

# Miratges

més enllà d'una il·lusió òptica



## ÍNDEX

<b>1. INTRODUCCIÓ</b>	1
<b>2. CONTEXT TEÒRIC</b>	3
2.1. Refracció i reflexió interna. Llei de Snell	3
2.2. Tipus de miratges	5
<b>3. PART EXPERIMENTAL</b>	7
3.1. Experiment 1: obtenció de miratges amb temperatura	7
3.1.1. Materials	7
3.1.2. Procediments	7
3.2. Experiment 2: miratges a través de líquids	9
3.2.1. Materials	9
3.2.2. Procediments	10
<i>Miratge inferior</i>	
<i>Miratge superior</i>	
<i>Mesura del gradient</i>	
<i>Visions a través del miratge</i>	
3.3. Simulació matemàtica de l'experiment	15
<b>3. RESULTATS I DISCUSSIÓ</b>	19
3.1. Experiment 1. Temperatura	19
a) Variacions d'altura	19

b) Imatges distorsionades .....	21
c) Altres observacions .....	22
3.2. Experiment 2. Líquids .....	23
a) Trajectòries del làser .....	23
b) Mesura del gradient .....	28
c) Adaptació de les dades per a la simulació. Comparació .....	30
d) Imatges distorsionades .....	32
e) Altres observacions i problemes .....	36
<b>4. CONCLUSIONS .....</b>	<b>37</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>38</b>
<b>AGRAÏMENTS .....</b>	<b>41</b>

## **ANNEXOS**

Annex A. Simulació de miratges inferiors GeoGebra

Annex B. Dades empíriques de la mesura dels gradients

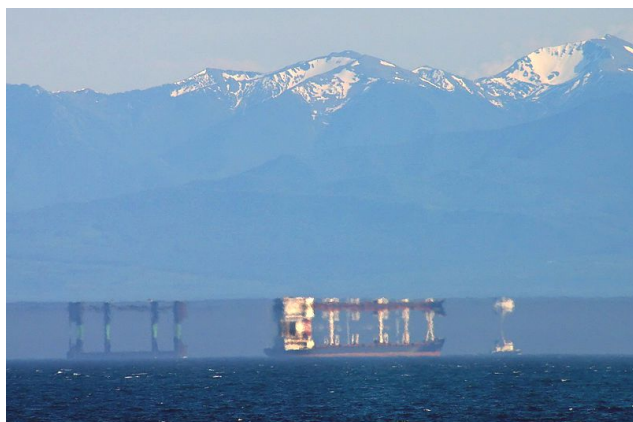
Annex C. Fotografies reals de miratges



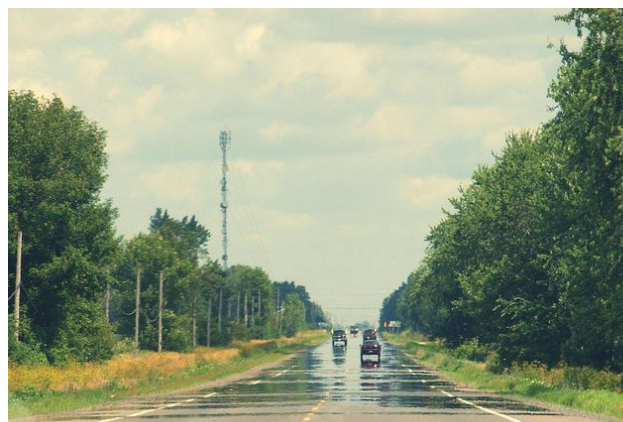
## 1. INTRODUCCIÓ

Oasis que apareixen al mig del desert i desapareixen entre la sorra, tolls d'aigua al final de la carretera que s'assequen abans que hi puguis arribar, vaixells que s'acosten levitant des de l'horitzó i illes que es desprenen del mar. Podríem pensar que són al·lucinacions d'un viatger assedegat o un mariner begut, però en realitat totes aquestes visions es tracten d'un mateix fenomen òptic atmosfèric: els miratges.

Aquest curiós tema ha captat l'atenció des de l'antiguitat, i existeixen nombroses referències artístiques i literàries que il·lustren o descriuen els miratges. Per la naturalesa d'aquests, és fàcil pensar que se'ls hagi atribuït un cert misticisme i hagin donat lloc a moltes llegendes relacionades amb fades, bruixes, vaixells fantasma o ciutats meravelloses. Deixant de banda aquest tipus d'explicacions paranormals, la primera teoria científica sobre els miratges atribuïa les extravagants imatges a la sal del mar, que en evaporar-se deixava cristalls a l'aire que actuaven com a petits miralls. Va resultar ser errònia, però almenys no se sustentava en una intervenció màgica o divina.



*Figura 1: Visió d'un miratge superior per un espectador. Es veuen sis vaixells, tres invertits i tres drets. Font: [http://allisphysics.blogspot.com.es/2013/12/blog-post\\_21.html](http://allisphysics.blogspot.com.es/2013/12/blog-post_21.html)*



*Figura 2: Visió d'un miratge inferior per un espectador. Es veuen imatges invertides dels cotxes i el cel al terra. Font: <http://www.weathercast.co.uk> Weather News: What causes mirages?*

La temperatura de l'aire pot afectar al comportament de la llum, i de fet, tothom ha vist alguna vegada com les imatges tremolen, ballen i es deformen en dies molt calorosos o quan hi ha un foc aprop. En unes condicions atmosfèriques especials, la temperatura pot arribar a tòrcer la trajectòria de la llum i donar lloc a efectes sorprenents i formar noves imatges. En una carretera calenta, per exemple, els rajos de llum del cel abans d'arribar

l'asfalt, a mesura que travessen capes d'aire cada vegada més calentes es van corbant fins al punt que tornen a pujar. En aquesta situació, un espectador situat en una posició adequada, veurà una imatge del cel blau al mig de la carretera. El que ajuda a completar aquesta il·lusió òptica és que el nostre cervell processa les imatges sempre suposant que la llum viatja en línia recta, i efectivament, no sempre és així. Per aquest motiu, quan el cervell de l'espectador veu una taca blava al terra no es pot imaginar que es tracti d'un tros de cel, sinó que dedueix que és un toll d'aigua que fa de mirall.

Vaig descobrir aquest tema per un vídeo curt divulgatiu a Internet, i vaig voler fer el treball de recerca amb la intenció de controlar la llum aprofitant els miratges, però les primeres idees pels experiments eren molt incertes i estrambòtiques. Afortunadament, després d'una mica de recerca, vaig comprovar que en la literatura científica hi ha estudis que tracten sobre els miratges, i que a més proposen mètodes per reproduir-ne diversos tipus (versions més desenvolupades de les meves idees primitives), que he estudiat i adaptat a les meves possibilitats i als objectius del treball.

Els objectius d'aquest treball de recerca són:

- Estudiar els miratges experimentalment al laboratori mitjançant diversos procediments i comparar-los.
- Predir matemàticament el seu comportament amb mètodes simples.
- Interpretar les visions d'un espectador causades pel miratge relacionant els càlculs amb les fotografies.

El treball consta d'una explicació teòrica, en la qual es basa la part pràctica, que comença amb un raig de llum, l'element mínim, i acaba amb els miratges a gran escala. Seguidament, es duen a terme dos experiments amb l'objectiu de reproduir en el laboratori les condicions per a què es doni el fenomen i estudiar-lo. Paral·lelament, utilitzo les bases teòriques mencionades per a desenvolupar un programa matemàtic simple capaç de simular el comportament de la llum en un miratge. Aquest programa ha anat evolucionant a mesura que trobava nous factors a tenir en compte, per a intentar obtenir un resultat més fidel a la realitat.

## 2. CONTEXT TEÒRIC

### 2.1. Refracció i reflexió interna. Llei de Snell

Per a comprendre la naturalesa del fenomen primer cal entendre els conceptes de refracció i reflexió interna.

Quan un raig de llum\* que viatja a través d'un medi homogeni entra dins d'un altre medi homogeni, el raig es desviarà de la seva trajectòria inicial. Aquest fenomen es coneix com a **refracció**. Això passa perquè la llum es propaga per cada medi a velocitats diferents; per exemple, per l'aire viatja a 299.705 km/s però per l'aigua a 224.844 km/s, i pel diamant encara menys, a 124.034 km/s. L'índex de refracció (a partir d'ara  $n$ ) és la relació entre la velocitat de la llum a través del medi en qüestió i en el buit. És una característica coneguda de cada substància.

$$\text{índex de refracció}(n) = \frac{\text{velocitat de la llum en el buit}(c)}{\text{velocitat de la llum en el medi}(v)}$$

La velocitat màxima de la llum és en el buit ( $n=1$ ), per tant, tots els índexs seran majors que 1. A 20 °C, l'aire té un  $n$  de 1,00029, perquè la velocitat de la llum és pràcticament  $c$ . L'índex de refracció d'una mateixa substància pot variar depenent d'alguns factors:

- **Temperatura:** un valor de  $n$  només es vàlid per a una temperatura concreta. Generalment,  $n$  disminueix amb un increment de temperatura (també la densitat).
- **Concentració:** en una dissolució, la concentració d'una determinada substància també farà variar  $n$ . Aquesta propietat s'aprofita en l'elaboració de vi: mesurant l'índex de refracció es pot determinar la concentració de sucre del most i per tant la graduació alcohòlica que tindrà en un futur.

La relació entre la direcció del raig incident ( $\theta_1$ ) i la del raig refractat ( $\theta_2$ ) es pot obtenir mitjançant la simple Llei de Snell:

$$\sin(\theta_1) * n_1 = \sin(\theta_2) * n_2$$

\*En aquest treball només es tracta la refracció de la llum, però és aplicable a altres tipus d'ona.

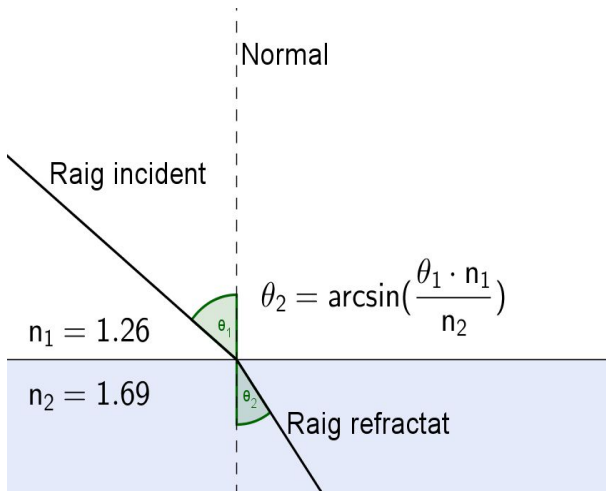


Figura 3: Quan  $n_1 < n_2$  llavors  $\theta_1 > \theta_2$  i el raig refractat s'acosta a la normal

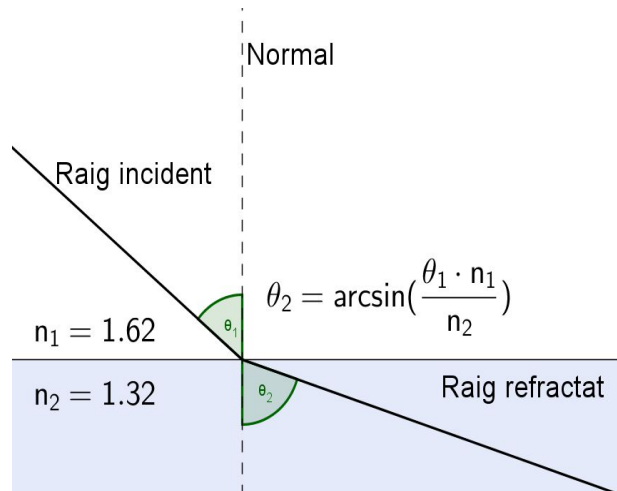


Figura 4: Quan  $n_1 > n_2$  llavors  $\theta_1 < \theta_2$  i el raig refractat s'allunya de la normal

En una refracció com la de la figura 4, l'angle refractat màxim és de  $90^\circ$ , i llavors el raig refractat coincidiria amb la recta que separa els dos medis (interfase). L'angle incident que genera aquesta situació s'anomena **angle límit** o **angle crític**. Si se supera aquest angle, ja no es donarà la refracció i la llum rebotarà contra la superfície entre els dos medis, fent que l'angle del raig reflectit sigui igual a l'angle del raig incident, tal com passaria en una reflexió especular. Aquest fenomen es coneix com a **reflexió interna** (fig. 6).

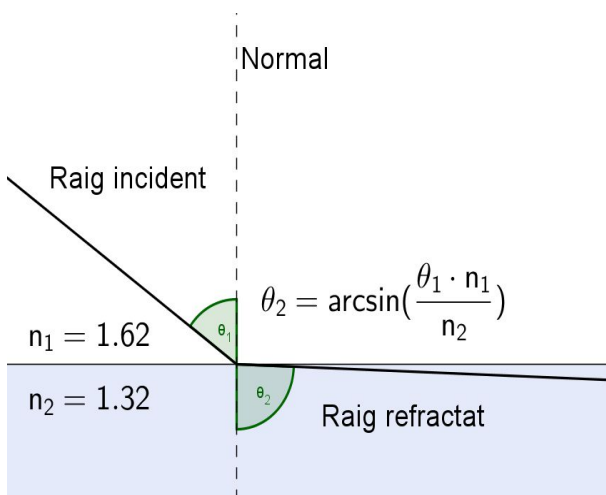


Figura 5: Refracció quan  $\theta_1$  s'acosta a l'angle límit

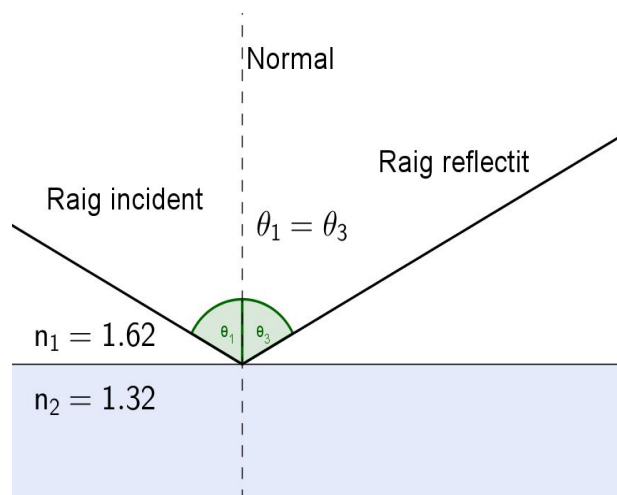


Figura 6: Reflexió interna. El raig incident ha superat l'angle límit

En la formació de miratges naturals no hi ha únicament dos medis de propagació clarament diferenciats que desviïn la llum en un angle exacte, sinó que hi ha un gradient d'índexs de refracció (conseqüència del gradient tèrmic). La diferència entre cada capa és

insignificant, però en total les petites desviacions consecutives acaben formant una trajectòria corbada. Si es donen les condicions adequades, en aquesta trajectòria hi pot haver un punt en el qual el raig deixi de baixar per a començar a pujar o viceversa; en aquest punt s'ha superat l'angle límit i hi ha hagut una reflexió interna.

## 2.2. Tipus de miratges

**Inferior:** es dona quan un objecte és vist en una posició més baixa que la real, com en l'efecte de la carretera mullada, el cel al terra. Els raigs de llum es torcen cap amunt (trajectòria còncava) ja que l'índex de refracció augmenta amb l'altura, perquè les capes d'aire més calentes es troben arran de l'asfalt o la sorra del desert. En l'exemple de la figura 8, la imatge «falsa» de les palmeres arriba a l'espectador des de sota, i per això el cervell construeix el miratge en una posició inferior.

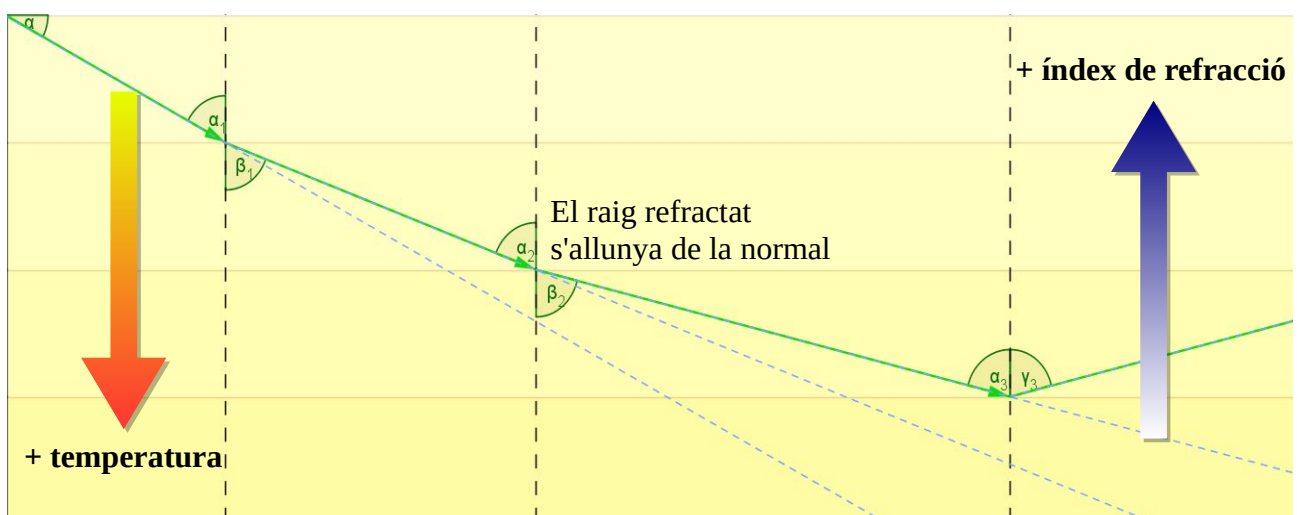
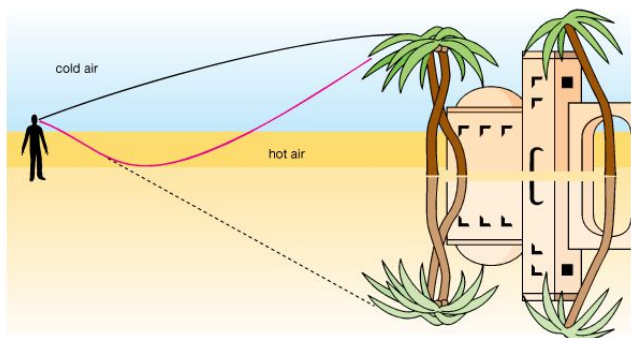


Figura 7: Esquema d'un miratge inferior. El gradient tèrmic de l'atmosfera s'ha simplificat en blocs.

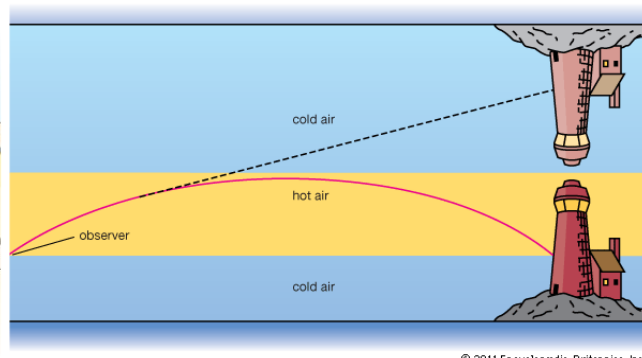
**Superior:** es dona quan un objecte és vist en una posició més alta que la real. Un exemple recurrent és el d'un vaixell que apareix de cap per avall a l'horitzó. Els raigs de llum es torcen cap avall (trajectòria convexa) perquè els índexs de refracció disminueixen amb l'altura, perquè les capes d'aire més properes al mar són més fredes. (fig. 8)

## Miratges, més enllà d'una il·lusió òptica

Formation of an inferior image



Formation of a superior image



© 2011 Encyclopædia Britannica, Inc.

© 2010 Encyclopædia Britannica, Inc.

Figura 8: Esquemes de la formació d'imatges en miratges inferiors i superiors. Font: *Mirage. Optical illusion 2010. Encyclopædia Britannica*, disponible a: <http://www.britannica.com>

El nom *Fata Morgana* a vegades és utilitzat per a referir-se als miratges superiors, però més específicament es tracta d'una combinació dels dos tipus de miratge mencionats, és a dir, que contenen capes d'aire fredes i calentes intercalades. No es poden analitzar o esquematitzar gaire bé perquè són aleatoris, molt inestables i poc comuns, per les condicions tan específiques que requereixen.



Figura 9: Miratge Fata Morgana a Tetlin Hills (Alaska de l'Est). Font: David Cartier. Disponible a: <http://www.flickrriver.com/photos/dcartiersr/2283060804/>

## **2. PART EXPERIMENTAL**

### **2.1. Experiment 1: obtenció de miratges amb temperatura**

El primer experiment adapta a petita escala un miratge inferior creant un gradient tèrmic a l'aire, tal com passaria a l'exterior (Vollmer i Tammer, 1998). La diferència és que a la natura el fenomen es produeix amb un gradient molt suau, però que queda compensat per les llargues distàncies (de desenes de metres a quilòmetres); en canvi, per reproduir-ho en un espai reduït s'ha d'equilibrar el model accentuant molt més la diferència de temperatures.

Per a estudiar el comportament de la llum en aquests experiments s'utilitza un punter làser verd, que és molt visible i permet seguir clarament la trajectòria d'un sol raig aïllat.

#### **2.1.1. Materials**

- 4 plaques escalfadores de laboratori.
- Xapa metàl·lica de 15x80x0,4 cm.
- Punter làser verd (532 nm) de <50mW.
- Ulleres de seguretat per làser verd.
- Regle graduat per a mesurar la desviació del raig làser.
- Ventilador o assecador, per dirigir aire fred contra la superfície calenta.
- Suport vertical amb peu i nou per a subjectar el làser, variar-ne l'altura i la inclinació.
- Càmera i trípode per a fotografiar els efectes del miratge.

#### **2.1.2. Procediments**

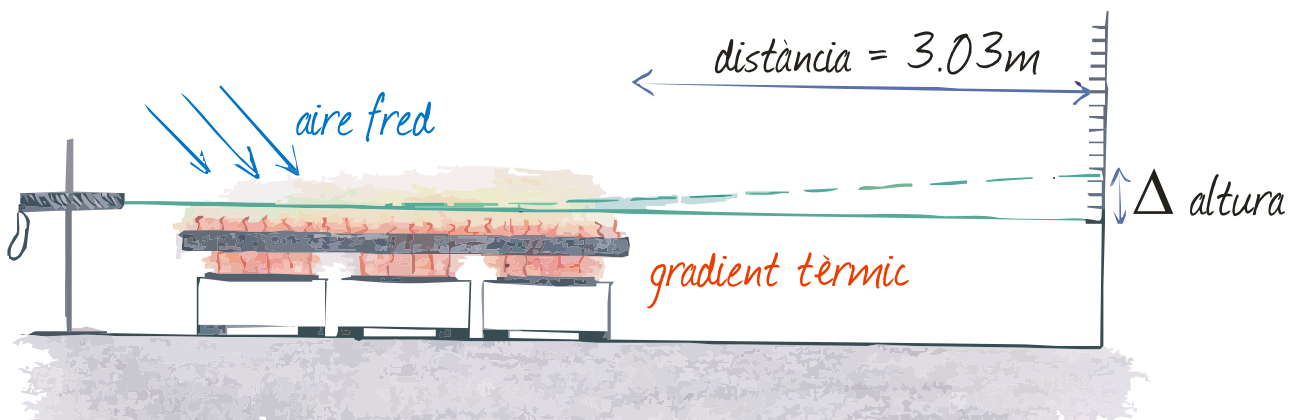
Les plaques escalfadores s'han disposat en fila sota la xapa metàl·lica; d'aquesta manera en comptes de 4 focus de calor aïllats hi ha una llarga superfície calenta que escalfa l'aire de damunt. Ajustant el suport vertical, el làser ha de passar paral·lelament damunt de la



superfície calenta i apuntar a una paret allunyada (en aquest cas 3,03 m). En aquesta paret es va mesurar la desviació del raig amb un regle fix.

Amb les plaques enceses i a temperatura ambient, el gradient tèrmic que es forma hauria de ser suficient per a apreciar la desviació de la llum, però es pot accentuar molt més si es dirigeix aire fred contra la superfície calenta de la xapa, per evitar que s'acumuli massa aire calent, s'homogeneïtzi i anul·li el gradient. Alguns autors (Vollmer i Greenler, 2003) proposen bufar-hi, d'altres utilitzen un ventilador per a tenir un corrent constant; aquí s'ha utilitzat un assecador que expulsa aire fred.

Amb les plaques apagades, s'ha mesurat i anotat a quina altura del regle apunta el raig làser quan travessa l'aire sense gradient, és a dir, sense cap manipulació.



*Figura 10: Esbós on es representa esquemàticament la disposició del làser, les plaques, la xapa i el regle graduat per a la recreació d'un miratge inferior.*

A mesura que la superfície es va escalfant, també ho fan les capes d'aire contigües, i el raig de llum es veu afectat pels canvis en l'índex de refracció. Podria ser que la trajectòria variés depenent de si s'utilitza el corrent d'aire fred o no, i també del temps que porta escalfant-se sense agitar les capes d'aire. S'han mesurat tots aquests casos, és a dir, escalfant-se, amb aire fred, sense aire...

La desviació del raig de llum es pot demostrar d'una altra manera: quan tot el muntatge està apagat es fa passar el làser arran de la xapa, de manera que el raig sigui visible (està en contacte amb la superfície). Després, quan les plaques estan enceses i s'hi aplica aire, el làser es corba cap amunt i deixa de ser visible, perquè no frega la xapa.



**Precaucions:** com que per observar els resultats de l'experiment cal mirar contínuament a una reflexió directa del làser, cal utilitzar ulleres de protecció per a làser verd, que bloquegen la radiació i prevenen danys importants i irreversibles a l'ull. A més de seguretat, les ulleres permeten prendre mesures molt més exactes, ja que sense elles el feix de llum és massa brillant per a determinar a quina altura està apuntant.

## **2.2. Experiment 2: miratges a través de líquids**

En el segon experiment, per tal de reproduir les condicions necessàries en un laboratori per a la formació d'un miratge, se substitueix el gradient tèrmic d'aire per un gradient de dos líquids miscibles amb les densitats i  $n$  adequats. Canviant les substàncies i ajustant alguns procediments es poden obtenir tant miratges inferiors com superiors (López-Arias et al., 2009).

### **2.2.1. Materials**

- Tanc de metacrilat de 30x17x20 cm. És el recipient on es deixen reposar els dos líquids per a formar un gradient adequat. Ha de ser transparent per a poder seguir la trajectòria del làser i observar els efectes del miratge.
- Suport vertical amb peu i nou per a subjectar el làser.
- Punter làser verd (532 nm) de <50mW.
- Aigua. Té una densitat aproximada de  $1000 \text{ kg/m}^3$  i  $n=1,333$ . Forma la capa inferior del miratge inferior i la capa superior del miratge superior.
- Etanol de 96°. És una substància polar que podrà formar un gradient amb l'aigua; la seva menor densitat ( $789 \text{ kg/m}^3$ ) i el seu major  $n$  (1,361) permeten formar un miratge inferior.
- Sucre. S'utilitza en dissolució aquosa 25%. Aquesta dissolució tindrà  $n=1,3725$  i una densitat major que l'aigua, de manera que en conjunt poden formar un miratge superior.
- Fluoresceïna (solució). És un compost orgànic sintètic soluble en aigua i alcohol, àmpliament utilitzat com a marcador fluorescent en moltes aplicacions. En aquest experiment ajuda a remarcar la trajectòria del làser a través dels líquids.

Miratges, més enllà d'una il·lusió òptica

- Sonda de làtex de 7,3 mm de diàmetre.
- Xeringa sense agulla de 50 ml.
- Pipetes de plàstic de 3 mL.
- 35 vials de 4 mL.
- Càmera i trípode per a fotografiar les trajectòries del làser i obtenir imatges de les deformacions provocades pels miratges.
- Refractòmetre d'Abbe. La funció d'aquest instrument és la de mesurar l'índex de refracció d'una petita mostra líquida, utilitzant prismes òptics per determinar l'angle crític i així l'índex de refracció. Normalment poden mesurar  $n$  entre 1,3 i 1,7.
- Densímetre digital. Serveix per mesurar ràpidament la densitat i altres paràmetres d'una mostra líquida sense haver-ne de mesurar el pes i el volum.

### 2.2.2. Procediments

Per a després poder observar els raigs làser més clarament, s'han afegit unes gotes de fluoresceïna a tots líquids abans de dipositar les capes.

#### *Miratge inferior*

---

S'ha omplert el recipient amb una capa d'aigua ( $n=1,333$ ) fins a una altura de 7 cm, i després una de 3 cm d'alcohol etílic ( $n=1,361$ ) a sobre. Per evitar que els líquids s'agitin i es mesclin massa, s'ha d'afegir l'alcohol amb una xeringa fent-lo lliscar per les parets del recipient. A la regió on els dos líquids estan en contacte (interfase) es crea el gradient d'índexs de refracció necessari, que han d'augmentar amb l'altura per a poder obtenir un miratge inferior.

El gradient es va formant amb el temps, així que és recomanable preparar les capes d'aigua i alcohol amb 24 hores d'antelació com a mínim.

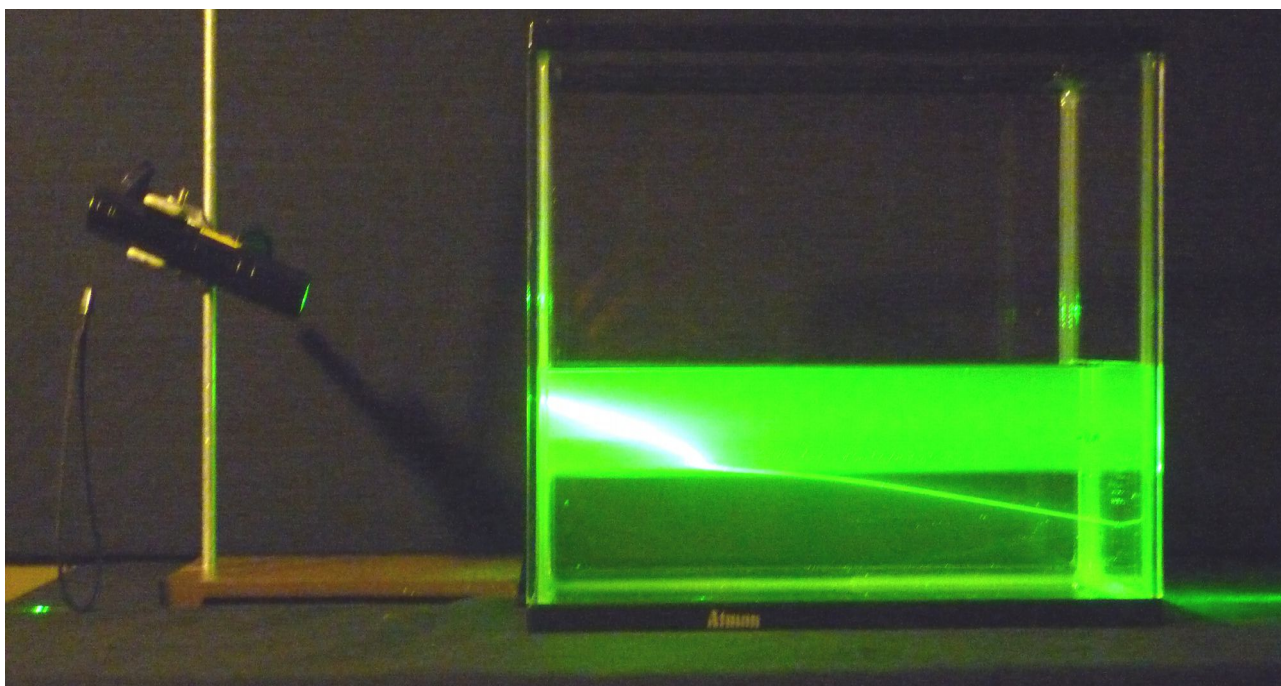


Figura 11: Muntatge del tanc, el suport, el làser i els líquids per al miratge inferior.

### *Miratge superior*

---

Per a obtenir el miratge superior s'ha utilitzat aigua i una dissolució aquosa de sucre (25%). S'ha mesurat la dissolució amb un refractòmetre, però també es pot consultar en taules que relacionen concentració i índex de refracció. El sucre provoca que  $n$  augmenti, de manera que juntament amb la major densitat de la dissolució en comparació amb l'aigua, es crearà un gradient refractiu que disminuirà amb l'altura.

Tal com es recomana en l'article de López-Arias (2009), per a aconseguir un gradient adequat primer s'ha omplert el recipient amb una capa d'aigua (6 cm) i després s'ha dipositat una altra capa de dissolució (6 cm) al fons del tanc utilitzant una sonda flexible de làtex i un embut. Aquest muntatge també cal preparar-lo amb unes hores d'antelació per donar temps a les dues capes a formar un gradient a la interfase.

En aquest moment, es podria recrear un miratge *Fata Morgana* afegint una capa d'alcohol damunt de les capes d'aigua i sucre. D'aquesta manera quedaria una capa d'aigua al mig amb un  $n$  menor que les capes d'alcohol i sucre.



Figura 12: Muntatge per afegir la dissolució de sucre sota de l'aigua.

### *Mesura del gradient*

---

En les dues variants de l'experiment, el gradient que s'ha format a la interfase es pot mesurar per a tenir dades concretes de les variacions de  $n$ , més enllà d'explicacions teòriques. S'han extret mostres de líquid amb pipetes a diverses altures del líquid contingut al tanc, procurant agitar el mínim la distribució dels líquids. Per evitar haver de mesurar mostres redundants, aquestes s'han pres en els rangs d'altures on es podia observar una desviació del làser més important, i per tant, un gradient més accentuat. També s'han pres mostres dels líquids inicials per separat (aigua, alcohol i solució de sucre) per a tenir una referència i comparar amb les mostres de dins del tanc.

L'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Química de la Universitat Rovira i Virgili m'ha proporcionat les instal·lacions i els aparells necessaris per a mesurar l'índex de refracció i la densitat de les mostres. A continuació hi ha les instruccions d'ús del refractòmetre; per a més detalls, a la bibliografia hi haurà enllaços directes a les fitxes tècniques i més informació sobre els aparells. No és necessari un apartat per a aclarir l'ús del densímetre, ja que el resultat apareix a la pantalla automàticament i no cal fer-ho manualment.





Figura 13: Refractòmetre d'Abbe i densímetre digital de l'ETSEQ (URV)

#### Instruccions refractòmetre:

1. Engregar el bany d'aigua (refrigerador) i el controlador de temperatura.
2. Col·locar la gota de la mostra problema sobre el vidre del refractòmetre.
3. Tancar la comporta i travar amb la roda de l'esquerra.
4. Focalitzar la línia divisòria de camps mitjançant la roda ubicada a la dreta de la lent.

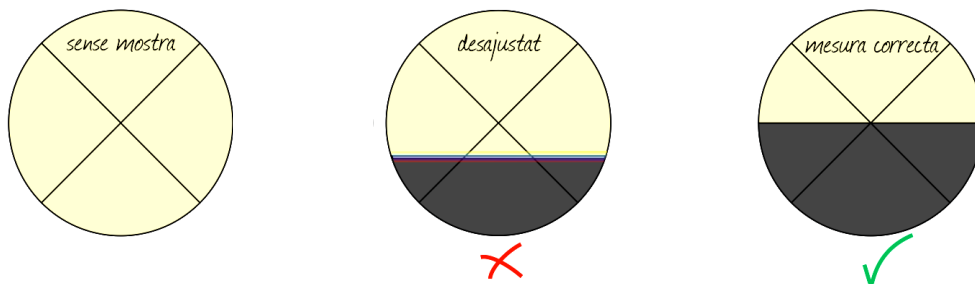


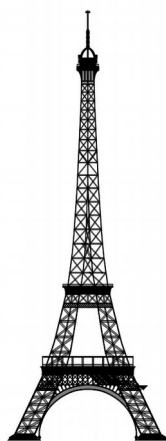
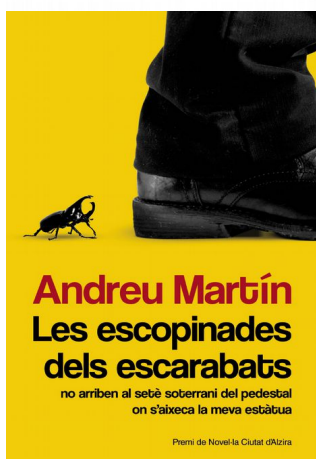
Figura 14: Possibles estats del refractòmetre. Cal trobar la divisió clar-fosc, fer-la nítida i quadrar-la amb el centre de la creu.

5. Ubicar la línia divisòria dels camps blancs i negres a la intersecció de les línies obliqües que formen una creu.
6. Realitzar la lectura sobre l'escala ubicada sota en un camp verd.

## Visions a través del miratge

A part d'estudiar el miratge pels laterals, és a dir, observant la trajectòria de la llum, també aporta molta informació analitzar com afecta tot aquest muntatge a les imatges que percebem. A diferència dels miratges de la natura, al tractar-se d'un sistema controlat podem estudiar i interpretar les visions i comparar-les amb l'objecte original.

1 2 3 4 5  
**BATISCAFO**

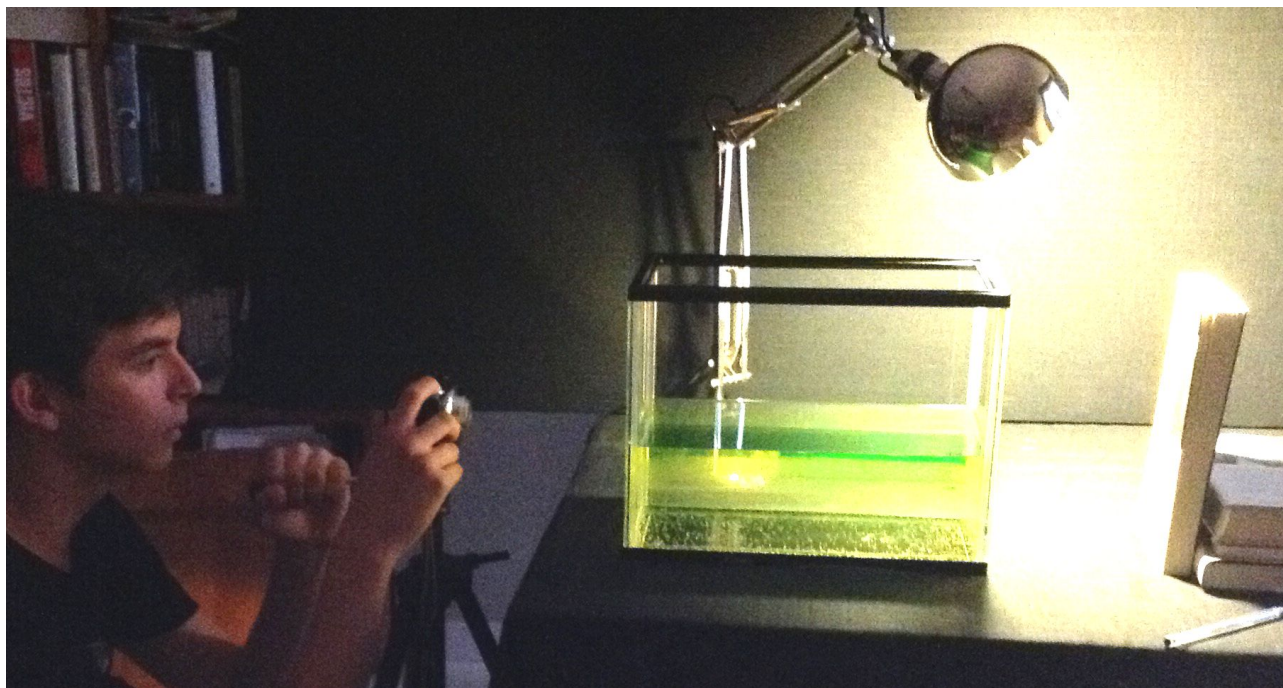


És important triar objectes fàcilment identificables, amb punts d'interès que puguem reconèixer en una versió distorsionada, per evitar ambigüitats a l'hora d'interpretar les imatges. Els números i les lletres compleixen aquesta característica, ja que tenen formes molt distintives. D'altra banda, la forma triangular de la Torre Eiffel fa que sigui fàcil distingir si està de cap per avall o no. Finalment, els blocs de colors només s'utilitzaran amb la intenció de comprovar si hi ha irregularitats horitzontals en el gradient o si aquest és uniforme.

*Figura 15: Objectes model per analitzar les distorsions provocades pels miratges.*

Per a fer les fotos de les visions, el millor és utilitzar una càmera amb trípode i anar variant l'altura i la inclinació tant de la càmera com de l'objecte a l'altra banda del tanc fins a trobar una bona foto amb deformacions clares. Un altre paràmetre que cal tenir en compte és la distància entre l'objecte, la càmera i el recipient.

S'han obtingut les millors fotos fent que l'única font de llum de la sala apunti directament a l'objecte, i la resta estigui a les fosques. D'aquesta manera s'eviten interferències d'altres objectes i s'assegura que hi hagi prou llum com per travessar el tanc i donar imatges de qualitat.



*Figura 16: Muntatge per a fotografar miratges. Cal que la llum apunti directament a l'objecte model.*

### 2.3. Simulació matemàtica de l'experiment

En alguns estudis sobre miratges s'han utilitzat mètodes matemàtics complexos per a simular la trajectòria de la llum tenint en compte el gradient que es dona a la natura, de manera que el resultat és molt exacte i forma una línia corba (2009, López-Arias *et al*; Khote i Howard). En aquest treball he optat per dissenyar una simulació gràfica d'un miratge inferior més simple matemàticament, i utilitzant únicament la llei de Snell per a calcular la desviació del raig entre parells de capes. He considerat que amb 10 fases diferenciades la trajectòria simulada ja és suficientment corba. He utilitzat el programa GeoGebra perquè és una eina molt interactiva, que genera objectes matemàtics a temps real mentre es canvien valors amb comandaments molt senzills.

Aquestes són les variables de les quals depèn la simulació:

- Angle d'entrada del làser
- Altura de cada fase
- Mides del recipient
- Índex de refracció de cada fase

El programa també permet mostrar o no les normals (línies discontinues negres), els angles de cada canvi de direcció (en verd), les trajectòries en línia recta que hi hauria si no es desviés el raig -que permeten observar més clarament la desviació- (línies discontinues blaves), les capes del gradient (representat amb un gradient de color) i les interfases (línies fosques entre els blocs).

Aquest és el procés per a crear un nou segment que representi la trajectòria del làser desviada per refracció, partint d'un angle d'entrada i una estructura de blocs (capes):

- 1- Inserir una recta en l'angle d'entrada del làser (indicat per un punt lliscant).
- 2- Marcar la intersecció entre la recta i la primera interfase. Inserir una recta perpendicular a la interfase i que passi per la intersecció, serà la normal.
- 3- Marcar l'angle entre la recta i la normal ( $\alpha$ =angle incident). Afegir l'angle refractat ( $\beta$ ), amb un valor que dependrà de  $\alpha$  matemàticament.

$$n_1 \cdot \sin(\alpha) = n_2 \cdot \sin(\beta) \rightarrow \sin(\beta) = \frac{n_1 \cdot \sin(\alpha)}{n_2} \rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{n_1 \cdot \sin(\alpha)}{n_2}\right)$$

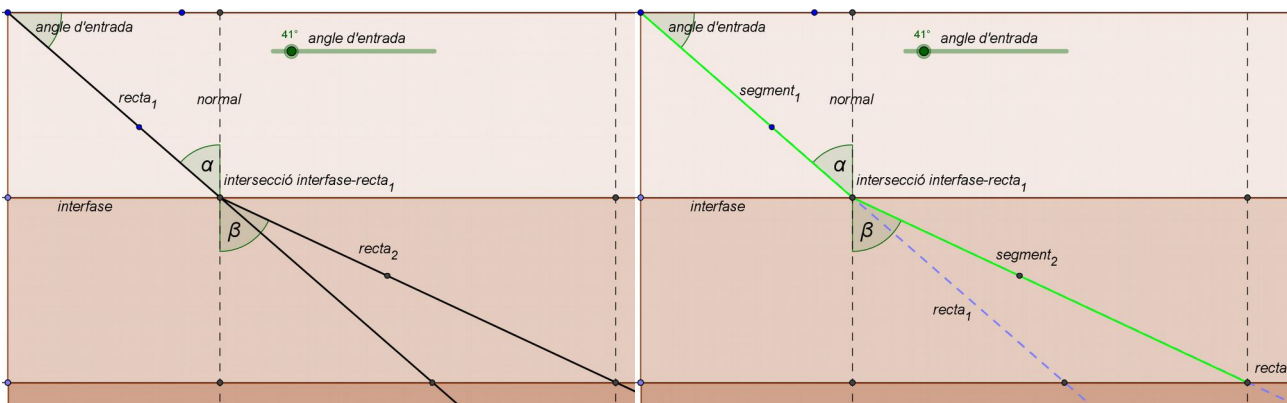


Figura 17: Diferència entre les rectes de la trajectòria calculades a partir de Snell i els segments que representen el làser.

- 4- Inserir una recta en  $\beta$ , serà la nova trajectòria. Com que a la següent interfase es tornarà a desviar no podem marcar la recta en verd representant el làser, sinó que un cop repetit aquest procés en totes les capes, hem d'afegir els segments en verd entre cada intersecció. En realitat, les rectes que calculem només són guies, no són el làser.



En el cas que se superi l'angle límit el programa ja no pot calcular  $\beta$ , i per tant desapareixerà el raig refractat i tots els altres objectes que depenguin d'ell. Per a representar la pujada després de la reflexió interna:

1- Inserir l'angle reflectit ( $\gamma$ ) a l'altra banda de la normal.

2- La pujada serà una còpia exacta de la baixada, per tant es pot utilitzar l'eina simetria axial i establir l'eix en la normal. Això s'ha de repetir per a cada capa.

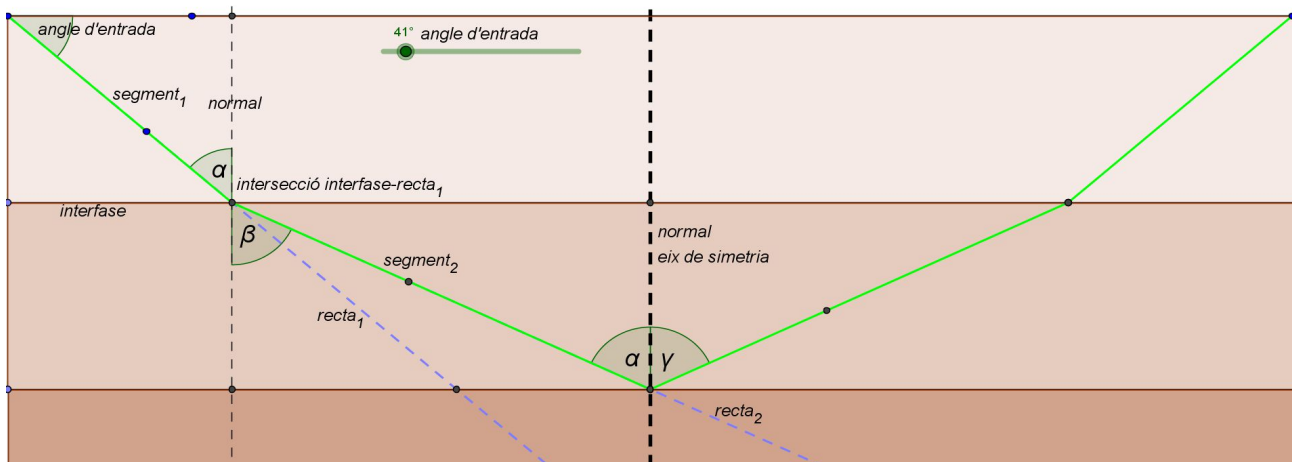


Figura 18: No cal tornar a crear tots els elements per la pujada, només un eix de simetria que aparegui quan sigui necessari.

3- Només interessa mostrar la pujada en cas que se superi l'angle límit, és a dir, quan  $\beta > 90^\circ$ . El problema d'introduir la condició  $\beta > 90$  és que  $\beta$  no existeix quan és major de  $90^\circ$ . Es pot solucionar canviant-ho per  $\neg(\beta < 90)$ , perquè quan  $\beta$  no existeix tampoc és menor que 90, i el programa ho pot entendre.

Evidentment, en aquest punt el programa no està enllestit, però un cop s'ha repetit aquest procés per a cada interfase, la part matemàtica relacionada amb els miratges ja s'ha acabat. A partir d'aquest punt cal nombrar als elements, afegir condicions per a què es mostrin o no, corregir errors que puguin sorgir i polir l'estètica en general.

## Miratges, més enllà d'una il·lusió òptica

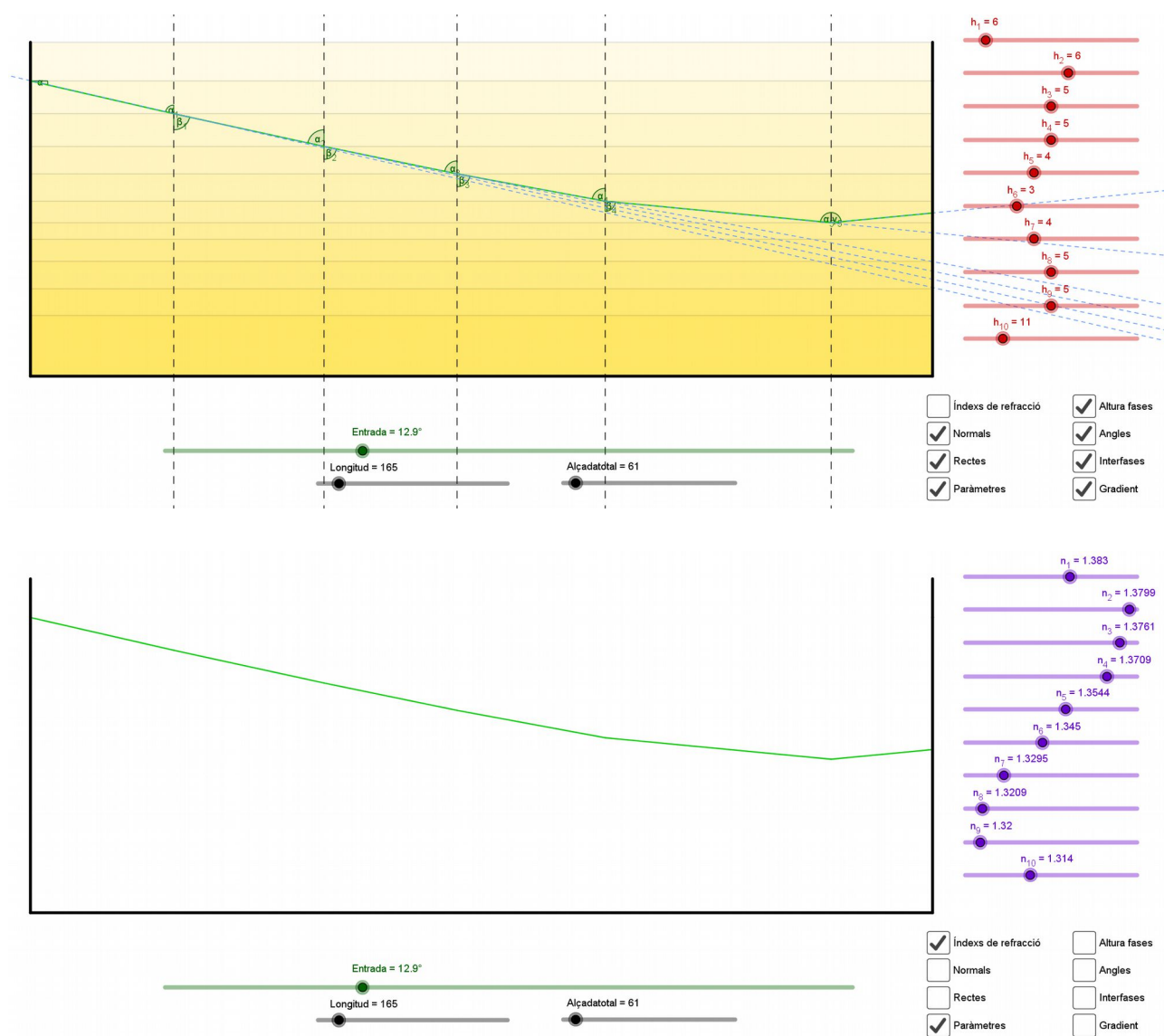


Figura 19: El programa complet pot mostrar la simulació amb tots elements o amb la interfície neta. Les diferents combinacions es controlen a través dels botons de la dreta.

### 3. RESULTATS

#### 3.1. Experiment 1. Temperatura

##### a) Variacions d'altura

El làser passava paral·lelament a 3 mm per damunt de la xapa.

Estat	$\Delta$ Altura (mm)	Punt de llum*
I) Apagat	23	Quiet, estable, definit
II) Escalfant-se (2 min)	32	Es mou a poc a poc en totes les direccions, tremolant
III) Escalfant-se (3 min)	40	Moviments més agitats
IV) Escalfant-se (4 min)	42	Forma de fus vertical, saccades que arriben a 50
V) Màxim (5 min)	47-55	Moviments molt ràpids, amb grans batzegades
VI) Aire a l'inici	32	Punt molt dispers, aplanat, tremolant
VII) Aire al final	40	Puja, una mica més definit i simètric
VIII) Aire paral·lel a poca potència	32-40	Punt dispers i oscil·lant entre 32 i 40
IX) Sense aire	47	Moviments violents

Taula 1: Variacions d'altura i aspecte del punt làser en diferents situacions. \*Punt de llum mesurat sobre una paret a 3,03 m de la font làser

**I)** Lògicament, quan les plaques estan apagades el punt del làser contra la paret és definit i estable, perquè no hi ha pertorbacions en l'aire (un sol medi homogeni).

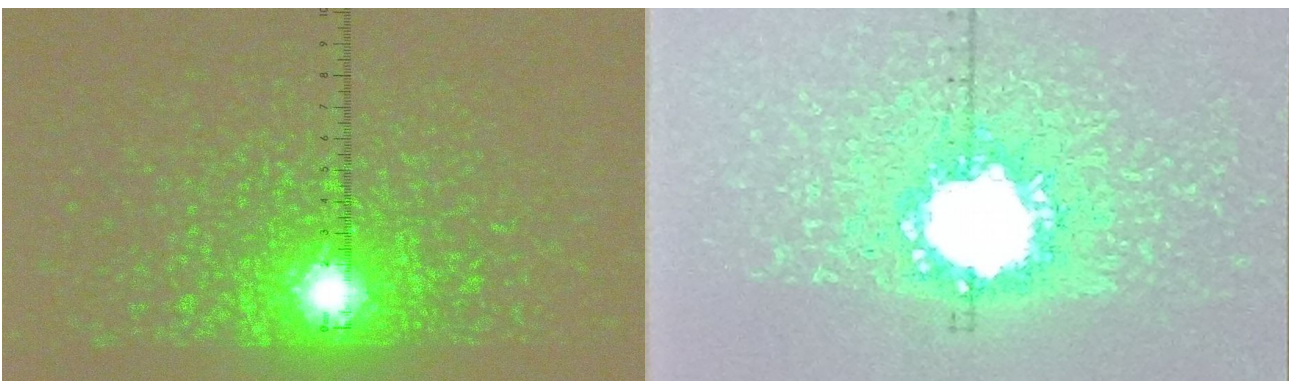
**II) i III)** A mesura que augmenta la temperatura de les plaques el punt comença a tremolar i moure's fent essés.

**IV)** El punt es deforma, s'estira verticalment i cada vegada les batzegades són més amples (algunes arriben a 50 mm)

**V)** Quan les plaques han arribat a la màxima potència el punt està molt més amunt (47 mm) i molt dispers. Les oscil·lacions també augmenten considerablement; de fet, es mou en un rang entre els 45 mm i els 55 mm.

**VI), VII) i VIII)** En aplicar aire fred contra la superfície calenta, el punt descendeix ràpidament dispers i tremolant. La baixada és més pronunciada si l'aire s'aplica a l'extrem de la xapa més proper al làser, mentre que a l'altre extrem el punt no baixa ni es dispersa tant. Si l'aire s'enfoca a baixa potència paral·lel a la xapa, es produeix una combinació dels dos casos, el punt oscil·la entre les dues posicions.

**IX)** Quasi immediatament després, torna a pujar fins al seu màxim, una mica més definit i estable que el cas **V**. Al cap de 10 segons d'escalfament sense afegir corrent d'aire el punt és exactament igual que **V**.



*Figura 20: Fotografies del punt làser sobre el regle fetes amb càmeres diferents. És massa brillant per l'ull i les càmeres, calen ulleres de protecció per a determinar-ne la posició.*



*Figura 21: Fotografies del muntatge per a recrear i capturar el miratge inferior.*



### ***b) Imatges distorsionades***

Es poden observar les deformacions i tremolors típiques d'una imatge per l'efecte de la calor, però per a obtenir miratges amb imatges duplicades i/o invertides s'han de fer les fotografies en condicions específiques: objectes petits (1 cm aprox.) situats aprop d'un extrem de la xapa, la càmera a l'altre extrem com més lluny possible, enfocant al límit de la superfície de la xapa. Els detalls sobre la construcció de les imatges múltiples dels miratges es tractaran més a fons als resultats de l'experiment 2, on les imatges són més clares i comprensibles.



*Figura 22: Tres miratges de l'as de trebols. Al primer la imatge falsa està per sota i separada de la original; al segon, les dues imatges estan fusionades; al tercer s'hi pot veure un tros de l'extrem del trebol duplicat i deformat a sota.*



*Figura 23: Al primer miratge, hi ha la imatge real del triangle a sobre, la invertida al mig i una repetició de la punta a sota. Al segon miratge es diferencien dues còpies del nom, i fins i tot se'n poden distingir tres en algunes lletres (M, C, R)*



*Figura 24: En aquest cas, la imatge duplicada de les rodes està fusionada amb la real.*

### **c) Altres observacions**

L'efecte de la calor sobre la trajectòria del làser es veu indirectament a l'apartat a), però també es pot observar de manera directa: des d'un lateral, el moviment del raig làser amunt i avall en aplicar corrent d'aire i treure'l és fàcilment visible a ull nu. Tot i així, les càmeres no l'han pogut captar bé perquè la llum és massa tènue.

Aquest experiment s'ha intentat reproduir tres vegades, augmentant el gruix de la xapa metàl·lica a cada intent. Si la xapa metàl·lica és massa prima, es deforma amb la calor i adopta una forma convexa. Això fa que el miratge sigui més difícil d'aconseguir, perquè impedeix que el làser pugui passar arran de la superfície al llarg de tota la xapa i es mantingui en una sola capa regular. La primera xapa d'1 mm es va deformar exageradament, i una altra de 2 mm tampoc va donar bons resultats. Finalment una xapa de ferro de 4 mm de gruix va oferir suficient resistència per suportar la calor dels fogons sense deformar-se de forma rellevant durant l'experiment.

Utilitzar una xapa més gruixuda, a més de reduir la deformació i augmentar la superfície útil, també ajuda a distribuir la calor més uniformement i mantenir-la durant més temps, malgrat que tardi més a escalfar-se.

### 3.2. Experiment 2. Líquids

#### a) Trajectòria del làser

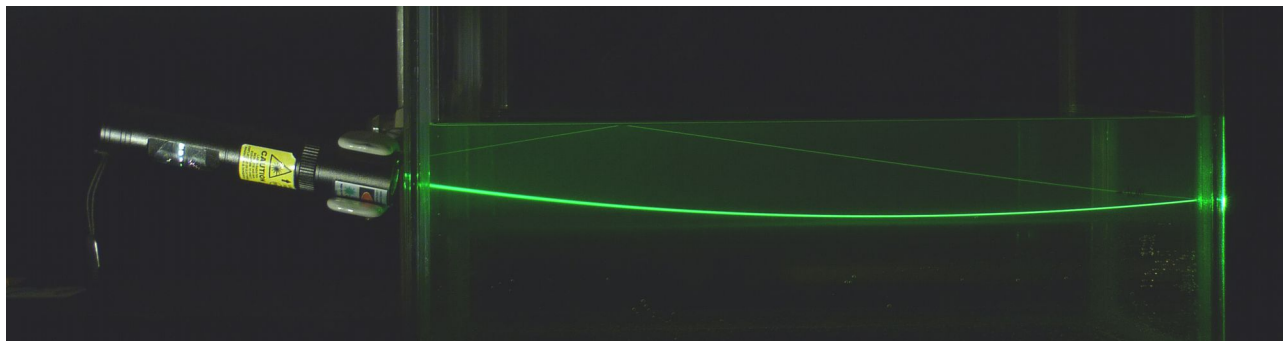


Figura 25: Trajectòria còncaua simètrica del miratge inferior (etanol i aigua).

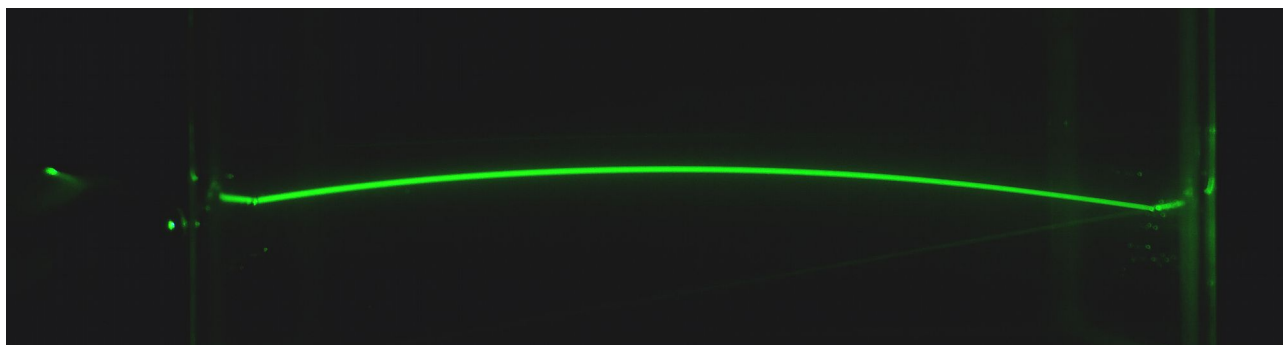


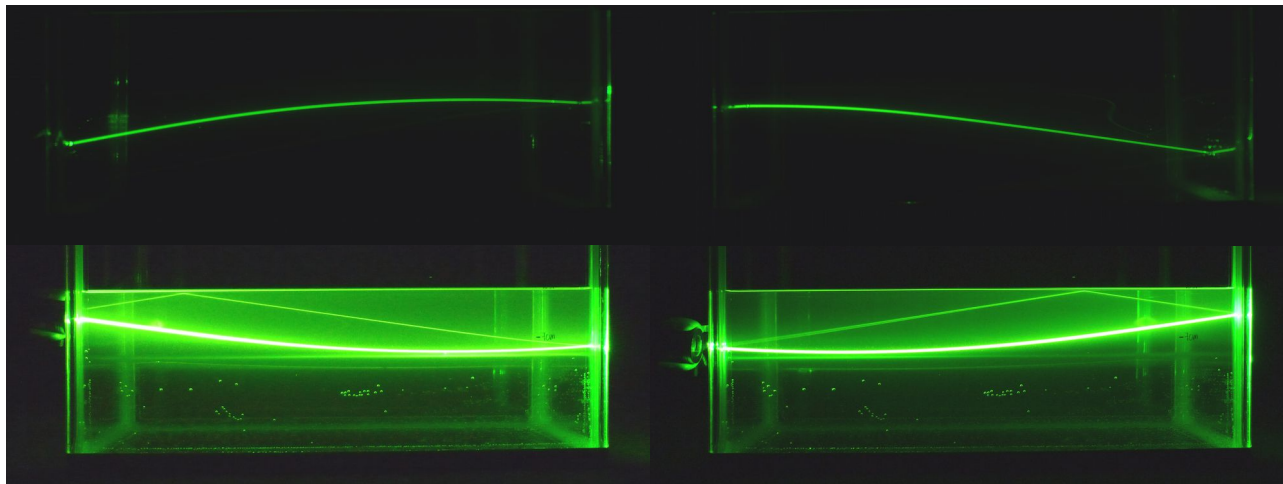
Figura 26: Trajectòria convexa simètrica del miratge superior. (sucre i aigua).

Les trajectòries han sortit tal com s'esperava en cada cas. La posició òptima del làser per aconseguir una corba ben definida depèn de com s'hagi distribuït el gradient i cal trobar-la per tempteig, però generalment el làser hauria d'estar lleugerament inclinat cap avall en els miratges inferiors i amunt en els superiors. Per a una corba simètrica s'hauria d'apuntar a la meitat del recipient per fer coincidir el punt de reflexió interna amb el mig.

També és possible observar corbes marcades sense que siguin simètriques: el primer cas es dona apuntant el làser horitzontalment des d'on hi hagi un gradient més accentuat (una mica més amunt de la meitat de l'alçada del líquid). D'aquesta manera el raig es veu forçat a desviar-se i contrasta molt amb la trajectòria horitzontal inicial. El segon cas només es tracta del mateix efecte en sentit contrari, és a dir, apuntant cap amunt en els miratges superiors i avall en els inferiors, de manera que la trajectòria inicialment desviada acabi horitzontal.



Amb les fotografies col·locades de costat és fàcil veure que un recipient el doble de llarg hauria pogut produir corbes simètriques molt més llargues i pronunciades, ja que els miratges s'accentuen amb la distància.



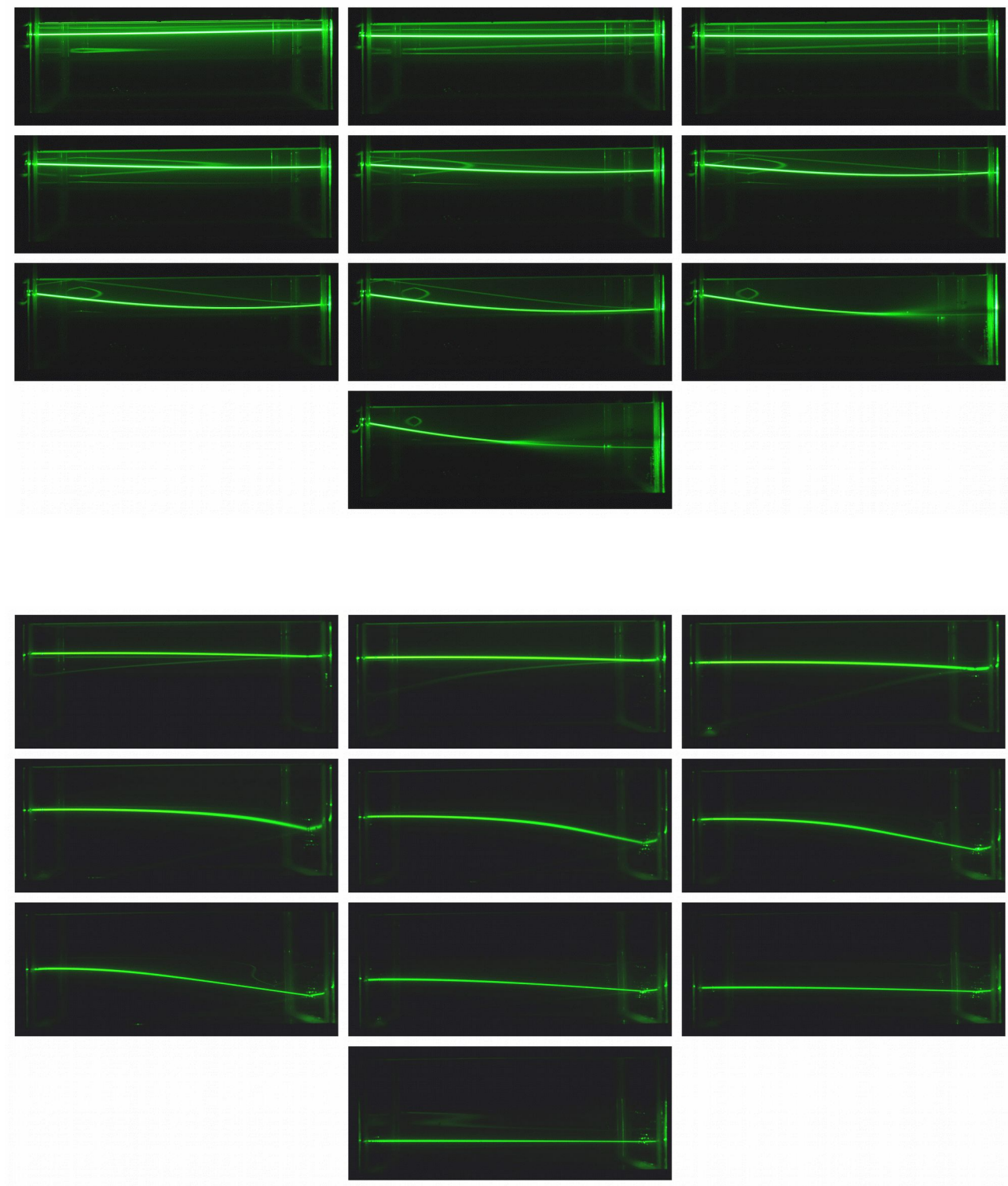
*Figura 27: Corbes marcades. A dalt, miratges superiors; a baix, miratges inferiors. A l'esquerra, comencen desviats i es redrecen; a la dreta comencen horitzontals i acaben desviats. S'intueix la forma d'una gran corba entre les parelles de fotografies.*

A continuació hi ha blocs amb les trajectòries que pren el raig làser en variar-ne lleugerament la inclinació, esquematitzades i superposades (utilitzant el programa d'edició gràfica CorelDrawx7 per tractar les imatges). Les franges grises divideixen l'altura en centímetres, i la línia vermella indica la separació inicial entre els dos líquids per a situar visualment la zona de gradient més accentuat. En tots els casos es veu com augmenta l'efecte del miratge al acostar-se a la línia vermella, especialment a la figura 34.

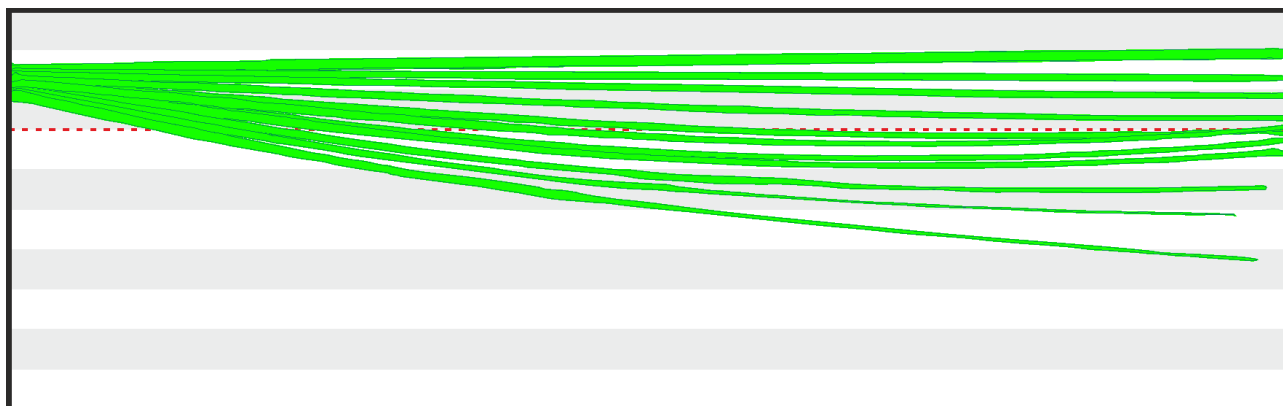
En el miratge inferior les sèries de fotografies són amb el làser fix apuntant des de dalt i des del mig, i es van realitzar dues vegades (24 i 48 hores després del muntatge) per a comprovar si un repòs més llarg atenua l'efecte del miratge. Efectivament ha estat així, les trajectòries de la segona sèrie descriuen corbes menys pronunciades que la primera.

En el miratge superior una sèrie és del làser fix amb variacions d'angle, i una altra en la qual només varia l'altura però el làser sempre es manté horitzontal. En la primera sèrie és molt evident que els rajos només es desvien quan creuen la zona de transició dels dos líquids, però si no hi arriben o quan ja han passat de llarg el làser manté la direcció.

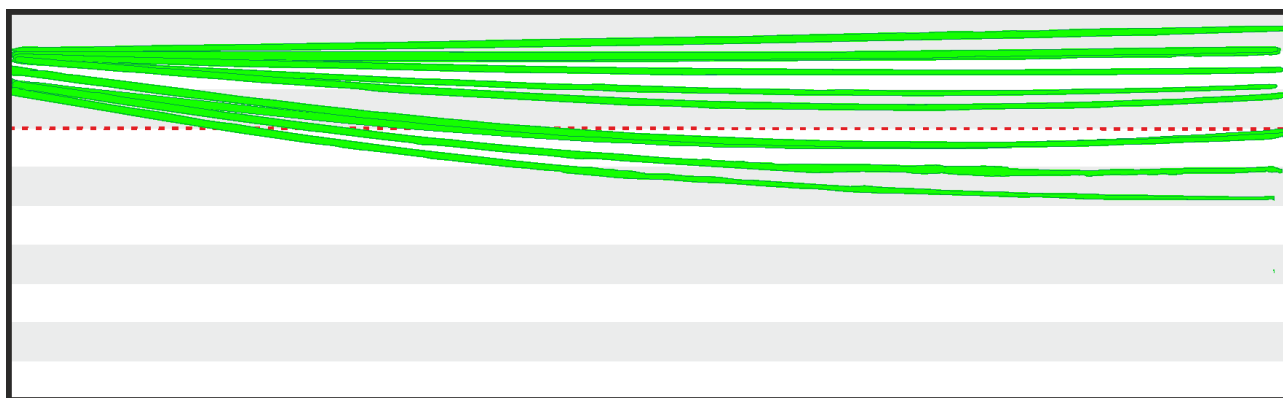




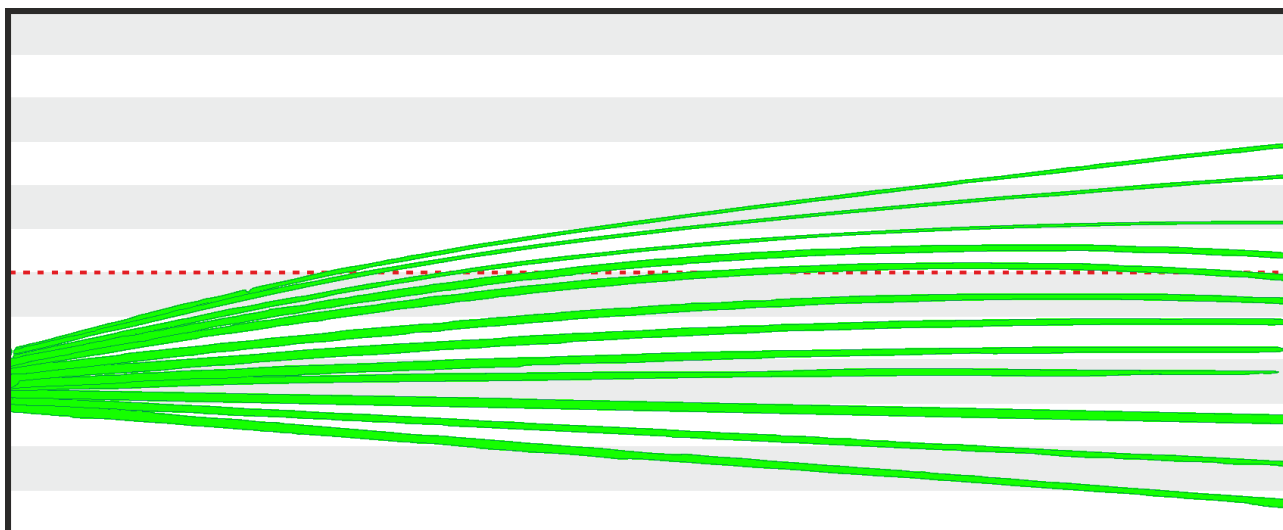
*Figura 28: Exemples de sèries de fotografies directes al miratge, sense tractar.*



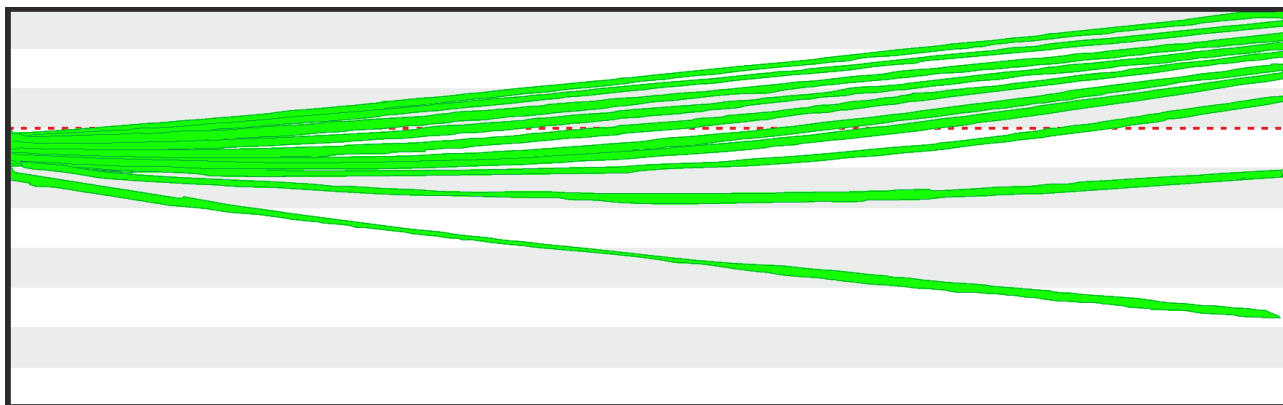
*Figura 29: Miratge inferior. Trajectòries del làser en variar-ne l'angle d'entrada des de dalt. 24 h de repòs.*



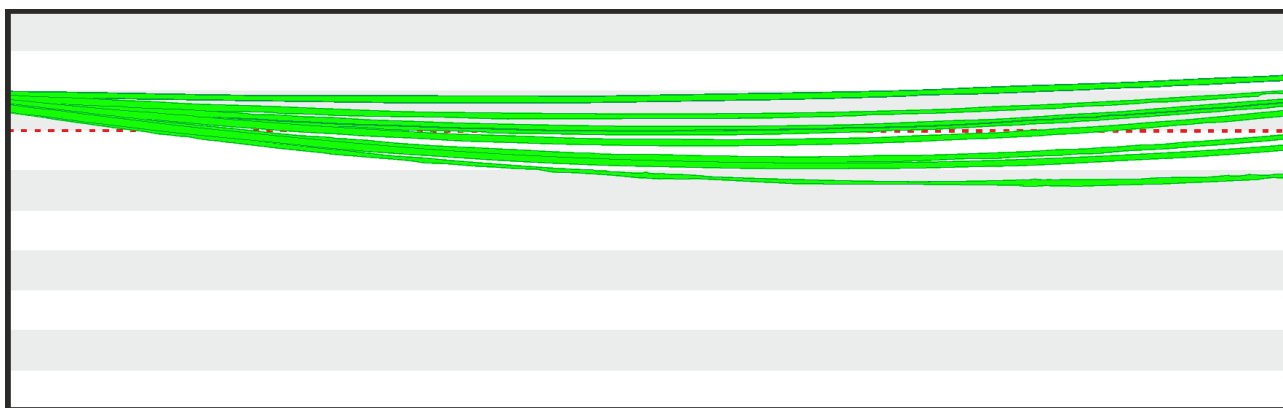
*Figura 30: Miratge inferior. Trajectòria del làser en variar-ne l'angle d'entrada des de dalt. 48 h de repòs.*



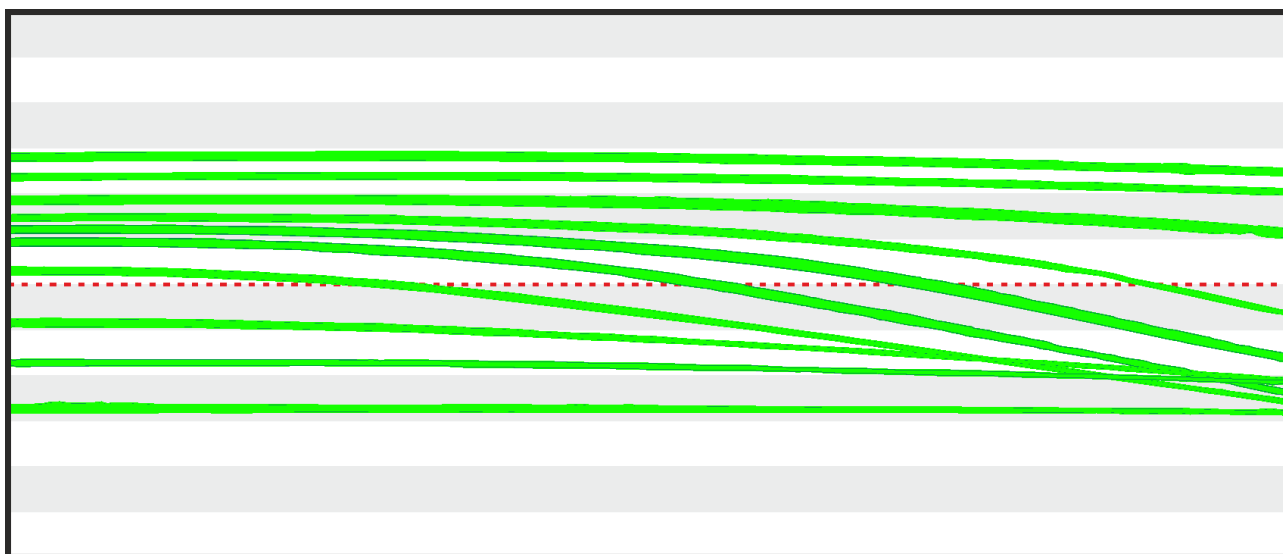
*Figura 31: Miratge superior. Trajectòries del làser en variar-ne l'angle d'entrada des del mig. 12 h de repòs.*



*Figura 32: Miratge inferior. Trajectòries del làser en variar-ne l'angle d'entrada des del mig. 24 h de repòs.*



*Figura 33: Miratge inferior. Trajectòries del làser en variar-ne l'angle d'entrada des del mig. 48 h de repòs.*



*Figura 34: Miratge superior. Trajectòries del làser en variar-ne l'altura, sempre horitzontal. 12 h de repòs.*

### b) Mesura del gradient

En aquest apartat es mostren les gràfiques amb les dades obtingudes de la mesura de l'índex de refracció i la densitat dels líquids. Aquestes gràfiques corroboren la idea inicial que situava la zona de gradient més accentuat al mig (aprop de la separació inicial dels dos líquids, marcada amb una línia discontinua), mentre que als extrems els índexs de refracció es mantenen estables. Comparant les dades dels extrems amb les mesures dels líquids aïllats es demostra que en aquella zona pràcticament no s'han arribat a mesclar els dos líquids utilitzats en cada experiment. Les mesures del refractòmetre i el densímetre donen resultats coherents, les corbes de gradient respectives s'estabilitzen a la mateixa altura. Les gràfiques descriuen corbes que es poden aproximar funcions polinomials, de 4<sup>a</sup> o 5<sup>a</sup> grau per l'inferior i 7<sup>a</sup> grau pel superior.

En el moment d'extreure les mostres de líquid la intenció era mesurar el gradient mitjançant només els índexs de refracció però no estava previst utilitzar també el densímetre. Per aquest motiu, algunes de les mostres eren insuficients per a realitzar una mesura fiable de la densitat i no hi ha dades en algunes altures.

A la gràfica del miratge inferior es pot apreciar com la corba torna a baixar a l'altura màxima. En teoria ja s'hauria d'haver estabilitzat, però a part d'un possible error de l'experimentador i l'aproximació a una funció, hi ha pot un altre motiu per aquest canvi en la tendència. Normalment l'índex de refracció de les substàncies varia proporcionalment a la concentració, però en algunes no sempre és així. Aquest és el cas de l'etanol, que tal com es mostra a la figura 35, segueix una proporció relativament constant si la concentració és baixa, però a altes concentracions l'índex deixa de créixer i passa a decreixer lentament. Això explicaria els últims valors de les mostres del miratge inferior.

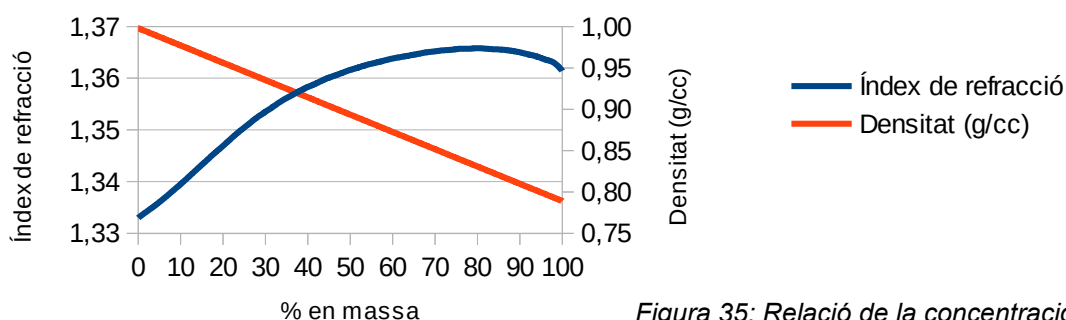


Figura 35: Relació de la concentració d'etanol amb l'índex de refracció i la densitat.

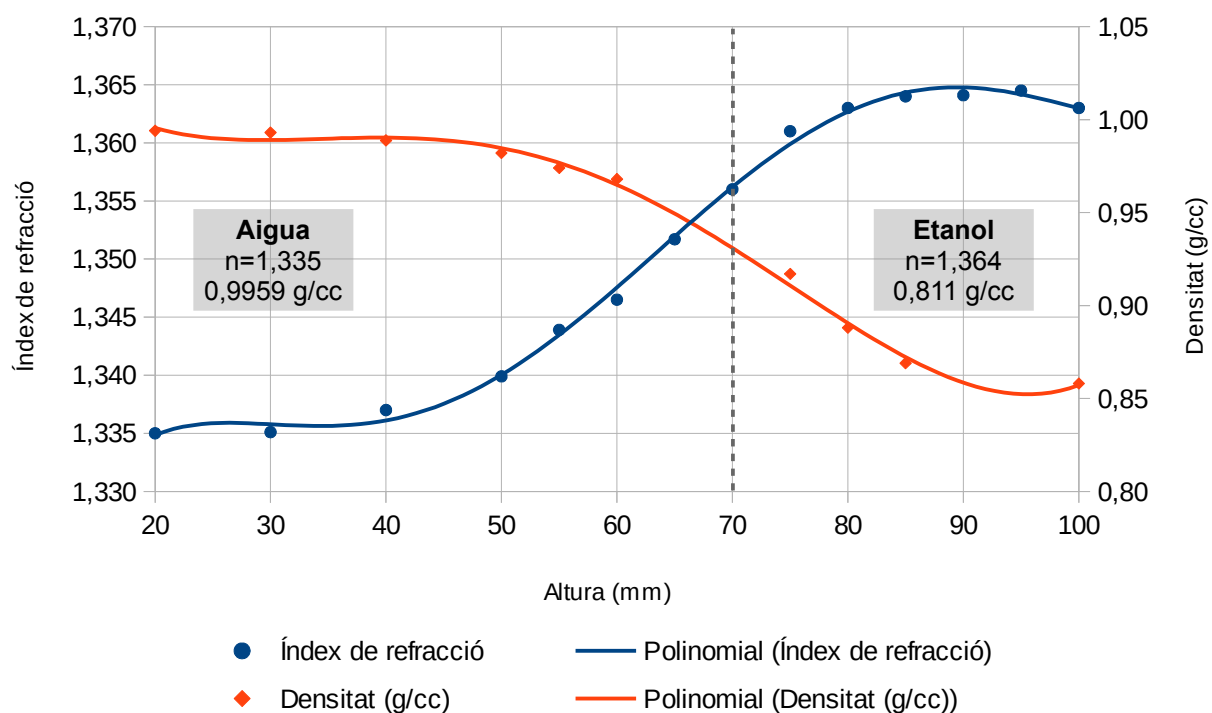


Figura 36: Mesura de l'índex de refracció i la densitat del gradient del miratge inferior.

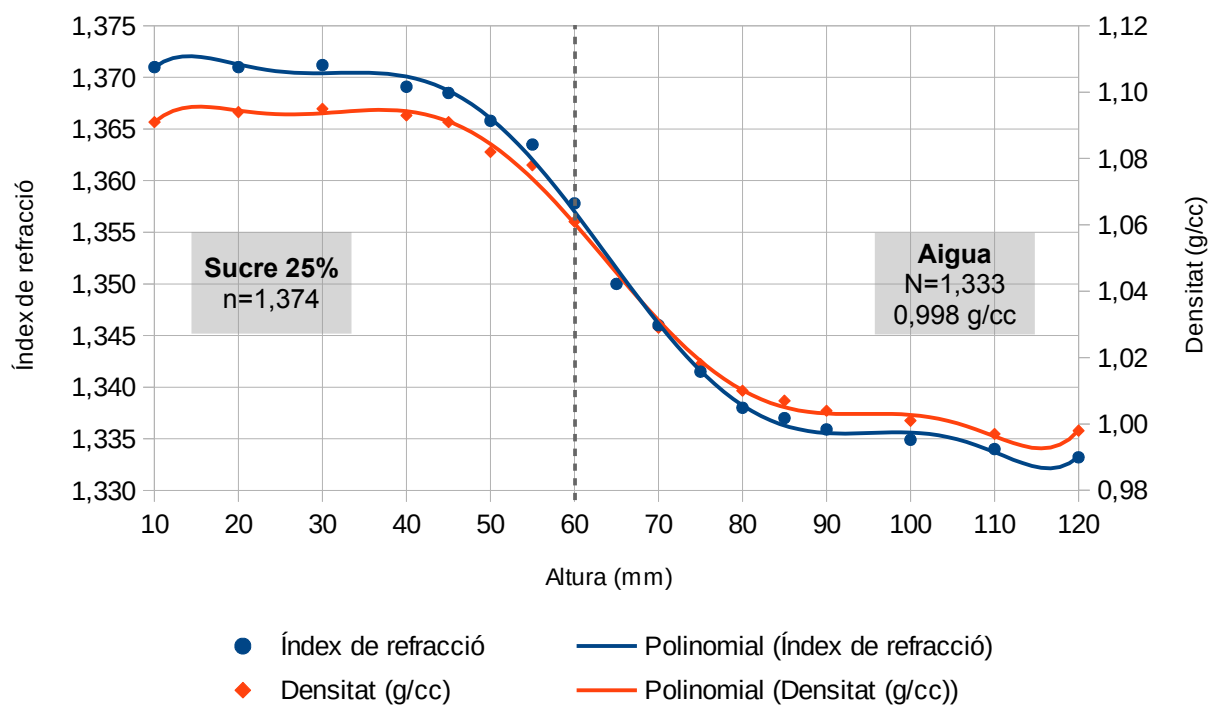


Figura 37: Mesura de l'índex de refracció i la densitat del gradient del miratge superior.

### ***c) Adaptació de les dades per a la simulació. Comparació***

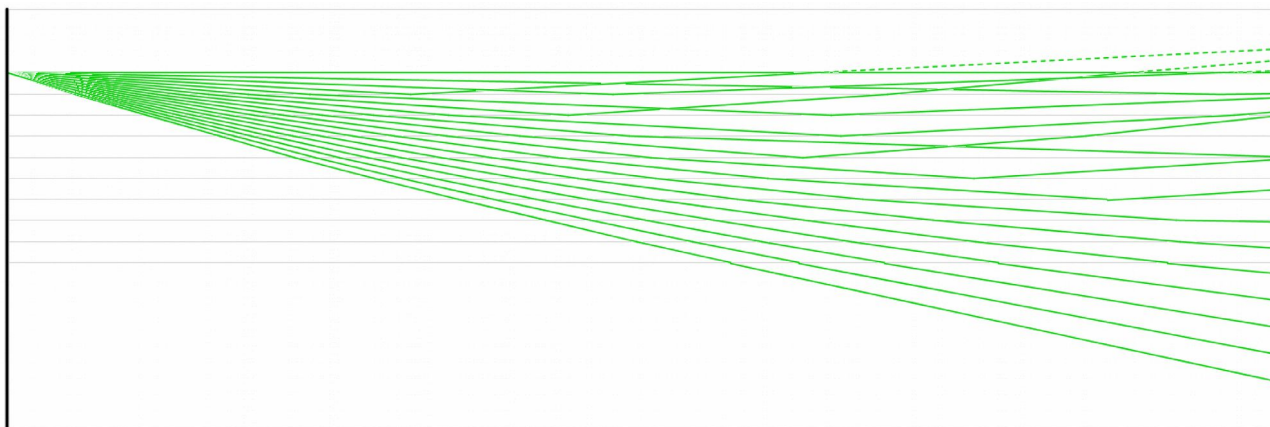
L'objectiu d'aquesta part és traslladar les dades de la mesura del gradient al programa simulador. Per més flexibilitat, en comptes d'utilitzar les dades empíriques he establert els valors de  $n$  de cada interval segons la funció matemàtica que apareix en els gràfics anteriors.

Tenint en compte que el muntatge de la simulació està format per 10 capes, s'ha hagut d'establir una manera de dividir la corba de gradient de 100 mm en 10 fraccions. En aquest aspecte hi ha hagut una evolució per intentar que les divisions siguin el més representatives possible del gradient real. La primera idea va ser fer 10 capes iguals, però així se'n desaprofitaven, perquè les 3 de cada extrem tenien pràcticament el mateix valor de  $n$  i per tant eren redundants.

Seguint el mateix propòsit que a l'hora de prendre les mostres de líquids, les capes també s'han distribuït en intervals molt amplis als extrems i més estrets a la zona intermèdia, on cal més precisió per a representar un gradient molt ràpid. La distribució és la següent: a baix, un sol bloc de 40 mm, 8 blocs de 5 mm al mig i un bloc final de 20 mm a dalt de tot.

Teòricament, en aquest punt la simulació ja és representativa, però com que el desenvolupament del programa i l'experimentació es van dur a terme paral·lelament, han aparegut problemes no previstos. El més important és que el làser de la simulació sempre s'origina a l'extrem superior esquerre del volum de líquids, però les fotografies de l'experiment no sempre es van fer des d'aquest punt concret. Es pot solucionar realitzant la simulació a partir del punt on comença el làser a les fotografies, és a dir, descartant alguns mil·límetres de la capa superficial. Si aquesta variació no és massa gran no ha de representar una pèrdua d'informació, ja que, com s'ha dit abans, els extrems són bastant homogenis i el gradient insignificant. Una altra possible solució hauria estat adaptar el programa per a poder variar el punt d'origen del làser, però això significaria refer-lo tot de dalt a baix amb molta més complexitat.

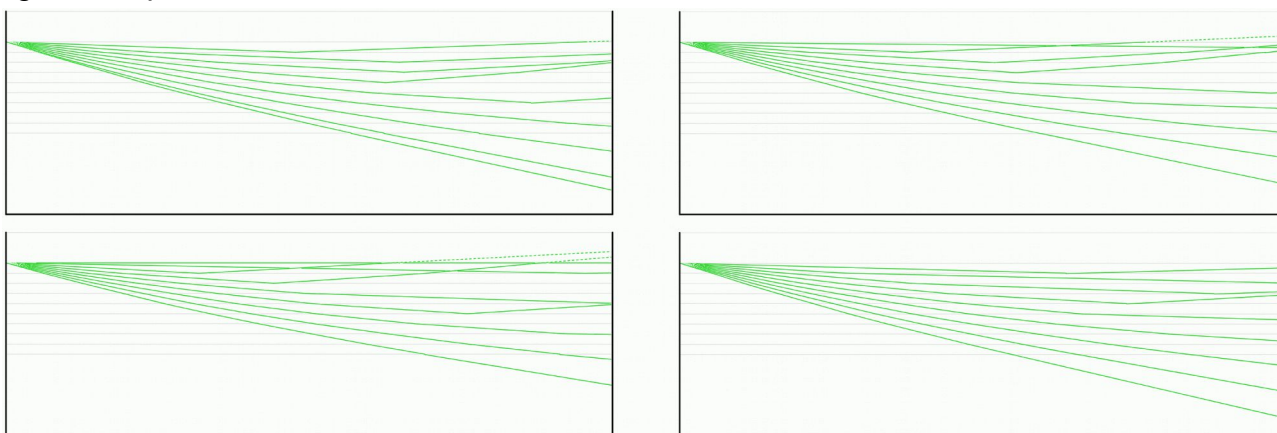
Les trajectòries simulades es presenten a continuació en forma de blocs, perquè un sol raig concret podria ser poc exacte, però en canvi la visió general de moltes trajectòries sí que s'assembla a la realitat.



*Figura 38: Trajectòries simulades del làser a través del miratge inferior, amb valors d'n interpolats de la corba de gradient. Les trajectòries parteixen del mateix punt, cada 1°, (0° -17°).*

El bloc superior (15 mm) no forma part de la simulació, però representa l'espai entre el punt d'entrada del làser i la superfície dels líquids. Com que la trajectòria no és el resultat de cap càlcul, està puntejada per diferenciar-la, tot i que s'aproxima bastant a la realitat perquè a aquella altura el gradient és poc significatiu i no provoca desviacions importants.

Com les trajectòries reals, aquestes presenten les desviacions més pronunciades a la mateixa zona (6-7 cm) i com més gran és l'angle d'entrada menys es corben. A diferència de l'original, aquí hi ha molts creuaments de trajectòries (un fenomen important per a explicar la distorsió d'imatges més endavant) segurament provocats pels canvis bruscos de direcció a les reflexions. Segurament una simulació amb més capes o que calculés les desviacions en intervals mínims (utilitzant integrals) faria desaparèixer o disminuiria alguns d'aquests creuaments.



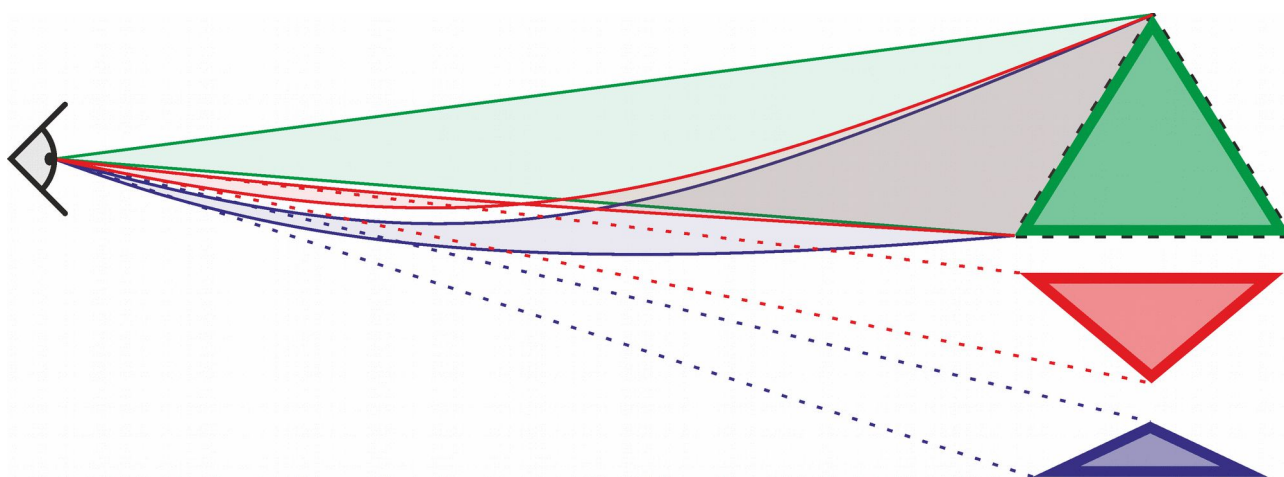
*Figura 39: Trajectòries simulades. Als blocs individuals la separació entre dues trajectòries consecutives és de 2°, però en total hi ha simulacions per cada 0,5°, (0° -17,5°).*



#### **d) Imatges distorsionades**

A la natura, els miratges estan formats normalment per la imatge real de l'objecte i la imatge virtual invertida, però en gradients tan marcats com en aquest experiment apareix una nova imatge dreta comprimida de l'objecte, sota la imatge invertida (damunt si és un miratge superior). Amb un mateix muntatge, aconseguir una bona fotografia d'un miratge depèn de l'altura i la inclinació de la càmera, la distància entre el recipient i l'objecte, la distància amb la càmera... Variant lleugerament aquests paràmetres, la imatge resultant varia significativament. Podem observar com la imatge central es mou entre la real i la duplicada. Quan arriba al límit d'aquesta regió les imatges es fusionen, però mai es superposen. Si s'exagera molt la inclinació les dues acaben per desaparèixer.

És impossible representar tots els rajos de llum que surten projectats de cada punt de l'objecte fins a formar la imatge completa, però es pot esquematitzar utilitzant només alguns rajos concrets i representatius, com per exemple els dels extrems. Per començar, ho mostrarem amb un triangle, i fixant-nos només en la punta i la base. Les trajectòries no són precises, però serveixen per entendre l'anatomia del miratge. A partir d'ara, les imatges en verd representen la imatge real de l'objecte, en vermell la invertida i en blau la comprimida. Les línies contínues són les trajectòries de la llum, i les discontinües la interpretació que en fa el cervell per veure les imatges. El triangle gris amb vores discontinües és l'objecte original.



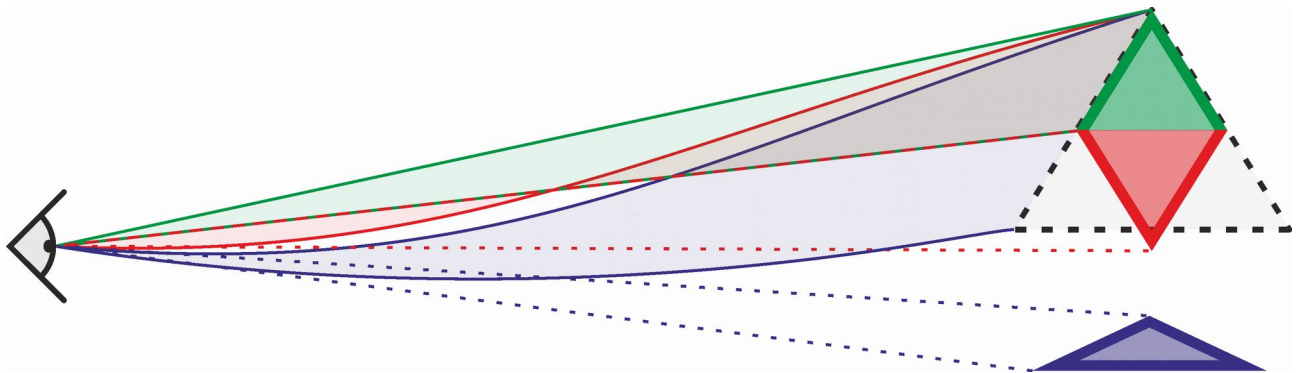
*Figura 40: Esquema de formació d'un miratge inferior des de l'observador.*



El primer esquema representa una situació molt específica: quan les tres imatges del triangle estan separades entre si. Com que és un miratge inferior, la imatge real es troba a dalt de tot, i veiem com coincideix amb la posició del triangle real perquè els rajos de llum viatgen en línia recta. En aquest cas la trajectòria de la llum i la interpretació que en fa el cervell per formar una imatge no difereixen, per això no hi ha línia puntejada a l'esquema. Tot i això, podria passar que es comprimís una mica en algun cas o estigués desplaçat.

Quan a causa de la desviació del miratge un raig de llum de la base creua un raig de la punta (i viceversa) la imatge resultant estarà invertida, tal com es mostra a l'esquema. Com que els rajos es corben cap al final, el marge que queda per a formar la imatge és bastant més petit que l'original, per això la imatge invertida també acostuma a estar comprimida.

La tercera imatge sol a ser la més inestable de totes, perquè els seus rajos s'acosten tant que podrien creuar-se en qualsevol moment i formar part de la invertida. Tant la primera com la tercera imatge estan dretes, però en una els rajos a penes es desvien i en l'altra s'acosten i deixen un marge molt estret per a formar l'últim triangle.



*Figura 41: Esquema de formació d'un miratge inferior des de l'observador, amb imatges parcials fusionades.*

La situació del segon esquema és més típica, la majoria de miratges presenten només imatges parcials de l'objecte i fusionant-se entre si. En aquest cas, les dues imatges superiors mostren la punta del triangle per duplicat, però no la base. Encara que no estigui representat a l'esquema, sabem que el raig immediatament següent a la separació entre verd i vermell ja es creua amb algun altre i comença a formar la imatge invertida.

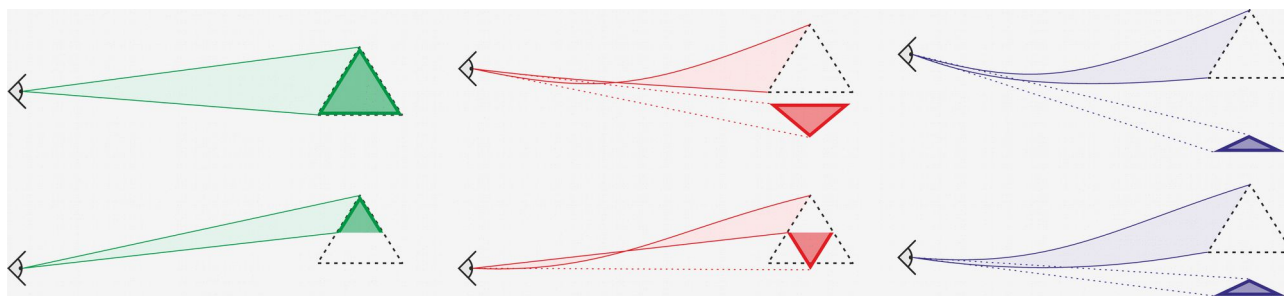


Figura 42: Formació de les tres imatges de cada esquema per separat.

Traslladant aquests esquemes a les fotografies preses del miratge es pot explicar l'origen de cada imatge. A continuació hi ha uns quants exemples de les deformacions i repeticions dels objectes, amb la mateixa llegenda de colors. Les imatges distorsionades són fotografies reals, només se'ls ha aplicat una capa de color per seguir la llegenda dels esquemes anteriors. Les originals es troben en forma d'annex al final del treball.

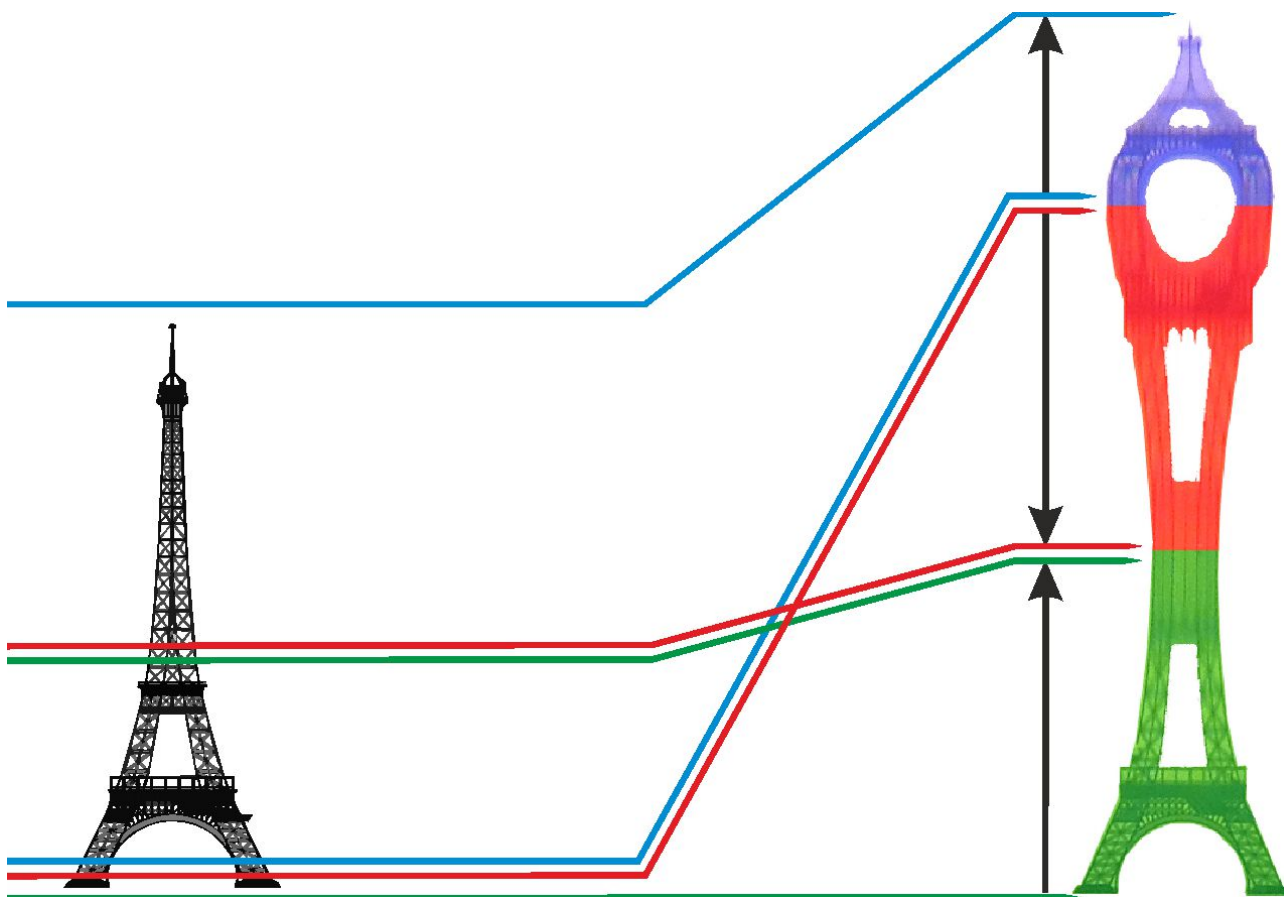


Figura 43: Miratge superior de la Torre Eiffel. La imatge real i la invertida apareixen allargades, mentre que la repetició està comprimida.

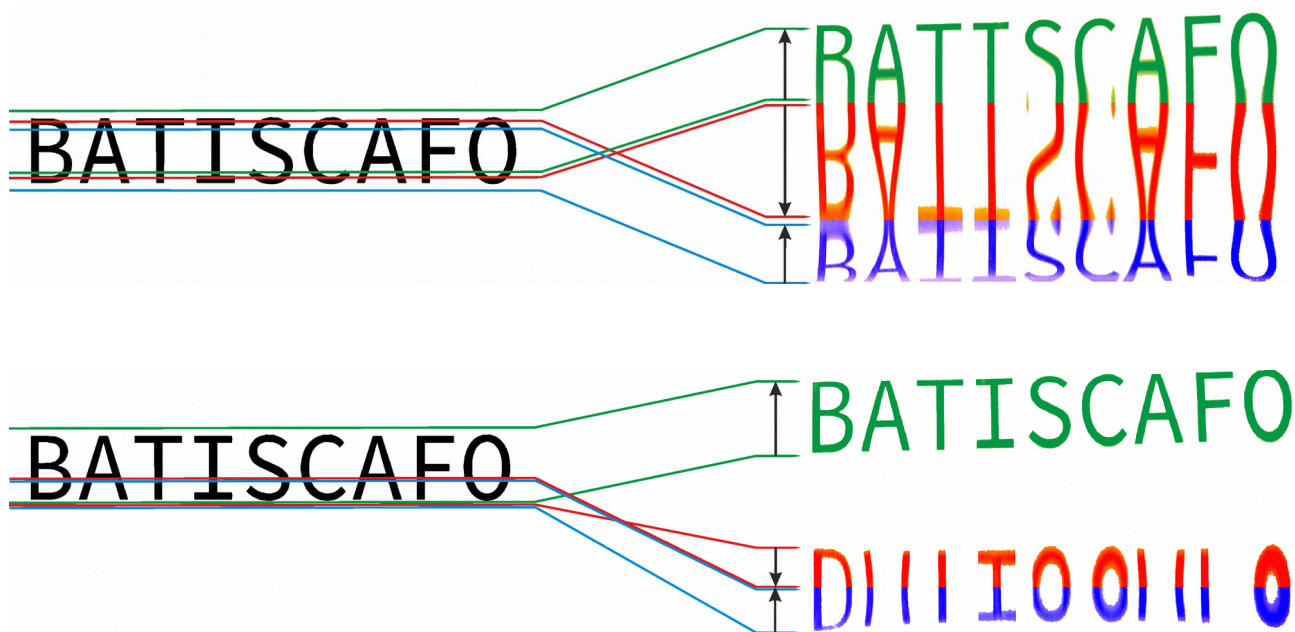


Figura 44: Esquema de formació de dos miratges inferiors. Al primer, la paraula BATISCAFO apareix sencera tres vegades, a dalt la real, al mig la invertida i a baix la duplicada i lleugerament comprimida. Al segon, la real està inalterada, i la invertida i la duplicada són només imatges parcials de la paraula que es fonen en un eix de simetria imaginari.

A més d'analitzar fotografies ja existents de miratges, també es pot fer una previsió del miratge i després intentar trobar la fotografia. Aquest és el cas dels números, que quan són reflectits en un eix concret creen formes peculiars, com el "cor" que s'obté dels dosos duplicats. Ha estat bastant senzill aconseguir la fotografia, ja que només cal anar experimentant amb la posició de la càmera fins a veure les tres imatges al lloc esperat.

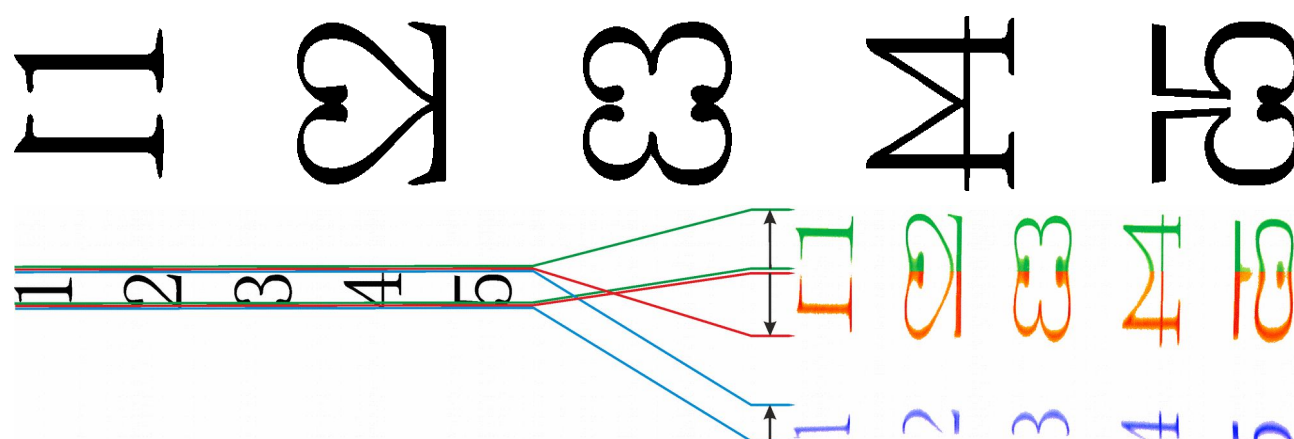
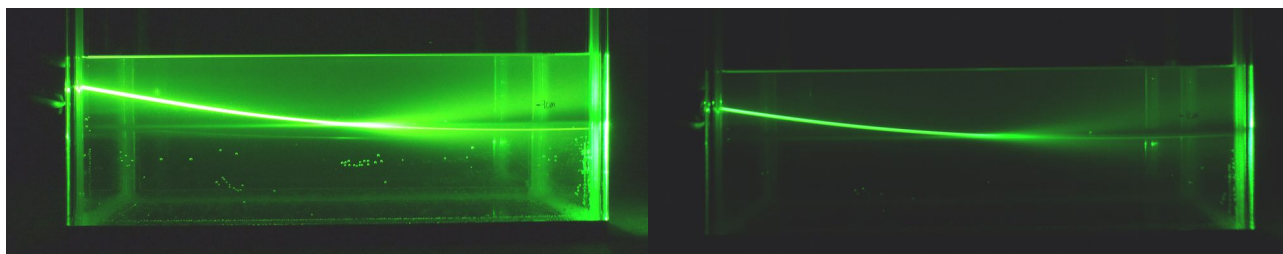


Figura 45: A dalt, la forma prevista que es pretenia aconseguir; a baix, l'esquema de fotografia obtinguda.

### **e) Altres observacions i problemes**

En l'experiment que recrea un miratge inferior ha aparegut una capa translúcida a la zona de contacte entre l'aigua i l'alcohol. Les partícules suspeses en aquella capa provoquen una dispersió del raig làser que altera la correcta interpretació dels resultats, ja que no es pot seguir la trajectòria del làser fins al final i amaga fragments d'imatges.

Com que aquest efecte només s'ha vist en el miratge inferior, el més probable és que l'etanol utilitzat hagi dissolt alguns materials que formen les parets, el fons i les juntes del recipient.



*Figura 46: Interferència a la zona de la interfase del miratge inferior.*

Amb les mateixes imatges es pot observar un altre problema: a l'esquerra hi ha un excés de llum, que fa visibles les parets, les bombolles i reflexions secundàries del raig; en canvi, la foto de la dreta es va realitzar amb menys exposició, de manera que només ressalta la trajectòria principal del làser i es centra l'atenció en l'objecte d'estudi. A la foto de l'esquerra també es pot veure la zona superior més brillant que la inferior; això va passar perquè la dosi de fluoresceïna afegida a l'aigua i l'alcohol per separat no era proporcional.

#### 4. CONCLUSIONS

En aquest treball he pogut recrear el fenomen òptic atmosfèric dels miratges amb èxit mitjançant muntatges experimentals al laboratori, i he arribat a la conclusió que cadascun supleix les mancances de l'altre. El que utilitza fogons i una xapa metàl·lica és únicament una fidel reducció a petita escala d'un miratge natural, ja que té en compte el paper de la temperatura en la formació de miratges i utilitza l'aire com a medi per la llum. Això podria ser una demostració pràctica suficient, però és complicat veure i obtenir imatges dels efectes del miratge perquè és inestable i petit. Per aquest motiu, el segon experiment, encara que utilitzi líquids en comptes d'aire (precisament això exagera els efectes òptics), és més adient per a tractar el tema de les imatges repetides i deformades, mentre que el primer és l'apropiat per a explicar la formació del miratge en si.

Els resultats obtinguts a la part experimental són semblants als d'altres autors (Greenler, 1987; Vollmer i Tammer, 1998; López-Arias et al., 2009), però comparant i experimentant amb els paràmetres de la simulació es fa evident que els muntatges més grans donen lloc a efectes més obvis i espectaculars. No s'ha de perdre de vista, però, l'avantatge que suposa poder dur a terme els experiments en un àmbit no professional, amb mides assequibles i materials fàcils d'aconseguir. A més, tot i tractar-se d'una versió reduïda, s'han pogut veure i interpretar perfectament moltes imatges distorsionades. S'ha comprovat que totes les formes en les que pot aparèixer un miratge es poden explicar mitjançant el mateix patró de raigs, que concorda amb les trajectòries estudiades.

Pel que fa a la simulació gràfica, se'n noten les carències en comparació als mètodes que utilitzen Khote i Howard (s.d.) i López-Arias et al. (2009) però tot i no ser tan precisa és prou representativa tenint en compte que parteix d'una base matemàtica molt senzilla. Això porta a una de les possibles aplicacions d'aquest treball: la docència. Al tractar-se d'un programa interactiu, fàcil de manipular i que no requereix el coneixement de pràctiques matemàtiques complexes, podria resultar una eina útil per a consolidar la comprensió d'aquest fenomen, com a reforç a l'experimentació pràctica al laboratori i, tot en conjunt, com a aprofundiment en el concepte de refracció i els efectes que se'n deriven.

## 5. BIBLIOGRAFIA

Amrita Vlab, 2011. *Abbe's Refractometer – Amrita University*. [vídeo en línia] Disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=w-YIzLQwtUk> [consultat 2 juny 2015]

Anton Paar. *Densímetro portátil: DMA 35*. [en línia] Disponible a: <http://www.anton-paar.com/mx-es/productos/detalles/densimetro-portatil-dma-35/> [consultat 16 novembre 2015]

Anton Paar. *DMA 35 Portable Density/Specific Gravity/Concentration Meter. Instruction Manual*. [pdf] Disponible a: [http://www.coleparmer.com/Assets/manual\\_pdfs/25750-60.pdf.manual.pdf](http://www.coleparmer.com/Assets/manual_pdfs/25750-60.pdf.manual.pdf) [consultat 16 novembre 2015]

ChemBuddy, 2011. *Abbe refractometer*. [en línia] ChemBuddy. Disponible a: [www.refractometer.pl/Abbe-refractometer](http://www.refractometer.pl/Abbe-refractometer) [accés 20 octubre 2015]

ChemBuddy, 2011. *Refractive index of ethanol solutions*. [en línia] ChemBuddy. Disponible a: <http://www.refractometer.pl/refraction-datasheet-ethanol> [accés 28 octubre 2015]

Chohan Science Academy, 2014. *Refraction Of Light through different medium*. [vídeo en línia] Disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=VAnDwXz-wxs> [consultat 1 juny 2015]

Coolphysicsvideos Physics, 2010. *Bending the light II*. [vídeo en línia] Disponible a: [https://www.youtube.com/watch?v=5igl\\_UzwehY](https://www.youtube.com/watch?v=5igl_UzwehY) [consultat 26 maig 2015]

Departamento de Física Aplicada – Universidad de Córdoba, 2005. *Reflexión y refracción* [en línia] Disponible a: <http://rabfis15.uco.es/lvct/tutorial/21/reflexion%20y%20refraccion%F3n.html> [consultat 26 d'abril 2015]

Fisicanet ®, 2007. *Fenómenos ondulatorios de la luz*. [en línia] Disponible a: [http://www.fisicanet.com.ar/fisica/ondas/ap11\\_luz.php](http://www.fisicanet.com.ar/fisica/ondas/ap11_luz.php) [consultat 22 abril 2015]

Franco García, A., 2008. *Movimiento ondulatorio. Propagación en medios no homogéneos. Espejismos*. [en línia] Disponible a: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/ondas/espejismo/espejismo.html> [consultat 26 d'abril 2015]

Greenler, R.G., 1987. Laboratory simulation of inferior and superior mirages. *J. Opt. Soc. Am. A*, 4(3), pp. 589-590.

Heidcamp, W. H., (s.d.). *Density and refractive indexes of sucrose*. [en línia] NSF-DUE. Disponible a: <http://homepages.gac.edu/~cellab/chpts/chpt3/table3-2.html> [consultat 29 octubre 2015]

International GeoGebra Institute, 2016. GeoGebra. (5.0). [programa informàtic]. Disponible a <http://www.geogebra.org>

Khote, M., Howard, T., (s.d.). *Ray tracing mirages using approximated ray paths*. Manchester: University of Manchester.

Lehn, W.H., Friesen, W., 1992. Simulation of mirages. *Applied Optics*, 31(9), pp. 1267-1273.

López-Arias, T., Galzá, C., Gratton, L.M., Oss, S., 2009. Mirages in a bottle. *Physics Education*, 44(6), pp. 582-588.

Russell, D., 2010. *Bending Light*. [vídeo en línia] Disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=1hEtysJN0gs> [consultat 26 maig 2015]

Shibuya Optical, 2009. *Standard Abbe Refractometer ER-2S*. [en línia] Shibuya Optical Co., Ltd.. Disponible a: <http://www.shibuya-opt.co.jp/eng/abbe.html> [accés 20 octubre 2015]

Tape, C.H., 2000. Aquarium, computer, and Alaska range mirages. *The Physics Teacher*, 38(5), pp. 308-311.

UCLA Chemistry & Biochemistry Department, 2015. *The Abbe Refractometer. Instruction for Refractometer*. [en línia] Disponible a: <http://www.chem.ucla.edu/~bacher/General/30BL/tips/refract.html> [consultat 15 maig 2015]

Vaxa Software, 2007. *Tabla de índices de refracción (para  $\lambda = 589 \text{ nm}$ )*. [pdf] Vaxa Software. Disponible a: [http://www.vaxasoft.com/doc\\_edu/fis/inrefraccion.pdf](http://www.vaxasoft.com/doc_edu/fis/inrefraccion.pdf) [consultat 1 maig 2015]

Miratges, més enllà d'una il·lusió òptica

Vollmer, M., Greenler, R.G., 2003. Halo and mirage demonstrations in atmospheric optics. *Applied Optics*, 42(3), pp. 394-397.

Vollmer, M., Tammer, R., 1998. Laboratory experiments in atmospheric optics. *Applied Optics*, 37(9), pp. 1557-1568.



## **AGRAÏMENTS**

Primerament vull agrair a \*\*\*, el tutor d'aquest treball de recerca, el seguiment, la seva ajuda en les qüestions tècniques durant la fase teòrica, i la seva disposició a facilitar-me els materials i estris que pogués necessitar en qualsevol moment per a poder dur a terme l'experimentació a casa.

Vull agrair també a l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Química de la Universitat Rovira i Virgili per haver posat al meu abast els aparells i instal·lacions del Campus Sescel·lades, i especialment a \*\*\* per la seva col·laboració, els aclariments i les aportacions al treball. Tampoc vull passar de llarg sense abans reconèixer el paper de la \*\*\* per posar-me en contacte amb l'ETSEQ i després prestar-se a ajudar-me en la feina que vam realitzar-hi. Els resultats que vaig poder extreure d'aquella visita van ser clarament indispensables per fer-ho avançar tot.

Finalment, també mereix un agraïment important la persona externa que segurament més ha col·laborat en la realització d'aquest treball: \*\*\*, el meu pare. Malgrat no estar vinculat de cap manera amb la física i l'òptica, des del principi em va ajudar amb la seva experiència en el camp de la recerca per a anar avançant i polint aspectes que em podien passar desapercebuts. A més, ha estat molt útil durant la part pràctica, en la qual normalment calen dues persones per realitzar els experiments amb fluïdesa.

## ANNEXOS

### Annex A. Simulació de miratges inferiors GeoGebra

Com que es tracta d'un arxiu d'un programa informàtic, es pot trobar al mateix DVD en el qual es troba la versió en PDF del treball en si. Hi ha dos arxius del mateix programa, però amb paràmetres diferents: un té els valors per defecte (simulacio\_miratge.ggb), i l'altre tots els ajustaments que s'han aplicat per a les simulacions concretes d'aquest treball (simulacio\_miratge\_dades.ggb).

### Annex B. Dades empíriques de la mesura dels gradients

Algunes cel·les de la densitat estan buides perquè la mostra no era suficient per a obtenir dades fiables. Les files de dalt i baix són dels líquids aïllats, que serveixen com a referència per a veure fins a quin punt s'han mesclat entre ells.

Miratge inferior: dades experimentals		
Altura (mm)	Índex refr.	Dens. (g/cc)
Aigua	1,335	0,9959
20	1,335	0,994
30	1,335	0,993
40	1,337	0,989
50	1,340	0,982
55	1,344	0,974
60	1,347	0,968
65	1,352	
70	1,356	
75	1,361	0,917
80	1,363	0,888
85	1,364	0,869
90	1,364	
95	1,365	
100	1,363	0,858
Etanol	1,364	0,811

Miratge superior: dades experimentals		
Altura (mm)	Índex refr.	Dens. (g/cc)
Dis. Sucre 25%	1,374	
10	1,371	1,091
20	1,371	1,094
30	1,371	1,095
40	1,369	1,093
45	1,369	1,091
50	1,366	1,082
55	1,364	1,078
60	1,358	1,061
65	1,350	
70	1,346	1,029
75	1,342	1,018
80	1,338	1,010
85	1,337	1,007
90	1,336	1,004
100	1,335	1,001
110	1,334	0,997
120	1,333	0,998
Aigua	1,333	0,998

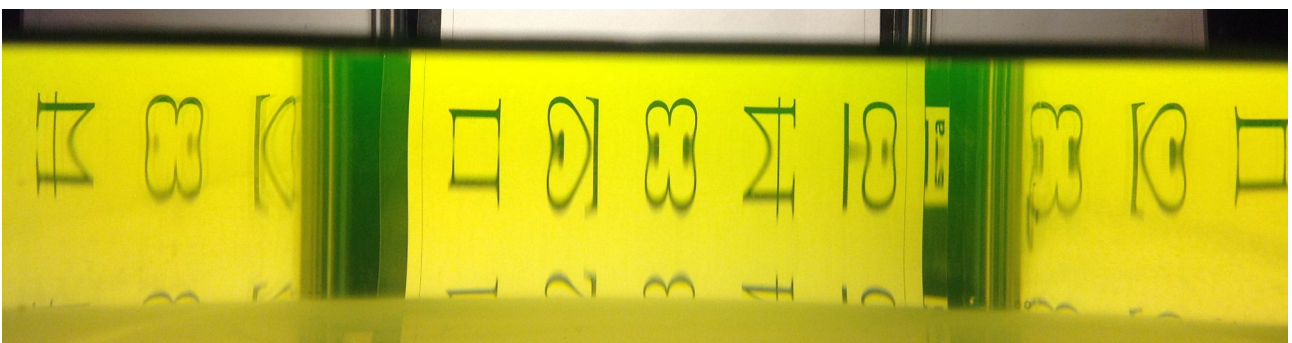
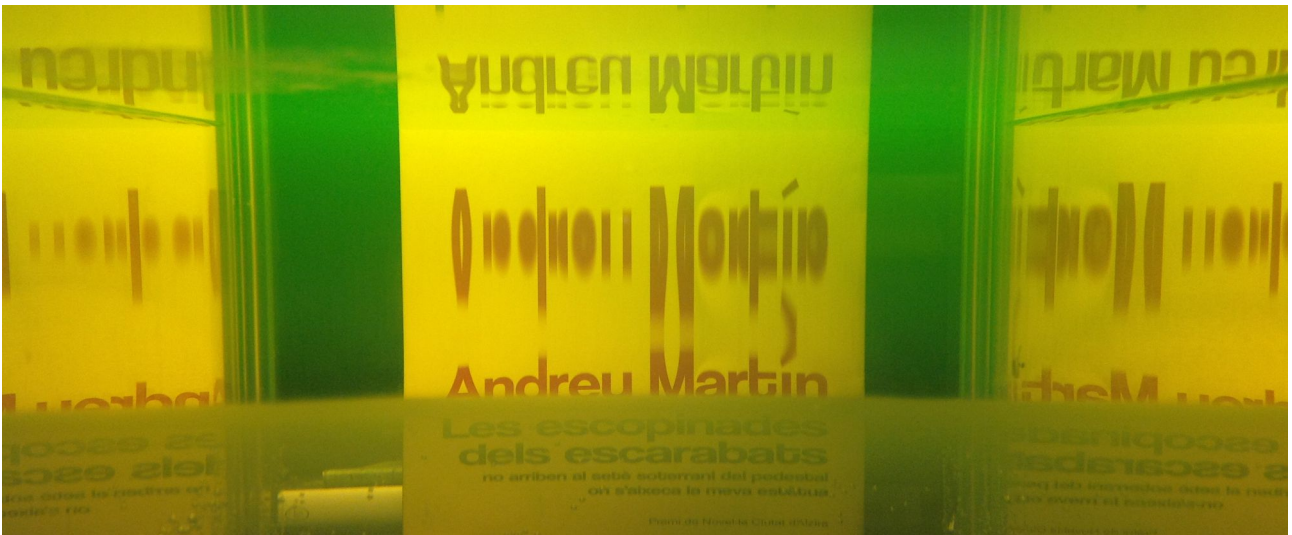
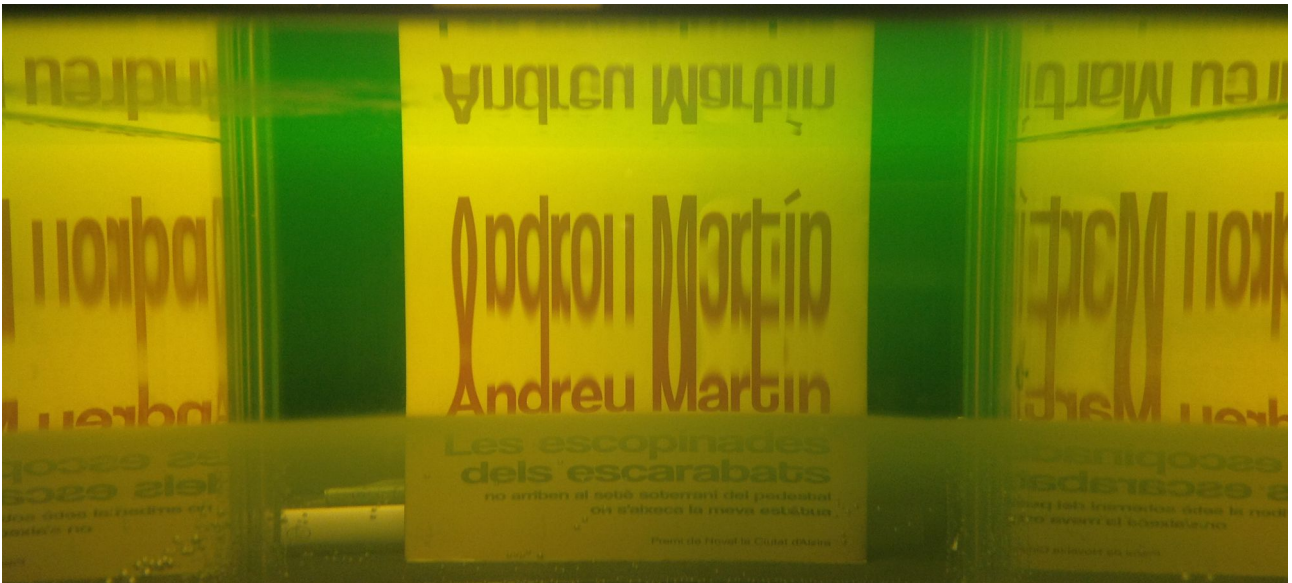
Figura B1: Dades obtingudes de la mesura del gradient. L'índex de refracció es va mesurar a una temperatura de 21,3°C.

A més d'aquestes taules, al DVD esmentat hi ha el full de càlcul utilitzat per emmagatzemar aquestes i més dades, amb els càlculs per obtenir els índexs de refracció per a la simulació, etc.

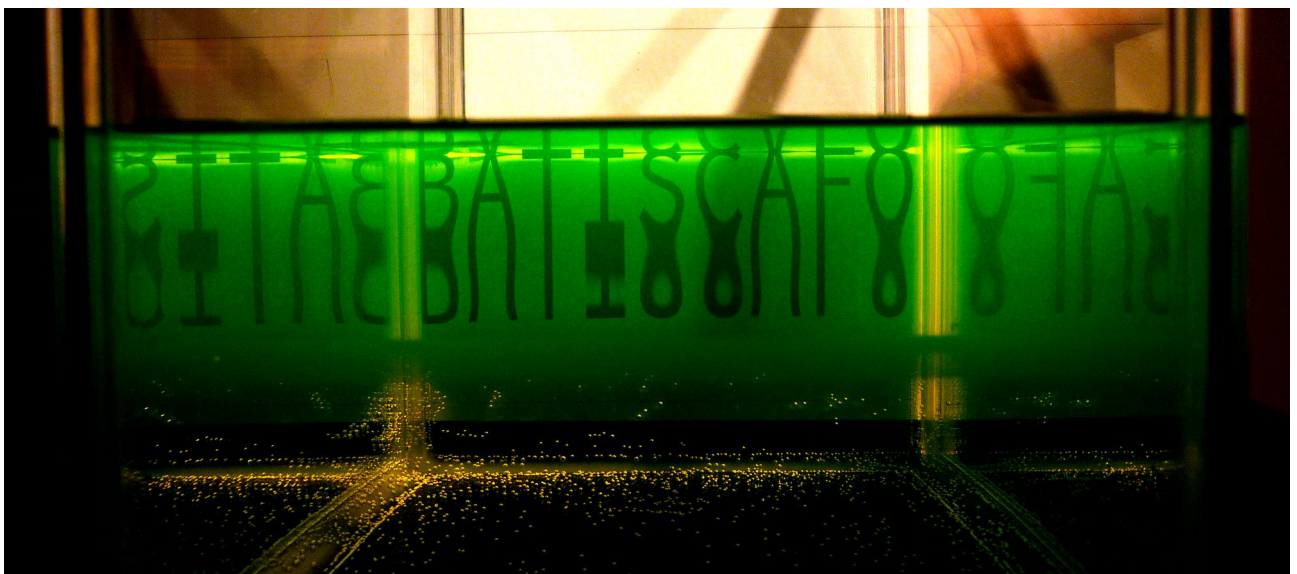
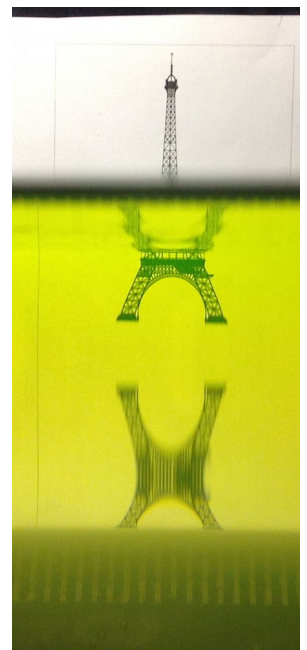
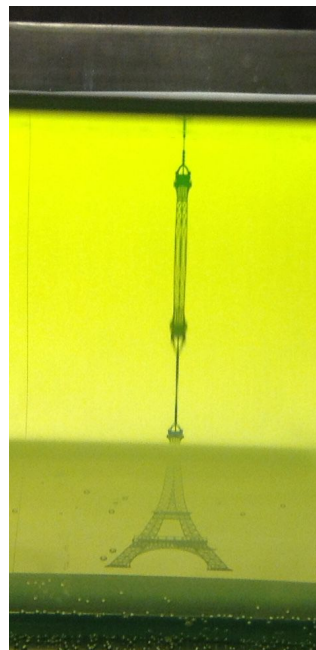
## Annex E. Fotografies reals de miratges

Algunes de les següent fotografies s'han utilitzat per als esquemes del treball, però també n'hi ha d'altres que no s'han arribat a incloure. Estan adjuntes en forma d'annex per oferir més exemples empírics dels experiments i ajudar a una millor comprensió.

### Miratges inferiors









## Miratges superiors





