics procedents de la biblioteca de la Universitat de Girona i també el programa informàtic *Interactive Physics*, el qual em permet realitzar simulacions que em serien impossibles de fer a la realitat: tirar objectes en un medi sense fregament, llançar-los des d'una altura molt elevada, mesurar el temps amb exactitud sense error humà... Mitjançant aquest programa podré arribar a resoldre les principals qüestions que es proposa aquest treball. Per complementar els experiments i demostracions, realitzaré pràctiques manuals que consistiran a deixar caure objectes de diferent mida i pes des d'una alçada poc elevada, amb l'ajuda d'un cronòmetre per mesurar el temps.

Per altra banda, per obtenir informació del paracaigudisme realitzaré una entrevista a un representant del Centre de Paracaigudisme de l'Empordà per informar-me de les nocions bàsiques d'aquest esport i la caiguda lliure.

3. LA CAIGUDA LLIURE

S'entén el concepte de la caiguda lliure com el moviment que es dona sota l'acció exclusiva d'un camp gravitatori. La caiguda lliure dels cossos és el desplaçament vertical que experimenta un mòbil amb una acceleració constant en la qual hi tenim una única variable dependent, que és el propi pes.

3.1. ESTUDI HISTÒRIC

Al llarg de la història trobem un seguit de personatges destacats, que van fer aportacions en el camp de la física, i gràcies a aquestes es va poder elaborar una llei de la gravetat cada vegada més precisa i exacta. Els científics que van fer una aportació més important en l'elaboració d'aquesta llei van ser Johannes Kepler, Galileu Galilei, Isaac Newton i també Albert Einstein.

Apart dels científics indicats anteriorment, cal citar també Claudi Ptolomeu, Nicolau Copèrnic i Tycho Grahe, que realitzaren aportacions importants i molt valuoses en el camp de la física.

3.1.1. CLAUDI PTOLOMEU

Claudi Ptolomeu (100-170 dC.) va ser un científic destacat, que va viure a Alexandria i que és considerat l'astrònom més important de l'antiguitat. A partir del model geocèntric postulat per Aristòtil, va suposar que, excepte el Sol, la Lluna i les estrelles, que giraven entorn de la Terra en una trajectòria circular, els altres astres descrivien moviments més complicats: giraven en petits cercles, que, al seu torn, donaven voltes entorn de la Terra.

3.1.2. NICOLAU COPÈRNIC

Nicolau Copèrnic (1473-1453) va proposar un model heliocèntric, en el qual, tal com expressa el seu nom, s'estableix el Sol com a centre del sistema solar, mentre que els altres planetes del mateix sistema giren al seu voltant. En aquest model, es pot prendre el Sol com a sistema de referència inercial i, d'aquesta manera, es pot estudiar amb una bona aproximació el moviment dels planetes.

3.1.3. TYCHO BRAHE

Tycho Brahe (1546-1601) va ser un astrònom que observà sense telescopi els moviments planetaris i, durant els darrers vint anys del segle XVI, va compilar i recollir una base de dades astronòmiques important, que posteriorment va ser utilitzada pel seu deixeble Kepler.

3.1.4. JOHANNES KEPLER

Johannes Kepler (1571-1630) va ser un astrònom alemany, deixeble de Tycho Brahe, i va rebre moltes influències sobre les teories heliocèntriques que proposava Copèrnic. Les aportacions més importants que va fer en l'àmbit científic són les tres lleis que porten el seu nom. Aquestes lleis tracten del moviment dels planetes al voltant del Sol. La llei més senzilla és la primera, ja que afirma que els planetes giren entorn del Sol mitjançant una òrbita el·líptica i no pas circular, com es creia fins aquell moment. La segona afirma que el segment imaginari que uneix un planeta amb el Sol (vector de posició del planeta respecte del sistema de referència solar), defineix àrees iguals en temps iguals. Finalment, la tercera estableix que el quadrat del període del moviment al voltant del Sol de qualsevol planeta és directament proporcional al cub de la distància mitjana al Sol.

$$T^2 = kr^3$$

Tal com he explicat anteriorment, Kepler es va basar en l'estudi del moviment dels planetes al voltant del Sol i això va permetre que posteriorment Newton pogués formular la llei de la gravitació universal.

Kepler no només va fer aquestes aportacions del moviment dels planetes, sinó que també va explicar la formació de les marees, per efecte del flux de la Lluna. A més, va fer grans aportacions al camp de l'òptica: va explicar el procés de reflexió a l'interior de l'ull i va sistematitzar el disseny de lents per a la miopia i hipermetropia.

3.1.5. GALILEU GALILEI

Galileu Galilei (1564-1642) fou un científic italià que realitzà un seguit d'experiments, a través dels quals va arribar a la conclusió que tots els objectes que es llencen al mateix temps (entenen que es fa dins l'atmosfera), cauen sobre la superfície terrestre amb la mateixa velocitat i, aquesta velocitat, no depèn de la massa del cos que s'ha llançat (si

treballem sense fregament, que és com es treballava en aquell període temporal, ja que no es tenia en compte perquè es desconeixia aquesta força).

Tot i que Isaac Newton coneixia molt bé aquest concepte, no va ser capaç d'estudiar-lo tan àmpliament com va fer Galileu Galilei, que fa formular una llei de la gravetat més extensa i elaborada. La teoria que Galileu formulà no només comprenia els cossos llençats dins l'atmosfera terrestre, sinó que també tractava les forces d'atracció gravitacionals que hi havia entre cossos molt més grans i allunyats del nostre planeta.

A més a més, Galileu féu una important aportació a la ciència, ja que va introduir el mètode d'anàlisi científica.

Durant els anys que va exercir de professor a Pisa, Galileu Galilei realitzà potser el treball més important de la seva vida, quan es va centrar en els estudis i investigacions d'Arquímedes per buscar altres enfocaments, i ho va aconseguir amb èxit. Primer va millorar el càlcul del centre de massa dels cossos, i no va ser fins que es va fixar en els aspectes de la caiguda lliure quan va aconseguir el millor resultat de la seva vida.

Com a professor que era de la universitat de Pisa, Galileu Galilei va citar per escrit tota la comunitat universitària al peu de la Torre de Pisa, on va demostrar l'error que havia comès Aristòtil en dir que la velocitat de caiguda d'un cos era proporcional a la seva massa. Així doncs, des de l'últim pis de la Torre de Pisa, Galileu va tirar al mateix temps dos objectes, un més pesat que l'altre. Quan va deixar-los caure i van arribar a terra, la cosa no va funcionar del tot, donat que en aquella època no es tenia en compte la resistència de l'aire que, com més endavant explicaré, depèn de la geometria del cos, de la seva densitat i de la velocitat que porta. Tot i ser una història que ha arribat als nostres temps, no hem pogut comprovar la seva veracitat, ja que costa d'entendre com una persona sensata d'aquells temps pujaria fins a dalt de tot de la torre i s'arriscaria a tirar objectes pesants i a lesionar les possibles persones que passessin per baix.

3.1.6. ISAAC NEWTON

Isaac Newton (1642 Woolsthorpe -1727 Londres) va ser un gran científic que va estudiar matemàtiques i física a la Universitat de Cambridge. Allà va exercir de professor de matemàtiques.

Les seves aportacions més importants a l'àmbit científic són el càlcul, la idea de la gravitació universal i la teoria de la llum, les tres lleis de la dinàmica (primera llei de Newton o principi d'inèrcia¹, segona llei de Newton o principi fonamental de la dinàmica², tercera llei de Newton o principi d'acció i reacció³) i els colors⁴.

Newton va conèixer el professor Isaac Barrow, que l'ensenyà en el camp de les matemàtiques. A més, en aquesta mateixa etapa de la seva vida, Newton va posar-se en contacte amb els treballs de Galileu, Fermat i Huygens (aquests van ser els més importants).

3.1.6.1. La poma de Newton

Com passa en molts altres casos històrics, es pot observar que sovint es barregen fets històrics amb ficticis, com és en el cas de l'anècdota d'Isaac i la poma.

Un dia Newton es trobava meditant sota una pomera sobres les seves lleis físiques, quan, de sobte va caure una poma davant seu, i li va venir a la ment per primera vegada la idea de la gravitació. Es va fer un seguit de preguntes: per què la poma sempre cau perpendicular al terra i no de costat? I la raó era perquè la pròpia força d'atracció de la Terra l'atreia. Sobre aquesta "història" hi ha hagut moltes discussions i opinions, qüestionant la veracitat que la idea de la gravitació se li hagués acudit per un fet tan simple com la caiguda d'una poma a terra.

Una de les grans contribucions que va fer Newton a la física van ser les tres lleis de la dinàmica, les quals expliquen els moviments dels cossos, així com els seus efectes i les seves causes. A més, va ser la primera persona que va proposar un model matemàtic que descriués l'atracció gravitacional que hi ha entre els objectes (posteriorment Albert Einstein va desenvolupar aquesta teoria).

¹ Primera llei de Newton o principi d'inèrcia: quan la resultant de les forces que actuen sobre un cos és nul·la, la seva velocitat es manté constant o val 0.

² Segona llei de Newton o principi fonamental de la dinàmica: quan la resultant de totes les forces que actuen sobre un cos és diferent de 0 es produeix un canvi en el moviment del cos o acceleració, que és proporcional a la força que actua sobre el cos i la constant de proporcionalitat és la massa.

³ Tercera llei de Newton o principi d'acció i reacció: quan un cos fa una força sobre un segon cos, el segon efectua sobre el primer una altra força igual i de sentit contrari.

⁴ Espectre visible: Newton va ser el primer científic que va realitzar estudis en els colors i va redactar dues de les primeres explicacions de l'espectre visible de la llum. Un experiment important que va realitzar per comprovar aquesta "descomposició" en colors de la llum va ser mitjançant un prisma que ha partir dels rajos de llum que li arribaven la descomposava en colors.

3.1.6.2. Primera teoria d'unió

Newton va ser el primer científic que va intentar unir les forces fonamentals⁵ i també va voler unificar el moviment dels objectes quan cauen cap a la terra i el moviment que s'estableix entre els planetes que giren al voltant del sol. És a dir, va voler unificar en una llei les observacions i anàlisis que havien sorgit d'altres científics. Newton es va inspirar sobretot en Johannes Kepler per determinar que els planetes giren constantment al voltant del Sol, a causa de la força de gravetat. A partir d'aquí, va arribar a anunciar la teoria de la gravetat i no va ser fins el 1679 que va aconseguir verificar-la. Newton desconeixia la constant gravitacional, però pensava encertadament que era un valor molt petit. Poc després va deduir la força gravitacional entre la Terra i la Lluna on, com en qualssevol altres cossos, s'havia de seguir la següent fórmula, per calcular la força gravitacional:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

on G és la constant gravitacional amb un valor aproximat de

$$G = (6.67428 \pm 0.00067) \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} = (6.67428 \pm 0.00067) \cdot 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$$

on d és la distància que separa els centres de gravetat i $m_1 m_2$ són la massa dels dos cossos.

3.1.7. ALBERT EINSTEIN

Albert Einstein (1879-1955) va ser un científic d'origen alemany que va fer grans aportacions a la comunitat científica, sobretot la teoria de la relativitat. Mentre elaborava la teoria de la relativitat, va revisar els estudis de Newton i va arribar la conclusió que els efectes de la gravetat són com una deformació o curvatura de la quarta dimensió espai-temps, en comptes d'uns efectes de força. Va definir que la gravetat era una deformació geomètrica a la curvatura de l'espai-temps per efecte de la massa dels cossos.

⁵ Forces fonamentals: En física, les forces fonamentals o interaccions fonamentals són el mecanisme mitjançant el qual les partícules interaccionen entre sí, i aquestes interaccions no poden ser explicades d'altra manera. Hi ha quatre forces fonamentals: la força nuclear feble, la força electromagnètica, la força nuclear forta i la força gravitatòria.

A més, va realitzar bastants treballs publicats sobre l'efecte fotoelèctric, l'anàlisi matemàtica del moviment brownià⁶, l'establiment de l'equivalència massa-energia i els fonaments de la teoria de la relativitat.

Cal destacar que Einstein fou un científic de gran importància, donat que anteriorment la física tenia una concepció newtoniana. Però, a partir de les seves aportacions, hi va haver un impuls espectacular i revolucionari de la física, que van originar un canvi de la física newtoniana cap a la geometrització espai-temporal de la física moderna.

3.2. DEFINICIÓ I ASPECTES GENERALS

La caiguda lliure és un tipus de moviment estudiat dins la cinemàtica, que és la part de la física que s'encarrega d'estudiar les classes de moviments que experimenten els cossos sense tenir en compte les causes que els produeixen. Com a aspectes principals dins la cinemàtica podem distingir:

-El moviment, que és el canvi de posició que experimenta un cos al final del seu moviment respecte del seu punt inicial o sistema de referència que es dona lloc al llarg del temps.

-El sistema de referència, que depèn de l'observador i de la referència que s'utilitza.

-La trajectòria, que és el conjunt de posicions per on passa el cos en moviment. Segons quina sigui la trajectòria, podem parlar de: moviment rectilini, moviment circular i moviment parabòlic; en la caiguda lliure, bàsicament ens centrarem en el moviment rectilini i una mica el parabòlic donat en certs casos.

Dins la cinemàtica les magnituds principals són: temps, posició, desplaçament i velocitat.

La definició formal estableix que, en la caiguda lliure, no hi actua cap força (sense tenir en compte la del camp gravitatori), però en la pràctica, quan hi intervenen fluids, s'han de tenir en compte les forces de fregament respectives. El cas més comú és el del fregament de l'aire, tema que es tractarà més profundament a mesura que es vagi desenvolupant el treball.

⁶ Moviment Brownià: moviment irregular i aleatori que segueixen les partícules immerses en un fluid. Com a terme més general, entenem que el moviment Brownià engloba tota classe de models que permeten descriure aquest comportament físic esmentat anteriorment i també altres d'anàlegs.

3.2.1. LA CAIGUDA LLIURE SENSE FRICCIÓ O EN EL BUIT

Quan treballem sense fricció, disposem de diverses fórmules, mitjançant les quals podem obtenir dades, com la velocitat en un determinat instant o en una determinada altura, la velocitat inicial, la final, l'altura inicial i l'altura final... Per fer aquests càlculs tenim dos mètodes de treball i són:

- Les fórmules m.r.u.a (moviment rectilini uniformement accelerat) aplicat en l'eix de les "y" i establint g (força de gravetat) com a acceleració:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g t^2 \qquad v = v_0 + g t$$

Per calcular la força de gravetat d'un propi d'astre se segueix la fórmula següent, que consisteix en multiplicar la massa de l'astre per la constant gravitacional i dividir-la per la multiplicació del radi de l'astre per dos:

$$g = \frac{G \cdot m}{r^2}$$

$$\text{on } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$$

Si apliquem a la fórmula anterior les dades de la Terra, obtindrem la gravetat de 9,81 m/s^2 , tot i que aquest valor és una mitjana de tots els resultats obtinguts amb els radis diferents de la Terra, ja que no és del tot rodona, sinó que és lleugerament aixafada pels pols. Si féssim els càlculs amb les dades generals que es donen sobre la Terra, en el qual la massa equival a $59 \cdot 10^{24}$ kg i 6378 quilòmetres de radi obtindríem:

$$\frac{G \cdot 59 \cdot 10^{24}}{(6378 \cdot 10^3)^2} = 9,81 m/s^2$$

D'aquesta manera, s'han pogut establir les gravitats dels altres planetes del sistema solar:

Astre	Valor de g ⁷
Sol	27'90
Mercuri	0'37
Venus	0'88
Terra	1'00 (9'81 m/s ²)
Lluna	0'16 (1,5 m/s ²)
Mart	0'38
Júpiter	2'64
Saturn	1'15
Urà	0'16
Neptú	1'22
Plutó	0'06

Il·lustració 1

- Per energies:

$$E_m = E_c + E_p$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

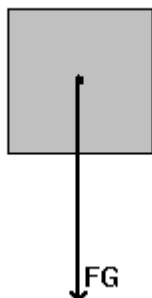
⁷ g: valor relatiu respecte el valor de g a la Terra.

En aquest cas, com que no tenim en compte les forces de fregament en el balanç de les energies, es compleix:

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow Em_0 = Em \Rightarrow Ec_0 + Ep_0 = Ec + Ep$$

A partir d'aquí, es poden calcular altures i velocitats en un moment determinat.

A l'hora de calcular les diferents dades esmentades anteriorment ja sigui mitjançant les fórmules del m.r.u.a o a través de les energies, cal tenir clar què passa en un moviment de caiguda lliure i, per entendre-ho, cal conèixer les forces que hi actuen.



Il·lustració 2

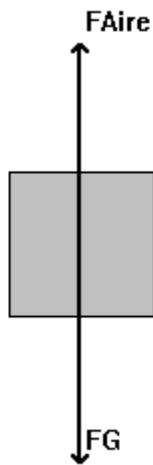
En la imatge anterior es pot observar que l'única força que intervé en la caiguda lliure d'un cos en el buit és la força gravitacional, la acceleració de la qual és constant. Per tant, tots els cossos cauen amb la mateixa velocitat independentment de la massa.

3.2.2. CAIGUDA LLIURE AMB FRICCIÓ

Abans d'endinsar-nos en les demostracions tant amb el programa de l'*Interactive Physics* com les pràctiques manuals, cal aclarir primàriament què és i què entenem per força de fricció.

Entenem com a força de fricció el fregament que es produeix entre un cos i un fluid. En el cas de la força de fricció de l'aire, l'aire n'és el fluid, que frena els cossos en caiguda lliure. Aquesta força de fricció s'oposa a la força gravitacional pròpia de la caiguda lliure d'un cos i és la responsable que es produeixi un equilibri de forces i que, per tant, l'acceleració experimenti una reducció fins a igualar-se a l'acceleració de l'aire, donant lloc a velocitat constant (si es produeix l'equilibri de forces), que es demostrarà posteriorment en les pràctiques.

A continuació, es mostra l'esquema de forces que intervenen en la caiguda d'un cos amb fregament:



Il·lustració 3

on $FG \Rightarrow P = m \cdot g$

Aquest equilibri de forces que es produeix en la caiguda és el responsable que hi hagi una velocitat límit. Com a definició general, podem establir que és aquella velocitat constant que s'obté quan s'aconsegueix un equilibri de forces entre la força de la gravetat i la força de fricció. I per què és constant la velocitat? Quan cau un cos en caiguda lliure en una atmosfera, va accelerant a causa de la pròpia força de la gravetat que exerceix la Terra. Tot i això, podem observar que cada vegada l'acceleració total produïda per aquesta força de gravetat és menor, ja que, a mesura que va augmentant la velocitat de caiguda d'aquest cos, augmenta també la força de fregament de l'aire i augmenta la respectiva acceleració. Quan el cos assoleix un equilibri de forces entre la força de la gravetat que influeix sobre el cos i la resistència de l'aire, l'acceleració és igual a 0 i, per tant, la velocitat es manté constant.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Si treballem en mòdul, tenim:

$$FG - F_{AIRE} = m \cdot a = 0 \Rightarrow \text{velocitat constant}$$

Així doncs, aquesta velocitat constant que s'obté és la velocitat límit o terminal, ja que, una vegada que el cos assoleix la velocitat límit, ja no importa el temps que continuï caient; arribarà a terra amb aquesta velocitat. Els factors que intervenen en l'equilibri de forces són: la massa del propi cos, la duració de la caiguda i la velocitat de caiguda, que com més gran sigui aquesta, més gran serà la força de fricció de l'aire.

Quan ens atrevim a afirmar que la natura és sàvia, tenim part de raó, ja que hi ha una gran llista d'arguments que verifiquen l'afirmació. Un exemple, que forma part del tema que tracto en el treball, és la caiguda lliure dels gats. És ben conegut entre la comunitat de veterinaris que els gats acostumen a tenir menys danys si cauen des d'una altura elevada que no pas si cauen des d'una altura menys elevada. Si és el cas que cauen des d'un segon o tercer pis d'un edifici, els gats noten l'acceleració i adopten una postura encongida i amb les potes estirades, amb la qual cosa aconseguen reduir i esmorteir l'efecte de l'impacte amb el terra. Però, per altra banda, si el gat cau des d'un primer pis, no té temps d'adoptar la posició que hem definit i, per tant, les conseqüències són més greus. A més a més, al contrari del que puguem pensar, com major sigui l'altura inicial de caiguda, seran menors els efectes de l'impacte amb el terra. Això és degut a la posició que adopten els gats quant noten la velocitat límit, que consisteix en relaxar el cos i, per tant, augmentar la superfície exposada a la força de fricció de l'aire. Amb aquesta postura, els gats aconseguen reduir la velocitat límit i així poden reduir els danys amb l'impacte amb el terra.

Després de l'anterior explicació sobre la velocitat límit, ens queda explicar de què depèn o com es calcula la força de fricció de l'aire. Aquestes forces de fregament depenen bàsicament de la velocitat (que pot arribar a variar molt i haver-hi casos especials, per la qual cosa poden ser tractats analíticament). A velocitats baixes per les partícules petites, trobem que aproximadament la resistència de l'aire és proporcional a la velocitat segons la següent fórmula:

$$f_{\text{fricció}} = -kv^2$$

on k és una constant per definir l'efecte de la força de fricció, i és la que utilitzarem en el programa *Interactive Physics* per definir aquesta força no conservativa.

Quan es parla d'objectes amb mida i velocitat més grans, la resistència de l'aire és aproximadament proporcional al quadrat de la velocitat:

$$f_{\text{fricció}} = -\frac{1}{2}C\rho Av^2 \quad -\frac{1}{2}C\rho A = k$$

on la ρ representa la densitat de l'aire, la A l'àrea transversal que es veu exposada a la resistència de l'aire i, finalment, la C representa un coeficient de resistència aerodinàmica numèrica.

La força de fricció és un concepte molt ampli i difícil de definir a causa de la seva complexitat i varietat, però, centrant-nos en la caiguda lliure d'un cos, podrem observar molt clarament en les demostracions de l'*Interactive Physics* com aquesta força aerodinàmica de l'aire s'oposa a la força gravitacional de l'objecte i que aquesta és proporcional a la seva velocitat.

Un altre aspecte molt important que cal esmentar és que, en aquest cas, sí que influeix la massa en la caiguda d'un cos en un medi amb fregament, ja que la fricció de l'aire, així com la sustentació de l'objecte, es veu limitada per la massa de l'objecte. Si la massa de l'objecte és excessivament gran comparada amb la força de fricció de l'aire llavors, no es produirà aquell equilibri de forces entre la fricció de l'aire i la força gravitacional i, en conseqüència, l'acceleració no es reduirà a 0 i la velocitat no serà constant. Així doncs, podrem destacar que la densitat d'un objecte sí que importa en l'equilibri de forces, ja que, lògicament, no es tardarà el mateix temps a assolir l'equilibri de forces entre un cos de densitat "x" i un cos de densitat per exemple, "2x", és a dir, entre un objecte amb el doble de densitat. Aquest és un tema que tractaré més àmpliament en l'apartat 4.3.2.3.

4. DEMOSTRACIONS DE LA CAIGUDA LLIURE AMB *L'INTERACTIVE PHYSICS*

A continuació, mitjançant el programa informàtic *Interactive Physics*, realitzaré diverses demostracions sobre les principals qüestions de la caiguda lliure que experimenten els cossos que es planteja aquest treball, amb la finalitat d'arribar a establir conclusions.

4.1. TREBALL SENSE FREGAMENT

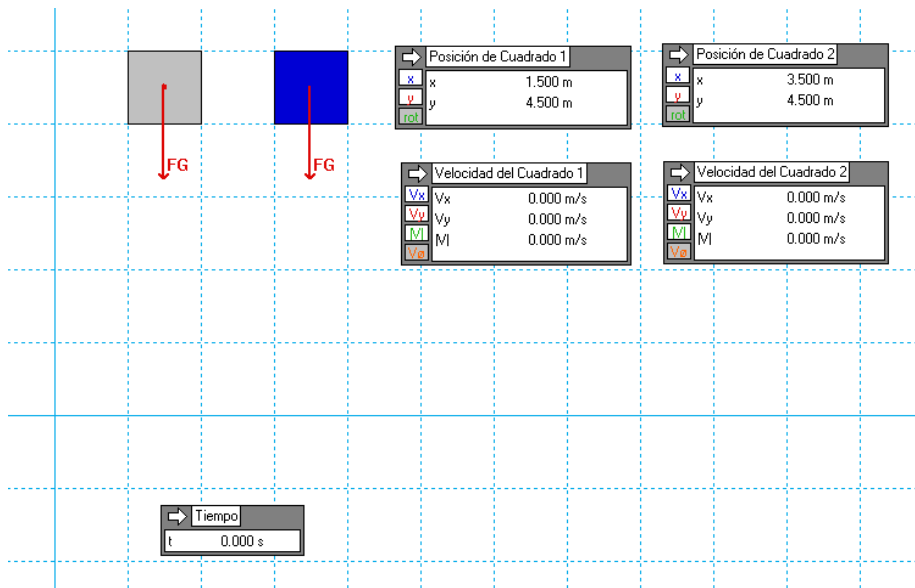
Realitzaré les mateixes demostracions que en l'apartat anterior, però, en aquest, treballaré en un medi amb fregament.

4.1.1. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA, MATEIXA FORMA I MATEIXA VELOCITAT INICIALS

La finalitat principal d'aquesta demostració és establir si dos cossos iguals (parlant de forma i massa, no pas de mida) llançats a una mateixa velocitat inicial (que en aquest cas és igual a 0), tarden el mateix temps a arribar al terra. Evidentment, aquest seria un cas ideal, ja que treballem en un ambient sense fregament amb l'aire i, a més, la situació s'analitza com es faria en el buit⁸.

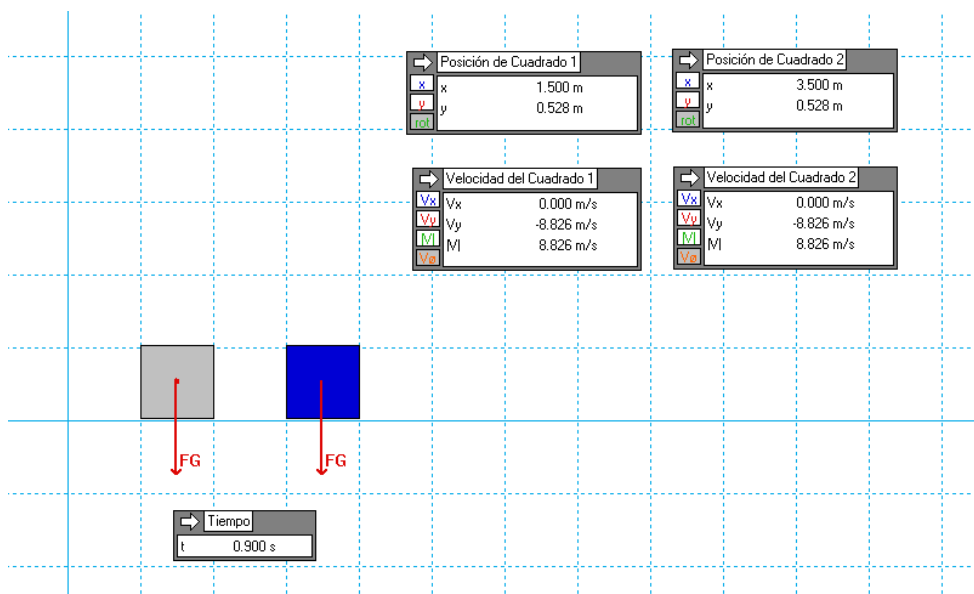
En les condicions inicials, els dos cossos de massa 1 kg tenen la mateixa posició "y", que és igual a 4,5 metres d'altura i la mateixa velocitat inicial, que és 0 (és a dir, els deixem caure).

⁸ Espai amb l'absència total de matèria, on l'acceleració de la gravetat és l'única força que intervé en una caiguda lliure de cossos.



Il·lustració 4

Després d'haver deixat anar els dos cossos i transcorreguts $0,9$ segons, observem que els dos cossos arriben amb la mateixa velocitat al terra.



Il·lustració 5

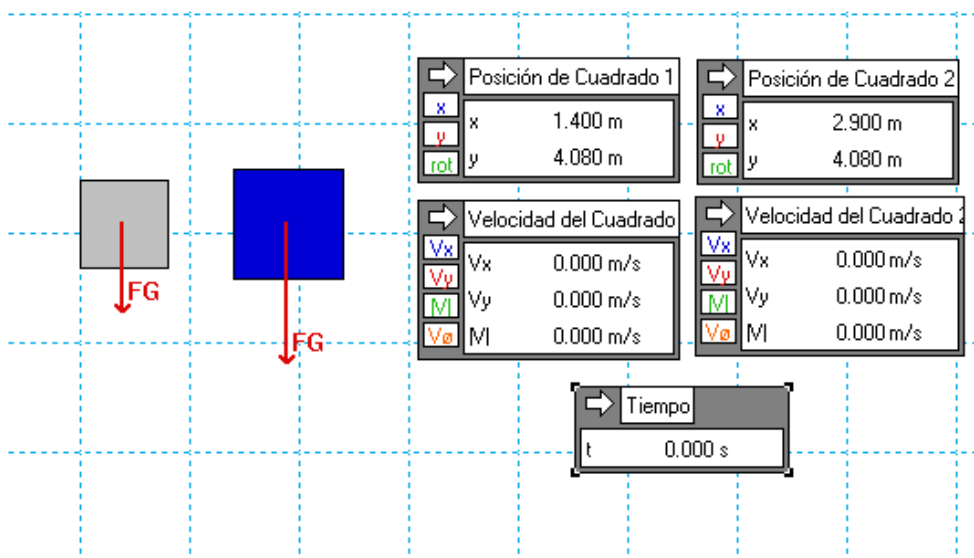
Per tant, com a condicions finals, podríem establir que els dos cossos comparteixen la mateixa velocitat final, que és igual a $-8,82$ m/s⁹ i la mateixa posició "y", que és igual a

⁹ En aquest cas expressem el valor de la velocitat final amb signe negatiu, ja que els cossos cauen en direcció negativa de l'eix de les ordenades o eix "y".

0 metres. D'aquesta manera, podem arribar a la conclusió que dos cossos de la mateixa forma i de mateixa massa cauran a la mateixa velocitat i tindran la mateixa posició en qualsevol moment en una situació sense fregament i on els dos cossos tenen la mateixa velocitat inicial.

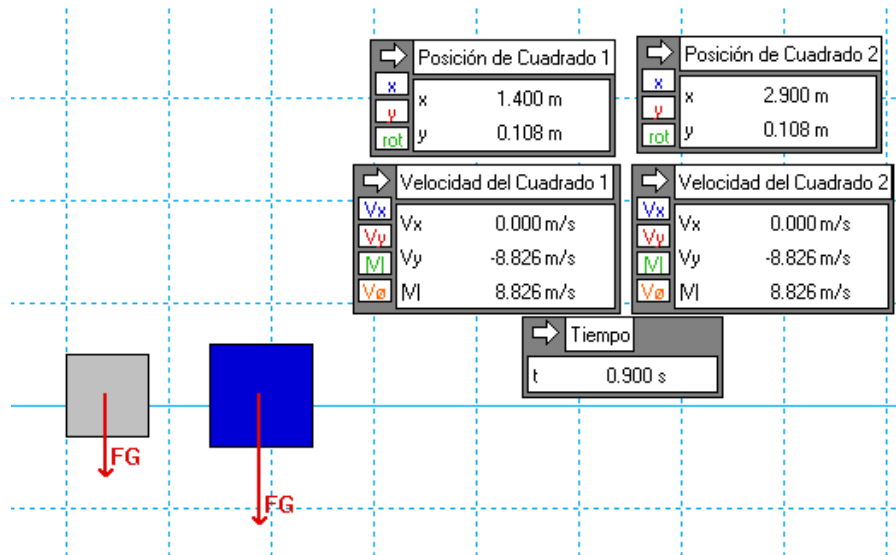
4.1.2. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT MASSA I MATEIXA FORMA

El cos número 1 (el gris) té una massa de 0,64 kg i el cos número 2 (el blau) té una massa d'1kg. Si els deixem anar al mateix temps obtenim:



Il·lustració 6

Passats 0,9 segons, els objectes assoleixen el terra en el mateix instant i amb la mateixa velocitat final.

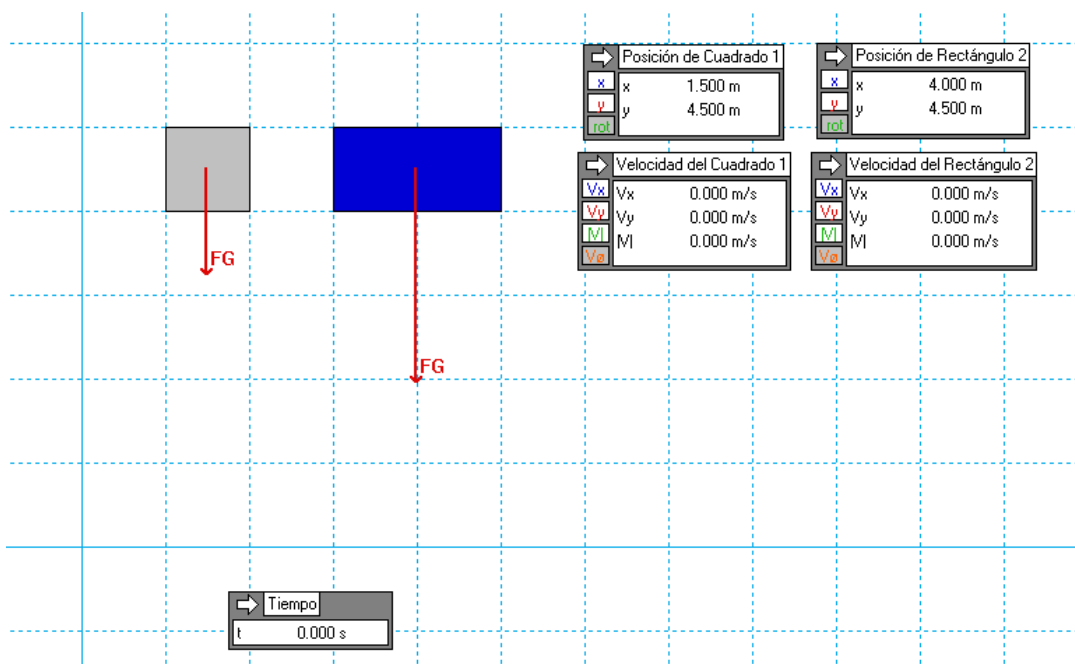


Il·lustració 7

Així doncs, dos cossos de diferent massa i mateixa forma arriben al mateix temps al terra en un medi sense fregament. Això és degut al fet que l'única força que hi intervé és la gravitacional, que no depèn de la massa.

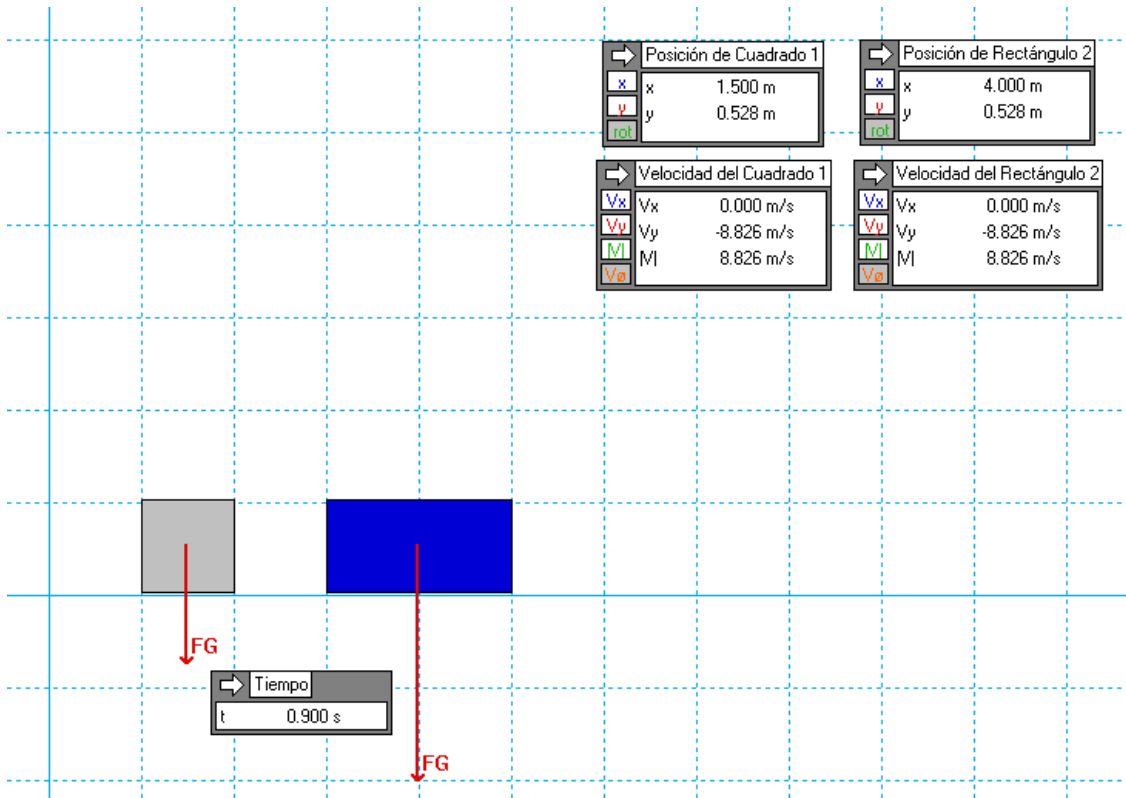
4.1.3. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT MASSA, DIFERENT FORMA I MATEIXA VELOCITAT INICIAL

El cos número 1 té una massa d'1kg i el cos 2 té una massa de 2 kg i les condicions inicials que s'especifiquen a continuació:



Il·lustració 8

Un cop hem llençat els dos cossos al mateix instant, podem observar que, transcorreguts 0'9 segons, els dos cossos hauran arribat a la mateixa posició "y", que serà igual a 0 metres i, a més, tindran la mateixa velocitat final, que serà igual a -8'82 m/s.



Il·lustració 9

4.1.4. CONCLUSIONES DE L'APARTAT SENSE FREGAMENT

A partir de la demostració 1, de la 2 i la 3, podem observar i arribar a la conclusió que, en la caiguda lliure, no es té en compte la massa dels cossos, ja que, com hem pogut veure en les demostracions, és una magnitud que no influeix en la caiguda lliure. A més, si observem les fórmules generals del m.r.u.a, a primera vista, ens fixem que no apareix el signe m de la massa i, per tant, no influirà en la caiguda dels cossos.

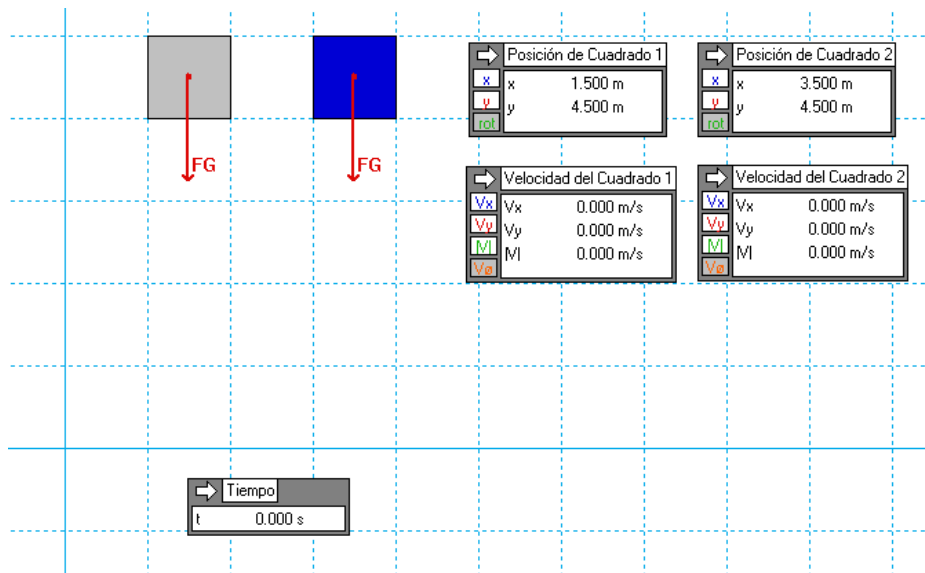
Un altre aspecte que val la pena valorar és que, si treballem sense la influència del fregament amb l'aire, ni la forma, ni la massa, ni la mida del cos no influeixen en la seva caiguda lliure en el medi esmentat, ja que es treballa amb unes característiques iguals o semblants a les del buit, on cap força apart de l'acceleració de la gravetat intervé en els cossos.

4.2. TREBALL AMB FREGAMENT

En aquest apartat em dedicaré a reproduir demostracions amb el mateix programa informàtic que he esmentat en l'apartat anterior, per tal de realitzar les mateixes condicions, però adaptades en un medi amb fregament, la qual cosa ens situa en un medi més real i no tant ideal com en l'apartat anterior. Així doncs, aquestes demostracions podrien representar el medi de l'atmosfera terrestre on es disposa d'un fluid que exerceix fregament, l'aire. Tot i això, hi ha molts altres factors que, en aquestes demostracions, no es tenen en compte, com per exemple serien la pressió, els diferents vents laterals segons la capa de l'atmosfera en què es troba el cos, la densitat del fluid (que és l'aire)...

4.2.1. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA I MATEIXA FORMA

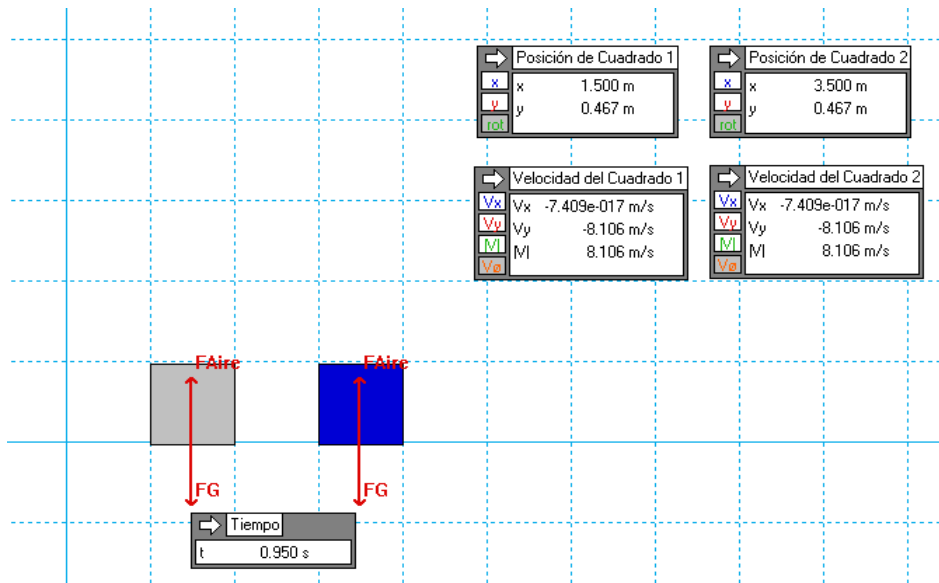
En aquest apartat demostraré com dos cossos de massa igual a 1kg i velocitat inicial igual a 0 m/s arriben a terra al mateix instant i amb la mateixa velocitat en un medi amb la força aerodinàmica de l'aire. Les condicions inicials són:



Il·lustració 10

Al cap de 0'95s, els dos cossos arriben al terra (en realitat arriben a l'altura de 0'467 metres, que és la màxima aproximació a l'altura 0 que permet el programa; en aquest cas, aquesta aproximació la prenem com si fos el terra) amb la mateixa velocitat i

posició “y”. No només tindran aquestes mateixes característiques en el temps 0’95 segons, sinó que també en qualsevol altre moment.



Il·lustració 11

4.2.2. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA FORMA I DIFERENT MASSA

A continuació realitzaré una demostració molt significativa, si comparem l'experiència amb fricció amb la realitzada en l'apartat 4.1.2, que és igual però sense fricció.

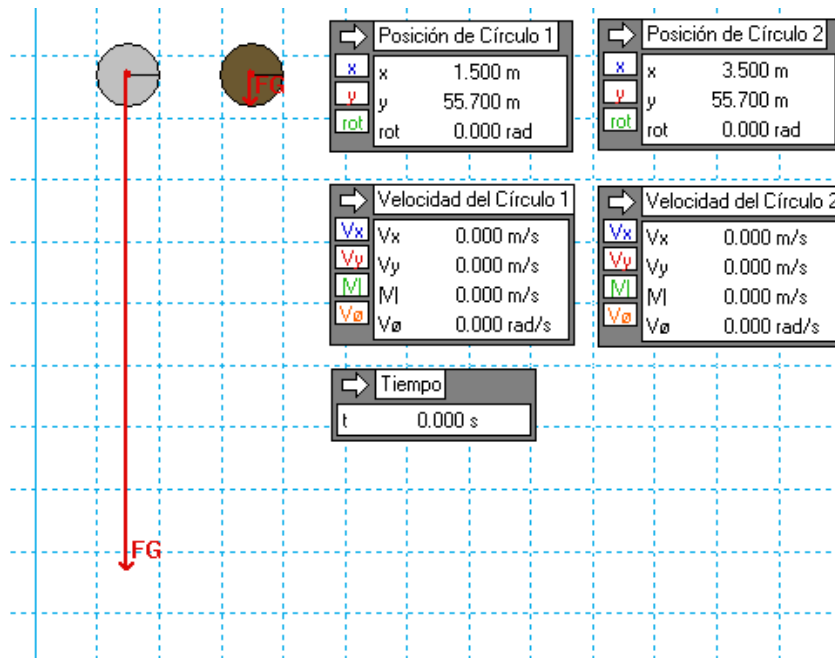
Concretament, intentaré representar el mateix experiment que va realitzar Galileu Galilei quan va llençar des de la Torre de Pisa diverses boles, unes de fusta i unes altres de plom, per tal de demostrar que Aristòtil s'equivocava en afirmar que la massa era proporcional a la velocitat de caiguda d'un cos.

En aquest cas utilitzaré uns cossos que representaran les boles de fusta i de plom que va llençar Galileu Galilei i, a més a més, des de l'altura en la qual les va llençar: des del pis de dalt de la Torre de Pisa, de 55,7 metres d'altura. Tot i això, en la demostració utilitzaré boles de fusta i boles d'acer, en comptes de les de plom, ja que el programa no ho permet (he escollit l'acer per representar millor una bola feta d'una material amb molta més densitat comparada amb la bola de fusta).

Les condicions inicials són:

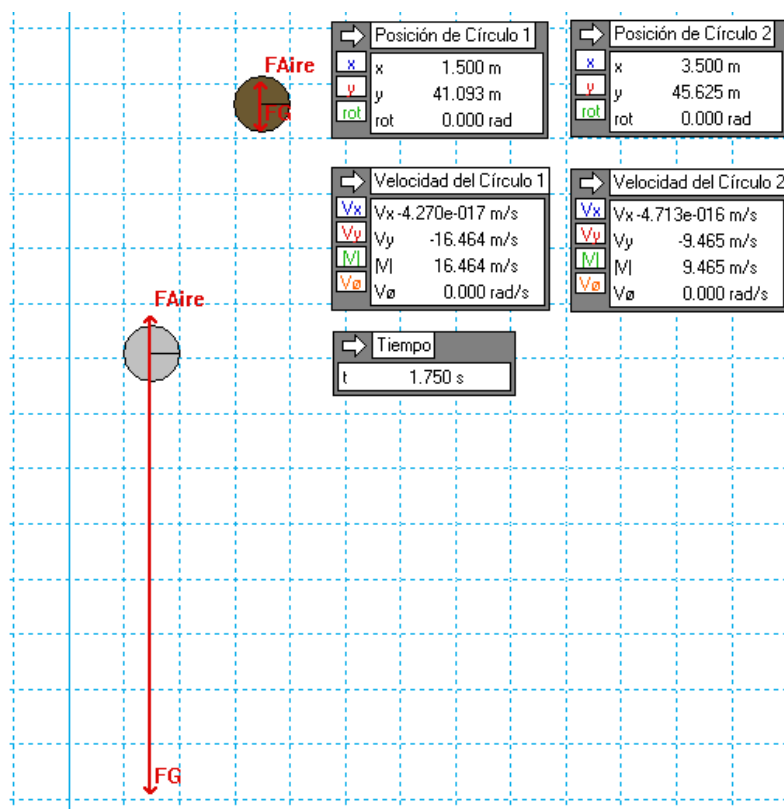
COS 1 (acer): 6'28 kg

COS 2 (fusta): 0,39 kg



Il·lustració 12

Passats 1,75 segons tenim:



Il·lustració 13

Tal com podem observar, al cap de 1,75 segons, el cos 1 porta una gran avantatge respecte al cos 2, concretament de 4,53 metres de diferència (no he posat la imatge en la qual el primer cos assoleix el terra ja que és tan gran la diferència d'altura entre els dos cossos, que només podríem veure un cos). Aquesta gran variació és deguda a la força pes del cos 1, que és massa gran comparada amb la fricció de l'aire, per la qual cosa no es produeix un equilibri de forces (no des d'aquesta altura). En canvi, en el cos 2 podem observar com l'acceleració va disminuint a mesura que passa el temps (si analitzem la velocitat que adopta en cada posició, veiem que l'increment és cada vegada més petit) i això és degut al fet que es va produint un equilibri entre la força pes i la força de fricció de l'aire. Tot i així, no es pot observar, com en el cos 2, que l'acceleració sigui igual a 0 i que la velocitat es mantingui constant, ja que el cos 2 no s'ha llençat des de prou altura. Mitjançant l'*Interactive Physics* i utilitzant l'altura negativa de l'eix "y", podem arribar a la conclusió que serien necessaris 13,75 segons i 159,7 metres d'altura per llençar el cos perquè es produís un equilibri de forces, i així arribés a la velocitat límit de 12,84 m/s (aproximadament). Per demostrar-ho, he iniciat la caiguda del cos del programa fins que he pogut observar com la velocitat del cos anava creixent cada vegada menys, fins que arriba un moment que ja no augmenta. En aquest moment, he parat la simulació i he anotat la velocitat i l'altura.

Així doncs, de la mateixa manera que jo he obtingut aquesta diferència de 25,7 metres, Galileu Galilei la va obtenir també durant la seva demostració a la Torre de Pisa i, en aquell moment, es desconeixia per complet quina n'era aquesta causa.

4.2.3. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA I DIFERENT FORMA

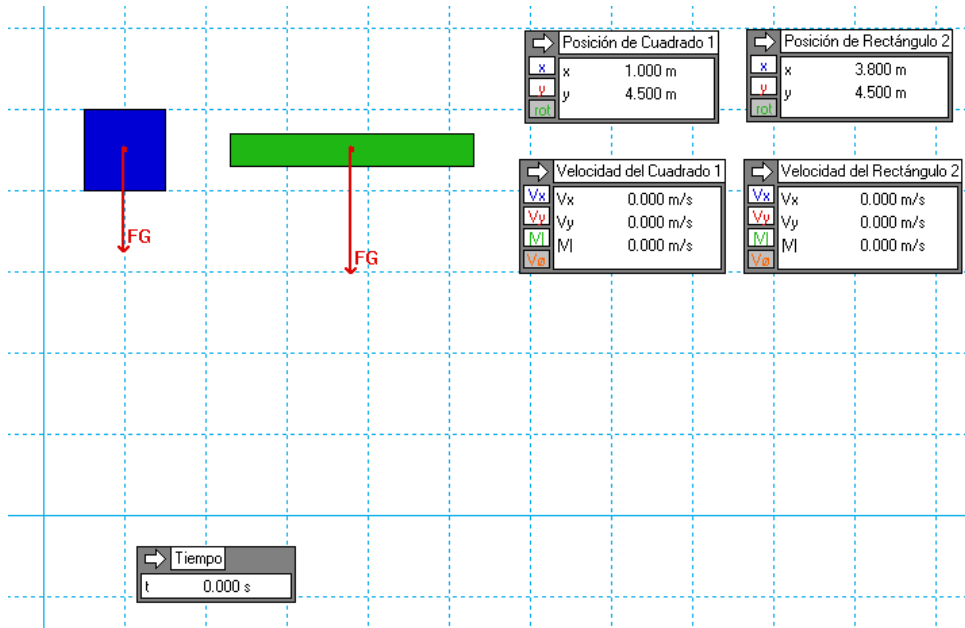
En aquest apartat voldré demostrar com sí que influeix la forma d'un cos en una caiguda lliure, on hi intervé la força de fricció de l'aire.

Aquí ja podem diferenciar amb més claredat els cossos, a causa de les seves variacions més significatives, que són la massa, la forma i en conseqüència la mida i, per tant, la superfície del cos exposada a la força de fricció de l'aire.

COS 1: Identificarem el cos 1 amb el nom de quadrat, ja que aquesta és la seva forma. Té una massa igual a 1kg amb una mida d'1x1 metres.

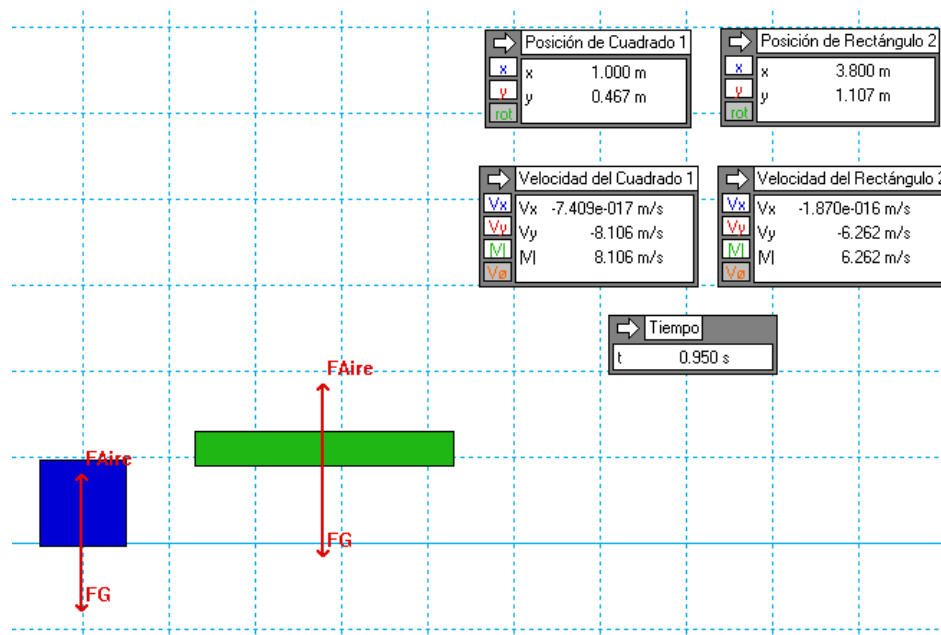
COS 2: Identificarem el cos 2 amb el nom de rectangle, ja que aquesta és la seva forma. Té una massa igual a 1 kg amb una mida de 3x0,4 metres.

Les condicions inicials són:



Il·lustració 14

Tot seguit podem observar clarament que les condicions finals dels cossos són diferents en la imatge que es mostra a continuació:



Il·lustració 15

Quan el quadrat hagi arribat a una posició de 0.467 metres d'altura en el temps 0.95 segons, podrem observar que el rectangle està més enlaire que el quadrat, i que la seva velocitat en l'eix "y" és més petita que la del quadrat. Encara que els cossos tinguessin una massa igual, el resultat seria el mateix, ja que, en un medi on hi ha una força de fricció amb l'aire, és té en compte la forma dels cossos i, com més superfície tingui un cos, més força de fricció amb l'aire hi haurà.

Per tant, en aquest cas, podem observar que, si llençéssim dues figures com les que hem utilitzat en la demostració, la que arribaria més ràpid al terra seria el quadrat, degut a la seva reduïda superfície.

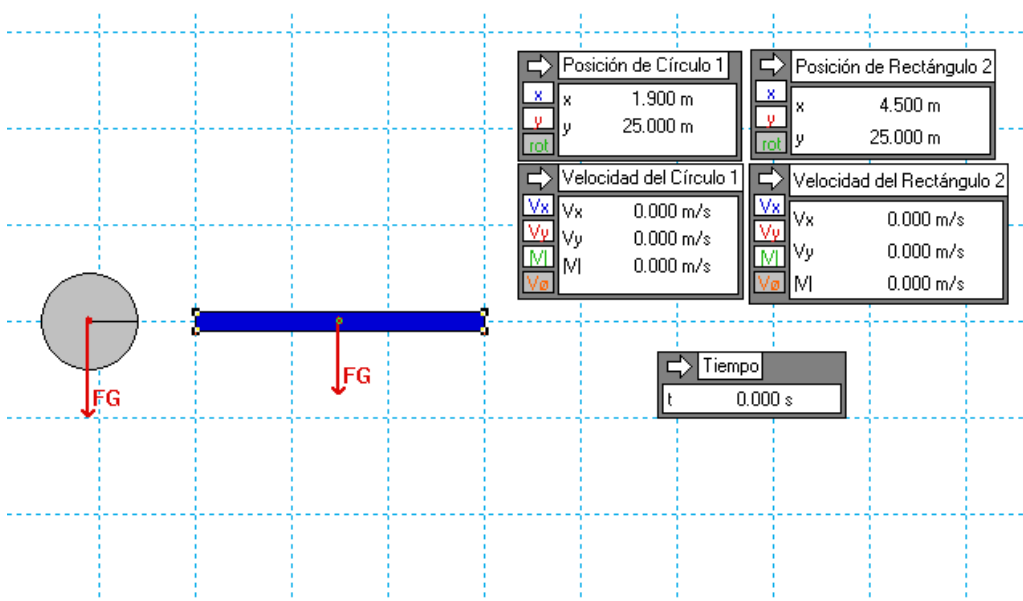
Com a conclusió d'aquesta pràctica, en podem extreure que dos cossos de mateixa massa són sotmesos a diferents forces de fricció segons la seva forma ja que, com més superfície exposada tingui el cos, més força de fricció hi haurà.

4.2.4. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT FORMA I DIFERENT MASSA

En aquesta demostració observaré les característiques finals que presenten els cossos per poder extreure'n conclusions.

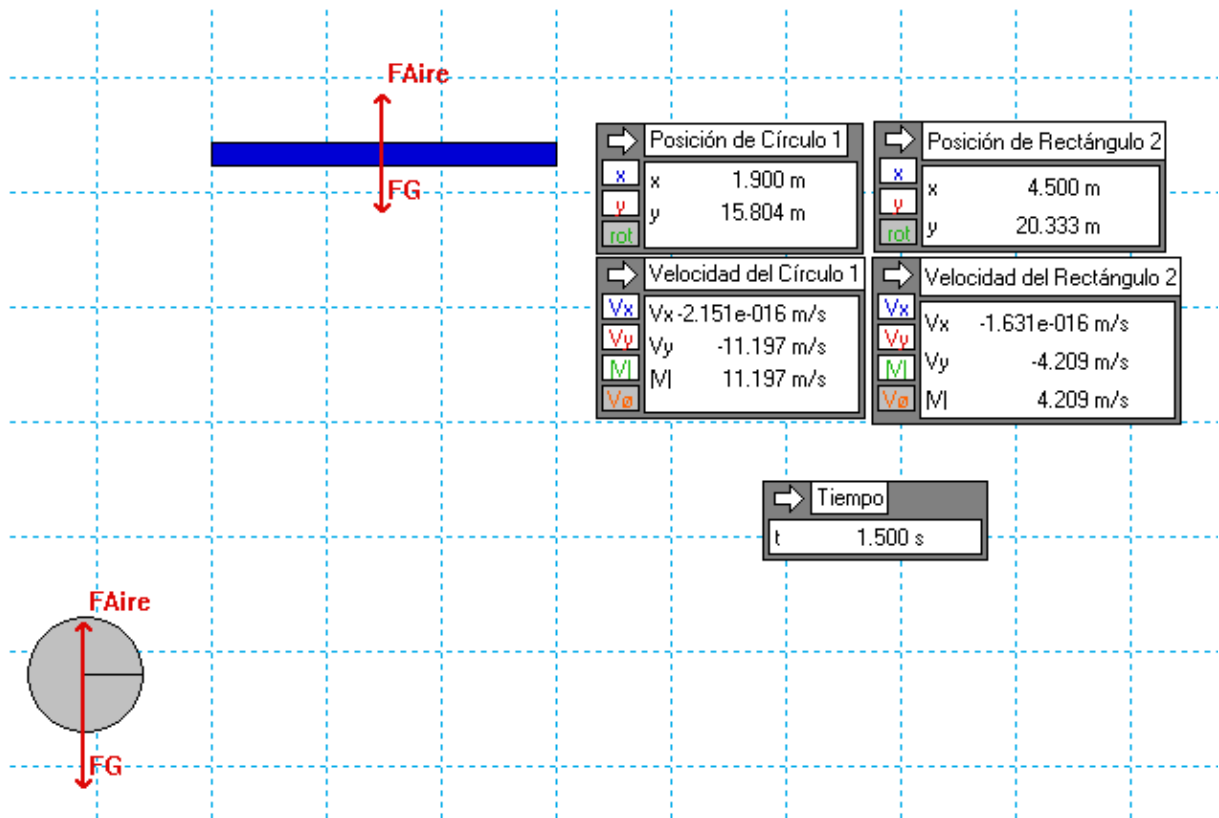
La massa del cercle 1 és de 0,785kg. i la del rectangle 2 és de 0,4 kg. La superfície del rectangle és de 3x0,2 metres.

Com a condicions inicials tenim:



Il·lustració

Al cap de 1,5s obtenim els següents resultats:



Il·lustració 17

Per tant, com a conclusions d'aquest apartat podem establir que, com s'ha comentat en altres apartats, la superfície exposada a la força de fricció de l'aire i, per tant, la seva densitat, són factors que intervenen en la caiguda lliure amb fregament. Així doncs, el cos 1 arriba més ràpid al terra ja que la seva massa és més gran que la del rectangle 2 i, a més, la seva superfície és molt més reduïda.

4.3. QÜESTIONS PRÀCTIQUES DE LA CAIGUDA LLIURE

Per tal d'ampliar el coneixement en la caiguda dels cossos, ens podem plantejar una sèrie de qüestions i buscar-ne la resposta mitjançant l'*Interactive Physics*. Algunes d'aquestes qüestions poden ésser:

4.3.1. VARIA MOLT EL TEMPS D'ARRIBADA AL TERRA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA I DIFERENT FORMA, SI ELS DEIXEM CAURE UN DIA EN QUÈ L'AIRE COM A FLUID ÉS MÉS DENS I UN DIA EN QUÈ NO HO ÉS TANT?

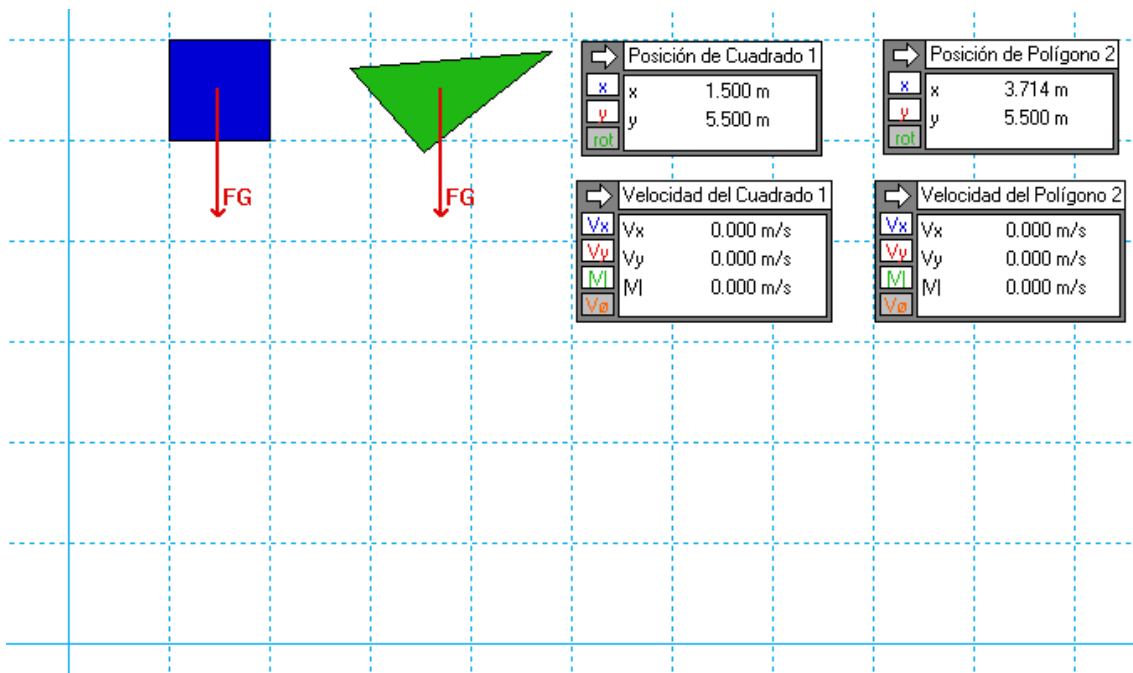
4.3.1.1. Situació 1: l'aire és poc dens

Les condicions inicials són:

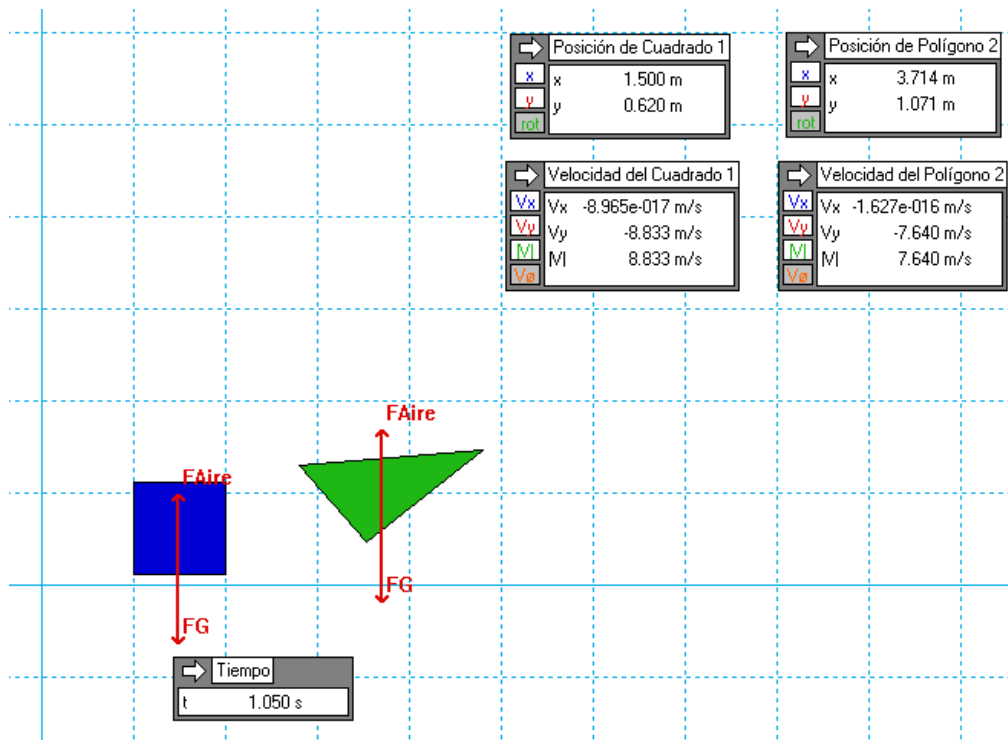
Cos 1 (quadrat): 1 kg.

Cos 2 (triangle): 1 kg.

Utilitzo una densitat de l'aire que implica una constant "k" (una constant que s'utilitza en l'*Interactive Physics*, com havia comentat anteriorment).



Quan ha passat 1'050 segons, obtenim:



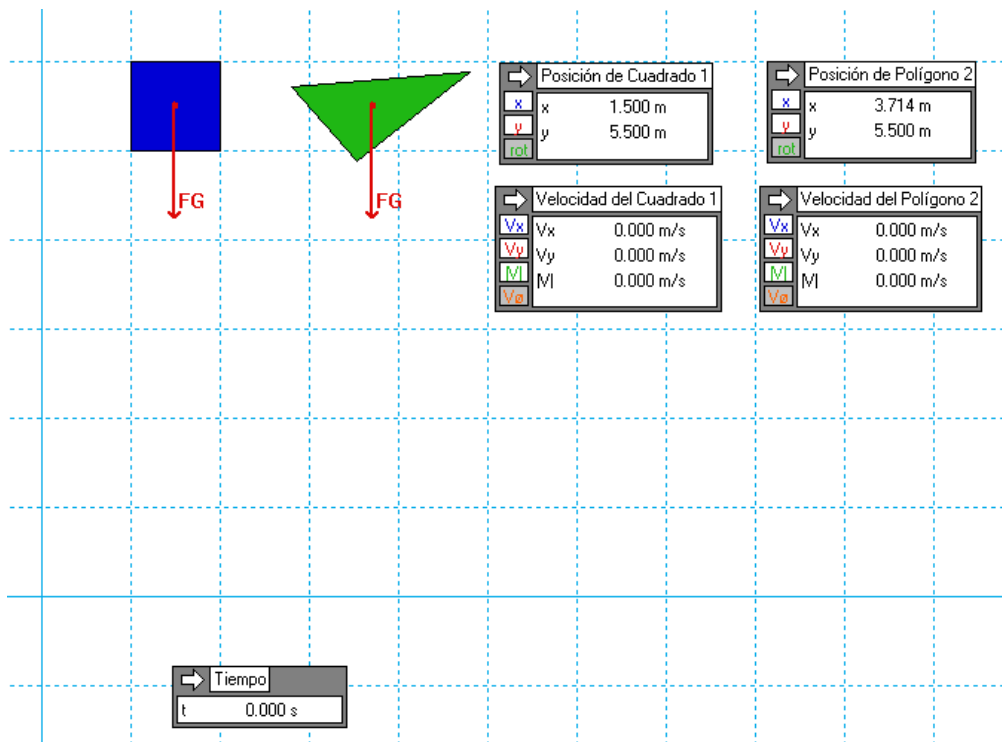
Il·lustració 19

Com era d'esperar, el triangle tardarà més temps a assolir el terra que el quadrat, ja que el cos en forma de triangle presenta més superfície exposada a la força de fricció de l'aire i, per tant, el seu efecte serà major i es reduirà més ràpidament la seva força gravitacional. En canvi, com podem observar, el quadrat arriba més ràpid, ja que l'efecte de la força de fricció de l'aire no és tan gran com en el triangle.

4.3.1.2 Situació 2: L'aire és més dens

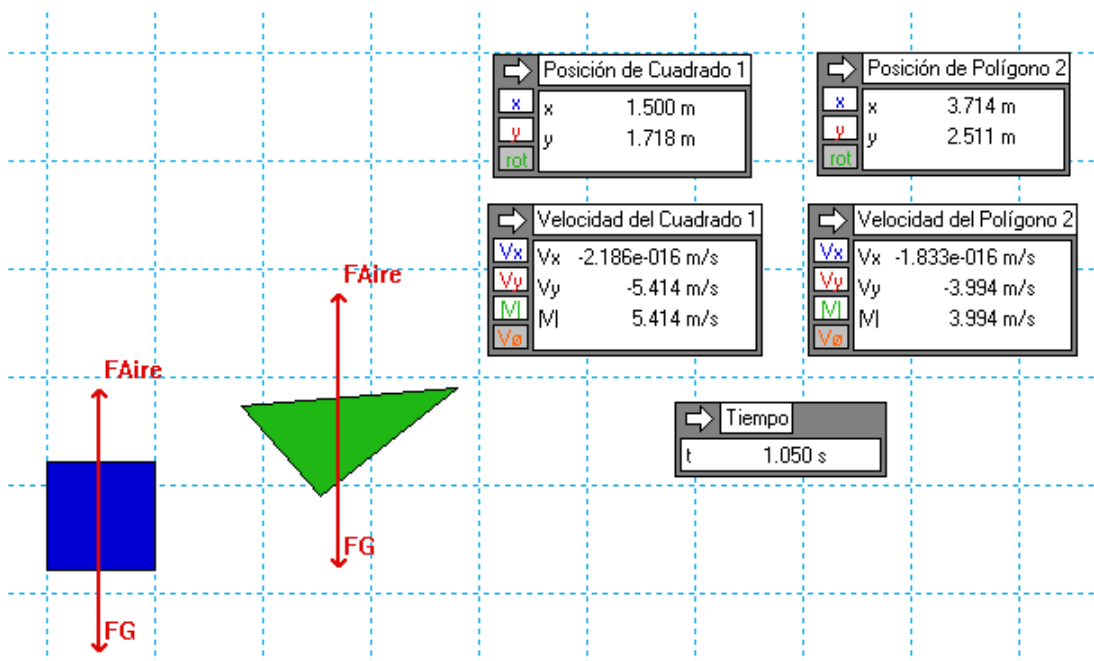
En aquesta situació treballarem amb els mateixos cossos de l'apartat anterior.

Les condicions inicials són:



Il·lustració 20

Transcorreguts 1,05 segons el quadrat arribar al terra amb una petita avantatge respecte del triangle.



Il·lustració 21

En aquesta experiència, la distància que hi ha entre el cos 1 i el cos 2 quan el primer arriba a terra és més gran que en l'experiència anterior.

4.3.1.3. Anàlisi dels resultats de les diferents situacions

Després de fer les dues demostracions, podem observar que en arribar el quadrat a terra, el triangle està més elevat respecte d'aquest en els dos casos, però el triangle està a molta més altura en la situació 2 (aire més dens), que en la situació 1 (aire menys dens). Això és degut a la variació que hi ha en la força de fricció, que és a causa de la densitat del fluid, l'aire. A més a més, en la situació 2 els cossos tarden més temps a arribar al terra respecte a la situació 1, també degut a la força de fricció de l'aire, que és més elevada.

4.3.2. VARIEN LES CONDICIONS FINALS SEGONS SI ELS COSSOS DE MATEIXA MASSA TENEN UN TAMANY O EN TENEN UN ALTRE?

Aquesta qüestió la resoldré i la demostraré en dos apartats diferents: treball en un medi sense fregament amb l'aire i treball en un medi amb fregament amb l'aire.

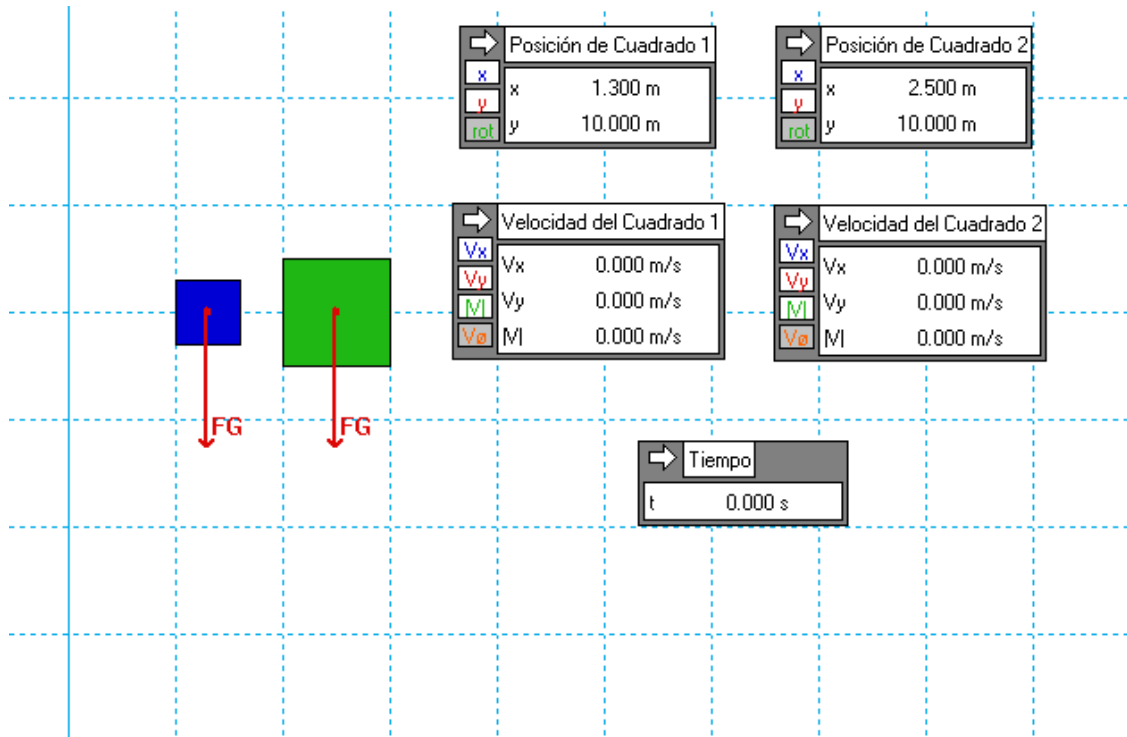
4.3.2.1. Treball en un medi sense fregament amb l'aire

Tot seguit comprovaré i demostraré si dos cossos de mateixa massa i forma però de diferent mida arriben a la mateixa velocitat al terra si els deixem anar amb la mateixa velocitat i des de la mateixa posició inicial, l'altura.

Primer definirem les característiques dels dos cossos:

COS 1: El cos 1 té forma de quadrat, una massa d'1 kg i una mida de 0,6x0,6 metres.

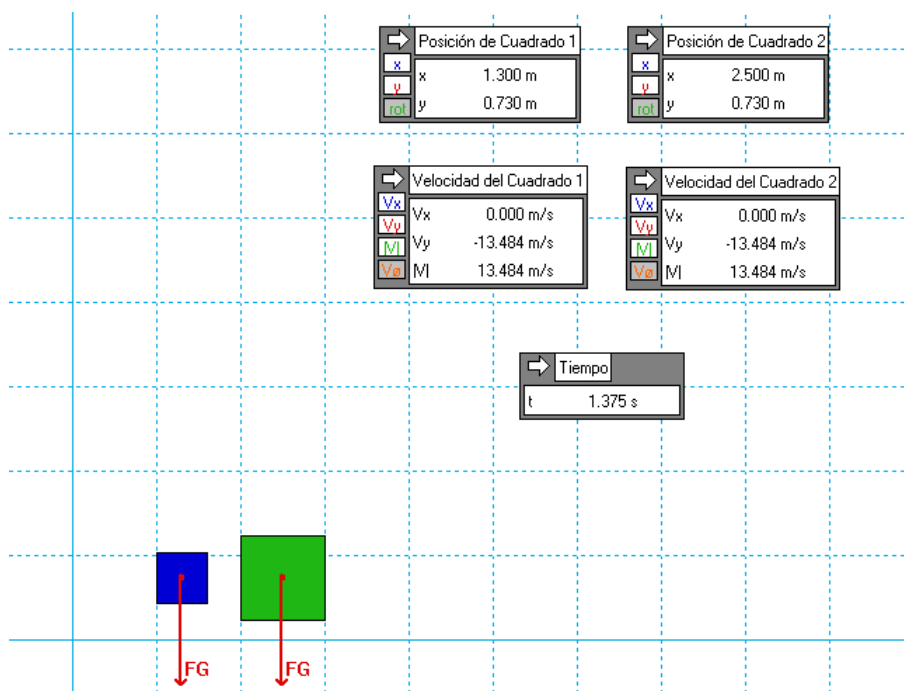
COS 2: El cos 2 té forma de quadrat, una massa igual a la del cos 1, 1 kg i una mida de 1x1 metres.



Il·lustració 22

Transcorreguts 1,38 segons, podem observar com els dos cossos tenen la mateixa velocitat i la mateixa posició.

Per tant, en podem extreure la conclusió que dos cossos diferents amb mateixa forma i massa, encara que tinguin una mida diferent (i per tant, una densitat diferent), cauran al mateix temps i no hi haurà canvis significatius en un medi de treball sense fricció amb l'aire.



Il·lustració 23

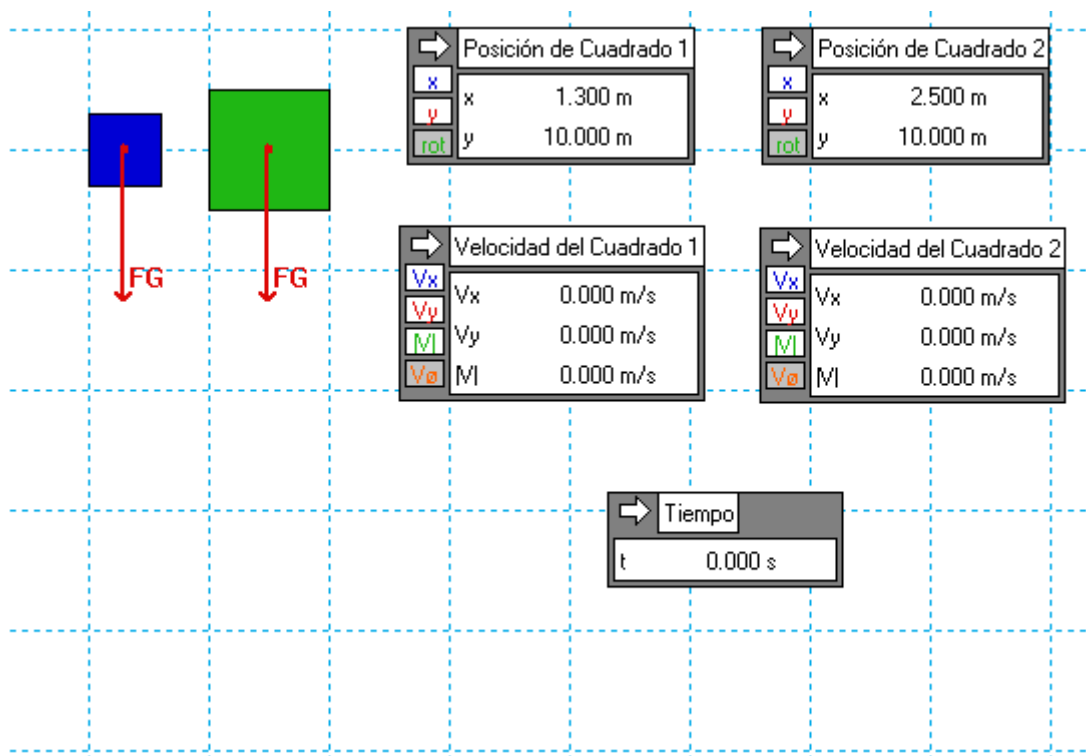
4.3.2.2. Treball en un medi amb fregament amb l'aire

En aquest apartat, treballaré amb els mateixos cossos que en l'apartat anterior i en les condicions inicials, a excepció de la força de fricció a de l'aire, que, a diferència de l'apartat anterior, que era nul·la, aquí treballaré amb una força de fricció de l'aire regular¹⁰.

Des d'una altura de 10 metres, llencem al mateix temps dos cossos:

COS 1: El cos 1 té forma de quadrat, una massa d'1 kg i una mida de 0,6x0,6 metres.

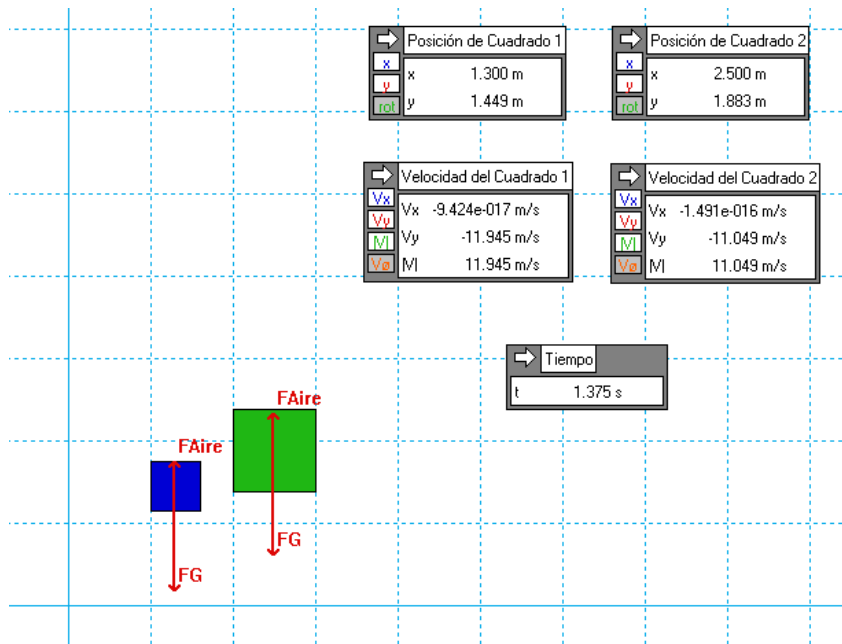
COS 2: El cos 2 té forma de quadrat, una massa igual a la del cos 1, 1 kg i una mida de 1x1 metres.



Il·lustració 24

¹⁰ Fricció de l'aire regular: Mot que utilitza el programa informàtic *Interactive Physics* per diferenciar les diferents constants "k", que per defecte, com a fricció de l'aire regular, el programa incorpora per a "k" el valor de kg/m·s.

Al cap d'1,38 segons aproximadament, podem observar com els cossos arriben a terra, i podem comprovar com el cos 1 porta un petit avantatge respecte del cos. A més a més, podem diferenciar la velocitat del cos 1, que és igual a $-11,95$ m/s de la velocitat del cos 2, que és igual a $-11,05$ m/s.



Il·lustració 25

4.3.2.3 Anàlisi dels resultats

En l'apartat sense fricció, podem arribar a la conclusió que la mida no condiciona el temps d'arribada a terra, ni tampoc la seva velocitat final (si és sense fricció tindran la mateixa velocitat). Per altra banda, podem observar canvis representatius si treballem amb la força de fricció de l'aire. El petit canvi de velocitat i posició que hem pogut observar en les condicions inicials ens porta a la conclusió que la densitat sí que influeix en la caiguda dels cossos (podem arribar a pensar que és la mida que condiciona la diferència, però, en realitat, és la densitat, ja que els dos cossos tenen la mateixa massa però repartida en una superfície diferent), donat que la força-pes del cos pot oposar més resistència contra la fricció de l'aire i, per tant, pot arribar a aconseguir que tardi més a produir-se un equilibri entre aquestes dues forces. Un altre factor que podem trobar és que, en el cos 2, la força de fricció de l'aire és més significativa respecte del cos 1, ja que té més superfície per actuar i, per tant, aquesta causa és la responsable de la diferència de posició i velocitat entre els dos cossos. La força de fricció és proporcional a la secció transversal, la superfície.

5. PRÀCTIQUES MANUALS

En el següent apartat realitzaré unes demostracions que consisteixen a llençar diferents objectes de determinades característiques, per tal de poder verificar i completar el treball realitzat en l'apartat 4.

Per fer les demostracions he utilitzat el següent material: determinats objectes que s'adeqüin a cada pràctica, una balança electrònica per mesurar la massa de cada cos i un cinta mètrica per mesurar l'altura des de la qual he deixat anar els cossos.

Evidentment, els resultats obtinguts seran comparats amb l'apartat 4.2, treball amb fregament, ja que hi ha fregament, si deixo anar cossos a l'aire lliure. Una observació que cal aportar és que he llençat tots els cossos en un dia que no fa gaire vent i, per tant, s'acostaria més a l'opció de "fricció de l'aire regular" del programa informàtic *Interactive Physics*.

5.1. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA FORMA I DIFERENT MASSA

Des d'una altura inicial de 4,08 m i des d'una velocitat inicial igual a 0, llençaré diversos cossos esfèrics:



Il·lustració 26



Il·lustració 27

El cos número 1 és de suro i pesa $1,4 \cdot 10^{-3}$ kg. Després d'obtenir diversos resultats del temps que tarda a assolir el terra, realitzo una mitjana aritmètica i obtinc que el temps és igual a 0,896s.

El cos número 2 és de suro i pesa $1,2 \cdot 10^{-3}$ kg. La mitjana del temps és 0,846s.

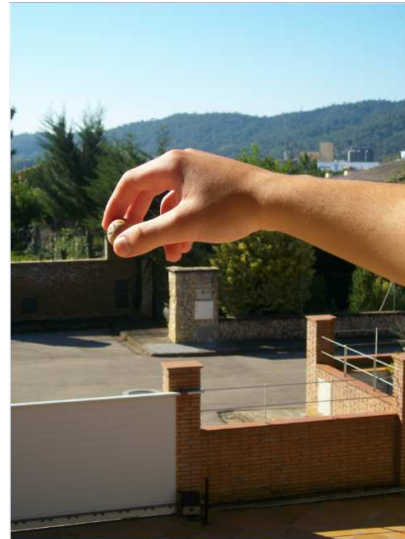
Com a conclusió de la caiguda del cos 1 i el cos 2, podem observar que el temps d'arribada al terra és molt semblant, a causa de la petita diferència que hi ha entre la massa d'un cos i de l'altre, i de la poca altura des de la qual els llencem. Tot i així, si observem l'apartat de l'*Interactive Physics* que tracta amb les mateixes condicions, observem que, si deixem anar dos cossos de mateixa forma i diferent massa, arribaran en un instant diferent al terra i amb una velocitat diferent. I tal com he comentat anteriorment, no podem observar aquesta diferència a causa de les masses i altures tan petites amb les quals treballo.

5.2. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE MATEIXA MASSA I FORMA

Els dos cossos tenen una massa igual a $1,2 \cdot 10^{-3}$. Les condicions inicials són les mateixes que en l'apartat anterior:



Il·lustració 28



Il·lustració 29

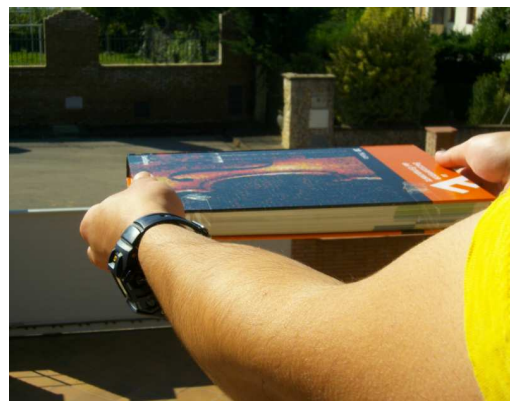
El cos número 1 ha donat una mitjana del temps igual a 0,915s, i el número 2 una mitjana del temps igual 0,918s. Si comparem aquests dos cossos i els dos resultats del temps, observem que cauen al mateix temps si eliminem la petita diferència que és causada per l'error humà, que és molt més elevat a causa de la poca altura des de la qual s'ha realitzat l'experiment. Per tant, com també es confirma en les pràctiques realitzades per l'*Interactiva Physics*, dos cossos de mateixa massa i forma cauen al mateix temps i a la mateixa velocitat en un medi amb fregament. Cal remarcar que tots dos tenen la mateixa densitat.

5.3. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT FORMA I MATEIXA MASSA

En aquest apartat, llençaré el cos 1, que és una ampolla d'aigua amb una massa igual a 1,175 kg i un llibre amb la mateixa massa i amb una superfície que es veurà exposada a la força de fricció. La superfície del llibre és: $0,275 \times 0,2$ m. El llibre té les tapes lligades amb cinta adhesiva per evitar que s'obri durant la caiguda i faci variar la seva superfície exposada a la força de fricció de l'aire. Un aspecte important és que llençaré l'ampolla agafada per la meitat de la seva llargària, és a dir, on seria el seu centre de massa. Les condicions inicials són:



Il·lustració 30



Il·lustració 31

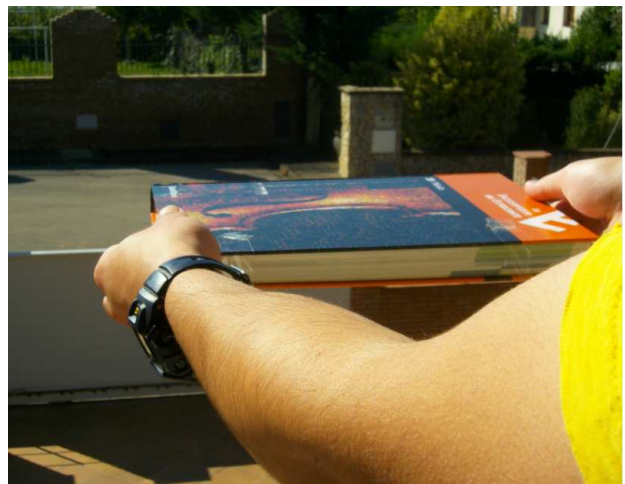
Després de realitzar diversos experiments he obtingut una mitjana del temps de l'ampolla igual a 0,784s i una mitjana de temps de 0,826s del llibre. Si tenim en compte, com en els altres apartats anteriors, l'error humà i comparem aquesta experiència amb la realitzada amb l'*Interactive Physics* en l'apartat 4.2.3, arribem a la conclusió que dos cossos de mateixa massa, que són sotmesos a diferents forces de fricció (segons la seva forma), tardaran un temps diferent a assolir el terra i ho faran amb una velocitat final diferent.

5.4. CAIGUDA DE DOS COSSOS DE DIFERENT FORMA I DIFERENT MASSA

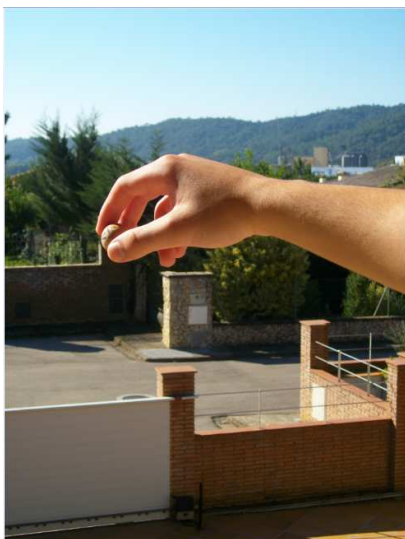
En aquest apartat llençaré una bola de suro amb una massa equivalent a $1,4 \cdot 10^{-3}$ kg i un llibre amb les mateixes característiques del de l'apartat anterior: 1,175kg. i $0,275 \times 0,2$ m. de superfície. Com a condicions inicials tenim les que s'observen en les següents fotografies:



Il·lustració 32



Il·lustració 33



Il·lustració 34

El llibre presenta una mitjana de temps per assolir el terra equivalent a 0,766s i la bola de 0,928s. Si ho comparem amb la demostració realitzada per l'*Interactive Physics* en l'apartat 4.2.4, obtenim que un cos amb una superfície més petita i amb una massa més gran arriba més ràpidament a terra que un cos de superfície més gran i massa més petita. En aquesta pràctica, el llibre ha arribat abans que la bola, ja que la seva relació entre la massa i la superfície és més petita que en la de la bola, que presenta una superfície mínima i també una massa mínima. Si analitzem els valors de cada massa, ens podem adonar que, encara que l'altura fos molt més alta, el llibre arribaria més aviat al terra, tot i tenir una superfície més gran. Això és degut al fet que la bola de suro, proporcionalment es veuria afectada per una força de fricció resultant molt més elevada que la del llibre. La força resultant del llibre no és tan gran a causa de la seva elevada densitat.

6. EL PARACAIGUDISME

Entenem el paracaigudisme com la caiguda lliure que es realitza en saltar des d'una aeronau o des d'una plataforma. S'utilitza com a esport, com a mètode de transport o com a simple acte recreatiu. S'ha convertit en una gran afició per a certes persones, fins al punt que va sorgir l'Skysurfing en la pràctica del paracaigudisme, que consisteix a realitzar grans exhibicions aèries durant el descens. El paracaigudisme és una activitat sorgida després de la Segona Guerra Mundial. El salt amb paracaigudes es realitza des d'una altura de 1000 a 1500 metres (tot i que pot ser superior) i el paracaigudes s'obre a una altura de 400 metres, ja que, si es treu més tard, hi ha el perill que no es desplegui bé o que es malmeti.

6.1. EL PARACAIGUDISME EN UNA ATMOSFERA UNIFORME

En la caiguda lliure, trobem dues fases diferents que cal diferenciar. Una és abans d'obrir el paracaigudes, en la qual el paracaigudista experimenta només la força del seu propi pes i la força de fregament. La segona fase correspon a la caiguda després que el paracaigudista hagi obert el paracaigudes i, en aquesta fase, en el paracaigudista tractat com a cos, podem distingir-hi la força pes, l'impuls de l'aire (tot i que es considera negligible, ja que la densitat de l'aire és molt menor comparada amb la del cos) i una força de fregament, que és proporcional al quadrat de la seva velocitat. La constant proporcional és "k", un terme també utilitzat en el programa informàtic d'*Interactive Physics*. Aquest valor de "k" dependrà dels valors que tinguin la densitat del fluid, que en aquest cas serà l'aire; l'àrea de la secció transversal que està exposada en l'aire (en el cas del paracaigudisme, quan s'obri el paracaigudes serà l'àrea del paracaigudes) i també dependrà del valor d¹¹, que serà diferent segons quina sigui la forma de l'objecte. És en aquest moment quan es produeix bruscament un descens de velocitat i, a més, es van igualant les forces fins a aconseguir la velocitat límit, que és una velocitat constant.

¹¹ Valor que s'assigna a un cos segons quina sigui la seva forma. Exemple: a un cos en forma de disc circular, se li assigna el valor 1,2, a una esfera 0,4 i a un avió se li aplica un valor de "d" igual a 0,06.

6.2. EL PARACAIGUDISME EN UNA ATMOSFERA NO UNIFORME

En aquest cas, un salt en paracaigudes presenta uns aspectes més complexos, ja que tenim més elements que condicionen la caiguda lliure, com ara el vent (l'impuls de l'aire) i la pressió segons l'altitud, entre d'altres coses.

En l'àmbit més pràctic, es pot observar que sorgeixen altres problemes en un salt segons l'altura des de la qual es realitzi i la presència o l'absència d'oxigen. Si es salta des d'una altura molt elevada, serà necessària la presència d'un equip més pesat i complex, ja que s'haurà de portar oxigen per respirar i, degut a aquest pes de més, és necessari, evidentment, més experiència per realitzar salts des d'una altura molt més elevada.

6.3. LA VELOCITAT LÍMIT

Com a definició general, podem establir que la velocitat límit és aquella velocitat constant que s'experimenta quan s'aconsegueix un equilibri de forces entre la força de la gravetat i la força de fricció.



Il·lustració 35

Quan cau un cos en caiguda lliure en una atmosfera, va accelerant a causa de la força de la gravetat que exerceix la Terra. Tot i això, podem observar que, cada vegada, l'acceleració total produïda per aquesta força de gravetat és menor, ja que, a mesura que va augmentant la velocitat de caiguda d'aquest cos, augmenta també la força de fregament de l'aire. Quan el cos assoleix un equilibri de forces entre la força de la

gravetat que influeix sobre el cos i la resistència de l'aire, l'acceleració és igual a 0 i, per tant, la velocitat es manté constant.

Així doncs, la velocitat màxima o límit que podria assolir un ésser humà disposat horitzontalment i amb els braços i cames estirats és de 200 km/h o de 55 m/s.

En el cas del paracaigudisme, la velocitat límit és independent de la velocitat inicial del paracaigudista just en el moment d'obrir el seu paracaigudes.

$$v_l = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

$$k = \frac{rAd}{2}$$

on "A" és l'àrea del paracaigudes, "r" és la densitat de l'aire i la "d" que és el coeficient de la forma.

No obstant, podem observar diferències en la velocitat límit quan parlem d'una atmosfera uniforme i quan parlem d'una atmosfera no uniforme. Dins del paracaigudisme tractat en una atmosfera uniforme, trobem que la velocitat límit constant s'esdevindrà quan el paracaigudes redueixi la velocitat de caiguda i, per tant, la força de fregament de l'aire sigui igual a la força pes i d'aquesta manera l'acceleració serà 0.

El cas del paracaigudisme en una atmosfera no uniforme és més complex que l'altre, ja que, una vegada obert el paracaigudes, la velocitat anirà creixent fins a arribar a una velocitat màxima, que després anirà disminuint fins a arribar al terra.

6.4. QUÈ ÉS UN PARACAIGUDES I QUINS TIPUS HI HA?

Un paracaigudes és un aparell que permet reduir notablement la velocitat d'un cos dins l'atmosfera, especialment en un descens o una caiguda (i, per tant, s'oposa a l'acceleració de la gravetat). Sol estar fet normalment del material que presenti les condicions més òptimes per a realitzar aquesta activitat i, en aquest cas, parlem de seda natural o de niló. Aquest adopta una forma semblant a la d'una cúpula en desplegar-se. El paracaigudes és fixat a unes cordes de niló que, mitjançant cinyells i tirants, són

l·ligats a l'entorn de la persona que l'utilitza. La superfície del paracaigudes sol ésser de 50 m^2 i d'uns 8 kg de pes. Per assegurar-ne l'estabilitat, hi ha un forat a la part superior i al centre, anomenat "xemeneia" que estabilitza al paracaigudes en donar sortida a l'aire. Tot i així, el paracaigudes citat era el típic en forma de xampinyó però actualment s'ha anat fent millores fins a obtenir un paracaigudes en forma de matalàs inflable rectangular que presenta una millor capacitat de control i precisió en el vol.

En el paracaigudisme, és molt important el paracaigudes que s'utilitza, ja que no es pot agafar qualsevol: s'ha de seleccionar segons el pes de la persona que salta. En aquest cas, quan parlem de pes, ens referim al pes mateix de la persona més el pes que suma tot l'equip necessari per fer el salt, ja que, si, en proporció, la superfície de paracaigudes fos molt més gran que el nostre pes, hi hauria un gran perill en el salt. S'ha de tenir en compte que la força del vent comportaria perilloses turbulències. Per contra, si escollíssim un paracaigudes amb una proporció de la superfície del paracaigudes molt més petita que la del nostre pes, llavors no es podria aconseguir l'equilibri de forces entre el fregament de l'aire i el propi pes i arribaríem a terra amb una acceleració diferent a 0, la qual cosa pot comportar un impacte.

Deixant de banda les mides que han de tenir els paracaigudes, podem disposar-ne de diversos segons les nostres necessitats a l'hora de realitzar el salt. Per exemple: hi ha paracaigudes per portar dues persones, d'altres per fer aterratges extrems, per enganxar-se amb altres paracaigudistes durant el salt...

Tot i les anteriors explicacions, podem establir que es distingeixen quatre tipus diferents de paracaigudes segons la seva constitució: *el paracaigudes de vela plana*, que presenta una única obertura en la part superior i central del casquet anomenada "xemeneia"; *el paracaigudes d'esclotxes*, que presenta diverses esclotxes disposades transversalment en el casquet, la qual cosa permet fer maniobres mínimes durant el descens degut a l'escalonament de l'aire; *el paracaigudes de toveres*, que permet un bon control del moviment horitzontal, gràcies a la presència d'un complex sistema d'obertures, i, finalment, trobem *el paracaigudes d'ala*, que permet planejar més, gràcies a la seva vela rectangular basada en els principis aerodinàmics del planador.

6.5. DEMOSTRACIÓ DE PARACAIGUDISME AMB EL PROGRAMA *INTERACTIVE PHYSICS*

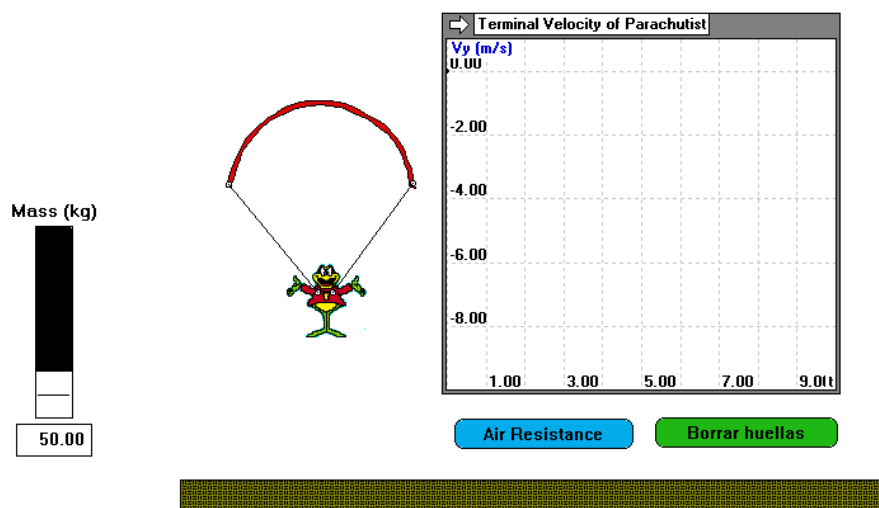
A continuació, mitjançant el programa informàtic *Interactive Physics*, demostraré com la velocitat terminal que s'aconsegueix en un salt en paracaigudes pot variar segons la massa del paracaigudista (i per tant, parlarem de la diferent proporció que hi ha entre la massa del paracaigudista amb tot l'equip i la superfície de paracaigudes exposada a la resistència de l'aire, tal com s'ha comentat en l'apartat 5.4). Un altre factor que també intervé és la força de fricció de l'aire.

6.5.1. DEMOSTRACIONS AMB FORÇA DE FREGAMENT REGULAR

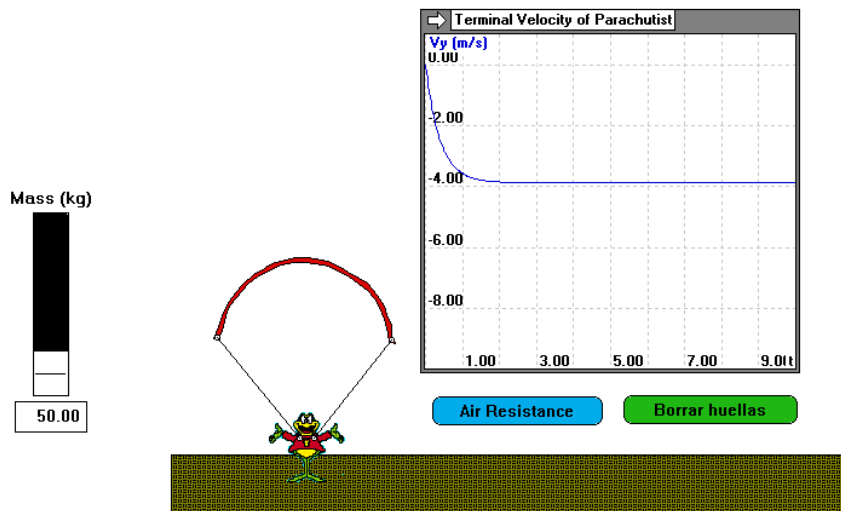
Dividiré la pràctica en dues demostracions:

6.5.1.1. Demostració 1

En la primera demostració, calcularé la velocitat terminal que experimenta un paracaigudista d'una massa total de 50 kg (incloent l'equip que porta).



Quan arriba a terra, tenim:



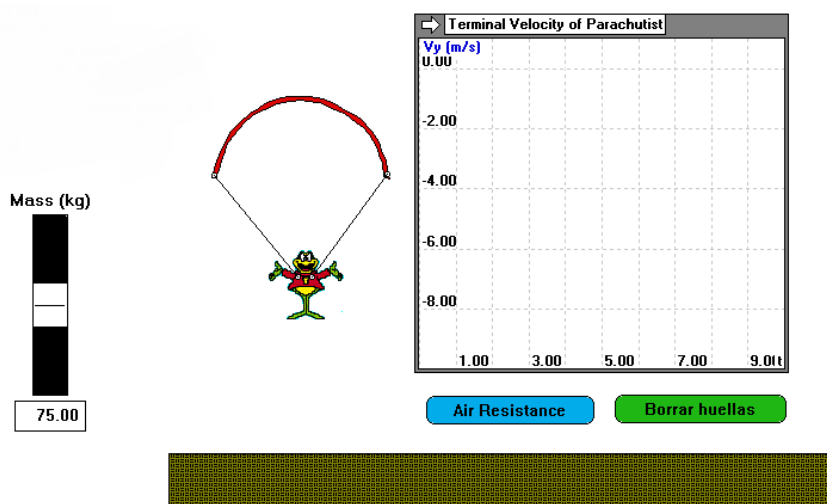
Il·lustració 37

Després de fer l'experiment, observem que el paracaigudista ha necessitat més temps per arribar al terra i, a més a més, la velocitat límit s'ha assolit més ràpidament, ja que en proporció, la força de fricció de l'aire actua més ràpidament en el paracaigudista que pesa 50 kg, que no pas en el que en pesa 75 kg. Per tant, podem establir amb claredat que aquí el paper que ha dut a terme la força de fricció de l'aire ha estat més significatiu.

En aquests experiments, es desconeix l'altura però podem observar perfectament la velocitat terminal que obtindrem en els resultats.

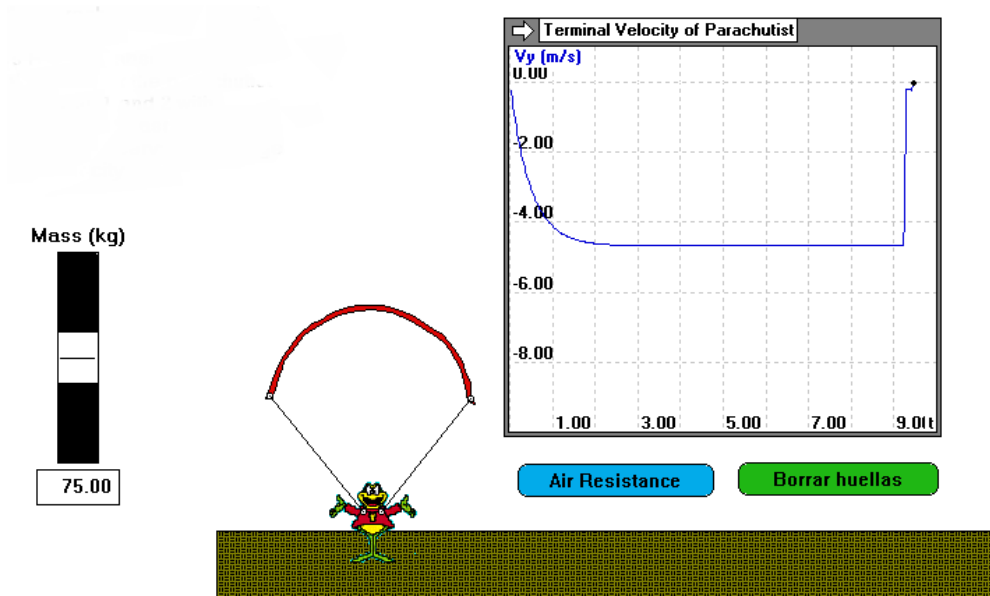
6.5.1.2. Demostració 2

En aquest apartat, realitzaré la mateixa demostració, però canviant les dades inicials que, en comptes de 75kg, aquesta vegada el paracaigudista tindrà un pes total de 50kg.



Il·lustració 38

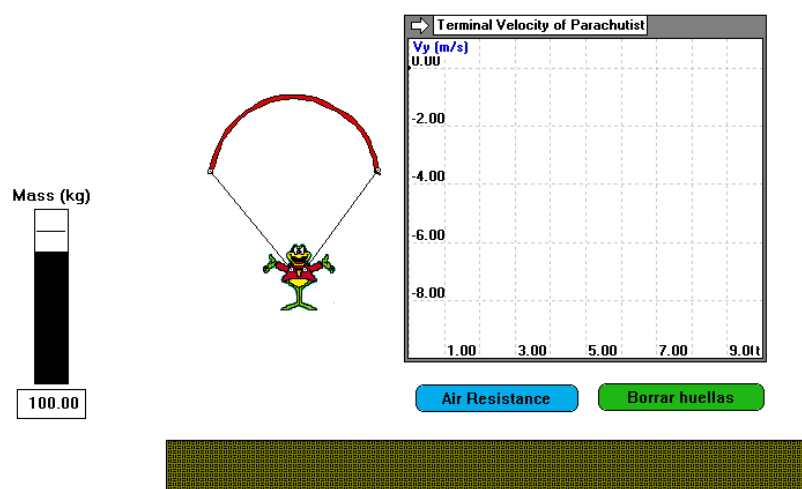
Transcorreguts 9s (utilitzant aquesta simulació no és possible mesurar-ne el temps amb exactitud), podem observar com el paracaigudista assoleix el terra amb una velocitat terminal d'uns $-4,6 \text{ m/s}$ i que s'obté una mica més tard de 2 segons.



Il·lustració 39

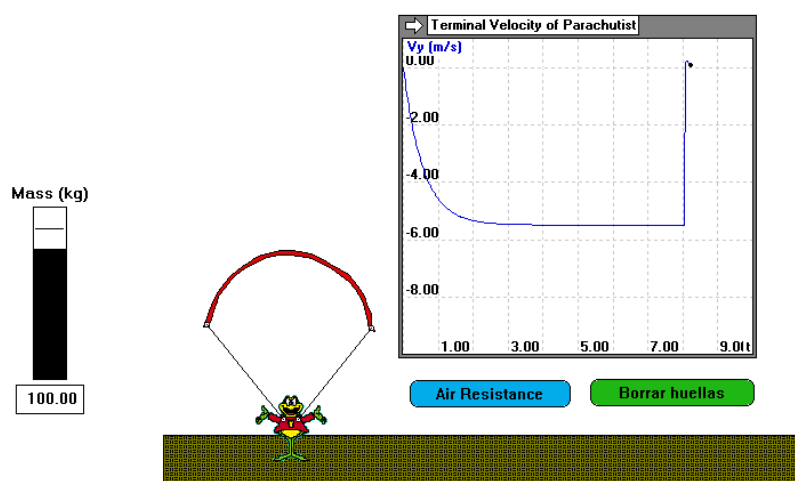
6.5.1.3. Demostració 3

En aquesta demostració, treballarem amb un paracaigudista de 100 kg



Il·lustració 40

Quan arriba a terra, tenim:



Il·lustració 41

En finalitzar la demostració número 3 distingim clarament que el paracaigudista tarda més temps a assolir la velocitat límit (com que en relació la massa del paracaigudista és molt elevada comparada amb la força de fricció de l'aire, es tarda més temps que en els apartats anteriors a produir-se l'equilibri de forces).

Així doncs, com a conclusions de l'experiment, podem dir que el temps que es tarda a assolir la velocitat límit depèn de la proporció que hi ha entre la massa del paracaigudista i la força de fricció de l'aire. En aquestes demostracions, he treballat amb una força de fricció que es considera "regular", però si hagués escollit la força de fricció elevada, hauria arribat a les mateixes conclusions si bé observaria unes petites diferències: es tardaria més temps a assolir la velocitat límit i a assolir el terra.

6.6. EL SALT

Els salts que es poden arribar a realitzar en el paracaigudisme, els podem agrupar i classificar en dos grups: els d'obertura automàtica i els d'obertura retardada. Tot i haver establert aquesta classificació, està clar que els salts es poden classificar tenint en compte altres conceptes, com, per exemple, des d'on es realitza, com ara el salt convencional (salt des d'una aeronau) o el salt B.A.S.E.¹², que es realitza des d'una plataforma fixa. El salt base és considerat el salt més extrem d'entre els esports extrems.

¹² B.A.S.E.: Acrònim que al·ludeix quatre categories d'objectes fixes des dels quals es pot saltar en paracaigudes. Les sigles signifiquen: *Building*- Edifici, *Antenna*-Antena (com poden ser xemeneies o torres elèctriques), *Span*- pont, *Earth*- terra (que seria un precipici o una formació natural).

6.6.1. SALT D'OBERTURA AUTOMÀTICA

El salt d'obertura automàtica és aquell en el qual un individu salta des d'un avió enganxat en una cinta a qualsevol part de l'avió i, en llançar-se, el paracaigudes és obert per la cinta sense que l'individu que realitzi el salt hagi d'intervenir en l'accionament del paracaigudes.

Segons el manual de paracaigudisme, es poden distingir cinc fases en aquest tipus de salt.

La fase 1 comprèn el salt i la caiguda lliure en l'espai fins que es tensen els cordons de suspensió (ja que són els que s'han lligat a l'avió i seran els que accionaran el paracaigudes).

La fase 2 comprèn des de la sortida dels cordons de la suspensió fins que es trenca l'últim precinte, el que uneix la vela del paracaigudista a la bossa.

La fase 3 comprèn des de la ruptura de l'últim precinte fins al moment en què el paracaigudes s'estabilitza i adopta la forma definitiva per a realitzar el descens.

La fase 4 comprèn des que s'estabilitza el paracaigudes fins al moment abans d'arribar a terra.

L'última fase, la número 5, s'obté quan s'arriba a terra.

6.6.2. SALT D'OBERTURA "RETARDADA"

S'anomena salt d'obertura retardada aquell en el qual l'individu cau en l'espai durant cert temps abans d'obrir el paracaigudes. En aquest cas, l'obertura del paracaigudes no és automàtica, sinó que és de tipus mecànic, elèctric, baromètric... tot i que, en la majoria dels casos, és el paracaigudista el que acciona el paracaigudes mitjançant l'anella.

6.6.3. ASPECTES PRÀCTICS DEL SALT

Quan es salta de l'avió, és convenient fer-ho sempre en la direcció de vol, col·locant-se al costat de la porta en posició encongida per no tocar amb el cap costat de la porta. El paracaigudista mantindrà aquesta posició fins a rebre l'ordre de saltar i, quan la rebi, mitjançant un gran impuls, saltarà de costat apartant-se al màxim de l'avió. En el

moment de saltar de l'avió, el paracaigudista estarà influenciat per dues forces diferents: una d'horitzontal, equivalent a la velocitat de l'avió en el moment de saltar i una altra de vertical, la força de la gravetat, que l'impulsa a caure cap a terra.

Segons el manual de paracaigudisme¹³, s'han d'adoptar 5 posicions diferents en el salt d'obertura retardada:

La primera posició s'anomena "banana" i, tan aviat com el paracaigudista abandona l'avió, ha de creuar els braços sobre el pit, portant la mà dreta sobre l'anella de l'obertura i mantenint el contacte amb ella. El cap ha d'estar inclinat enrere, las cames juntes, estirades i pressionades l'una amb l'altra. Aquesta és la posició ideal, perquè permet establir ràpidament al paracaigudista però, en augmentar ràpidament la velocitat (l'augment de velocitat és ràpid ja que la superfície exposada a la força de fregament és mínima), es perd estabilitat.

La segona posició s'anomena "cames separades", on las mans es mouen ràpidament cap a davant per creuar-les sobre el pit; la mà dreta queda sobre l'anella d'obertura i els colzes cap a fora. El cap ha d'estar flexionat enrere, la columna vertebral arquejada i les cames estirades i separades. La segona fase és una posició de transició entre la posició "banana" i la posició en "X". La posició de la segona fase és bastant estable, la qual cosa es recomana per a principiants.

La tercera posició s'anomena posició "x" i s'utilitza en els salts de major número de segons de retard, perquè és molt estable: es manté el cos tens i arquejat al màxim, els braços i cames estirats el màxim possible i el cap aixecat. La velocitat de descens en aquesta posició és mínima. L'inconvenient que presenta és que es crea una zona de depressió que dificulta l'obertura del paracaigudes. Si es manté bé aquesta posició, el normal és caure a 45 m/s.

La quarta posició s'anomena "trident", ja que s'ha de mantenir el cos arquejat i les cames estirades i separades. Els braços han de formar una línia amb les espatlles i els avantbraços han de formar un angle recte. Aquesta posició s'adopta quan es porta en els canells el cronòmetre i l'altímetre.

¹³ Manual de paracaigudisme citat a la bibliografia.

La cinquena posició s'anomena "el salt de l'àngel" i s'ha de mantenir el cos arquejat al màxim, les cames estirades i apretades les unes amb les altres, els peus en extensió, els braços separats i estesos al nivell de la línia de les espatlles. El cap ha d'estar aixecat. Aquesta posició és estable fins més enllà del període d'acceleració. És recomanable d'adoptar, perquè a partir de ell, es pugui realitzar diferents figures acrobàtiques.

Com a conclusions de les posicions, podem dir que totes aquestes són sempre de cara a terra. Durant el temps de caiguda lliure, el paracaigudista ha de tenir com a prioritat màxima mantenir l'estabilitat. Mai s'ha d'accionar l'anella del paracaigudes mentre no es tingui una posició controlada. Sempre s'ha d'obrir el paracaigudes de cara a terra i està totalment prohibit obrir-lo d'esquenes al terra, ja que el mateix cos impedeix la penetració de l'aire per al desplegament del paracaigudes.

6.6.4. PER QUÈ ELS PARACAIGUDISTES, QUAN FAN DEMOSTRACIONS EN PLENA CAIGUDA, ES DISPOSEN EN POSICIÓ HORIZONTAL?

Els paracaigudistes, quan realitzen exhibicions en plena caiguda, es disposen horitzontalment perquè així aconseguen disminuir la velocitat límit (ja que augmenten la superfície exposada a la força de fricció de l'aire) i, d'aquesta manera, guanyen més estabilitat. Aquesta estabilitat és la que permet realitzar exhibicions coordinades amb altres paracaigudistes. L'Skydive és l'esport que es basa en la realització de grans peripècies i exhibicions aèries fruits d'un gran entrenament i preparació.

7. ENTREVISTA A UN PARACAIGUDISTA PROFESSIONAL

Per tal d'aprofundir en el treball, vaig realitzar una entrevista al senyor Santiago Corella del Centre de Paracaigudisme d'Empuriabrava (centre del qual parlaré a l'annex). Santiago Corella em va aclarir molts conceptes que em van permetre elaborar i redactar alguns aspectes del treball, com és el cas de la velocitat límit.

A grans trets, aquesta entrevista m'ha donat una perspectiva molt més pràctica que el treball que he realitzat, que és més teòric. En l'entrevista es parla sobre els diferents paracaigudes que es poden trobar, que se n'escull un o altre segons el salt que es vol realitzar, i també altres aspectes, com ara la l'altura des de la qual hom es pot llençar o l'altura mínima a què s'ha d'obrir el paracaigudes, així com els sistemes de seguretat que presenta.

També en l'entrevista s'han concretat les velocitats que es poden arribar a assolir en el salt, que són de fins a 280-300 km/h si no s'obre el paracaigudes. Un altre aspecte que es comenta és que el paracaigudes porta, des del moment d'obertura, velocitat constant. Tot i així, es poden fer maniobres per augmentar o disminuir lleugerament aquesta velocitat, com és el cas de la velocitat d'arribada a terra, que, segons les maniobres que es realitzin, permeten arribar a una velocitat més alta o més baixa.

Pel que fa els aspectes més pràctics, si s'obre el paracaigudes a una altura molt elevada, es tardarà més temps a assolir el terra, que no pas si s'obre des d'una altura inferior. En general, en obrir el paracaigudes no és nota un gran moviment brusc pel canvi de velocitat, com sembla evident que passaria.

Pel que fa a la velocitat que s'aconsegueix durant la caiguda lliure, els paracaigudes estan pensats per obrir-se en una posició plana estable, és a dir, a una velocitat de 180 i 200 km/h. Per tant, aquesta seria la velocitat màxima que es sol assolir en una salt amb

paracaigudes (tot i que hi ha casos en els quals s'ha arribat a assolir una velocitat de 300 km/h).

A nivell d'experiència personal, el senyor Corella ha comentat que el factor que dificulta més el salt amb paracaigudes és el vent, ja que et pot frenar o fer-te anar més ràpid del compte i, per això, és necessari tenir experiència i uns bons reflexos per saber reaccionar davant d'aquestes situacions.

8. CONCLUSIONS

Tal com pretenia demostrar en la present recerca, hi ha molts aspectes que condicionen la caiguda lliure, que és un concepte que, al principi, pot semblar molt senzill, però que presenta més complexitat de la suposada. En el cos del treball he diferenciat l'apartat de fricció, que seria considerat el que es dona en la realitat, i l'apartat sense fricció, que vindria a ser més ideal, ja que es treballa en el buit. En ser una recerca de tema científic, he volgut demostrar les meves pràctiques mitjançant el programa informàtic *Interactive Physics* i també amb pràctiques manuals, per tal d'acabar de verificar la informació. D'aquesta manera, he demostrat que la massa és un valor que no és directament proporcional a la velocitat de caiguda d'un cos. Per fer-ho, he realitzat una pràctica en dos medis diferents i, tant en l'apartat sense fricció com amb fricció, he demostrat que les úniques forces que intervenen són la força gravitacional i la força de fricció de l'aire (en l'apartat sense fricció només es treballa amb la força gravitacional, ja que no hi ha fricció).

Després de cada pràctica, he arribat a unes conclusions i, d'aquesta manera, he pogut observar que, segons les condicions dels objectes i segons les condicions de l'atmosfera en un medi amb fregament, els objectes cauen al cap d'un determinat temps i a una determinada velocitat final. També he investigat l'equilibri de forces que experimenta un cos en caiguda lliure amb fregament i he observat que, en conseqüència, el cos assoleix una velocitat constant anomenada velocitat terminal o límit. El temps que es tarda a assolir aquesta velocitat depèn d'una relació entre la massa del cos i la seva superfície, és a dir, importa la densitat. Després de definir la velocitat límit, l'he relacionat amb el paracaigudisme, que és el camp en el qual s'aplica tot el coneixement de caiguda lliure.

Tot i que, en un principi, el tema de la caiguda lliure podria semblar poc ampli, al llarg del treball he vist que era impossible englobar tota la complexitat de la caiguda lliure i el paracaigudisme, per la qual cosa, he intentat sintetitzar el que he considerat més important i el que estava dintre de les meves possibilitats.

Pel fet de ser un treball de caire científic, m'ha resultat molt còmode d'investigar gràcies al programa *Interactive Physics*, que m'ha ajudat a dur a terme aquestes investigacions mitjançant demostracions informàtiques. Així, he pogut arribar per mi mateix a les conclusions que altres persones havien arribat anteriorment.

Això no significa que durant la recerca del treball no se m'hagin presentat certes dificultats, com vindria a ser el moment de realitzar les pràctiques manuals, quan m'he trobat amb un problema molt comú, que és l'error humà, que fa del tot impossible mesurar magnituds amb total precisió.

9. FONTS D'INFORMACIÓ

9.1. BIBLIOGRAFIA

ECHEVERRIA, JOAQUÍN i altres. (1955). *Manual de paracaidismo*. Alcantarilla: Escuela Militar de Paracaidistas-Publicaciones.

GARCÍA, ALBERTO. (2007). *Descubrir los deportes aéreos*. Madrid: Centro de documentación y publicaciones de Aena.

GUISADO, MANUEL. (1967). *Preparacaidismo*. Madrid: Doncel.

LOZANO, MANUEL. (1949). *De Arquímedes a Einstein: Los diez experimentos más bellos de la física*. Barcelona: Arena abierta.

9.2. WEBGRAFIA

BIOGRAFIAS Y VIDAS. *Isaac Newton*. Recuperat el juny de 2011. Accessible a

<http://biografiasyvidas.com/monografia/newton/>.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y QUÍMICA DEL IES “Leonardo da Vinci”. *La caída libre. Estudio teórico y experimental*. Recuperat el juliol de 2011. Accessible a

http://intercentres.cult.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Caida_libre/caida-libre05.htm.

EDUCA PLUS. (2004). *La caiguda lliure*. Recuperat el juny de 2011. Accessible a

http://cefax.org/eso/Cinematica/4_2caidalibre.html.

ENCYCLOPEDIA ENCYDIA. *Velocitat límit*. Recuperat el juny de 2011. Accessible a

http://ca.encydia.com/es/Velocitat_1%C3%ADmit.

FEDERACIÓ AÈRIA CATALANA. *Paracaigudisme-definició*. Recuperat l'agost de 2011. Accessible a http://fac.cat/ca/especialitats/paracaigudisme/definicio_47.html.

FRANCO GARCÍA, ÁNGEL. (2011). *Dinámica de la partícula*. Recuperat l'agost de 2011. Accessible a

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/dinamica/fluidos/paracaidista/paracaidista1.xhtml.

FRANCO GARCÍA, ÁNGEL. (2004). *Física amb ordinador*. Recuperat el juliol de 2011. Accessible a <http://www.meet-physics.net/AFco-catala/dinamica/stokes/stokes.html>.

Fuerzas aerodinámicas. Recuperat l'agost de 2011. Accessible a

<http://joanjosep.tripod.com/aprender/Principios/fuerzas.htm>.

GALEON. *Grandes personajes de la física clásica*. Recuperat el juny de 2011.

Accessible a

<http://estetics.galeon.com/>.

GRUPO HEUREMA. *Caída libre con velocidad límite*. Recuperat l'agost de 2011.

Accessible a <http://heurema.com/DFQ3.htm>.

LUVENTICUS. ACADEMIA DE CIÉNCIAS.(2011). *Johannes Kepler*. Recuperat el juny de 2011. Accessible a <http://luventicus.org/articulos/03C001/kepler.html>.

MATA WIKI. (2007). *La gravetat i la caiguda lliure*. Recuperat el juny de 2011.

Accessible a http://wiki.matadejonc.cat/mediawiki/La_Gravetat_i_la_Caiguda_lliure_-_Hist%C3%B2ria.

Paracaidismo. Recuperat l'agost de 2011. Accessible a

<http://actvnatu.tripod.com/paraca.htm#%C2%B7%20Historia>.

VIQUIPÈDIA. (2011). *Caída libre*. Recuperat el juny de 2011. Accessible a

http://es.wikipedia.org/wiki/Ca%C3%ADda_libre.

VIQUIPÈDIA. (2011). *Isaac Newton*. Recuperat el juny de 2011. Accessible a

http://ca.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton.

VIQUIPÈDIA. (2011). *Ley de gravitación universal*. Recuperat el juliol de 2011.

Accessible a http://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_gravitaci%C3%B3n_universal.

ANNEXOS

ANNEX 1: ENTREVISTA A UN PARACAIGUDISTA PROFESSIONAL¹⁴

Nom del paracaigudista: Santi Corella

Nombre de salts: Més de 16.000

Quina és l'altura màxima per fer un salt en paracaigudes?

Esto depende del paracaidista y de los medios que dispongo. Eh... el salto más alto que se ha hecho aquí en España lo hemos hecho nosotros, todos los compañeros y yo, que estamos ahora, que es 35.000 pies, eso son unos 11.000 metros. Claro que al subir a estas alturas hace falta oxígeno.

Los saltos normales se hacen a 4000 metros. Se supone que ésta es la línea después de la cual se necesita oxígeno. Saltar con oxígeno lo complica mucho y además el peligro crece exponencialmente.

És cert que, al saltar de l'aeronau, va augmentant la velocitat fins que després aconseguix una velocitat constant, entenent que seria la velocitat màxima?

Efectivamente. Yo creo que se va acelerando unos doce segundos y al final de esos doce segundos, si tú mantienes la posición, tienes una velocidad constante. Digamos que es el momento en el que la resistencia del aire y la fuerza gravitacional se igualan.

Quina és l'altura mínima en la qual s'ha d'obrir el paracaigudes? Què passa si s'obre més tard?

Hay dos tipos de paracaídas: los paracaídas de... de skydiving, los de paracaidismo digamos, los tres canales, los de saltar en avión; también están los paracaídas de base. Los paracaídas de base... es un invento más reciente y... bueno, están pensados, están

¹⁴ L'entrevista està transcrita en el mateix idioma i amb les mateixes paraules que va pronunciar l'entrevistat.

concebidos para hacer saltos más bajos y... bueno dependiendo de cómo lo pliegas y de qué elementos le pones, se pueden hacer saltos de 65 metros.

Sí... en el paracaidismo esto está contemplado... que tengas una mal función que llamamos; eso quiere decir que tu paracaídas principal no funciona pues es el tiempo de liberarlo y de abrir el de reserva y todavía quedarte con mucha altura. La seguridad en el paracaidismo está llevada hasta el límite, entonces eeh...no puede resultar que te has quedado abierto muy abajo. El salto base por ejemplo sí, si te quedaras bajo... bueno si te quedaras bajo, sencillamente llegarías al suelo. O sea que, en un salto base, no tienes plan B, ni colchón de altura ni nada.

En el paracaidismo, si abres bajo no pasa nada, ya está contemplado que te puedas despistar, que te puedas equivocar y que, y que... bueno, y que se abra con seguridad de cualquier manera.

O sigui que aquell paracaigudes de reserva que va amb el baròmetre és el que s'obre al límit no, diguéssim?

Sí, bueno, va con el sistema éste que lo abre, pero es un paracaídas manual también, tú lo abres. Esto es solamente un sistema de seguridad extra, es decir, ésto solo funcionaría si has llegado a la altura mínima de... de apertura que nosotros consideramos que son 750 pies, como unos 250 metros. Los 150 metros de velocidad terminal tienes 2 segundos para el impacto. Esto se dispara en este momento, si a partir de esta altura tú no has abierto el paracaídas, aunque lo intentes abrir no tendrá tiempo de desplegarse. Por tanto, este sistema está puesto en esa altura, es decir tú el paracaídas lo operas, lo abres eeh tu mismo, manualmente, el de reserva también y solamente en extremo si todo esto ha fallado, esto funcionaría.

Ah, seria un altre de més?

Sí, sería otro sistema de seguridad.

Quan obre el paracaigudes, es va reduint constantment la velocitat fins a arribar al terra o hi ha un punt que s'assoleix una velocitat constant?

No, el paracaídas lleva todo el tiempo la misma velocidad, desde la apertura. Lo que hace es que te frena la velocidad de 200 km/h que estás cayendo a los 20 km/h aproximadamente y esto te mantiene en solución. Tú puedes aumentar la velocidad del

paracaídas con una maniobra, se logra una velocidad que se mantendrá mientras tu realizas la maniobra y después... pues el paracaídas volverá a la velocidad anterior.

Durant el període de caiguda lliure és fàcilment apreciable la velocitat límit, és a dir, el moment en el qual l'acceleració és 0 i la velocitat es manté constant?

Sí, bueno, realmente no hay tanta, no hay tanta diferencia porque saltando de aviones... sí sería correcto saltando desde un globo por ejemplo, entonces tú sales de allí y no hay aire que te sustenta, porque todavía no has chocado con el aire prácticamente. Entonces allí si que notas la aceleración del cuerpo que no te sustenta, estás un poco inestable que sientes la aceleración, y después con la aceleración vas obteniendo más control porque el aire es un fluido como el agua, tú puedes nadar y bucear apoyándote y empujando el agua. En el caso del aire, necesitamos que tenga más fuerza, que sea más palpable que se consigue con la velocidad. En el avión, lo que ocurre es que tú ya tienes una velocidad, una inercia al saltar del avión, entonces tú, cuando sales del avión ya chocas con velocidad contra el aire y, aunque no es la misma velocidad inicial, es un poco más reducida y que al principio es más velocidad, o sea, chocas más con el aire horizontalmente y luego verticalmente, pero el cambio es menor; es decir, tú estás dentro del avión que no sientes nada y, de repente, sales y notas mucho aire con mucha fuerza y, aunque no tienes tanta velocidad no tienes la percepción de que no la tienes.

Què passa si obre el paracaigudes en una altura molt elevada?

Bueno, no, en realidad no pasa nada, necesitarás más tiempo para llegar al suelo. Si hubiera eh... condiciones eh... extremas que hubiera vientos muy fuertes en altura, es posible, los vientos no son los mismos los del suelo que los de arriba, pues podría empujarte en un sitio que no deseas pero no, en principio nada más...

Varia molt el canvi brusc de velocitat en obrir el paracaigudes, si l'obre en una altura més elevada o en una de més inferior?

No, no. Lo que se nota un poco en el vuelo del paracaídas es si tú saltas a una elevación o a otra, es decir, a nivel de... de mar eh... tienes una presión y... si tú saltas a 1000 metros o 2000 metros tienes menos presión, por lo tanto el paracaídas se comporta un poco distinto, digamos que a nivel de mar tiene más reacción i a... a altas cotas pues el paracaídas es como que cae más fuerte. O sea, si digamos que...lo que en caída libre es

a lo que en el vuelo del paracaídas no notas... si tienes que aterrizar a esa altura sí que lo notas que la presión en el paracaídas es menor y que responde peor.

A l'obrir el paracaigudes, el paracaigudista es pot danyar a causa del canvi bruscat de velocitat i el xoc de l'aire?

Sí, sí se puede matar. Si tienes una... una apertura violenta... el paracaídas está diseñado y plegado para que eso no ocurra pero... puede, puede llegar a pasar que al abrirse te parta el cuello, eso pasa a decir una de un millón, podría ser.

Segons a quina altura s'obri, pot ser que es malmeti el paracaigudes?

Por la altura no, hay otros factores que influyen en... la posición de apertura, el plegado básicamente, el tipo de paracaídas.

En general, la velocitat d'arribada a terra és elevada o baixa?

Depende del paracaídas que tú estés utilizando y de tu experiencia, quiero decir con experiencia que tú puedes realizar más maniobras eh...más cortas. Tú verás, si miras un rato aquí paracaidistas, verás unos que aterrizan suave, que no van... Son gente que tienen menos experiencia, tienen paracaídas más grandes y verás a unos que llegan a toda pastilla; son la gente que tiene paracaídas más pequeños y más experiencia, es decir, la velocidad para el aterrizaje... la provocas. ¿Qué quiere decir? Con paracaídas pequeño llegas más rápido, con paracaídas grande irá más lento, pero, después, con los dos paracaídas tú le puedes provocar velocidad. Al paracaídas pequeño..., digo pequeño pero en realidad es una proporción entre la carga que lleva y el tamaño del paracaídas, o sea, entre la persona y el paracaídas; no es lo mismo paracaídas que lo saltes tu o que lo salte yo, porque a lo mejor peso 10kg más que tu... entonces yo llegaría más rápido... pero bueno, se pueden hacer unas maniobras para llegar muy rápido. De hecho hay una disciplina eh... que se practica que es el... eh... en los aterrizajes y hay tres modalidades: está la precisión; está la distancia, la distancia que se recorre a ras de suelo pasando por unas puertas y la velocidad, es decir, a ver quien es capaz de pasar entre dos marcas más rápido. Y eso se consigue, es con pericia.

Quanta estona sol durar un salt en paracaigudes?

Normalmente si saltas a 4.000 metros y abres a... a 900, lo normal, estás un minuto de caída libre y como unos 5 minutos debajo del paracaídas.

Varia molt la velocitat quan arriba a terra en diferents situacions, encara que hagi obert el paracaigudes en el moment que toca?

No, la velocidad será la misma.

Hi ha algun mètode per reduir la velocitat d'arribada al terra quan s'observa que la velocitat de caiguda és massa elevada com per sortir il·lès?

El paracaídas vuela siempre a velocidad constante si no haces nada. Sí... tú puedes variar... digamos eso es un perfil ala, es como los aviones, mira. Digamos que el paracaídas, exagero, tiene estas posiciones y estos son unos tubos de que estan cerrador por aquí y abiertos por aquí (**m'ho explica fent figures amb les mans**) . Esto, tú tiras por aquí abajo y, como está en esta posición, si lo hago con una hoja vas a ver que no cae así, sino que cae así. Cuando chocas con el aire, entra aquí la presión, presuriza aquí dentro porque no puede escapar y digamos que aquí se da... esto se mantiene rígido, mantiene un perfil ala. Ahora esto es un ala y con esta ala es como la de los aviones, que puedes volar. El paracaídas no tiene un motor que le empuje como el del avión que siempre vuela así (**indicant i gesticulant amb les mans que guanya altura i va cap amunt gràcies al motor que l'impulsa**). El paracaídas no puede volar así, pero si tú le imprimes velocidad i le cambias el ángulo en ese momento va a querer inclinarse e incluso subir, entonces lo que se hace es cambiar la velocidad en el momento del aterrizaje. Tú tienes velocidad constante durante el vuelo y, en el aterrizaje, lo que haces es transformar esta velocidad vertical y hacia delante en una horizontal e incluso vertical hacia arriba. Si tú haces coincidir eso en el momento de tu llegada, tú llegas y entonces llegas con total suavidad, con velocidad 0.

Segons la seva experiència professional, varia molt la dificultat d'una caiguda en paracaigudes segons si fa vent o no en fa?

Sí, muchísimo. El viento es lo que más influye en nuestro vuelo, bueno, cuando el paracaídas va más alto. El paracaídas, como te he dicho, vuela siempre a una velocidad constante pero el viento no influye. ¿Qué quiere decir? Con velocidad constante si pones el viento en tu cola, con decir cola quiero decir tu espalda, lo que ocurre es que la velocidad de tu paracaídas que ya tiene cuando no hay viento, se suma la del viento; por tanto vuelas a la suma de las dos velocidades. Si lo enfrentas al viento, ahora es la

velocidad del paracaídas menos la velocidad del viento que lo estás frenando. O sea que el viento influye muchísimo.

Dels diferents paracaigudes que hi ha, quin és el que us resulta més fàcil i còmode d'utilitzar i per què?

Los paracaídas están diseñados y fabricados para las necesidades del paracaidista. Es decir... ¿A ti que te resultaría más cómodo, un tráiler o un Ferrari? ¿Un 600 o una moto de cuatro tiempos? Tener tus necesidades, es decir los diseños se han realizado en función de lo que se quiere hacer y los paracaídas para esos aterrizajes extremos. Hay unos paracaídas para que salten dos personas, hay unos paracaídas para aperturas rápidas, hay unos paracaídas para unirse con otros paracaídas durante el vuelo, después unos paracaídas más dóciles y otros más radicales digamos. Depende de qué paracaídas utilizas necesitas más experiencia o menos.

La velocidad no es el paracaídas sino que es la carga, es decir, la relación entre el peso suspendido y la superficie del paracaídas. Entonces si tu pones más carga necesitas entender mejor el concepto y necesitas ser más rápido de reflejos... y, si te equivocas, te puedes hacer mucho... te puedes matar. Con menos carga puedes reducir la relación entre el peso y la superficie, te puede perdonar más los errores... entonces la experiencia eh... la gente con más experiencia puede coger muchos riesgos porque los controla y la gente con menos experiencia...

Durant el salt en paracaigudes, hi ha trams de l'atmosfera que suposen més dificultat que d'altres, entenent que això és degut a canvis de pressió o altres factors?

En realidad no porque eh... lo que sí que ocurre... cuanto más alto estás digamos que esa capa la tienes que pasar, atravesar más rápido que las capas inferiores porque la densidad del aire es menor, el aire es más fino y por lo tanto deberías de caer al menos, deberías caer más rápido. Eso es tan poco, tan poca diferencia que... digamos que no, que no hay diferencia. Teóricamente sí, pero en la práctica no hay.

Hi ha diferents mides de paracaigudes segons la mida de la persona i el seu pes, o és una mida standard? En cas que no sigui així, suposa més dificultats per al paracaigudes reduir la velocitat amb una persona amb sobrepès?

Sí, cada persona tiene que elegir la medida que le corresponda por su peso o sea, por su peso y el de todo su equipo. Una persona como tú no puede llevar un paracaídas muy grande porque se eternizaría allí arriba para bajar y además serías más susceptible a las turbulencias y a todo. Y una persona de 100 kg no podría llevar el paracaídas que llevarías tú, porque no, porque llegaría con mucha velocidad al suelo.

Quina velocitat màxima es sol assolir en un salt en paracaigudes? Pot variar segons de quina altura salteu?

Los paracaídas están pensados para abrirse en una posición plana estable, eso quiere decir, eso es una velocidad aproximadamente entre 180 y 200 kilómetros por hora. Hay disciplinas que se practican durante toda la caída libre a mucha más velocidad. Se pueden alcanzar fácilmente los 300 km/h. Hay una disciplina que es la velocidad y que intentan alcanzar la máxima velocidad posible y que han alcanzado 500 y pico km/h. Y... evidentemente tú puedes hacer eh... un salto a estas velocidades pero debes frenar en el momento de la apertura.

Els vestits que es posen el paracaigudistes que imiten les ales d'un ocell poden canviar molt el temps de caiguda lliure, és a dir, redueixen molt més la velocitat ja que hi ha una superfície més gran?

No, no exactamente. Lo que imitan son los paracaídas que hay en la actualidad. Si tu ves el mono éste que llevamos, tiene unas alas que te unen brazos con el cuerpo y piernas entre sí, pero eso no dejan de ser más que los mismos cajones que en los paracaídas, solo que son reducidos y adaptados a esa estancia. Entonces lo que haces es chocar contra el aire, meterse el aire por allí y eso te provoca sustentación como le ocurre en el paracaídas. Claro, la superficie es mucho menor, el peso es mucho mayor en proporción y el espacio de aire es reducido. Entonces, no te frena como una paracaídas. Pero te permite volar.

O sigui pot planejar més a diferència que el paracaigudes no?

No... con el paracaídas puedes planear más y puedes estar más tiempo, y con el mono tú no podrías aterrizar, tienes que llevar un paracaídas. Lo que haces es... el vuelo no deja de ser más que una ecuación entre la sustentación y la velocidad, entonces... nosotros tenemos mucha más velocidad y la velocidad de la sustentación. El paracaídas tiene menos velocidad y tendría menos sustentación, pero tiene más superficie... sí, tiene más

sustentación...esos monos te permiten cubrir distancias horizontales que tú con tu propio cuerpo únicamente no puedes conseguir; tienes más sustentación, de hecho yo tengo el record del mundo de... son 6 minutos y 47 segundos; es decir, eso es una enormidad, cuando te estoy diciendo que normalmente se está un minuto de caída libre, pero el record... quiero decir el tiempo de caída libre eh... anterior de más tiempo lo hizo un cosmonauta americano y saltó des de 31.000 metros, claro que alcanzó la velocidad del sonido... Bueno, la cuestión, usando alas, tú puedes ralentizar la caída porque de los 100-200 km/h puedes haber bajado a los 60 km/h y al mismo tiempo otro record que tenemos nosotros es el de desplazamiento horizontal. Nosotros hemos volado 20 km y medio.

ANNEX 2: CENTRE DE PARACAIGUDISME D'EMPURIABRAVA

El Centre de Paracaigudisme va començar la seva activitat l'octubre de 1985, amb la finalitat de crear un centre professional de paracaigudisme. Aquest centre es troba a l'Aeròdrom d'Empúries.

El 2003 es va complir el 18è aniversari del Centre amb la xifra d'1.000.000 de salts amb paracaigudes. En conseqüència, es va convertir en el primer Centre de Paracaigudisme del món en aconseguir aquest resultat. A causa de la seva privilegiada situació i les seves magnífiques instal·lacions, Skydive Empuriabrava s'ha convertit en el lloc d'entrenament de las millors seleccions de paracaigudisme.

El centre atrau cada any unes 25.000 persones entre paracaigudistes i acompanyants, i té la intenció de donar, a tothom que vulgui, l'oportunitat de realitzar un salt en paracaigudes.



Il·lustració 42



Il·lustració 43



Il·lustració 44



Il·lustració 45