

Monografía

**Viabilidad de construcción en la superficie lunar:
estimación de peligrosidad en base a los cráteres**

Física

3844 palabras

Resumen:

El propósito de esta investigación fue averiguar si los cráteres generados en la Luna por el impacto de meteoroides suponían un peligro que requiriera protección especial para una edificación.

Para ello, se demostró empíricamente la relación de proporcionalidad existente entre la energía del proyectil incidente y el diámetro del cráter. Se realizó un experimento con impactos a bajas energías de un cuerpo esférico en un medio granular, alterando su energía de impacto en un factor de 6. Dicha relación, como aparece en los estudios, resultó ser $Diámetro \propto (Energía)^{1/4}$. Con ello, se hizo una extrapolación para aplicar esta relación a la superficie lunar, con los datos conocidos sobre la frecuencia y la energía de los impactos de meteoroides recibidos en ella.

Se concluyó que la totalidad de la superficie lunar queda afectada completamente cada cierto período de tiempo del orden de 10^9 años. Con un mínimo de 10^8 años (10 millones de años) suponiendo una alta actividad y 10^{10} (1000 millones de años) en el otro extremo. Es decir, que, sólo un $2 \cdot 10^{-8}\%$ (0,00000002%) de la superficie queda afectada cada año, de modo que establecer protecciones especiales no es necesario dada la poca relevancia del peligro, a no ser que se requiera una duración de la edificación de 10 millones de años. Debido a esto, se sugirieron posibles ampliaciones en el campo de los microcráteres y de los cráteres secundarios (ninguno de los dos considerados en esta investigación) cuya relevancia es aparentemente mayor.

241 palabras

Agradecimientos:

A mi tutora de monografía, por todo su trabajo

A la ciencia, por no dejar de perseverar e indagar en lo que no conocemos

*A los compañeros que también eligieron hacer su monografía sobre física, por su ayuda
y su valentía ante un reto nada fácil*

*A todo aquel que de una manera u otra participó en esta experiencia, especialmente al
Dr. Jaume Terradas y al Dr. Rubén Comas*

Índice

| | |
|---|-------|
| Introducción | P. 5 |
| - Proceso de formación de los cráteres lunares..... | P. 6 |
| Experimentación | P. 7 |
| Procedimiento..... | P. 7 |
| Hipótesis..... | P. 9 |
| Recolección de datos..... | P. 11 |
| - Incertidumbre en las mediciones..... | P. 14 |
| Procesamiento de los datos..... | P. 15 |
| - Cálculo de la frecuencia de afectación de la superficie luna..... | P. 17 |
| Conclusión | P. 19 |
| - Propuestas de ampliación..... | P. 19 |
| Referencias | P. 21 |
| Apéndice I | P. 23 |

Introducción:

Durante las últimas décadas, desde la llegada del hombre a la Luna, se ha planteado la posibilidad de establecer colonias en dicho satélite. A este respecto, sería interesante saber si una edificación en la Luna requeriría especial protección debido a impactos de meteoroides. En la Tierra, gracias a su densa atmósfera, la mayoría de meteoritos no alcanzan la superficie dado que se desintegran antes de alcanzarla. Pero el caso de la Luna es completamente distinto. Nuestro satélite, por su menor masa, tiene una atmósfera muy reducida con densidad muy baja, de modo que cualquier meteoroides, sea cual sea su tamaño, impactará en la superficie lunar sin antes desintegrarse. Esto plantea la cuestión de si los cráteres que se forman pueden representar un peligro a tener en cuenta en el momento de planear un asentamiento en la Luna.

De modo que se enuncia la siguiente pregunta de investigación:

¿Es viable construir en la Luna en relación a la peligrosidad debida a los cráteres?

Para poder responder a esta pregunta de investigación, se tendrá que responder primero a esta otra pregunta: ¿Con qué frecuencia sería afectada por los cráteres generados por meteoroides colisionando con la superficie lunar, cierta área de la superficie? Por lo tanto, el objetivo de esta monografía será determinar la frecuencia media con que es afectada cierta área de superficie lunar, en relación con el tamaño medio y la velocidad media de impacto para determinar si es necesaria alguna protección especial para las posibles edificaciones. Este cálculo se realizará a partir de la extrapolación de la relación que se buscará empíricamente entre la energía de impacto y el diámetro del cráter resultante en una superficie granular a energías menores.

A pesar de ciertos intentos de crear modelos teóricos sobre la relación entre la energía de impacto y el diámetro del cráter (Tsimiring y Volfson, 2005), las únicas leyes existentes son de origen empírico, corroboradas en varias ocasiones por distintos estudios (Uehara *et al.*, 2003), dado que el comportamiento que se ha observado no se puede explicar con las teorías existentes (Newhall y Durian, 2003, p.1). Esto se debe a la complejidad de los medios granulares. Los medios granulares son medios consistentes en “*un conjunto de partículas macroscópicas que interaccionan entre sí mediante fuerzas de contacto [...] [con un] comportamiento altamente disipativo*” (Laboratorio de medios granulares, s.f.). En estos medios, la fuerza no se reparte

uniformemente, sino que se producen cadenas de fuerza entre distintos granos de modo que gran parte de la fuerza es soportada por puntos concretos (Ambroso *et al.*, 2004, p.1; Ciamara *et al.*, 2004, pp.1-2). Este hecho dificulta enormemente la modelización del proceso.

Proceso de formación de los cráteres lunares

Contrariamente al caso de la Tierra, en la Luna no hay atmósfera que ralentice los meteoroides con posibilidades de impactar. Debido a esto, los cráteres en la superficie lunar se caracterizan por producirse a hipervelocidad, es decir, con velocidades del orden de las decenas de $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ (Jones, 1999, p.193). Las mayores diferencias entre un impacto a hipervelocidad y a velocidades bajas (como los que se realizarán para determinar la relación entre la energía del cuerpo impactante y el diámetro del cráter) son que, a hipervelocidad, los impactos tienen una gran similitud a una explosión, además de que en ésta hay fusión y evaporización de material (Beatty *et al.*, 1981, p.70; Jones, 1999, p.193; McBride *et al.*, 2003, pp.139 y 153). Una de las implicaciones de que sean similares a una explosión es que el cráter será siempre circular, independientemente del ángulo de colisión. A menos que sea un ángulo muy reducido, casi tangencial. Esto se debe a que la onda de choque producida por la ingente compresión del suelo, se extiende uniformemente desde el punto de impacto. El punto de inflexión no está claro, aunque está entre los 10° , según McBride *et al.* (2003, p.141) y los 20° , según Beatty *et al.* (1981, p.70), con la horizontal. A partir de este punto, los cráteres presentan forma elíptica. Pero como la mayoría son circulares, el estudio se basará únicamente en ellos. Y, como a bajas velocidades únicamente un impacto vertical produce un cráter circular, en la recogida de datos empíricos se utilizará un impacto de 90° con la horizontal para poder extrapolar a la Luna.

El proceso de formación de un cráter tiene 3 estadios (McBride *et al.*, 2003, pp.135-138):

1- Fase de contacto y compresión: El proyectil colisiona con la superficie y genera una onda de choque, comprimiendo los materiales. En esta fase, el proyectil es frenado rápidamente debido a que su avance es más rápido que la onda de choque (su velocidad mínima es de unos $20 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ y la velocidad de la onda de choque no sobrepasa los $4 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, de modo que se encuentra con material todavía no fragmentado) (Jones, 1999, p.193).

2- Fase de excavación: La onda de descompresión (Beatty *et al.*, 1981, p.70) provoca que se desplace material hacia los lados y hacia el exterior del cráter. También se funde parte del material que conforma las paredes del cráter, así como el proyectil.

3- Fase de modificación: Únicamente se da en los cráteres de mayor tamaño □entre 10 km y 20 km de diámetro en la superficie lunar (McBride *et al.*, 2003, p.140)□. Durante esta fase, parte del cráter colapsa pudiendo formar terrazas y picos o elevaciones centrales. Como esta fase no afecta el tamaño real del cráter, no se tendrá en consideración durante el trabajo.

Experimentación:

Para la determinación de la relación entre la energía de impacto y el diámetro del cráter producido se ha ideado un experimento que a continuación se relata:

Procedimiento

El montaje utilizado para la realización del experimento es el siguiente:

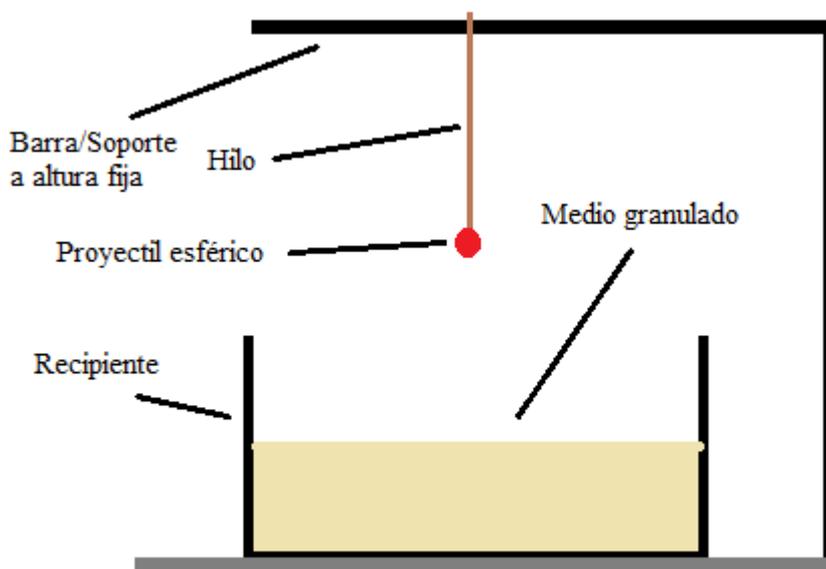


Imagen I: Explicación gráfica del dispositivo empleado en la implementación del experimento
(Fuente: Elaboración propia)

El objetivo de la experiencia práctica es la determinación de la relación entre la energía de impacto y el diámetro del cráter resultante. En este caso, se ha decidido utilizar

un cuerpo esférico por la mayor facilidad en la obtención de datos dado que no hace falta preocuparse por el modo en que incide el cuerpo. Además, para disminuir la complejidad, se ha reducido el número de variables implicadas únicamente alterando la velocidad de impacto o, lo que es equivalente, la altura inicial, utilizando el mismo cuerpo para toda la recolección de datos y dejando el resto como variables controladas.

Se utilizan hilos de distintas longitudes para obtener distintas alturas iniciales. El proyectil es soltado en caída libre cortando el hilo. Se utiliza este material dado que permite asegurar que parte con velocidad inicial 0 y permite variar la altura de manera controlada en un mayor rango.

El medio granular con el que colisiona el cuerpo está compuesto por arenisca picada. En anteriores experimentos fueron utilizadas cuentas de cristal secas y no cohesivas en algunos casos de un único tamaño (Uehara *et al.*, 2003, p.2) y en otros, de distinto tamaño (Ambroso *et al.*, 2005, p.2; Ciamara *et al.*, 2004, p.1). Se decidió utilizar este material dado que no es completamente seco, tiene cierta tendencia a la cohesión de las partículas y hay una considerable variación del tamaño de éstas, lo que se aproxima más a una superficie real. De modo que se decidió utilizarlo para comprobar que la ley encontrada para un medio seco no cohesivo también se puede aplicar a otro medio más cercano al real.

Su preparación consistirá en verterlo en el recipiente de forma uniforme para posteriormente remover el contenedor con fuerza verticalmente (para establecer una compactación similar en todo el medio) y finalmente rotar el recipiente para obtener una superficie de colisión completamente plana. Este procedimiento de preparado se repetirá para la toma de cada uno de los datos de forma que las condiciones del suelo se mantengan constantes. Su alteración puede tener grandes efectos en los resultados (Ciamarra *et al.*, 2004) como demuestra el hecho de que se producen cráteres más profundos y con menor diámetro al lanzar un proyectil en un suelo que ha sido vertido uniformemente (baja compactación) que en un suelo que ha sido presionado de forma que la compactación sea mayor.

Para la medición del diámetro de los cráteres, se decidió usar una luz paralela a la superficie de colisión. De esta forma, el punto que dividirá la región en sombra y la región con luz será el punto más elevado del borde del cráter (considerado del exterior del cráter).

Se realizarán cuatro mediciones del diámetro equidistantes entre sí para poder reducir la gran incertidumbre aleatoria que se produce al medir el diámetro dado que es difícil localizar el punto exacto, además de que la regla no puede estar en contacto con los puntos a medir (se alteraría el cráter).

Hipótesis:

Aunque podría sugerirse una relación lineal entre la energía de impacto y el diámetro del cráter, ésta queda descartada con una pequeña observación de nuestro entorno: el impacto de un proyectil en un medio granular, se puede equiparar al “impacto” del pie en la arena mientras caminamos. Al observar detenidamente, se aprecia que al posar el pie suavemente sobre el suelo (con velocidad cercana a 0) el ancho del “cráter” es sólo ligeramente inferior que al correr, que implica una energía de impacto mucho mayor. Si, a la vez, comparamos estos cráteres con el que se genera al caminar (diferencia de energía considerable con respecto a los dos casos anteriores pero una anchura similar), queda corroborado cualitativamente que no existe relación lineal.

Por lo que plantearemos una relación potencial entre el diámetro del cráter, D_c , y la energía mecánica del proyectil que impacta, E . Es decir:

$$D_c \propto E^n$$

O, lo que es lo mismo: $D_c = kE^n$ donde k es una constante

Si el cráter tuviera forma semiesférica y toda la energía cinética se destinase a elevar (proporcionar energía potencial gravitatoria) cierto volumen del medio de colisión, es decir, que no hubiese pérdidas de energía por fricción u otros medios, o que estas pérdidas fueran proporcionalmente constantes, además de suponer que se aportase la misma energía potencial a todas las partículas, podría plantearse que la energía cinética del proyectil fuese proporcional al volumen desplazado:

$$E \propto V_c$$

V_c simboliza el volumen del cráter generado.

Al tener forma semiesférica:

$$V_c \propto R_c^3 \propto D_c^3$$

Siendo R_c el radio del cráter.

De modo que:

$$E \propto D_c^3$$

$$E^{1/3} \propto D_c$$

Es decir, que $n = 1/3$.

Pero esta hipótesis encuentra obstáculos:

1- El cráter no tiene forma semiesférica, sino que se asemeja a una forma parabólica (Uehara *et al.*, 2003).

2- Hay pérdidas de energía por varias vías: “Colisiones inelásticas entre el proyectil y los granos y los granos entre sí durante el impacto” y “fricción debida a los contactos de deslizado entre los granos” (Tsimiring y Volfson, 2005, p.2) cuya proporción no es constante. Además de que no toda la energía restante del impacto se destina a aportar energía potencial a las partículas del suelo.

A pesar de que podría suponerse que una de las mayores pérdidas de energía es entre el proyectil y las partículas del suelo, ésta resulta ser menospreciable como demuestran los estudios de Tsimiring y Volson (2005, p.2) dado que el uso de proyectiles de similar densidad y tamaño pero con distinto coeficiente de fricción hecho por Uehara *et al.* (2003, p.2) no resulta en una diferencia significativa en el tamaño de los cráteres.

Curiosamente, las propiedades de elasticidad tampoco tienen influencia alguna, como demuestran los estudios de Uehara *et al.* (2003, p.2), por lo que las propiedades superficiales del cuerpo que impacta no tienen influencias significativas. De modo que el cuerpo utilizado no tiene relevancia, dado que únicamente influye la energía mecánica de dicho cuerpo.

Por lo que la hipótesis se basará en la teoría preestablecida referente a medios granulares secos y cuerpos esféricos □ también es aplicable a cualquier forma del cuerpo, como demuestran los estudios de Newhall y Durian (2003, pp.2-3) □ que establece la siguiente relación (Uehara *et al.*, 2003, p.1):

$$D_c \propto (\rho_p D_p^3 H)^{1/4}$$

Donde ρ_p = densidad del proyectil;

D_p = diámetro del proyectil; y

H = distancia vertical total recorrida (atención, este parámetro también tiene en cuenta la distancia recorrida en la arena)

$$\text{Si } D_c \propto (\rho_p D_p^3 H)^{1/4} \text{ y } \rho_p D_p^3 \propto m \rightarrow D_c \propto (\rho_p D_p^3 H)^{1/4} \propto (mH)^{1/4} \propto E^{1/4}$$

Siendo m la masa del cuerpo incidente.

De este modo, formulamos la hipótesis: el diámetro del cráter es directamente proporcional a la raíz cuarta de la energía mecánica del cuerpo que impacta:

$$D_c \propto E^{1/4}$$

$$D_c = kE^{1/4} \text{ donde } k \text{ es una constante}$$

Por lo tanto:

$$\log D_c = \frac{1}{4} \log E + \log k$$

Y, con la representación de los resultados obtenidos en un gráfico log-log (con ejes logarítmicos), podremos trazar una relación lineal cuyo gradiente representará el exponente n , cuyo valor compararemos con la teoría existente.

Recolección de datos

Los datos son recogidos en [g] y [cm] dado que la incertidumbre es de un orden de magnitud similar.

Los datos sobre el proyectil utilizado son:

| Masa/g | Diámetro/cm |
|--------|-------------|
| 20±1 | 2,40±0,05 |

Tabla 1: Características del proyectil utilizado (Fuente: Elaboración propia)

Y sobre la barra a altura constante y la altura del suelo granular respecto del suelo:

| | |
|-----------------|--------------------------|
| Altura barra/cm | Altura suelo granular/cm |
| 235,0±0,3 | 6,5±0,3 |

Tabla 2: Mediciones previas al experimento (Fuente: Elaboración propia)

Los datos obtenidos empíricamente con el cálculo de la altura inicial, h_0 , y la altura total, H:

| Altura relativa (h)±0,3/cm | Profundidad (d)±0,1/cm | h_0 ±0,8/cm | H±0,9/cm | D_c ±0,05/cm |
|----------------------------|------------------------|---------------|----------|----------------|
| -11,5 | 2,5 | 214,6 | 217,1 | 5,78 |
| -12,0 | 2,6 | 214,1 | 216,7 | 5,68 |
| -43,0 | 2,5 | 183,1 | 185,6 | 5,43 |
| -41,5 | 2,5 | 184,6 | 187,1 | 5,43 |
| -42,0 | 2,4 | 184,1 | 186,5 | 5,48 |
| -70,5 | 2,3 | 155,6 | 157,9 | 5,25 |
| -71,5 | 2,4 | 154,6 | 157,0 | 5,15 |
| -71,5 | 2,4 | 154,6 | 157,0 | 5,20 |
| -102,5 | 2,3 | 123,6 | 125,9 | 4,85 |
| -101,0 | 2,1 | 125,1 | 127,2 | 4,80 |
| -101,0 | 2,3 | 125,1 | 127,4 | 4,90 |
| -132,0 | 2,2 | 94,1 | 96,3 | 4,38 |
| -132,0 | 2,2 | 94,1 | 96,3 | 4,45 |
| -129,0 | 2,2 | 97,1 | 99,3 | 4,43 |
| -157,5 | 2,0 | 68,6 | 70,6 | 4,38 |
| -160,0 | 2,3 | 66,1 | 68,4 | 4,28 |
| -190,5 | 1,7 | 35,6 | 37,3 | 3,85 |
| -191,5 | 1,7 | 34,6 | 36,3 | 3,85 |

Tabla 3: Datos brutos con cálculo de h_0 y H (Fuente: Elaboración propia)

El valor de h_0 es calculado sumándole a la altura de la barra, la altura relativa, y restandole la altura del suelo granular y el diámetro del proyectil. Se le resta el diámetro del proyectil debido a que la altura relativa era desde la barra hasta la parte superior del dicho proyectil y se necesita la altura de la parte inferior, dado que en la medición de la profundidad se tomó la posición final de la parte inferior.

H, la altura total recorrida, se calcula sumando a h_0 la profundidad que alcanza el proyectil.

De forma que la tabla con los cálculos de la energía, y del logaritmo tanto de la energía como del diámetro, necesarios para corroborar la relación potencial que se busca, es la siguiente:

| $H \cdot 10^2 \pm 0,9/m$ | $E/erg = E \cdot 10^7/J$ | $\log(E \cdot 10^7) - \log(J)$ | $D_c \cdot 10^2 \pm 0,05/m$ | $\log(D_c \cdot 10^2) - \log(m)$ |
|--------------------------|------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| 217,1 | $(4,3 \pm 0,2) \cdot 10^6$ | $6,63 \pm 0,02$ | 5,78 | $0,762 \pm 0,008$ |
| 216,7 | $(4,3 \pm 0,2) \cdot 10^6$ | $6,63 \pm 0,02$ | 5,68 | $0,754 \pm 0,008$ |
| 185,6 | $(3,6 \pm 0,2) \cdot 10^6$ | $6,56 \pm 0,02$ | 5,43 | $0,734 \pm 0,008$ |
| 187,1 | $(3,7 \pm 0,2) \cdot 10^6$ | $6,56 \pm 0,02$ | 5,43 | $0,734 \pm 0,008$ |
| 186,5 | $(3,7 \pm 0,2) \cdot 10^6$ | $6,56 \pm 0,02$ | 5,48 | $0,738 \pm 0,008$ |
| 157,9 | $(3,1 \pm 0,2) \cdot 10^6$ | $6,49 \pm 0,02$ | 5,25 | $0,720 \pm 0,008$ |
| 157,0 | $(3,1 \pm 0,2) \cdot 10^6$ | $6,49 \pm 0,02$ | 5,15 | $0,712 \pm 0,009$ |
| 157,0 | $(3,1 \pm 0,2) \cdot 10^6$ | $6,49 \pm 0,02$ | 5,20 | $0,716 \pm 0,008$ |
| 125,9 | $(2,5 \pm 0,1) \cdot 10^6$ | $6,39 \pm 0,03$ | 4,85 | $0,686 \pm 0,009$ |
| 127,2 | $(2,5 \pm 0,1) \cdot 10^6$ | $6,40 \pm 0,03$ | 4,80 | $0,681 \pm 0,009$ |
| 127,4 | $(2,5 \pm 0,1) \cdot 10^6$ | $6,40 \pm 0,03$ | 4,90 | $0,690 \pm 0,009$ |
| 96,3 | $(1,9 \pm 0,1) \cdot 10^6$ | $6,28 \pm 0,03$ | 4,38 | $0,64 \pm 0,01$ |
| 96,3 | $(1,9 \pm 0,1) \cdot 10^6$ | $6,28 \pm 0,03$ | 4,45 | $0,65 \pm 0,01$ |
| 99,3 | $(1,9 \pm 0,1) \cdot 10^6$ | $6,29 \pm 0,03$ | 4,43 | $0,65 \pm 0,01$ |
| 70,6 | $(1,38 \pm 0,09) \cdot 10^6$ | $6,14 \pm 0,03$ | 4,38 | $0,64 \pm 0,01$ |
| 68,4 | $(1,34 \pm 0,08) \cdot 10^6$ | $6,13 \pm 0,03$ | 4,28 | $0,63 \pm 0,01$ |
| 37,3 | $(7,3 \pm 0,5) \cdot 10^5$ | $5,86 \pm 0,03$ | 3,85 | $0,59 \pm 0,01$ |
| 36,3 | $(7,1 \pm 0,5) \cdot 10^5$ | $5,85 \pm 0,03$ | 3,85 | $0,59 \pm 0,01$ |

Tabla 4: Datos procesados (energía, logaritmo de la energía y logaritmo del diámetro)

(Fuente: Elaboración propia)

La energía se ha medido en [erg] dado que facilita los cálculos en [cm] y [g], unidades no del SI (derivadas de éste) pero que concuerdan con la magnitud de las incertidumbres. Además, el cambio de unidades no afecta el resultado final.

Incertidumbre en las mediciones:

En la medición de las masas se contempla una incertidumbre igual a la menor división dado que se trata de una medición digital.

Similarmente, para la medición del diámetro del proyectil, la incertidumbre se calcula a partir de la mínima división, pero, al tratarse de una medición analógica, en este caso es la mitad.

Para la altura de la barra fija, al tratarse de una medición analógica, utilizamos una incertidumbre igual a la menor división, y como la medición en el punto inferior es de difícil lectura (dado que el metro queda doblado), se considera que la máxima precisión alcanzable es de 0,5 cm a pesar de que la mínima división es inferior.¹

Para la altura del suelo, se ha aplicado una incertidumbre de $\pm 0,25$ cm que, al tener que expresarse con una única cifra significativa, expresamos como $\pm 0,3$ cm.²

Finalmente, la incertidumbre para la profundidad del cráter se ha establecido en $\pm 0,1$ cm dado que, al tener que introducirse una regla en el cráter, esta podría tener el 0 en un punto inferior (debido a que perforara el fondo del cráter, que es muy frágil), de modo que se dobla la incertidumbre correspondiente por ser una medición analógica con mínima división de 0,1 cm.

En el caso de la medición del diámetro, que tiene un alto error aleatorio debido a que es difícil la determinación del punto más alto del borde, se decide hacer 4 mediciones de 4 diámetros dispuestos como muestra la *Imagen 2*.³ En la *Tabla 3* se expresa la media ya calculada.

¹ La mitad debería ser 0,25 cm, pero, como se trata de una incertidumbre absoluta, ésta debe tener solamente una cifra significativa, por lo que se redondea a $\pm 0,3$ cm.

² Por otra parte, para la medición de la altura relativa, se ha aplicado una mínima división de 0,5 cm debido a que, al estar suspendido y ser un cuerpo esférico, es difícil determinar la distancia exacta. Por la razón de deber tener una única cifra significativa, se ha redondeado lo que debería ser $\pm 0,25$ cm a $\pm 0,3$ cm.

³ Así se podrá hacer una media entre las mediciones y reducir el error aleatorio. De modo que se conserva la incertidumbre correspondiente (la mitad de la mínima división, que es 1 mm).

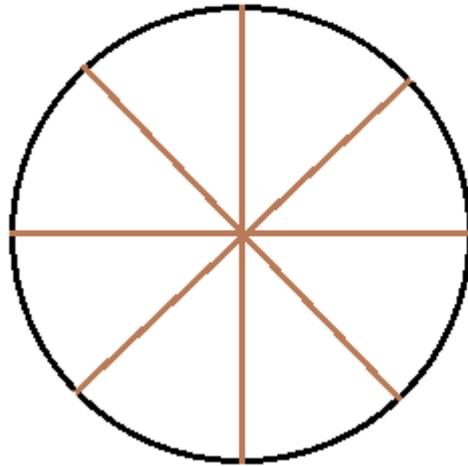


Imagen 2: Disposición de los diámetros medidos (Fuente: Elaboración propia)

Para los valores derivados, como h_0 , al tratarse del resultado de una operación de suma/resta, se suman las incertidumbres absolutas de los sumandos.⁴ El cálculo es similar para la altura total, con adición de que, en vez de aplicarse la incertidumbre real de $\pm 1,1$ cm (2 cifras significativas), se redondea a ± 1 cm.

Para el error en valores derivados de productos, se suman las incertidumbres relativas de cada uno de los factores y se multiplica la incertidumbre absoluta por los factores que son números exactos.

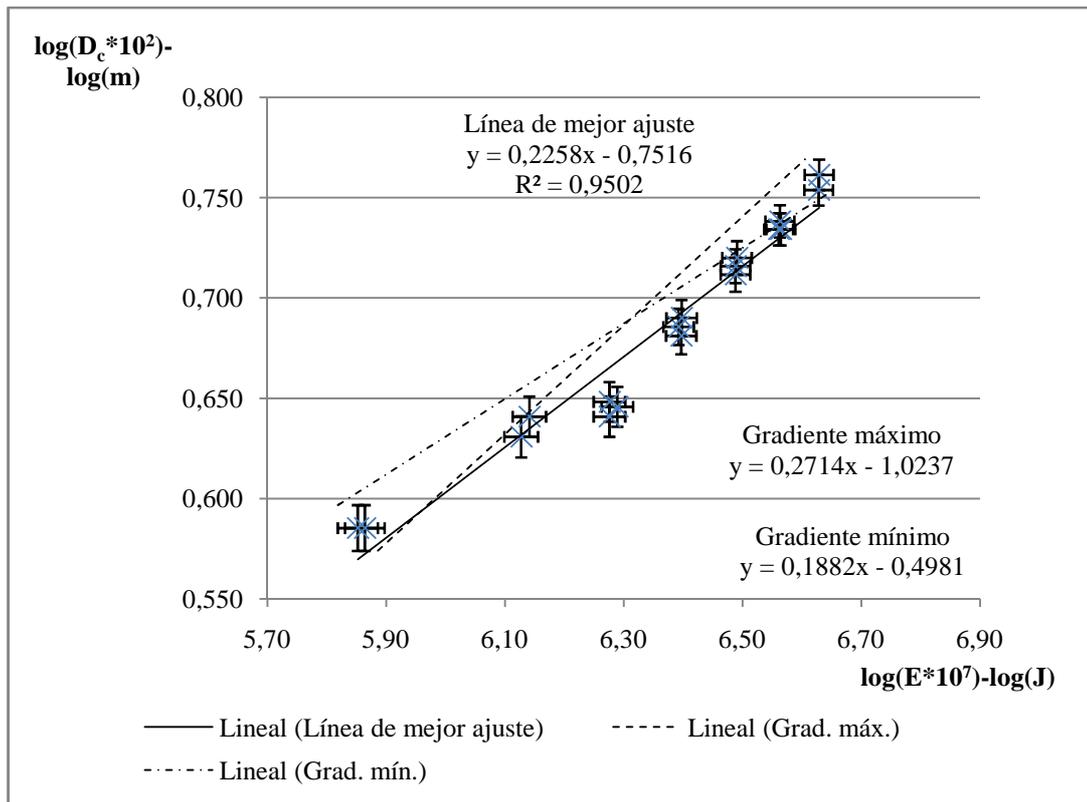
Y, para terminar con las incertidumbres, en valores calculados a partir de logaritmos, se hace el logaritmo del valor más la incertidumbre y menos la incertidumbre, se calcula el valor absoluto de la resta de cada uno al valor derivado de los datos empíricos y la incertidumbre es igual a la diferencia con valor absoluto mayor.

Procesamiento de datos:

Para trazar la línea de mejor ajuste, se ha utilizado el método de los mínimos cuadrados. En este método se proporciona un valor de R^2 . Su valor puede estar entre 0 y 1, siendo el peor y un ajuste perfecto respectivamente. De modo que valores elevados indican una buena adecuación de los datos a la relación planteada.

En nuestro caso, utilizando un gráfico log-log (con ejes logarítmicos), obtenemos el siguiente gráfico:

⁴ En este caso, en que intervienen incertidumbres previamente redondeadas, se utilizará el valor exacto, dando un valor final de ± 1 cm (con 1 cifra significativa).



Se presentan los datos con sus barras de error correspondientes, así como las ecuaciones de las rectas de mejor ajuste y con el máximo y mínimo gradiente, para poder calcular la incertidumbre (ver Apéndice I para el ajuste de las rectas de máximo y mínimo gradiente). Se puede observar un alto valor de R^2 , por lo que hay un buen ajuste de la recta. Se aprecia que la línea de mejor ajuste no está incluida en la incertidumbre de algunos de los puntos de la 3ª menor altura. Esto no supone un problema dado que la línea de tendencia está incluida en todas las demás incertidumbres y está cercana a las de dichos puntos. Las líneas de máximo y mínimo gradiente no están incluidas en todas las incertidumbres, pero esto no supone un grave problema dado que es la estimación de los casos más extremos.

De este modo, se obtiene la relación siguiente⁵:

$$\begin{aligned}
 \log(D_c \cdot 10^2) &= (0,2258 \pm 0,0456) \log(E \cdot 10^7) - (0,7516 \pm 0,2722) \\
 &\approx (0,23 \pm 0,05) \log(E \cdot 10^7) - (0,8 \pm 0,3)
 \end{aligned}$$

⁵ Las incertidumbres han sido calculadas usando la diferencia de los valores del gradiente máximo y mínimo con los valores de la línea de mejor ajuste, adoptándose como incertidumbre la diferencia de mayor valor absoluto. Además de adoptarse la norma de utilizar una única cifra significativa para las incertidumbres absolutas, con el correspondiente ajuste de las cifras decimales del valor.

$$\begin{aligned}
D_c \cdot 10^2 &= 10^{-(0,7516 \pm 0,2722)} (E \cdot 10^7)^{(0,2258 \pm 0,456)} \\
&= (0,1772 \pm 0,1544) (E \cdot 10^7)^{(0,2258 \pm 0,456)} \\
&\approx (0,2 \pm 0,2) (E \cdot 10^7)^{(0,23 \pm 0,05)}
\end{aligned}$$

El uso de una sola cifra significativa para la incertidumbre no permite apreciar con exactitud el resultado, además de que no tiene en consideración que la incertidumbre positiva frecuentemente es distinta de la negativa. Con este motivo, en posteriores cálculos se utilizarán los valores reales.

Al comparar el resultado con la hipótesis, se observa que esta está comprendida en la incertidumbre del resultado: el valor obtenido empíricamente es $n = 0,23 \pm 0,05$, mientras que el valor de la hipótesis era $n = 1/4$, que se incluye en el rango del valor obtenido. De este modo, la hipótesis queda confirmada. El factor de la raíz cuarta de la energía no fue contemplado en la hipótesis, por lo que es muy probable que se derive de las propiedades del suelo o del proyectil. En los trabajos científicos preexistentes no aparece ningún intento de explicar la causa de este valor.

Cálculo de la frecuencia de afectación de la superficie lunar:

Según la NASA (Boen, 2013) aproximadamente 260 meteoroides de 1kg de masa o superior impactan en la superficie lunar con velocidades comprendidas entre los 20 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ y los 72 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ □ en meteoroides originados en cometas (McBride *et al.*, 2003, p.146) □. Esta cifra es incierta, pero es el único dato de que se dispone hasta el momento, a pesar de que la NASA está llevando a cabo un registro de datos de los impactos que recibe la superficie lunar para poder tener mejores aproximaciones. Además, esta cifra no tiene en cuenta las lluvias de meteoroides que están localizadas y cuantificadas en el caso de la Tierra, pero respecto de las cuales no se tienen datos referentes a la Luna.

Para los cálculos se utilizará una masa media de 1,5 kg y una velocidad media de 30 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$, dado que los meteoroides de mayor tamaño son los menos comunes, al igual que los meteoroides derivados de cometas (los que tienen mayor velocidad) ya que estos últimos provienen del cinturón de Cuiper, por lo que necesariamente tienen que atravesar la órbita de Júpiter para alcanzar la Luna, de modo que la mayoría son capturados por Júpiter, que actúa de escudo evitando que la mayoría alcancen los planetas rocosos (Beatty *et al.*, 1981, pp.82-83).

La Luna tiene una superficie total de $3,793 \cdot 10^7 \text{ km}^2$.

Y según nuestra fórmula deducida empíricamente y las aproximaciones sobre la frecuencia de impacto y su energía, podemos calcular el área total (A) afectada cada año.

El área mínima ($A_{\text{mín}}$) y máxima ($A_{\text{máx}}$) se calcularán a partir de las ecuaciones derivadas de las líneas con gradiente mínimo y máximo respectivamente (el cálculo de la energía se hace a partir de la fórmula para la energía cinética). Para el área máxima, supondremos un año con mucha actividad, suponiendo que la media de meteoroides tenga una masa de 3 kg y una velocidad de impacto de $55 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Contrariamente, para el área mínima supondremos un año de baja actividad con meteoroides con una masa media de 1 kg y una velocidad de impacto de $20 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$:

$$A = 260\pi \left(\frac{1}{2} 0,1772 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot (3 \cdot 10^4)^2 \cdot 10^7 \right)^{0,2258} \right)^2 = 9026,19 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{mín}} = 260\pi \left(\frac{1}{2} 0,3176 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2 \cdot 10^4)^2 \cdot 10^7 \right)^{0,1882} \right)^2 = 1183,40 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} A_{\text{máx}} &= 260\pi \left(\frac{1}{2} 0,09469 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (5,5 \cdot 10^4)^2 \cdot 10^7 \right)^{0,2714} \right)^2 \\ &= 201368,50 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Si calculamos la superficie afectada por cada km^2 , obtenemos que:

$$A = 2,3797 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{km}^{-2} \equiv 2,380 \cdot 10^{-8} \%$$

$$A_{\text{mín}} = 3,11996 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{km}^{-2} \equiv 3,120 \cdot 10^{-9} \%$$

$$A_{\text{máx}} = 0,005309 \text{ m}^2 \cdot \text{km}^{-2} \equiv 5,309 \cdot 10^{-7} \%$$

De modo que la totalidad de la superficie estará afectada al cabo de un tiempo t:

$$t = 4,202 \cdot 10^9 \text{ años}$$

$$t_{\text{máx}} = 3,205 \cdot 10^{10} \text{ años}$$

$$t_{\text{mín}} = 1,884 \cdot 10^8 \text{ años}$$

Conclusión:

El método utilizado para la obtención de datos, así como el cálculo de sus incertidumbres, ha permitido obtener datos consistentes que han posibilitado alcanzar conclusiones finales.

Con estos datos, podemos afirmar que hay unas probabilidades extremadamente bajas de que una estructura en la superficie lunar quede afectada por los cráteres en sí mismos. Por lo tanto, es innecesario aplicarle protección especial a cualquier potencial edificación para protegerla de los cráteres.

Es constatable que se ha realizado una extrapolación ingente, y ésta podría ser una fuente importante de error. Al tratarse de impactos con una energía enormemente mayor, podría plantearse otra relación, dado que hay otra fuente de pérdida de energía (la fusión y evaporización de material). Aún así, los resultados obtenidos permiten crear una visión general sobre el tema, reflejando que los cráteres en sí mismos no presentan un peligro a tener en cuenta.

En definitiva, antes de realizar la monografía creía que los cráteres que se generan con el impacto de meteoroides representarían un grave peligro para la integridad de cualquier edificio en la Luna. Esto se debe a que las fotos que tenemos de la superficie lunar, así como las observaciones que se pueden realizar con un pequeño telescopio, nos muestran una gran cantidad de cráteres que cubren la mayor parte de la superficie lunar. Pero después de realizar este estudio, he constatado que realmente no son un factor a tener en cuenta a no ser que la edificación tenga que durar 10^8 años, dado que la gran cantidad de cráteres que se observan en la superficie de nuestro satélite se ha producido a lo largo de un intervalo de tiempo muy lejano a la escala humana.

Propuestas de ampliación

Posiblemente, el peor peligro de los meteoroides no es el cráter en sí, sino que, al producirse este cráter, sale despedida una gran cantidad de materia a una gran velocidad, que alcanza puntos alejados hasta 2 veces el diámetro del cráter⁶ (McBride *et al.*, 2003,

⁶ En casos excepcionales, como el cráter Tycho, en la Luna, puede expulsarse material hasta una distancia de $\frac{1}{4}$ de la circunferencia lunar (Beatty *et al.*, 1999, p. 76).

p.140), produciéndose los denominados cráteres secundarios, que son mucho más numerosos pero de los que no se disponen datos. Una posible vía de ampliación para el trabajo sería el estudio de los cráteres secundarios.

Tampoco se tienen en cuenta los microcráteres, con diámetros menores a 1mm que están provocados por polvo cósmico. Su relevancia es mucho mayor dado que se han contemplado en satélites como el telescopio Hubble. Pero lamentablemente, no se dispone de datos sobre ellos (McBride *et al.*, 2003, p.139).

Referencias:

- Ambroso, M., Santore, C., Abate, A., & Durian, D. (2005). Penetration depth for shallow impact cratering. *Physical Review E*, 71(5). Consultado 06 Septiembre 2013. Disponible en <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0411231.pdf>
- Beatty, J., Kelly, C., Petersen, C., Carolyn, & Chaikin, A. (1999). *The New Solar System*. (4ª ed., pp. 421). Canada.
- Ciamarra, M. P., Lara, A. H., Lee, A. T., Goldman, D. I., Vishik, I., & Swinney, H. L. (2004). Dynamics of drag and force distributions for projectile impact in a granular medium. Consultado 06 Septiembre 2013. *Physical review letters*, 92(19). Disponible en <http://arxiv.org/pdf/physics/0312054.pdf>
- Jones, B., W. (2000). *Discovering the Solar System*. (pp. 416). West Sussex, England: Wiley. (Trabajo original publicado en 1999)
- Laboratorio de medios granulares - Facultad de Ciencias. (s.f.). *Universidad de Navarra*. Consultado 07 Enero 2014. Disponible en http://www.unav.edu/centro/laboratorio-medios-granulares/def_mediogranular
- McBride, N., Bland, P., A., Moore, E., A., Widdowson, M., & Wright, I. (2003). *An Introduction to the Solar System*. (pp. 412). Cambridge University Press.
- NASA - Lunar Impact Monitoring News. (2013, Junio 21). NASA. Consultado 11 Septiembre 2013. Disponible en http://www.nasa.gov/centers/marshall/news/lunar/program_overview.html
- Newhall, K., & Durian, D. (2003). Projectile-shape dependence of impact craters in loose granular media. *Physical Review E*, 68(6). Consultado 06 Septiembre 2013. Disponible en <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0309161.pdf>
- Tsimring, L., & Volfson, D. (2005). Modeling of impact cratering in granular media. *Powders and grains*, 2. Consultado 06 Septiembre 2013. Disponible en <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.76.4274&rep=rep1&type=pdf>

Uehara, J., Ambroso, M., Ojha, R., & Durian, D. (2003). Low-speed impact craters in loose granular media. *Physical review letters*, 90(19). Consultado 06 Septiembre 2013. Disponible en <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0301549.pdf>

Apéndice I

El ajuste de las líneas de máximo y mínimo gradiente se realiza de la siguiente forma:

Para la línea de máximo gradiente:

Tomando el dato inferior (cuyo valor en el eje x e y sea inferior al de todos los demás datos), en el eje x se suma la incertidumbre en dicho eje más el valor medido, y en el eje y se resta el valor medido menos la incertidumbre en el dicho eje.

Tomando el dato superior (cuyo valor en el eje x e y sea mayor al de todos los demás datos), en el eje x se resta el valor medido menos la incertidumbre en dicho eje, y en el eje y se suma la incertidumbre en dicho eje más el valor medido.

La unión de ambos puntos nos dará la línea de máximo gradiente.

Para la línea de mínimo gradiente:

Tomando el dato inferior (cuyo valor en el eje x e y sea inferior al de todos los demás datos), en el eje x se resta el valor medido menos la incertidumbre en dicho eje, y en el eje y se suma la incertidumbre en dicho eje más el valor medido.

Tomando el dato superior (cuyo valor en el eje x e y sea mayor al de todos los demás datos), en el eje x se suma la incertidumbre en dicho eje más el valor medido, y en el eje y se resta el valor medido menos la incertidumbre en dicho eje.

La unión de ambos puntos nos dará la línea de mínimo gradiente.