



Treball de recerca

El nombre auri: origen, demostració i recerca

Annex II:
Enigmes matemàtics del nombre auri

2n de Batxillerat

Institut de Tona

Tona, 29 d'octubre de 2010

o. Índex

1.Introducció.....	3
2.Enigmes matemàtics.....	4
2.1.Les formigues enamorades però no correspostes.....	4
2.2.La procreació dels conills.....	7
3.Bibliografia.....	9

1. Introducció

Durant la confecció del treball principal, vaig trobar que hi havia diverses preguntes que tenien com a solució un element auri. Moltes d'aquestes ja estan incloses dins el treball ja que corresponen a les preguntes amb les quals es va aconseguir demostrar algun element auri, però en vaig trobar dues que no només són preguntes sinó que també es poden interpretar com a enigmes.

És per això que vaig decidir fer aquest annex, per fer constar aquests enigmes com a elements relacionats amb el nombre auri, però sense una relació directa amb el que es parla al cos principal del treball, sinó com a complement per enriquir-lo.

El primer dels dos enigmes va estar creat per un professor de la Universitat Nacional Autònoma de Mèxic amb la finalitat de ser un enigma amb una solució àuria. En canvi, el segon es creu que és una pregunta que va formular el propi Fibonacci i, fins i tot, hi ha qui diu que va ser l'origen de la progressió que porta el seu nom.

2. Enigmes matemàtics

2.1. Les formigues enamorades però no correspostes

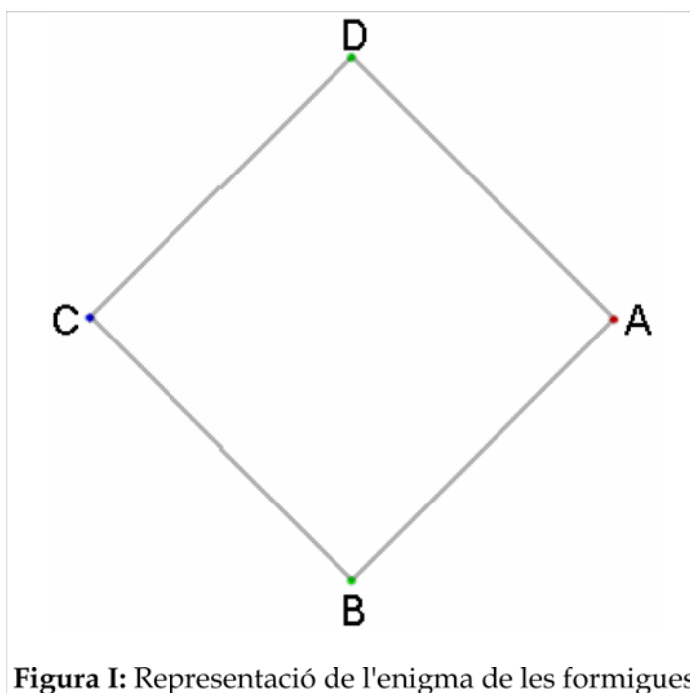
Aquest enigma presenta la pregunta següent:

Suposem que tenim quatre formigues situades als vèrtex del quadrat ABCD. Anomenem les formigues amb el mateix nom del vèrtex però en minúscula, és a dir, a, b, c i d. Suposem que la formiga a està enamorada de la formiga b, que la b està enamorada de la c, que la c ho està de la d i que aquesta última ho està de la a. Cada formiga vol caminar cap a la seva enamorada, totes alhora i a la mateixa velocitat. Així doncs, quina trajectòria segueix cada formiga?

DR. JUAN MANUEL LOZANO MEJÍA (Universitat Nacional Autònoma de Mèxic) ¹

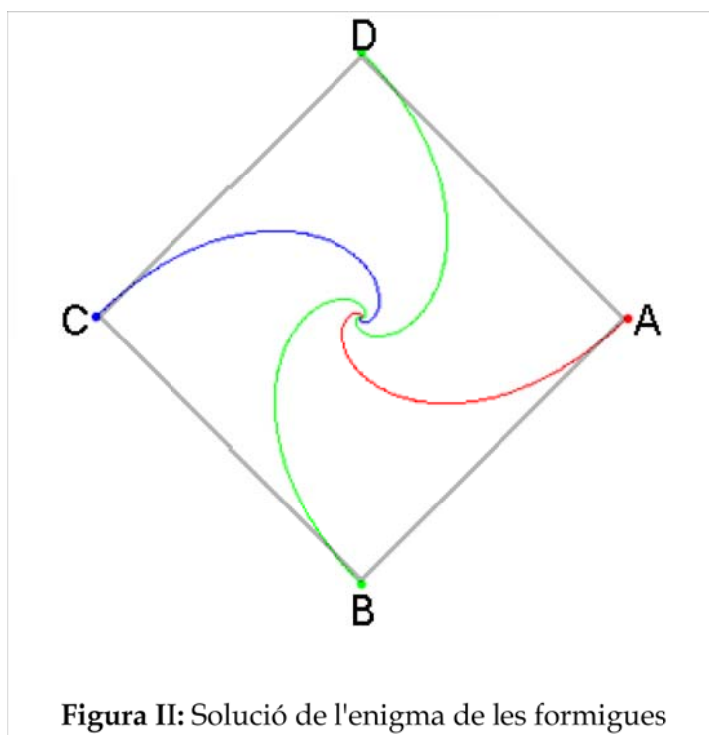
Abans de descobrir la resposta de l'enigma, és important tenir present la representació gràfica de la figura 1 on s'observen les quatre formigues representades com a un punt situat als vèrtexs del quadrat.

¹ GALAVIZ, José. *El problema de las hormigas enamoradas y mal correspondidas* [en línia]. Accessible a <<http://www.interactiva.matem.unam.mx/aurea/html/hormigas.html>> [consulta: 05.VI.2010].



A l'hora de deduir la trajectòria que seguiran les formigues, hem de tenir en compte que la formiga *a* caminarà cap a la formiga *b*, mentre ella ho fa cap a la *c*, mentre aquesta ho fa cap a la *d* i aquesta última cap a la *a*. Com que la destinació de cada formiga varia en funció del temps, el que hauria de ser una línia recta passa no ser-ho, per tant, podem assegurar que el resultat de l'enigma no serà una trajectòria rectilínia.

A la font d'on s'ha extret aquest enigma hi ha un simulador que representa en moviment la trajectòria d'aquestes les formigues. Tot i així, si ens imaginem quina trajectòria faran obtindrem el dibuix de la figura II.



Es pot observar que el dibuix que forma cada trajectòria és una espiral àuria que, si el nombre de formigues sigués més gran, s'apreciaria millor.

Així doncs, si agafem qualsevol polígon regular i prenem els seus vèrtex com a formigues que es desplacen en direcció a la formiga de la seva esquerra, sempre obtindrem diverses espirals àuries que comencen a un vèrtex i acaben al centre de la figura.

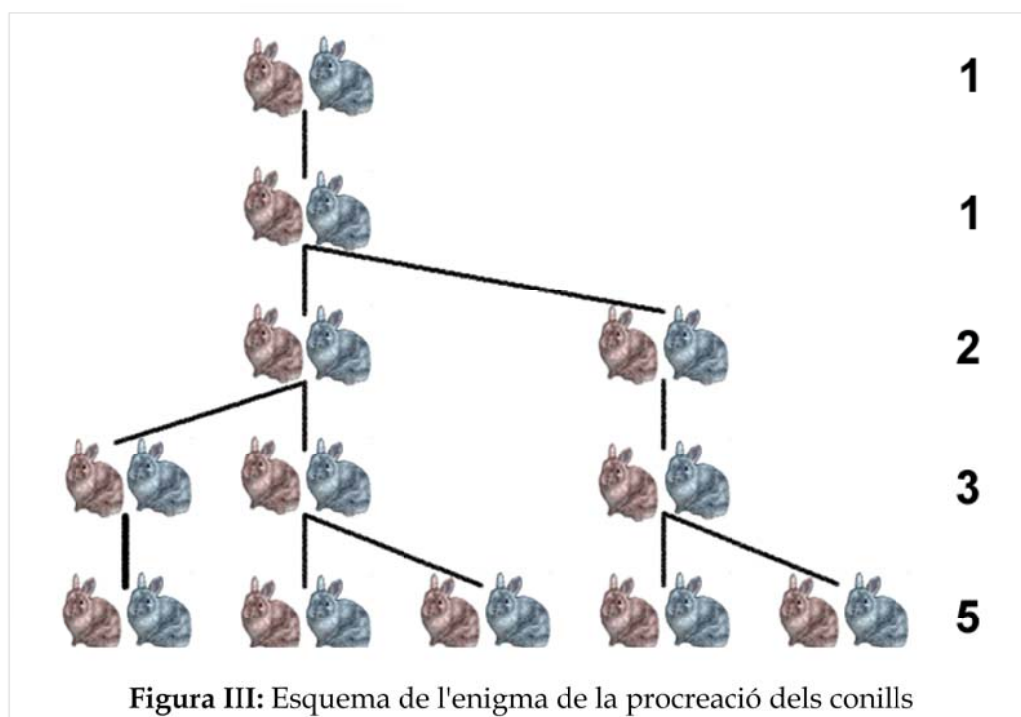
2.2. La procreació dels conills

Un altre enigma que conté el nombre d'or, aquesta vegada com a progressió de Fibonacci, és un enigma que sembla que va proposar el mateix descobridor d'aquesta successió de nombres i és el següent:

Una parella de conills tarda un mes a ser fèrtil. A partir d'aquest moment, cada mes engendrarà una altra parella que, a la vegada, tardarà un mes a ser fèrtil i llavors també engendrarà una parella al mes. Quantes parelles de conills hi haurà després d'un període de temps determinat?

La sucesión de Fibonacci²

La pregunta es pot respondre fàcilment observant l'esquema de la figura següent.



² La sucesión de Fibonacci [en línia]. Accessible a <http://www.ite.educacion.es/formacion/enred/web_espiral/general_1/naturaleza_1/vegetal_1/fibonacci/fibo.htm> [consulta: 10.VIII.2010].

Observem que al primer mes hi ha una sola parella que encara es jove i no pot tenir fills. Al segon mes, aquesta parella ja és fèrtil i, al tercer mes, ja té la seva primera parella de fills. A partir d'aquí, la parella inicial pot anar procreant cada mes mentre que la segona ha d'esperar un mes per ser fèrtil.

Si observem els nombres del costat dret de l'esquema és fàcil veure que pertanyen a la progressió de Fibonacci ja que, si sumen els dos nombres anteriors, obtenim el nombre següent. A més, dividint dos nombre consecutius, a mesura que avança la progressió es va obtenint, cada vegada amb més aproximació, el nombre auri.

Per tant, aquest és un altre enigma matemàtic on hi apareix el nombre auri a la seva solució.

3. Bibliografia

Fonts electròniques

GALAVIZ, José. *El problema de las hormigas enamoradas y mal correspondidas* [en línia]. Accessible a <<http://www.interactiva.matem.unam.mx/aurea/html/hormigas.html>> [consulta: 05.VI.2010].

La sucesión de Fibonacci [en línia]. Accessible a <http://www.ite.educacion.es/formacion/enred/web_espiral/general_1/naturaleza_1/vegetal_1/fibonacci/fibo.htm> [consulta: 10.VIII.2010].