



Treball de recerca

El nombre auri: origen, demostració i recerca

Annex III:
Trencaclosques demostratiu del nombre auri

2n de Batxillerat

Institut de Tona

Tona, 29 d'octubre de 2010

o. Índex

1.Introducció.....	3
2.Disseny del trencaclosques.....	4
2.1.Objectius del disseny.....	4
2.2.Plànol definitiu.....	5
3.El nom del trencaclosques.....	6
4.Figures possibles.....	7
4.1.Les peces del trencaclosques.....	7
4.2.Els triangles.....	8
4.2.1.Els triangles acutangles.....	8
4.2.2.El triangle obtusangle.....	9
4.3.Els rectangles.....	10
4.4.L'espiral àuria.....	11

1. Introducció

A mesura que anava confeccionant el treball de recerca, vaig observar que sempre s'utilitzen o bé vídeos o bé eines de dibuix tècnic per demostrar l'origen de les figures geomètriques àuries, i vaig pensar que potser hi hauria algun altre mètode per fer aquestes mateixes demostracions.

Un cop ja havia acabat la part teòrica del treball, vaig veure que el pentàgon amb l'estrella de cinc puntes a l'interior conté tot un conjunt de triangles auri, de diferents mides, que podrien ser útils per crear totes les altres figures àuries.

Així doncs, vaig utilitzar aquesta figura com a base i vaig pensar la manera d'obtenir el major nombre de triangles de diferents mides i tipus per poder confeccionar la resta de figures àuries. El resultat és un trencaclosques de creació pròpia, que anomeno *Tangram auri*, i que és el que es mostra a aquest annex.

2. Disseny del trencaclosques

2.1. Objectius del disseny

L'objectiu principal del trencaclosques era poder fer totes les figures àuries que s'expliquen a la part teòrica, necessitant el mínim d'eines complementàries. Tot i que, utilitzant eines de dibuix lineal es poden construir totes les figures àuries a la perfecció, es tractava de trobar la manera de fer-ho sense necessitat-les.

A més, havia de realitzar una simulació virtual del trencaclosques per tal de comprovar si realment es podien construir totes les figures àuries, inclosa l'espiral àuria.

La figura base més escaient per complir aquests objectius era el pentàgon amb la seva corresponent estrella de cinc puntes a l'interior, ja que conté diversos triangles, tant acutangles com obtusangles, de diverses mides.

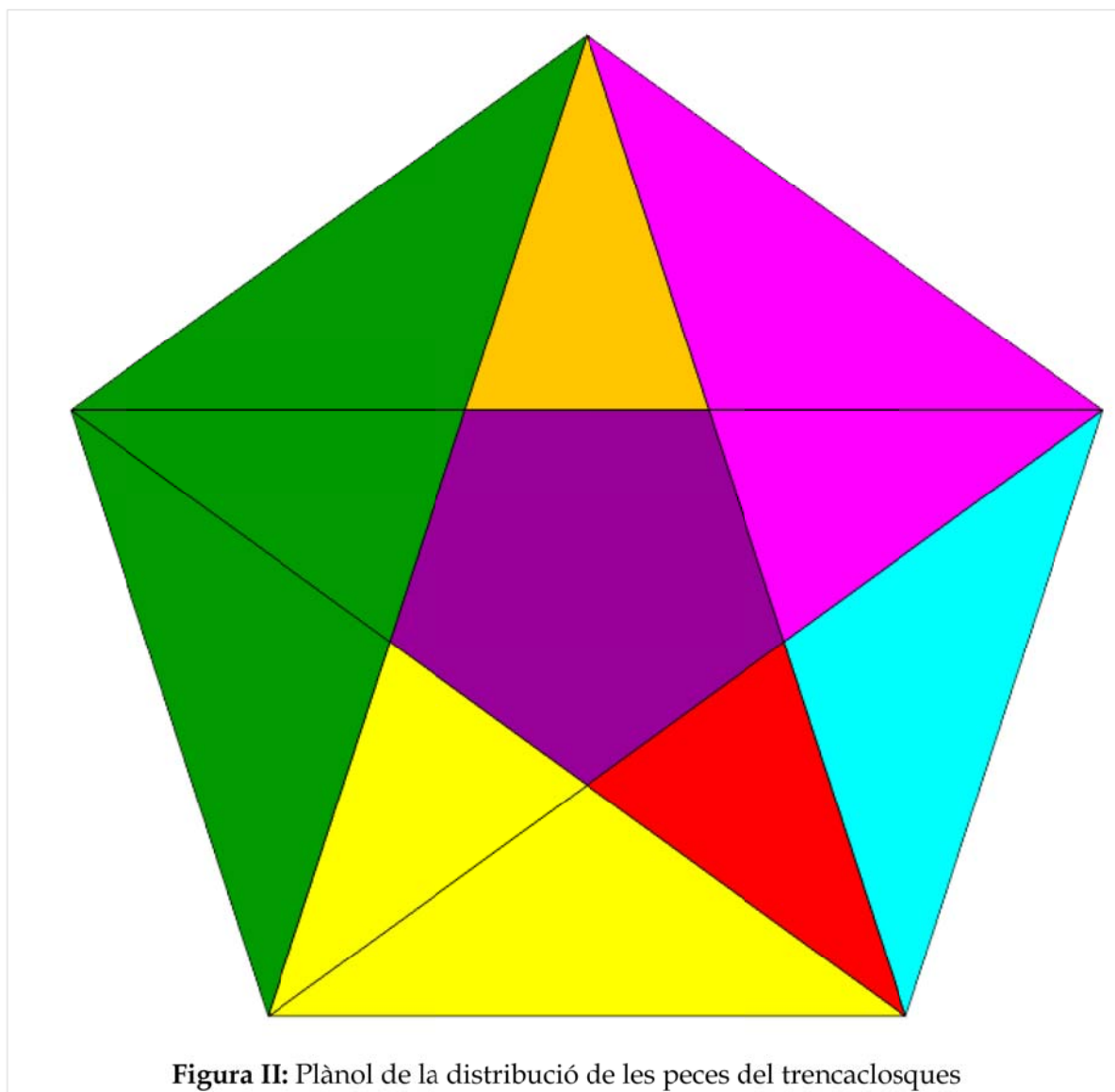
Així doncs, a partir d'aquesta figura n'ha sorgit el trencaclosques que es mostra a la figura I, que consta d'un total de 7 peces: 4 triangles acutangles auris, 2 triangles obtusangles auris i un pentàgon.



Figura I: Fotografia del *Tangram auri* acabat

2.2. Plànol definitiu

Per poder construir correctament el trencaclosques, necessitava el plànol corresponent i, per això, vaig utilitzar el programa *Google SketchUp* per dissenyar cada peça i poder disposar, a més, de la versió virtual del trencaclosques. A continuació es mostra el plànol del trencaclosques on s'indiquen les diverses peces utilitzant diversos colors.



En aquest plànol no és necessari acotar les mides ja que, sabent que un costat del pentàgon amida 18,5 cm, utilitzant el dibuix tècnic es pot arribar a construir el pentàgon sencer de la mida corresponent.

3. El nom del trencaclosques

Per tal de poder identificar aquest trencaclosques correctament i fer que sigui únic, vaig decidir posar-li un nom propi.

Vaig decidir anomenar-lo *tangram auri* ja que el *Tangram* convencional i aquest coincideixen en dos punts clau:

- Tots dos són un conjunt de peces que s'utilitzen per crear altres figures.
- Tots dos tenen el mateix nombre de peces, és a dir, set.

Així doncs, vaig creure que aquest nom l'hi era escaient.

A més, *tangram* significa “set taulers d'astúcia”, ja que s'ha de pensar la disposició de les peces per tal d'obtenir la figura desitjada. El mateix passa amb el *tangram auri*, tot i que en menor mesura, ja que les figures que es poden construir són només àuries.

4. Figures possibles

A partir de la combinació de diverses peces es poden obtenir tots els elements auris i, fins i tot, es poden fer amb mides diferents. A continuació es detalla com fer aquestes figures.

4.1. Les peces del trencaclosques

Abans de començar, per tal de facilitar la lectura, a partir d'ara utilitzarem les lletres de la figura III per tal de designar cada peça. Per a peces iguals hi designarem la mateixa lletra.

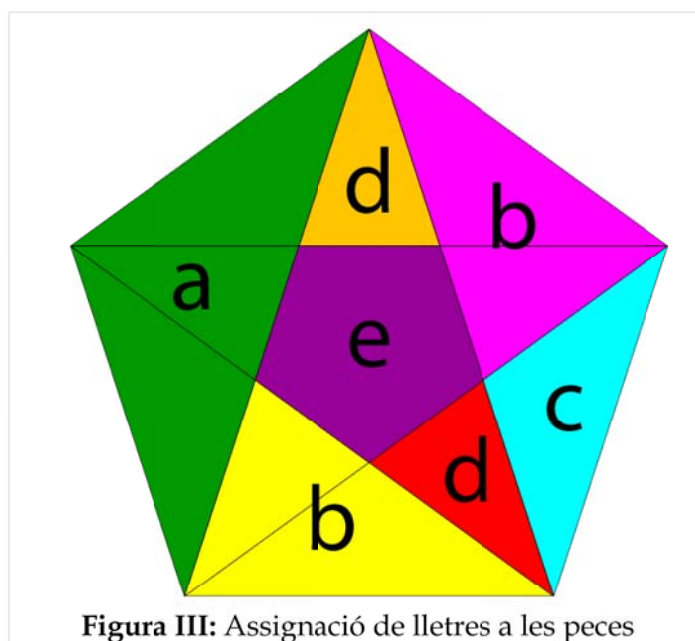


Figura III: Assignació de lletres a les peces

Així doncs, tenim les peces següents:

$a \rightarrow 1$ unitat \rightarrow triangle obtusangle gran

$b \rightarrow 2$ unitats \rightarrow triangle acutangle gran

$c \rightarrow 1$ unitat \rightarrow triangle obtusangle petit

$d \rightarrow 2$ unitats \rightarrow triangle acutangle petit

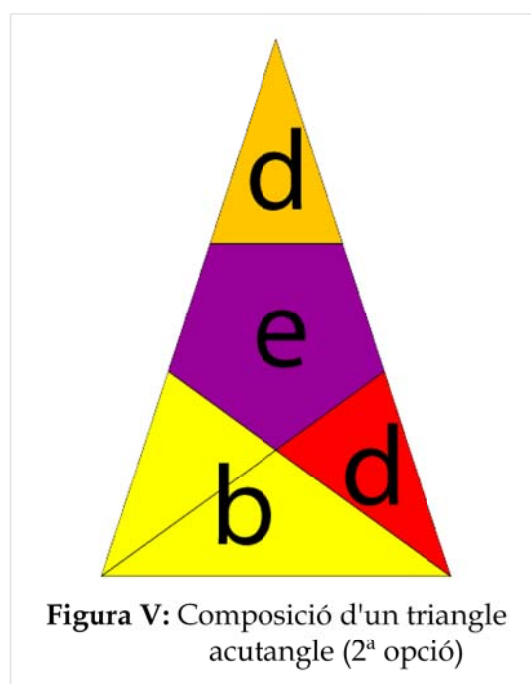
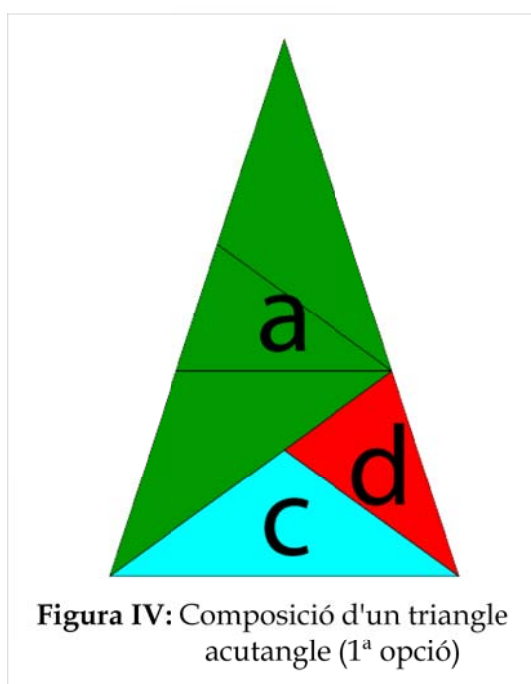
$e \rightarrow 1$ unitat \rightarrow pentàgon regular

4.2. Els triangles

4.2.1. Els triangles acutangles

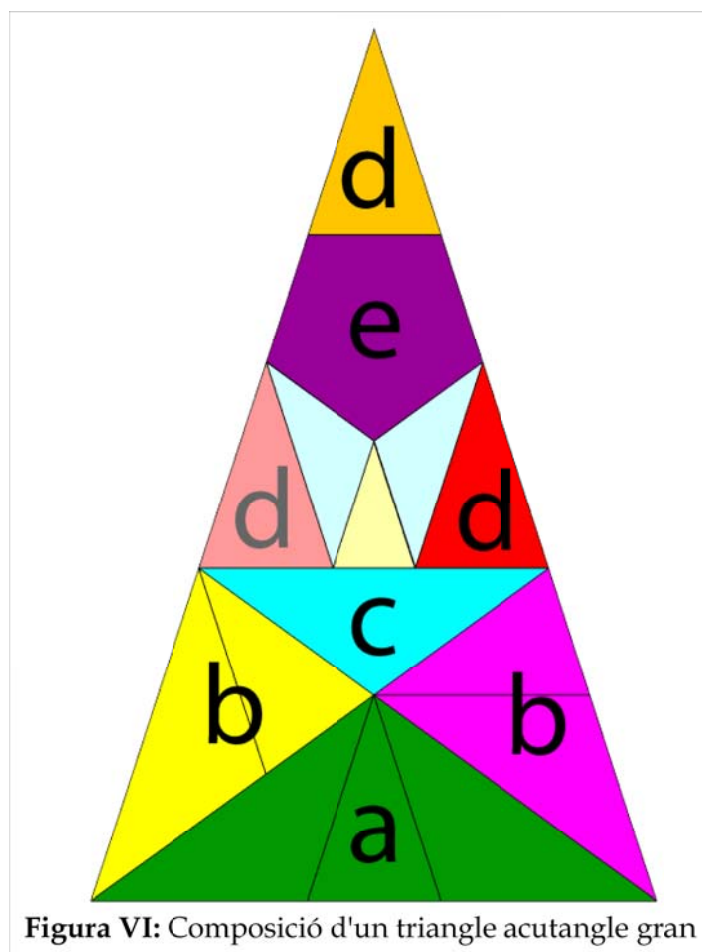
A partir de les peces que ja tenim, podem construir triangles acutangles més grans. Hi ha dues maneres de construir el mateix triangle utilitzant peces diferents.

La primera opció és utilitzant les peces *a*, *c* i *d* [figura IV], mentre que a la segona opció [figura V] s'utilitzen quatre peces: dues *d*, una *b* i la *e*.



La mida d'aquests dos triangles equival a l'altura total del pentàgon original. Tot i així, se'n pot construir un de més gran, però utilitzant un procediment diferent. A causa de la falta de peces, s'ha d'utilitzar un regle per acabar de completar el triangle.

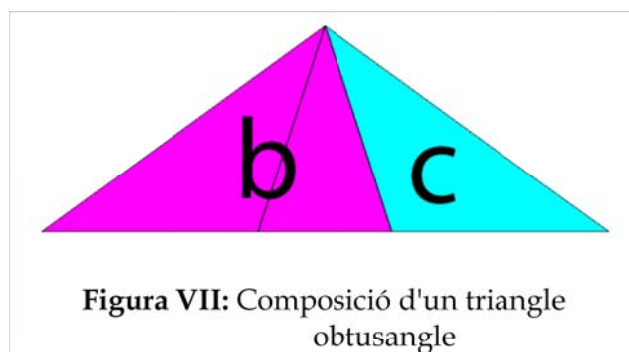
La composició és tal i com es mostra a la figura VI, però s'observa que hi ha unes peces més pàl·lides al centre, que són les que faltarien per acabar de completar el triangle. A més, les tres de més al centre necessitarien unes mides diferents, per tant, es necessitaria un *Tangram auri* més petit.



Per poder dibuixar aquesta figura sobre paper s'hauria de construir primer la composició sencera i, després, amb l'ajuda d'un regle, acabar de dibuixar el segment de costat que falta.

4.2.2. El triangle obtusangle

A part de la peça *a*, que ja és un triangle obtusangle, s'en pot construir un altre de la mateixa mida utilitzant dues altres peces, la *b* i la *c*, col·locant-les de la manera com indica la figura VII.



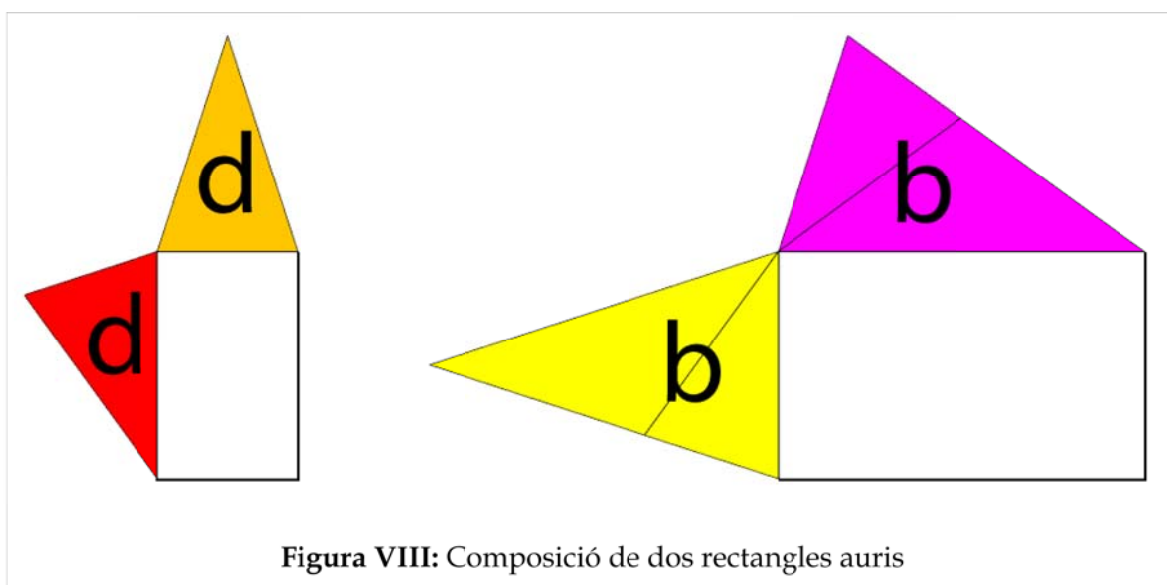
Potser no és una figura gaire necessària, ja que la peça *a* és idèntica a aquesta, però pot ser útil per a figures més complexes.

4.3. Els rectangles

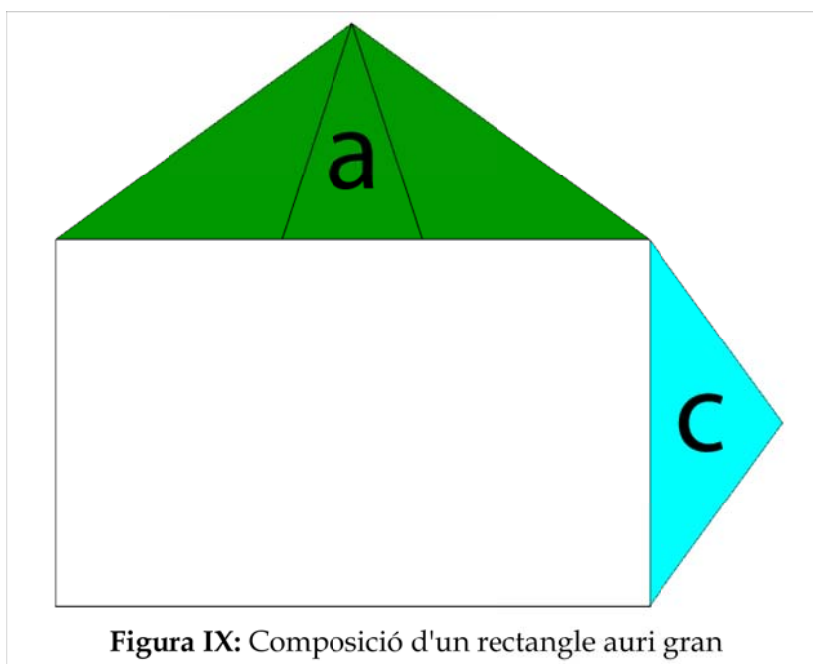
Amb les peces de les quals disposem, és a dir, 6 triangles i un pentàgon, no es pot fer cap rectangle ja que, amb les mides dels seus angles, no s'en pot fer cap de 90° .

Tot i així, com que la relació entre els costats d'un rectangle auri és el nombre d'or, i la proporció entre els costats d'un triangle auri, també és aquest nombre, es poden construir diversos rectangles auris a partir dels triangles fent-ho de la següent manera.

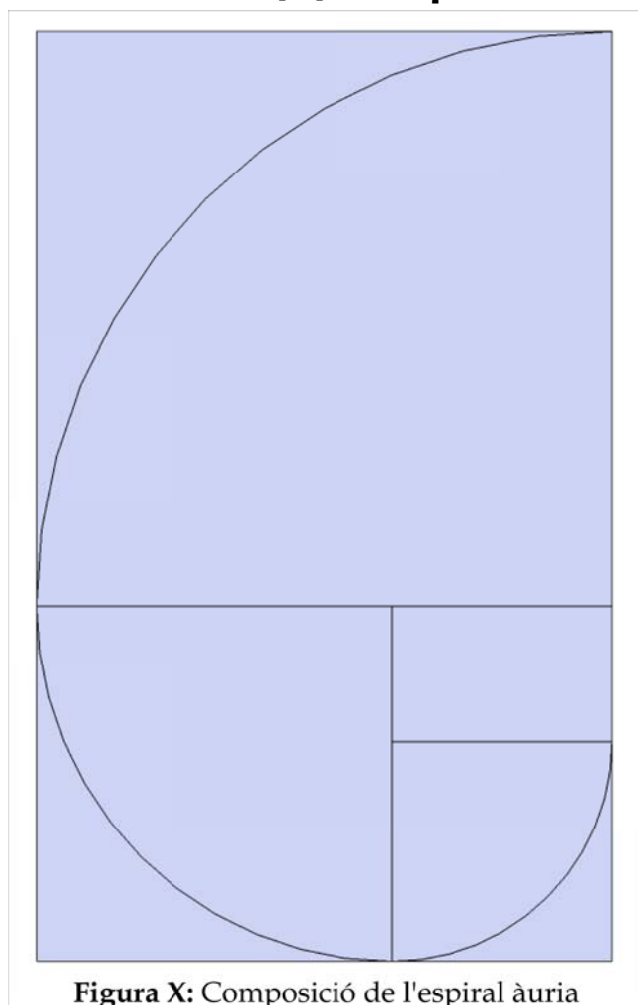
Primerament hem de trobar dos segments proporcionalment àurics. És fàcil ja que, amb les peces de les quals disposem, un triangle auri té els seus costats proporcionalment auris. Així doncs, només hem d'agafar dues peces del trencaclosques que siguin el mateix triangle i col·locar-los, amb l'ajuda d'un escaire o un cartabó, en angle de 90° tal i com mostra la figura VIII. Llavors s'haurien de resseguir els dos costats i fer el mateix per obtenir els altres dos costats restants.



A part d'aquestes dues possibilitats, també es poden utilitzar els dos triangles obtusangles del trencaclosques, és a dir, les peces a i c. El resultat és tal i com es mostra a la figura següent.



4.4. L'espiral àuria



A partir de les figures que hem anat construint fins ara, es pot construir una part de l'espiral àuria. Es pot construir a partir dels triangles i a partir dels rectangles però, amb les peces que tenim, és molt difícil construir-la a partir dels triangles. Així doncs, l'exemple és a partir dels rectangles i, a més, si agafem aquestes peces l'espiral surt més gran.

Col·loquem els rectangles un dins de l'altre tal i com mostra el dibuix de la figura X. El rectangle més gros correspon al rectangle que es formaria a partir dels costats del triangle acutangle gran de la figura VI.

Només hem d'unir els extrems dels quadrats resultants mitjançant un compàs i ja obtenim aquesta part de l'espiral.