

ENCENENT LA LLUM DE LES MATEMÀTIQUES

L'ensenyament com a estimulador per potenciar l'aprenentatge de l'alumne en matemàtiques



Síntesi

L'assignatura de matemàtiques no destaca per ser una de les que més agradi entre l'alumnat. Molts joves la detesten i consideren que no són vàlids per estudiar-la. L'objectiu d'aquest treball és desmitificar aquestes concepcions, i trobar els motius pels quals aquesta matèria resulta complicada per a molts estudiants. A més, també es vol analitzar les diferents metodologies d'ensenyament i com aquestes poden afavorir o no un correcte aprenentatge. Per aconseguir aquestes finalitats, s'ha fet una feina d'investigació dividida en dues parts; primerament, s'ha fet un estudi de tipus pedagògic i filosòfic sobre els conceptes d'aprenentatge, ensenyament, alumne, potencial, estimulació. A continuació, s'ha aprofundit en la definició de matemàtiques i, posteriorment, sobre com aquesta assignatura s'hauria d'impartir. Aquesta recerca s'ha basat en llibres, articles electrònics i contingut audiovisual, intentant englobar experts de diferents àmbits. En la part pràctica, s'ha dut a terme una enquesta tant a alumnes com a professors per saber si les seves opinions estan en concordança amb la dels experts. Per tal de tenir una experiència més propera, he portat a cap una sessió a una classe de l'ESO i he recopilat les valoracions dels alumnes i del professor present. Amb tota la informació obtinguda, s'han redactat un seguit de propostes d'activitats perquè els professors puguin dur a terme a les seves classes. Les conclusions finals del treball són que els alumnes no gaudeixen les matemàtiques quan les veuen com un manual d'instruccions, en comptes d'un tot comú on només és necessari comprendre com es relacionen diferents axiomes entre si per ser capaços de resoldre problemes.

Resumen

La asignatura de matemáticas no destaca por ser una de las que más gusta entre el alumnado. Muchos jóvenes la detestan y consideran que no son válidos para estudiarla. El objetivo de este trabajo es desmitificar estas concepciones y encontrar los motivos por los que esta materia resulta complicada para muchos estudiantes. Además, también se quiere analizar las diferentes metodologías de enseñanza y cómo estas pueden favorecer o no un correcto aprendizaje. Para conseguir estas finalidades, se ha realizado un trabajo de investigación dividido en dos partes; en primer lugar, se ha realizado un estudio de tipo pedagógico y filosófico sobre los conceptos de aprendizaje, enseñanza, alumno, potencial, estimulación. A continuación, se ha profundizado en la definición de matemáticas y, posteriormente, sobre cómo esta asignatura se debería impartir. Esta investigación se ha basado en libros, artículos electrónicos y contenido audiovisual, intentando incluir a expertos de diferentes ámbitos. En la parte práctica, se ha llevado a cabo una encuesta tanto a alumnos como a profesores para saber si sus opiniones están en concordancia con las de los expertos. Para tener una experiencia más cercana, he llevado a cabo una sesión en una clase de ESO y he recopilado las valoraciones de los alumnos y del profesor presente. Con toda la información obtenida, se han redactado una serie de propuestas de actividades para que los profesores puedan llevar a cabo en sus clases. Las conclusiones finales del trabajo son que los alumnos no disfrutaban de las matemáticas cuando las ven como un manual de instrucciones, en lugar de un todo común donde solo es necesario comprender cómo se relacionan diferentes axiomas entre sí para ser capaces de resolver problemas.

Abstract

The mathematics subject is not known for being one of the most popular among students. Many young people hate it and consider that they are not capable of studying it. The objective of this work is to demystify these conceptions and find the reasons why this subject is complicated for many students. In addition, it also wants to analyze different teaching methodologies and how these can favor or not a correct learning. To achieve these goals, research has been carried out in two parts; first, a pedagogical and philosophical study has been carried out on the concepts of learning, teaching, student, potential, and stimulation. Subsequently, the definition of mathematics has been deepened, and then, how this subject should be taught. This research has been based on books, electronic articles, and audiovisual content, trying to include experts from different fields. In the practical part, a survey has been conducted with both students and teachers to know if their opinions are in line with those of the experts. In order to have a closer experience, I conducted a session in an ESO class and compiled the evaluations of the students and the present teacher. With all the information obtained, a series of activity proposals have been written for teachers to carry out in their classes. The final conclusions of the work are that students do not enjoy mathematics when they see it as a manual of instructions, instead of a whole where it is only necessary to understand how different axioms are related to each other to be able to solve problems.

ÍNDEX

Introducció	7
Motivacions	7
Objectius	9
Idees preconcebudes o hipòtesis	10
Metodologia	12
FONAMENTS TEÒRICS	13
1. Objectius i classificació de l'aprenentatge	14
1.1 La visió d'Aristòtil	14
1.2 La Taxonomia de Bloom	14
1.2.1 Coneixement	16
1.2.2 Comprensió	17
1.2.3 Aplicació	17
1.2.4 Anàlisi	18
1.2.5 Síntesi	19
1.2.6 Avaluació	19
1.3 Les modificacions de la Taxonomia de Bloom	20
1.3.1 Taxonomia revisada de Bloom	20
1.3.2 Taxonomia de Bloom per a l'era digital	21
1.4 Altres autors	22
1.5. Objectius d'aprenentatge a l'Educació Secundària Obligatòria	22
1.6 La visió general	23
2. Relació entre ensenyament i aprenentatge	24
3. L'ensenyament com a estimulador per potenciar l'aprenentatge de l'alumne	26
3.1 Potencial	26
3.2 Estimulació	27
3.2.1 Intencionalitat	28
3.2.2 Globalització	28
3.2.3 Individualització	29

4. Diferents metodologies d'ensenyament	31
5. Què són les matemàtiques?	34
6. Les matemàtiques en l'educació	36
7. Objectius d'aprenentatge en matemàtiques	37
7.1 Objectius d'aprenentatge de les matemàtiques proposats per alguns autors	37
7.2 Objectius d'aprenentatge de les matemàtiques a l'ESO	38
7.3 Mecanització i raonament	38
7.3.1 Avantatges i inconvenients de cada tipus de comprensió	41
7.3.2 Exemple teòric	45
8. Com l'ensenyament pot potenciar l'aprenentatge de l'alumne en matemàtiques	47
8.1 Resolució de problemes	47
8.2 Conceptes matemàtics	48
8.3 Característiques que ha de tenir el professor i les seves classes	49
9. Per què no agraden les matemàtiques?	49
TREBALL DE CAMP	51
10. Dades inicials	52
10.1 Enquesta inicial alumnes	52
10.2 Enquesta inicial professors	67
10.2.1 Mètode particular	67
10.2.2 Altres mètodes	74
10.2.3 Hipòtesi plantejada	78
10.3 Experiència pròpia	79
10.3.1 Raonament i mecanització	79
10.3.2 Treballs en grup	80
11. Primer contacte	81
11.1 Preparació	81
11.2 Justificació	90
11.3 Realització de la sessió	91
11.4 Valoració personal	92

11.5 Valoració alumnes	93
11.6 Valoració del professor	97
11.6.1 Valoració de la intervenció	97
11.6.2 Prova avaluable	99
12. Creació d'activitats a partir de l'aprenentatge adquirit	101
12.1 El problema de les 100 caixes	101
12.2 L'aposta	103
12.3 Canvi de rols	105
Conclusions	106
Valoració personal	110
Bibliografia	111
Fonts consultades	111
Material gràfic	117

Introducció

Motivacions

No fa massa temps des de que vaig descobrir la meva passió per les matemàtiques. Més o menys a tercer d'ESO, quan van passar de ser un procés de mecanització a una manera nova de pensar, de desenvolupar la creativitat i, fins i tot, podríem parlar d'una forma d'art. Aquesta passió va sorgir juntament amb la didàctica, ja que per què m'hauria de quedar per mi sol una cosa que puc compartir amb tothom?

Des d'aleshores, vaig començar a fer alguna classe de repàs als meus companys, així com resoldre dubtes a classe a la gent que no acabava d'entendre els conceptes.

Quan arribava a casa, em posava a investigar d'on sortien les fórmules i els conceptes que vèiem a classe i, a més, també m'agradava i continuo gaudint de mirar vídeos divulgatius sobre àrees de les matemàtiques més complexes. Fins i tot, em divertia intentar realitzar alguns exercicis més complicats de trigonometria o d'altres àmbits per veure si era capaç de fer-ho

A quart d'ESO, continuava interessant-me per les matemàtiques. El meu professor, apreciament aquest interès, un dia em va oferir la possibilitat de realitzar davant tota la classe una sessió de matemàtiques. Va ser molt enriquidor i reconfortant perquè era la primera vegada, evidentment, que em posava al davant d'una classe sencera per explicar un concepte com si fos el professor. Sentir que la gent comença a entendre les coses i l'aplaudiment final que la meua classe em va brindar va ser una experiència que no oblidaré mai.

Des de llavors, sempre que era a classe de matemàtiques i la gent no entenia alguna cosa, jo em preguntava el perquè. Em passava les nits pensant quina podria ser la millor manera en la qual tothom ho pogués entendre i començava a reflexionar sobre com ho faria per motivar als meus alumnes si fos professor, quines serien les millors maneres d'avaluar i les més justes. Però després m'entristia perquè tot això no ho podria aplicar fins d'aquí a molts anys.

No obstant això, a primer de batxillerat, mentre reflexionava sobre quin tema podria tractar en el meu treball de recerca, em vaig adonar que potser hi havia una manera de tenir un primer contacte real amb la docència. Vaig suggerir el tema de realitzar una sessió a l'ESO, i va ser una proposta molt ben rebuda pel departament de matemàtiques.

La validació d'aquest treball de recerca va significar per a mi una manera d'investigar i posar en pràctica les meves inquietuds, és a dir, suposava poder avançar-me al temps i tenir una primera experiència real amb l'ensenyament.

Objectius

Amb la redacció d'aquest treball es pretén determinar de quina manera es podria impartir l'assignatura de matemàtiques a l'educació secundària per acabar amb la idea que les matemàtiques són complicades. Entre diferents enfocaments i mètodes d'ensenyament, es tractarà d'avaluar quin d'ells resulta més efectiu en termes de permetre que els estudiants adquireixin les habilitats necessàries, però alhora buscant que l'alumnat s'interessi per la matèria i pugui arribar a passar-s'ho bé.

La importància d'aquest tema radica en la necessitat de garantir que els estudiants adquireixin una comprensió sòlida de les matemàtiques, ja que aquesta matèria és fonamental per al desenvolupament d'habilitats lògiques i de pensament crític, i és una base important per a moltes carreres professionals. Per tant, el treball es centra en identificar les millors pràctiques en l'ensenyament de les matemàtiques i proporcionar recomanacions concretes per millorar l'ensenyament d'aquesta matèria. Algunes de les qüestions a les quals s'intentarà donar una resposta al final del treball són les següents:

- Què vol dir aprendre matemàtiques?
- De quines maneres es pot aprendre matemàtiques?
- Perquè a la gent no li agraden les matemàtiques?
- Quina manera d'aprendre matemàtiques és la millor, la mecanització o el raonament?
- Com podem fer que a més gent li agradi les matemàtiques?
- Són més efectives les noves metodologies d'ensenyament o les tradicionals?
- Per què hi ha gent que se li donen millor les matemàtiques?

Finalment, a partir dels coneixements obtinguts, es suggeriran algunes activitats que els docents de matemàtiques podrien posar en pràctica durant les seves sessions.

Idees preconcebudes o hipòtesis

En iniciar el treball, a part de les preguntes plantejades anteriorment, també tenia, com era d'esperar, idees preconcebudes sobre les possibles respostes. El problema era que no estaven massa estructurades al meu cap, ja que no havia realitzat un estudi en profunditat i només tenia algunes intuïcions basades en el raonament i en la poca experiència que havia tingut fent classes a alguns companys.

És per això que a l'inici del treball vaig escriure les següents hipòtesis. Tinc una percepció que la majoria de problemes que apareixen en els alumnes a l'assignatura de matemàtiques, encara que pugui ser difícil trobar-hi la relació, són causats per l'excés de mecanització. Les principals relacions entre la mecanització i les conseqüències que crec que genera són les següents:

- L'alumnat acostuma a tenir complicacions en resoldre exercicis complexos a causa de la falta d'assimilació dels conceptes bàsics. Aquesta falta d'assimilació es deu al fet que mentre s'aprenien aquests conceptes, no s'estaven comprenent sinó mecanitzant. Per tant, quan el context o els nombres canvien mínimament, o l'estructura es fa més complexa, per molt que la base sigui la mateixa, si el que s'ha fet és mecanitzar, no tindran la capacitat d'extrapolació.
- Una altra feblesa donada pel fet que un alumne únicament mecanitzi un procediment en comptes de raonar-lo, és que això causa que si un professor comença una explicació, només cal que l'alumne no entengui un pas, per tal que desisteixi i perdi tota l'atenció. Això també és causat per l'excés de mecanització.
- Així com a l'assignatura d'anglès és molt fàcil saber si algú comprèn el temari, a matemàtiques no passa el mateix, ja que el docent pot pensar que l'alumne domina els conceptes matemàtics quan potser l'únic que sap fer és repetir un procés mecànic. Conseqüentment, considero que tot i que sembla que recentment, sobretot a la ESO, es volen incorporar noves metodologies, com les basades en projectes, aquestes no funcionen massa perquè si el professor no fa una explicació sobre com utilitzar el raonament, el més probable és que l'alumne acabi utilitzant la mecanització per resoldre les diferents qüestions del projecte. Per tant, és molt important, al menys en matemàtiques, que és una assignatura que es diferencia en què l'alumne ha de saber raonar, l'ús de les classes magistrals o tradicionals.

Per tant, una de les hipòtesis que pretenc comprovar amb aquest treball és que l'única manera efectiva d'aprendre matemàtiques és a través del raonament.

Tenint en compte que defenso les classes magistrals, pot passar que molts alumnes no parin atenció. És per això que sempre he defensat la importància del factor sorpresa en una classe; s'hauria d'intentar realitzar les diferents sessions alternant metodologies i tècniques per tal que l'alumne no s'esperés com serà la propera classe, i tingui ganes de saber què realitzarà aquell dia.

Per tal de dur a terme això, és important, és molt important que el professor busqui constantment noves maneres possibles d'ensenyar.

Metodologia

Tenint en compte que el subtítol d'aquest treball és: *L'ensenyament com a estimulador per potenciar l'aprenentatge de l'alumne en matemàtiques*, caldrà definir el significat d'aquestes paraules. Per això, al llarg del marc teòric he analitzat l'opinió de diversos experts en la matèria sobre cadascun dels conceptes (aprenentatge, alumne, ensenyament, potencial, estimulador i matemàtiques).

La visió de diferents autors és fonamental, però de la mateixa manera, també és molt necessari saber si; tant els alumnes, com els professors, que són els agents involucrats en l'estudi, poden corroborar l'opinió dels experts. Per tal de saber-ho, en la part pràctica he realitzat una enquesta; tant als professors com als alumnes, que poden aportar un seguit de dades molt valuoses.

Evidentment, un factor que determinarà les conclusions finals, serà la meua pròpia experiència. Per això, posteriorment, he explicat tota la informació que he pogut recopilar com a estudiant al llarg dels darrers anys.

Si vull que la meua experiència sigui encara més valuosa i completa, a part d'estudiant, hauria d'haver experimentat com és de primera mà la tasca d'un professor. Per això, he realitzat, amb l'ajuda del meu Institut, una sessió a una classe de l'ESO.

Aleshores, després d'haver adquirit tot aquest coneixement i diferents punts de vista, he detallat quins aprenentatges m'ha proporcionat cada tasca que he realitzat durant aquest treball i n'he donat una valoració personal. A continuació, tenint en compte aquests aprenentatges adquirits, he suggerit breument diferents propostes de sessions que un professor de matemàtiques podria dur a terme.

Finalment, he escrit les conclusions a les que he arribat amb la realització d'aquest treball, responnent als objectius i analitzant la validesa de les hipòtesis.

Durant tot el treball s'ha utilitzat el pseudònim "Lambda" per mantenir anònima la meua identitat.

FONAMENTS TEÒRICS

1. Objectius i classificació de l'aprenentatge

En aquest primer apartat del treball es busca una definició tant del concepte d'aprenentatge, com dels seus objectius i classificació. Aquesta qüestió ha estat abordada per molts autors al llarg de la història. Les idees d'aquests autors no estan tan allunyades de l'actualitat.

1.1 La visió d'Aristòtil

Aristòtil, que va ser un dels filòsofs més importants de l'antiga Grècia durant el segle IV aC, distingeix, en la seva teoria del coneixement, tres funcions de l'ànima humana. La primera és la vegetativa, que permet als éssers vius nodrir-se, créixer i reproduir-se. La segona és la sensitiva, que ajuda a percebre el món i interactuar-hi mitjançant tres capacitats: els sentits, que aporten informació i sensacions de l'entorn, la imaginació, que produeix imatges o representacions d'allò que s'ha vist, i la memòria, que permet recordar-ho. Amb això s'obté coneixement sensible o experiència.

Aquestes dues funcions de l'ànima es donen també en els animals, però la tercera funció, la intel·lectual, és exclusiva dels humans. La seva finalitat és obtenir coneixement intel·lectual o universal, que per Aristòtil és el grau de coneixement més útil i valuós. Per obtenir-lo, l'ànima utilitza una capacitat anomenada enteniment, que funciona comparant un conjunt d'objectes o éssers i prescindint de tots els trets secundaris d'aquests per abstraure el que tenen en comú, és a dir, el que fa que siguin allò que són. Només podrà fer-ho gràcies a la informació que prèviament ha captat, reproduït i recordat, és a dir, l'experiència.

A partir d'aquest procés d'abstracció, l'ésser humà pot aconseguir un coneixement general i universal. No obstant això, Aristòtil pensava que la forma d'obtenir el coneixement ha d'adaptar-se a l'àmbit que s'està estudiant, és a dir, el mètode d'investigació variarà segons l'objecte d'estudi.¹

1.2 La Taxonomia de Bloom

L'any 1948, durant una reunió informal després de la Convenció de l'Associació Nord Americana de Psicologia que es va dur a terme a Boston, va sorgir la idea d'establir un sistema de classificació dels objectius de l'aprenentatge. Es va dur a terme un procés liderat per Benjamín Bloom, doctor en educació de la Universitat de Chicago, que va culminar amb la

¹ PRÉSTEL-ALFONSO, C. (2016), pàg. 56-58

formulació d'una Taxonomia de Dominis de l'aprenentatge, coneguda com la Taxonomia de Bloom.²

La paraula taxonomia prové de grec i significa “ordenació”. Es tracta de la ciència dels principis, mètodes i fins i tot de la classificació que s'aplica, en particular, dins la biologia.³ La Taxonomia de Bloom es pot entendre com els objectius del procés d'aprenentatge, és a dir, les habilitats i coneixements que després de realitzar aquest procés, l'estudiant ha d'haver adquirit.

Bloom i altres autors van distingir tres dominis o camps d'aprenentatge: el cognitiu, l'afectiu i el psicomotor. En cadascun d'aquests dominis hi ha una jerarquia d'objectius que van des dels més senzills fins als més complexos. A partir d'aquesta jerarquia, es pot determinar el nivell que s'està demanant a un alumne.⁴

El domini rellevant per aquest treball és el cognitiu, que Bloom, B. S. (1977) defineix com l'àrea d'aprenentatge en la qual s'inclouen els objectius referits a la memòria o evocació dels coneixements i al desenvolupament d'habilitats i capacitats tècniques d'ordre intel·lectual. Concretament, en les pàgines 45-126, s'explica la divisió d'aquest camp en sis nivells o categories: el coneixement, la comprensió, l'aplicació, l'anàlisi, la síntesi i l'avaluació.

El primer nivell, el coneixement, és independent als altres cinc, que no es consideren coneixement sinó habilitats i capacitats intel·lectuals. El coneixement es distingeix de les habilitats i capacitats intel·lectuals, perquè aquestes, a diferència del coneixement, estan relacionades amb l'organització i les tècniques que s'utilitzen en la manipulació de materials i problemes.

² OLIVERA, S. W. (2011), pàg. 3-4.

³ REAL ACADEMIA ESPAÑOLA.

⁴ OLIVERA, S. W., *op. cit.* pàg. 3-4.



1. Esquema de la Taxonomia de Bloom

1.2.1 Coneixement

El primer nivell és el coneixement, que inclou els comportaments o situacions d'examen on és important poder recordar idees, materials o fenòmens, és a dir, consisteix en l'emmagatzemament d'informació i la posterior reminiscència. Aquest nivell es distingeix dels altres en el fet que l'acció de recordar és la principal, mentre que en els altres, és només una part de processos més complexos.

Es mencionen diversos tipus específics de coneixement, com per exemple l'específic, que inclou un domini concret de diferents terminologies i fets. També es parla del coneixement de les maneres i els mitjans per al tractament de fets específics, que significa comprendre les maneres d'organitzar, estudiar, jutjar i criticar idees i fenòmens. Dins d'aquest, s'inclou el coneixement de les convencions, de les tendències i seqüències, de classificacions i categories, de criteris i de la metodologia.

Finalment, hi ha un coneixement dels universals i abstraccions en un camp específic, que consisteix a comprendre els esquemes i estructures mitjançant els quals s'organitzen els fenòmens o idees.

1.2.2 Comprensió

La comprensió implica l'enfrontament de l'estudiant davant una comunicació, en la qual ha de poder entendre el que se li vol transmetre i ha de poder fer ús d'alguna manera del material o idees que conté. També es compon per diferents tipus o nivells.

El més baix és aquell en què una persona entén el que se li està comunicant, però no necessàriament relaciona aquestes idees amb altres o les cospa completament. Una de les habilitats que es requereix per a aquest nivell de comprensió és la capacitat de traduir una comunicació d'un llenguatge a un altre de forma fidel i precisa.

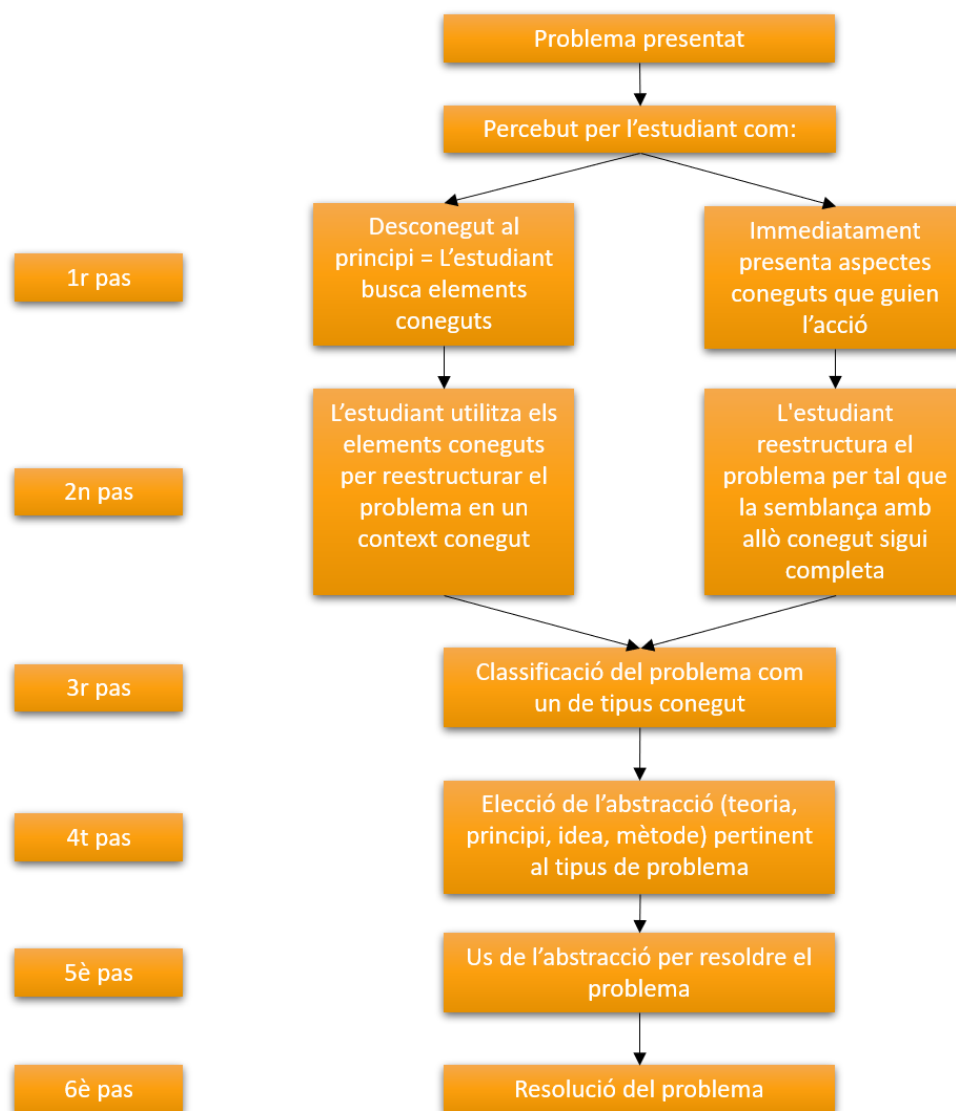
En un grau superior es troba la interpretació, que implica explicar o resumir una comunicació, ja sigui reorganitzant-la o canviant la forma en què es presenta. Una habilitat necessària per aquest nivell és la capacitat de captar el pensament d'una obra com a conjunt.

L'últim grau s'anomena extrapolació, i és l'extensió de les tendències més enllà de la informació rebuda per determinar les implicacions i conseqüències que concorden amb les condicions descrites en la comunicació original. Aquesta habilitat inclou la capacitat de predir la continuació de tendències.

1.2.3 Aplicació

Tal com s'ha esmentat abans, tots aquests nivells o objectius estan ordenats jeràrquicament, de manera que en aquest cas, l'aplicació requereix que l'alumne hagi assolit un coneixement i una comprensió, que són les dues categories que estan per sota. L'aplicació és, per tant, conseqüència d'un coneixement i una comprensió, per això la famosa frase de "si algú realment comprèn quelcom, ho pot aplicar", i tot i que s'acostuma a confondre amb la comprensió, es diferencia en el fet que quan es planteja un problema a l'alumne, aquest ha de ser capaç d'aplicar l'abstracció correcta sense especificar-li quina és i sense mostrar-li com s'ha d'usar en una situació particular.

Es pot entendre aquesta diferència d'una manera més gràfica a partir de la Figura 3, on es mostra el procés seguit en la solució de problemes plantejats per ser resolts des del nivell de l'aplicació. Els passos que van de l'1 al 4 formen part de l'aplicació, mentre que la comprensió es troba en el 5è pas.



2. Procés seguit en la solució de problemes plantejats per ser resolts des del nivell de l'aplicació.

1.2.4 Anàlisi

L'anàlisi requereix unes capacitats que permetin descompondre un material en les seves parts constitutives, determinar les relacions entre aquestes parts i comprendre com estan organitzades. Això és més complex que la simple comprensió o aplicació d'un material, ja que aquestes habilitats impliquen un nivell més alt de pensament crític.

Des d'un punt de vista educatiu, el desenvolupament de les capacitats d'anàlisi és un objectiu important per a molts camps d'estudi, perquè permet als estudiants distingir entre els fets i les

hipòtesis, identificar les conclusions i les raons que les sustenten, separar el material rellevant del que és secundari, percebre com les idees estan relacionades entre si, etc.

1.2.5 Síntesi

La síntesi es refereix al procés de reunir elements i parts per formar un tot. Suposa la combinació d'experiències prèvies amb materials nous, reconstruïts en una estructura que abans no hi era present amb claredat. La diferència principal amb altres categories cognitives; com la comprensió, l'aplicació i l'anàlisi, radica en el fet que la síntesi implica la possibilitat d'estudiar un tot per comprendre'l millor i requereix emprar elements de fonts diverses i reunir-los en una estructura clara. Pot esperar-se que un problema que es classifica dins el nivell de síntesi també requereixi en alguna mesura les altres categories prèvies.

Hi ha diferents subcategories dins d'aquest nivell, per exemple, la producció d'una comunicació única, és a dir, la capacitat de comunicar efectivament idees, sentiments o experiències a un públic determinat a través d'un mitjà específic. Els factors que limiten o controlen aquesta tasca inclouen el tipus d'efectes que s'han d'obtenir, la naturalesa del públic i el mitjà utilitzat per expressar-se.

1.2.6 Avaluació

L'avaluació és el procés de formular judicis sobre el valor de les idees, obres, solucions, mètodes, materials, etc. S'utilitzen criteris i pautes per determinar si els elements són precisos, efectius, econòmics o satisfactoris, tot i que també implica la valoració i l'expressió de gustos i preferències. Aquests judicis poden ser quantitativs o qualitativs i els criteris poden ser triats per l'estudiant o proporcionats per una altra persona o font. L'avaluació és una etapa posterior al procés d'adquirir coneixement, comprensió, aplicació, anàlisi i síntesi. També implica la valoració i l'expressió de gustos i preferències.

Dins l'avaluació, es poden distingir dos tipus; per una banda, tenim els judicis en termes d'evidència interna, que es refereixen a l'avaluació d'una comunicació basant-se en la seva exactitud lògica, coherència i absència d'errors interns específics. Per altra banda, l'avaluació d'una obra a través de criteris externs, es refereix a l'ús de regles o cànons que serveixin com a guia per jutjar el valor d'una peça en particular. Aquests criteris poden ser objectius que han de ser assolits, tècniques que han de ser seguides, o comparacions amb altres obres similars dins del mateix camp.

1.3 Les modificacions de la Taxonomia de Bloom

Al llarg de dècades, mestres de tot el món han utilitzat la Taxonomia de Bloom com a eina per establir objectius d'aprenentatge.⁵ Tot i això, ha rebut algunes crítiques, basades en el fet que molts educadors veuen la taxonomia com una jerarquia i a vegades descarten els nivells més baixos com a indignes d'ensenyar, fet que genera desacord entre alguns autors, que titllen aquesta visió d'errònia perquè consideren que l'aprenentatge dels nivells inferiors permet la construcció d'habilitats en els nivells superiors de la taxonomia, i a vegades, les habilitats més importants es troben en els nivells inferiors.^{6 7} Malgrat aquestes observacions, la Taxonomia de Bloom continua tenint tanta validesa avui dia que recentment se li han fet dues actualitzacions.

1.3.1 Taxonomia revisada de Bloom

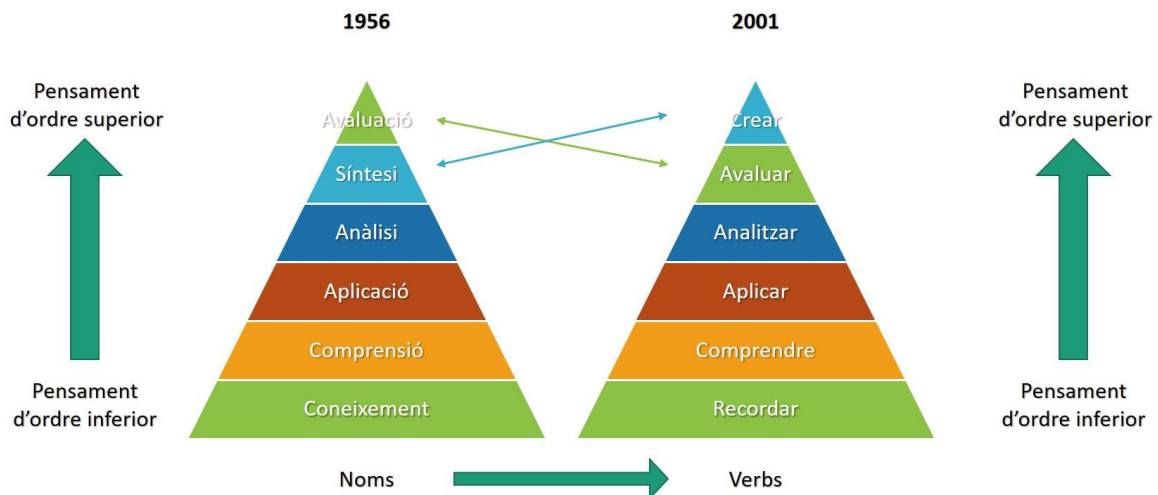
Com explica Wilson, L. O. (2016), la primera actualització es va dur a terme a càrrec de Lorin Anderson i Krathwohl, que eren estudiants i col·laboradors de Benjamin Bloom, respectivament. Junts, van reunir un grup d'experts en educació per ajudar-los a revisar la Taxonomia cognitiva clàssica de Bloom de 1956. Els seus esforços conjunts van portar a una versió actualitzada d'aquesta famosa taxonomia l'any 2001.

En aquesta versió, s'incorporen alguns canvis en els sis nivells, com la substitució dels substantius per verbs, el canvi de nom d'alguns nivells i també el canvi d'ordre, tal com es pot observar a la Figura 3.

⁵ LÓPEZ, J. (2015).

⁶ MAURA, C., FLANNERY. (2007), pàg. 561-564.

⁷ LAWLER, S. (2016).



3. Taula comparativa entre la Taxonomia de Bloom del 1956 i la Taxonomia revisada de Bloom, feta per Anderson i Krathwohl al 2001.

Aquest nou model té com a avantatge que permet als professors avaluar de manera més fàcil i més clara, així com analitzar i categoritzar les tasques dels estudiants. Per tant, poden assabentar-se'n si una tasca està massa enfocada en una àrea en concret.

1.3.2 Taxonomia de Bloom per a l'era digital

La segona modificació va ser realitzada per Churches, A. (2009). El Doctor Andrew Churches és codirector de l'àrea d'Estudis d'Informàtica del Kristin School d'Auckland, Nova Zelanda, on ha treballat durant molt de temps. És un defensor obert de les TIC i de la seva capacitat per canviar l'educació. Creu que educar els estudiants per al futur significa preparar-los per al canvi, per fer bones preguntes i pensar de manera crítica, per adaptar-se i modificar-se, i per prendre decisions informades.

És per això que aquesta actualització atén els nous comportaments, accions i oportunitats d'aprenentatge que apareixen a mesura que les TIC (Tecnologies de la Informació i les Comunicacions) avancen i esdevenen més omnipresents. Churches, per tant, en el seu treball ampliarà l'abast dels sis nivells de la Taxonomia original, incloent-hi noves eines i recursos relacionats amb les TIC que l'alumne ha de ser capaç de poder fer-ne un ús.

En el primer nivell, el de recordar, se li resta importància al fet que l'alumne sigui capaç de saber de memòria diferents continguts, ja que la quantitat d'informació és cada cop més elevada. En canvi, es prioritza la capacitat de l'alumne de poder recuperar el material rellevant.

Per això, afegeix a la categoria de recordar, habilitats com ressaltar, marcar llocs web com a favorits, buscar o “googlejar”, etc.

Per comprendre, no només serveix ser capaç d'emmagatzemar informació de llocs web. Per això, en aquest marc, s'inclouen habilitats com categoritzar, etiquetar, comentar, anotar, etc. Aquestes habilitats no podran ser realitzades per l'alumne si no és capaç de comprendre la informació.

En el nivell d'aplicar, s'incorporen accions d'operar i manipular programes o aplicacions, així com realitzar diferents jocs virtuals, de manera que els estudiants que manipulen exitosament programes o jocs, demostrin una comprensió de processos alhora que apliquen les seves habilitats.

Per analitzar, s'inclou qualsevol plataforma per realitzar gràfics o enquestes (*Microsoft Excel, Google Sheets, etc*), aconseguint així descobrir com certs materials es relacionen entre si.

Pel que fa a avaluar, és interessant validar i provar aplicacions o procediments, tant propis com d'altres alumnes, i les conclusions es poden expressar en format blog, publicació, debat, etc.

Finalment, per crear, és a dir, ajuntar elements per formar un producte final, es pot utilitzar la creació de vídeos, audios, aplicacions, cartells digitals, etc.

1.4 Altres autors

Tot i que pot semblar molt obvi que recordar només és un nivell dins de l'aprenentatge, no tothom ho té tan clar. És per això que pot resultar interessant l'opinió de la Doctora en Filosofia Hermsen, J. J. (2019), que en defensa d'aquesta tesi, expressa el següent:

*Per moltes fórmules i moltes dades que els alumnes aprenguin de memòria, no podem dir que l'educació ha tingut èxit fins que siguin capaços d'aplicar aquests coneixements, segons el seu propi criteri, a la realitat sempre canviant de la qual formen part.*⁸

1.5. Objectius d'aprenentatge a l'Educació Secundària Obligatòria

Aquest apartat està centrat en l'Educació Secundària Obligatòria (ESO), que és l'etapa escolar en la qual s'emmarca aquest treball. Un cop definit l'aprenentatge i tot el que involucra, cal veure si els objectius que s'han descrit amb anterioritat coincideixen amb els que prescriu la

⁸ Traducció pròpia del castellà

lleï referida a l'ESO. Per això, és necessari donar una ullada al currículum que dicta la Generalitat de Catalunya d'aquesta etapa, concretament, el Departament d'Ensenyament (2018):

L'ordenació del currículum de l'Educació Secundària Obligatòria s'estableix d'acord amb un model d'ensenyament i aprenentatge de caràcter competencial, i en el marc d'un sistema que preveu l'orientació educativa i l'atenció a tot l'alumnat com la principal eina per afavorir la continuïtat formativa en els ensenyaments postobligatoris, d'acord amb el Decret 187/2015, de 25 d'agost.

I què vol dir un model d'ensenyament i aprenentatge de caràcter competencial? Doncs consideren que és aquell en què l'alumne esdevé competent, és a dir, capaç de seleccionar entre tota la informació allò que s'ha d'aplicar per a la resolució d'un exercici o situació específic. En altres paraules, l'alumne és capaç de transferir un contingut adquirit a la resolució d'un problema que se li planteja en qualsevol altra situació.

En el document es destaquen quatre característiques principals de les competències:

- Transferibles: es poden utilitzar en diferents contextos
- Significatius i permanents: Perduren i no s'obliden de seguida
- Productius: Permeten fer activitats que no són exclusivament reproductives o repetitives.
- Funcionals: Permeten resoldre problemes de la vida quotidiana

1.6 La visió general

Com s'ha pogut veure, aquesta Taxonomia ha patit algunes modificacions. No obstant això, han sigut actualitzacions que han ampliat o alterat mínimament la Taxonomia original. Per tant, independentment de les crítiques, que estan enfocades a petits detalls, els sis nivells basats en l'obtenció de coneixement, així com habilitats i capacitats intel·lectuals, continuen sent considerats els objectius de l'aprenentatge. Per això, actualment, l'aprenentatge es pot definir com el procés d'adquisició de coneixements, habilitats, valors i actituds, possibilitat mitjançant l'estudi, l'ensenyament o l'experiència.⁹

⁹ PÉREZ PORTO, J. i GARDEY, A. (2008)

2. Relació entre ensenyament i aprenentatge

Un cop definit aprenentatge, cal saber a qui va dirigit. Com ens indica el subtítol d'aquest treball, volem estudiar l'aprenentatge de l'alumne. I què vol dir l'alumne? Segons l'Institut d'Estudis Catalans, l'alumne és la persona que rep ensenyament amb relació a qui el dona, a l'establiment docent on el rep i a la matèria que aprèn. Per tant, aquí apareix una primera relació entre el concepte d'ensenyament i el d'aprenentatge.

Si volem aprofundir en aquesta relació, podem observar de nou la definició actual d'aprenentatge vista a l'apartat anterior, on es menciona que els objectius de l'aprenentatge són l'obtenció de coneixement i habilitats o capacitats intel·lectuals, facultats que es poden adquirir, entre altres, mitjançant l'ensenyament.

Per tant, resulta més que evident l'existència d'una relació entre el concepte d'ensenyament i el d'aprenentatge. No obstant això, poden sorgir preguntes com: hi ha aprenentatge si hi ha ensenyament? Es pot aprendre sense un ensenyament previ? Certament, no existeix una resposta tancada a aquestes qüestions.

Es pot afirmar que l'aprenentatge, com a mínim l'escolar, està condicionat pel procés d'ensenyament, ja que la informació que arriba als alumnes està seleccionada pels professors. A més, la forma en què el professor transmet la informació també influirà en el procés d'aprenentatge dels alumnes. No obstant això, hi ha alguns autors que posen en dubte que hi hagi una relació directa o causal entre aquestes dues idees.

Fenstermacher (1979) menciona que el concepte d'ensenyament no podria existir si no fos perquè la idea d'aprenentatge apareix com a possibilitat d'aquest. És similar al cas de "buscar" i "trobar" o "competir" i "guanyar", on la primera idea existeix gràcies al fet que la segona és una possible conseqüència.¹⁰

Seguint amb aquest exemple, també podríem afirmar que una persona guanyadora d'una competició no només haurà triomfat pel simple fet que aquesta competició existeix, sinó també per altres factors com la preparació que ha tingut, la intel·ligència o la capacitat d'esforç. Per tant, si una persona ha après, tot i que és conseqüència directa d'un ensenyament previ, aquesta no és l'única causa i l'ensenyament no sempre implicarà aprenentatge.

¹⁰ CLAVIJO, G. A. (2020)

En conclusió, malgrat que l'objectiu de l'ensenyament és aconseguir un aprenentatge, l'acció d'ensenyar genera solament l'oportunitat que aquest es doni, i aquesta oportunitat es farà realitat o no, depenent de diferents factors, tant de l'actitud que presenti l'alumne vers l'aprenentatge, com també de la qualitat i la metodologia utilitzada en aquest ensenyament.

Aquesta afirmació està en línia amb les investigacions sobre l'aprenentatge motivat; s'ha demostrat que els estudiants posseïdors d'una motivació intrínseca per aprendre, és a dir, que volen aprendre perquè és plaent, útil i interessant, aprenen més. Tot i que això és una tasca en la qual el professorat no pot incidir directament, està en les seves mans aplicar diverses metodologies per afavorir el desenvolupament d'una motivació intrínseca per part de l'alumnat i el millor assoliment dels coneixements.¹¹

¹¹ SELLAN-NAULA, M. E. (2017)

3. L'ensenyament com a estimulador per potenciar l'aprenentatge de l'alumne

Tenint en compte el subtítol d'aquest treball, volem saber com l'ensenyament pot funcionar com a estimulador per tal de potenciar l'aprenentatge de l'alumne en matemàtiques. Ara ja hem vist a qui va dirigit l'aprenentatge, a l'alumne, quins són els objectius, obtenció de coneixements i habilitats o capacitats intel·lectuals, i quina és l'eina per aconseguir-los, l'ensenyament. El següent pas és veure com aquesta eina pot fer d'estimulador per potenciar l'aprenentatge d'un alumne.

3.1 Potencial

No es pot parlar de com potenciar l'aprenentatge d'un alumne, sense definir primer quin és el potencial de l'alumne. A continuació, es mostra com diferents autors han tractat de definir el concepte de potencial, el qual és bastant abstracte i subjectiu.

Per Aristòtil, un ésser en potència no ha assolit encara el desenvolupament ple d'allò que pot acabar essent, però té la possibilitat d'esdevenir-ho en el futur.¹²

Comellas, M. J. i Podall, M. (1996) defineixen el potencial d'un alumne com les capacitats corresponents a la seva edat que poden ser evidents o no, és a dir, l'individu pot comptar amb un seguit d'habilitats que encara no han estat estimulades i que, per tant, no seran visibles si l'educand no les impulsa.

Segons Vigotsky, L. S. (1979), hi ha una diferència entre el nivell real de desenvolupament d'un nen i el nivell potencial de desenvolupament. El primer es defineix a partir de la capacitat d'un nen de resoldre un problema de forma independent. D'altra banda, el nivell potencial de desenvolupament també es determina per l'habilitat d'un nen per resoldre un problema però, en aquest cas, amb l'ajuda d'un adult o d'un company més capaç. Ell anomena aquesta diferència la zona de desenvolupament proper, la qual defineix aquelles funcions que encara estan en procés de millora i que, amb el temps, assoliran la seva maduresa.

En anteriors apartats s'ha parlat de l'adquisició de capacitats i habilitats com l'objectiu de l'aprenentatge. No obstant això, sembla que la visió d'aquests autors contradiu o, si més no, va més enllà d'aquesta definició, ja que ells no veuen les capacitats i habilitats com una facultat

¹² PRÉSTEL-ALFONSO, C., *op. cit.* pàg. 50.

que s'adquireix, sinó com una facultat que és present en tots nosaltres, l'únic que pot ser visible o no ser-ho de moment.

La filòsofa Cavallé, M. (2017), en defensa d'aquesta visió, afegeix el següent:

L'ésser humà pot crear, crear-se a si mateix o, més pròpiament, "cocrear", ja que, si bé desplega conscientment les seves possibilitats, no depèn d'ell triar aquestes últimes, és a dir, en cap cas és el creador del seu propi potencial. El seu potencial i l'anhel que l'incita a actualitzar-lo li venen donats. En paraules de Schopenhauer, l'ésser humà pot fer allò que vol, però no tria voler allò que vol.¹³

Més endavant en el mateix llibre, cita una famosa frase del filòsof Plutarc que dona títol a aquest treball:

Com va afirmar Plutarc: "La ment no és un recipient que ha de ser omplert, sinó una llum que ha de ser encesa"¹⁴

3.2 Estimulació

Ara, cal trobar la manera de fer florir les capacitats no visibles. Sobre aquest tema, Jäger W. (1995) menciona:

La gla conté totes les característiques de l'alzina, però no es desenvolupa sense ser sotmesa a la foscor, humitat i pesadesa de la terra. El desenvolupament va unit sempre a la resistència. Quan es va manifestant el nostre veritable ésser, la resistència es presenta sovint en forma d'una depressió que exerceix una funció important en el procés de maduració. El que massa sovint considerem un obstacle, o fins i tot una malaltia, suposa la gran ocasió per a la nostra maduració.¹⁵

Tot i que l'autor no parla específicament sobre l'educació, es pot fer una analogia en la qual per fer visible el potencial d'un alumne, aquest ha de passar per obstacles i resistències.

Serrano-Puche, J. (2017), en una valoració del llibre de Lorda, J. L. (2016), farà una interpretació de la cita de Plutarc prèviament mencionada:

¹³ Traducció pròpia del castellà

¹⁴ Traducció pròpia del castellà

¹⁵ Traducció pròpia del castellà

Parafrasejant Plutarc i com afirma un conegut principi educatiu, "educar no és com omplir un got, sinó com encendre un foc". Aquest "foc", com és lògic, prèviament ha d'estar cremant al professor. Per això és necessari que aquest aprofundeixi en el saber.¹⁶

Comellas, M. J. i Podall, M. (1996), *op. cit.*, en la mateixa línia, afirmen que per revelar el potencial, juntament amb possibilitar la maduració i un rendiment òptim de les capacitats, es necessita el que anomenen una estimulació. Aquesta, serà duta a terme majoritàriament per un adult com a element mediador, que haurà de possibilitar i facilitar el despertar del potencial, transformant-lo en una capacitat real i operativa. No obstant això, l'estimulació també pot ser exercida per altres alumnes que tenen una major maduració o desenvolupament del seu potencial.

A més, defineixen tres objectius que haurien d'estar inclosos en qualsevol acció educativa o estimulació: intencionalitat, globalització i individualització.

3.2.1 Intencionalitat

En l'educació, la improvisació es refereix a la manca de planificació i a l'absència d'objectius clars. Això pot portar a resultats ineficients i a una manca d'adaptació al mètode per part de l'individu.

En contrast, la intencionalitat en l'educació implica la idea de planificar amb antelació els mètodes, materials i finalitat d'una intervenció educativa. Aquesta planificació prèvia és essencial per garantir l'èxit del procés educatiu i per aconseguir els objectius desitjats a curt i llarg termini.

3.2.2 Globalització

Tot i que a vegades l'estimulació pot centrar-se en objectius específics, l'objectiu final és una globalització, és a dir, una interacció entre àrees que impliqui l'ús i la transferència de totes les habilitats i aprenentatges davant qualsevol situació

Com s'explica en Pearson (2022), tradicionalment s'ha optat per dividir diferents àrees de coneixement amb la finalitat d'explicar-les per separat (llengües, ciències exactes, ciències

¹⁶ Traducció pròpia del castellà

naturals, ciències socials, arts, educació física, etc.). No obstant això, cada cop més s'utilitza el concepte de globalització o transversalitat educativa. Això no vol dir que es desestimïn les categories prèviament mencionades, sinó que es busca trobar eixos que les connectin entre si, amb l'objectiu d'aconseguir una millor integració del coneixement.

Una de les característiques principals de la transversalitat educativa és que motiva i facilita l'aplicació dels coneixements adquirits en situacions de la vida real. Això té una gran rellevància pràctica per a l'alumne, ja que elimina la bretxa entre allò que s'aprèn a l'escola i allò que es farà servir al llarg de la vida.

3.2.3 Individualització

Cal destacar la importància de personalitzar la intervenció en funció de les característiques individuals dels alumnes. Això significa que no es pot intervenir en un grup de població simplement tenint en compte l'edat cronològica, sinó que s'ha de considerar el grau de desenvolupament de cada individu. Això és complex perquè implica considerar el marc del grup classe, adaptar la dificultat, reflexió i recursos a les característiques individuals, i possibilitar una acció dinàmica per oferir un tractament a la diversitat en qualsevol de les seves manifestacions. Per tant, s'han de buscar els recursos metodològics adequats per millorar l'autonomia de l'alumne i la flexibilitat del treball perquè l'adult pugui ser mediador dels processos més que dels continguts, els quals es poden adquirir de forma autònoma o en grup.

Coll, C. (2018), tot i que està enfocat a l'educació primària, explica algunes estratègies que s'estan utilitzant a les aules i centres educatius per fer que l'aprenentatge sigui més personalitzat, com ara tenir en compte els interessos de l'estudiant en el disseny de les activitats d'ensenyament, reconèixer i permetre que els estudiants tinguin autonomia en alguns aspectes de l'aprenentatge, i connectar les experiències d'aprenentatge significatives de l'estudiant amb les activitats escolars. També es mencionen algunes tècniques, com per exemple donar temps i espai per a la reflexió i la valoració, enfocar-se en continguts socials i culturalment rellevants, i fer servir recursos de l'entorn comunitari en l'aprenentatge.

Dur a terme aquesta individualització, però, no és tan senzill; per avançar cap a una major personalització de l'aprenentatge escolar, és necessari dur a terme un canvi sistèmic en diferents àmbits del sistema educatiu. Això requereix actuar de manera progressiva i coherent en les pràctiques educatives, les polítiques educatives i la corresponsabilització social i ciutadana amb l'educació.

No obstant això, hi ha obstacles i reptes que s'han de superar, com ara la falta de formació del professorat en la implementació d'estratègies de personalització, la resistència al canvi en el sistema educatiu i la falta de recursos i suport necessaris per implementar la personalització de l'aprenentatge. A més, és important tenir en compte la diversitat de necessitats i capacitats dels estudiants i assegurar-se que la personalització beneficiï a tothom, no només a un grup seleccionat d'estudiants.

4. Diferents metodologies d'ensenyament

Ja s'han determinat els objectius d'aprenentatge, tant des del punt de vista de diferents autors, com des del currículum de l'ESO. Com s'ha vist a l'apartat 2, aquestes finalitats s'assoleixen depenent de la qualitat de l'ensenyament (o estimulació) i de la motivació intrínseca de l'alumne, tot i que moltes vegades aquesta motivació dependrà, principalment, de la qualitat de l'ensenyament. Per això, a continuació, s'exposen algunes de les tècniques o metodologies més populars durant aquests últims anys per millorar la qualitat de l'ensenyament, de les quals també s'espera que facin incrementar la motivació de l'alumne.

- **Mètode expositiu (llició magistral):** El mètode expositiu, també anomenat classe o llició magistral, és un mètode docent que consisteix en la transmissió d'informació (o coneixement) per part del professorat a l'alumnat de forma unidireccional. En altres paraules, el professor parla i l'alumnat escolta (o intenta escoltar).

Aquest mètode beneficia als alumnes perquè els permet estructurar el coneixement, i a més, fomenta la igualtat de relació entre estudiants. Pel que fa al professor, és positiu perquè facilita la planificació del temps i permet la docència a grups nombrosos.

No obstant això, també presenta diverses febleses: el principal problema és que desincentiva la cerca d'informació per part de l'estudiant, és a dir, fomenta la passivitat i la falta de participació de l'estudiant. A més, dificulta la reflexió sobre l'aprenentatge, no afavoreix la responsabilitat de l'estudiant sobre el seu propi procés de formació i pot provocar que hi hagi diferències entre el ritme del docent i el de l'estudiant.¹⁷

- **Aprenentatge basat en projectes:** Es tracta d'un conjunt de tasques que es basen en la resolució de preguntes o problemes a través de la implicació de l'alumne en processos d'investigació de manera relativament autònoma que es culmina amb un producte final presentat davant dels altres.¹⁸

Es caracteritza en què es duen a terme projectes sobre temes reals, que els mateixos alumnes han seleccionat segons els seus interessos. Implica formar equips o grups heterogenis, on les diferències entre els membres proporcionen l'oportunitat d'un major

¹⁷ FIDALGO, A. (2016).

¹⁸ SÁNCHEZ, J. (2013).

aprenentatge i preparació per als estudiants per treballar en un ambient i una economia diversa i global.¹⁹

- **Aula invertida (*Flipped Classroom*):** Aquest mètode d'ensenyament consisteix en el fet que l'alumne estudia els conceptes teòrics a casa gràcies a les eines que el professor li hagi proporcionat (vídeos fets per ell, vídeos d'internet, llibres de text, etc.), per després aprofitar les classes responent dubtes, practicant o discutint el que s'ha après prèviament.

L'objectiu d'aquesta metodologia és que l'estudiant assumeixi un rol més actiu en el seu procés d'aprenentatge. Un avantatge d'aquest mètode és que permet a l'alumnat aprendre al seu propi ritme (ja que pot accedir al material d'aprenentatge quan vulgui, i no només en les hores de classe). A més, també és positiu que els materials extra estiguin relacionats amb les TIC, perquè beneficia a l'alumne, que està acostumat a utilitzar-les per buscar informació.²⁰

- **Aprenentatge basat en problemes:** Es tracta d'una proposta educativa on es formen grups petits de treball, que aprenen de manera col·laborativa en la recerca de resoldre un problema inicial, complex i desafiant, plantejat pel docent, amb l'objectiu de desencadenar l'aprenentatge autodirigit dels alumnes. El rol del professor esdevé el d'un facilitador de l'aprenentatge.²¹
- **Ludificació (*gamificació*):** És una tècnica que consisteix a utilitzar principis i elements propis dels jocs en un entorn d'aprenentatge per influir en el comportament, augmentar la motivació i fomentar la participació dels estudiants. Aquesta tècnica es basa en la idea que els jocs són una forma efectiva d'aprendre, ja que són divertits, estimulants, i permeten que els estudiants es comprometin més amb el material que estan estudiant. Així, la gamificació busca aprofitar aquesta capacitat dels jocs per millorar l'aprenentatge i la motivació dels estudiants.

¹⁹ GALEANA, L. (2006).

²⁰ BERENGUER-ALBALADEJO, C. (2016).

²¹ MORALES-BUENO, P. i LANDA-FITZGERALD, V. (2004).

Alguns exemples de gamificació poden ser la utilització de punts, recompenses, nivells i desafiaments en un entorn d'aprenentatge per fer més interessant i atractiu l'estudi d'un determinat tema.²²

- **Aprenentatge cooperatiu:** Es tracta d'un mètode pedagògic en què els estudiants col·laboren en grups petits per maximitzar el seu propi aprenentatge i el dels seus companys. Aquesta estratègia educativa és una opció diferent de l'aprenentatge competitiu, en el qual els estudiants competeixen entre ells per assolir objectius acadèmics, i a l'aprenentatge individual, en el qual els estudiants treballen per compte propi per aconseguir objectius d'aprenentatge aïllats dels altres.

En l'aprenentatge cooperatiu, els estudiants han de treballar junts per resoldre problemes i han d'assegurar-se que tots els membres del grup compleixin la tasca d'aprenentatge assignada. Els professors han d'especificar les finalitats de la classe, prendre decisions abans de l'ensenyament, explicar la tasca i la interdependència positiva als estudiants, supervisar l'aprenentatge dels estudiants i intervenir en els grups per proporcionar suport i millorar la interrelació i el rendiment grupal dels estudiants. Finalment, també han d'avaluar l'aprenentatge dels estudiants.²³

²² GOBIERNO DE CANARIAS. CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y UNIVERSIDADES. (2017)

²³ JOHNSON, D. W., JOHNSON, R. T., i HOLUBEC, E. J. (1999).

5. Què són les matemàtiques?

Després d'haver establert els conceptes relacionats amb l'educació, convé abordar l'assignatura de les matemàtiques, tema central d'aquest treball. Per començar, és adequat definir el concepte de matemàtiques, que no és senzill de determinar.

Segons el diccionari de la Real Academia Española, el terme matemàtiques prové del llatí (mathematicus), que alhora prové del grec (μαθηματικός, que en el nostre alfabet s'escriuria com mathēmatikós), i deriva de la paraula μάθημα, que es pot escriure com máthēma i significa 'coneixement'. Es defineix com la ciència deductiva que estudia les propietats dels ens abstractes, com números, figures geomètriques o símbols, i les seves relacions.

Segons Significados (2015), les matemàtiques són una ciència que parteix de diferents axiomes (veritats inqüestionables universalment vàlides i evidents que sovint s'utilitzen com principis en la construcció d'una teoria²⁴) i segueix l'ús de raonament lògic, és a dir, les matemàtiques estudien les relacions i les propietats de les entitats abstractes com ho són les figures geomètriques, els símbols i els números.

Tot i que la matemàtica està present en moltes disciplines, és impossible no relacionar-la amb les ciències naturals. Per això, alguns científics, en especial físics, s'han atrevit a donar les seves opinions. Galileo Galilei, en referència a la contribució de les matemàtiques a les ciències naturals per explicar diversos fenòmens observables, expressa:

*Les lleis de la natura estan escrites en el llenguatge de les matemàtiques.*²⁵

Més endavant, Albert Einstein, va escriure això sobre el mateix tema:

*És increïble que la matemàtica, havent estat creada per la ment humana, aconsegueixi descriure la naturalesa amb tanta precisió.*²⁶

En la mateixa línia, un altre gran físic i matemàtic, Eugene Wigner, va sentenciar un article assenyalant el següent:

²⁴ SIGNIFICADOS (2013)

²⁵ TEDX TALKS. (2014), traducció pròpia de l'anglès

²⁶ ÁLVAREZ-NODARSE, R. (2017), traducció pròpia del castellà

El miracle de l'adequació del llenguatge de les matemàtiques per a la formulació de les lleis de la física és un regal meravellós que ni entenem ni mereixem.²⁷

²⁷ *Ibíd*em, traducció pròpia del castellà

6. Les matemàtiques en l'educació

Tenint en compte el que s'ha vist, hi ha diverses opinions i creences sobre les matemàtiques, l'activitat matemàtica i la capacitat per aprendre-les. Com ens explica Godino, J. D., Batanero, C. i Vicenç, F. (2003), pot semblar que aquesta qüestió estigui allunyada dels interessos del docent, que està interessat en com fer efectiu l'ensenyament de les matemàtiques. No obstant això, les creences i concepcions sobre la naturalesa de les matemàtiques influeix més del que pot aparentar en l'actuació dels professors a classe.

Per exemple, diversos autors, s'han plantejat si les matemàtiques es creen o es descobreixen, qüestió de caràcter filosòfic. Si la resposta d'un professor a aquesta pregunta és que es descobreixen, el docent creu que les entitats matemàtiques estan dotades d'existència pròpia. Per tant, la seva tasca és ajudar als seus alumnes que les descobreixin. En canvi, si considera que les matemàtiques s'han inventat, és a dir, són un resultat de l'enginy i l'activitat humana, la seva feina serà explicar les creacions que altres humans han realitzat prèviament.

Els autors prèviament citats, faran una distinció entre dues concepcions, la idealista-platònica i la constructivista.

La primera va ser bastant utilitzada pels professors fa uns anys. Es basa en el fet que l'alumne, en primer lloc, ha d'adquirir les estructures fonamentals de les matemàtiques de forma axiomàtica, i un cop s'ha adquirit aquesta base, l'alumne serà capaç per si mateix de resoldre els problemes que se li plantegin.

Els defensors d'aquesta concepció consideren que és molt complicat aplicar les matemàtiques si no hi ha una base molt robusta. A més, separen la matemàtica pura de les seves aplicacions, defensant que la primera es pot ensenyar independentment de la segona.

La concepció constructivista, que és la més acceptada actualment, defensa que hi ha una notable relació entre les matemàtiques i les seves aplicacions, ja que és important demostrar a l'alumne la utilitat o necessitat de cada part de les matemàtiques abans que aquestes els siguin presentades. Es busca que l'alumne pugui veure per si mateix que l'axiomatització, la generalització i l'abstracció de les matemàtiques són necessàries per comprendre els problemes de la naturalesa i de la societat.

7. Objectius d'aprenentatge en matemàtiques

Per decidir quina d'aquestes concepcions s'escau més en l'educació, cal saber primer els objectius d'aprenentatge, o allò que s'espera que l'alumne adquireixi després de cursar l'assignatura de matemàtiques. Per descobrir-ho, cal saber tant les opinions de diferents autors, com la del Govern de Catalunya.

7.1 Objectius d'aprenentatge de les matemàtiques proposats per alguns autors

Comellas, M. J. i Podall, M. (1996), *op. cit.*, parlant sobre la finalitat de l'ensenyament de les matemàtiques, diuen el següent:

[...] el camp matemàtic, durant l'ensenyament obligatori, no ha de plantejar-se com un aprenentatge elitista o minoritari ni perseguint com a objectiu descobrir futurs científics sinó que ha de ser el recurs i camp curricular que permeti formar la intel·ligència del nostre alumnat alhora que el dotar de recursos reflexius i, posteriorment mecànics, per poder desenvolupar-se en la seva vida quotidiana i professional. Evidentment, aquesta base serà aprofitada per aquells que, en un futur, vulguin continuar la seva formació dins del marc del coneixement científic, però no per això ha de generar en la població general un judici de valor negatiu cap a incapacitats.²⁸

En aquesta mateixa línia, Godino, J. D., Batanero, C. i Vicenç, F. (2003) defensen dues finalitats de l'ensenyament de les matemàtiques; en primer lloc, creuen que els alumnes han de poder comprendre i apreciar el paper de les matemàtiques a la societat, incloent-hi els diferents camps d'aplicació (ciència, tecnologia, política, economia, la vida quotidiana, etc.) i el mode en què les matemàtiques han contribuït en el seu desenvolupament. Per altra banda, també volen que els alumnes arribin a comprendre i a valorar el mètode matemàtic, és a dir, el tipus de preguntes que un ús intel·ligent de les matemàtiques permet respondre, les formes bàsiques de raonament i de treball matemàtic, així com la seva potència i limitacions.

Malgrat que aquestes visions no exclouen cap de les dues concepcions (ni la idealista-platònica ni la constructivista), posen més èmfasi en la constructivista, ja que es destaca la necessitat que els alumnes adquireixin la capacitat de poder aplicar els coneixements matemàtics a situacions quotidianes.

²⁸ Traducció pròpia del castellà

7.2 Objectius d'aprenentatge de les matemàtiques a l'ESO

Després de saber l'opinió dels experts, també és necessari mirar el que dicta el Govern i veure si aquests objectius van d'acord amb l'opinió dels diferents autors. Per això, és necessari donar una ullada al currículum de matemàtiques a l'ESO que dicta la Generalitat de Catalunya, concretament, el Departament d'Ensenyament (2019).

Com ja s'ha vist en l'apartat 1.5, el currículum de l'ESO es basa en les competències. Concretament, es defineix la competència matemàtica com l'habilitat per desenvolupar i aplicar el raonament matemàtic per tal de resoldre problemes diversos en situacions quotidianes. A part de la competència matemàtica, en l'assignatura de mates també s'inclou la competència digital, per tant, és necessari l'ús de les TIC en aquesta matèria.

De nou, aquests objectius no descarten cap de les dues concepcions, però es continua donant més importància a la constructivista, ja que també es prioritza la capacitat de resoldre problemes aplicats a la vida real.

Godino, J. D., Batanero, C. I Vicenç, F. (2003), són conscients que tant al currículum de Catalunya, com en molts altres, es parla del concepte competència, i és defineix com un saber fer específic, equivalent a tenir coneixement pràctic sobre alguna cosa, habitualment usat per referir-se a destreses manipulatives o procedimentals. Per tant, és evident que la societat valora l'acció.

Aleshores, es plantegen la següent pregunta: és possible o desitjable l'acció sense la comprensió? Ells creuen que l'acció serà més flexible, generalitzable, i conseqüentment, més eficaç, si s'acompanya de comprensió, és a dir, de saber perquè les coses es fan d'una manera determinada.

7.3 Mecanització i raonament

El psicòleg i matemàtic Skemp, R. R. (1976), fa una distinció entre la comprensió relacional (raonament, saber per què) i la comprensió instrumental (mecanització, saber fer). Però per entendre ben bé què representa aquesta diferenciació, ens situa en un exemple inicial.

Un professor recorda als seus alumnes que l'àrea d'un triangle és $A = b \cdot h$. Un alumne diu que no ho entén. Aleshores, el professor li explica que la fórmula significa que per obtenir l'àrea d'un triangle, s'ha de multiplicar la base per l'altura. Després de l'explicació, l'alumne afirma que ja ho compren. El problema és que ell ho està comprenent si entenem per comprensió la

de tipus instrumental. En canvi, tenint en compte la comprensió relacional, ell no ho està entenent, ja que no coneix el perquè. Si li dius això a l'alumne, s'enfadarà i et dirà: "sí que ho estic entenent perquè si em demanes que et calculi l'àrea d'un rectangle, la sé calcular". Aleshores, qui té raó?

La resposta a aquesta pregunta és que tots dos, ja que entendre té dos significats. Suposem que una classe d'alumnes catalans se'n va d'intercanvi als Estats Units. Algú proposa de jugar a futbol, però mentre els catalans agafaran una pilota i la xutaran amb els peus, els estatunidencs pensaran que estan bojós i que no saben jugar. Realment, a cap dels dos els hi falta raó, l'únic que els catalans perceben la paraula futbol com l'esport tradicional del seu territori, mentre que els americans interpreten que es tracta de futbol americà.

Aquesta analogia no està tan allunyada del que pot passar a una classe de matemàtiques. L'única diferència és que aquest partit es juga diverses hores a la setmana durant tot el curs escolar. En aquestes classes, poden donar-se dues situacions: els alumnes volen entendre de manera instrumental i el professor vol ensenyar de manera racional, o al revés.

El primer cas frustrarà al professor, ja que per moltes explicacions racionals que aquest faci, quan l'alumne trobi algun tipus de procediment per arribar a la resposta, ignorarà la resta. És possible, però, que també hi hagi algun alumne que vulgui aprendre de manera relacional. Només per això, ja val la pena que el professor ho continuï intentant. El problema és que els esforços del docent per convèncer a l'alumnat que ser capaç d'utilitzar un procediment mecànic no és suficient, no seran ben rebuts per la majoria. L'autor ho expressa amb la següent frase:

Well is the enemy of better

És evident que si es pot arribar a una resposta per un mitjà al que estan acostumats, no acceptaran suggeriments de procediments alternatius.

En el segon cas, serà l'alumne qui es frustrarà, perquè voldrà comprendre de manera relacional allò que se li explica, però el professor ho farà impossible. Segons l'autor, aquest segon cas és pitjor. No obstant això, aquest llibre és del 1976 i, actualment, gràcies a les noves tecnologies, l'alumne té molts més recursos per poder entendre els conceptes d'una manera diferent de com el docent els explica.

No obstant això, aquestes noves tecnologies, a part de facilitar la comprensió racional, si és el que l'alumne desitja, també poden influir negativament en el primer cas, on un professor

introdueix conceptes als seus alumnes a través del raonament, però els alumnes volen una explicació mecànica. Es diu que pot influir negativament perquè l'alumne, a classes de reforç o a casa seva mirant vídeos, és possible que se li ensenyin els conceptes de manera mecànica, perquè l'objectiu dels professors de reforç o dels creadors de contingut és obtenir la satisfacció de l'alumne, amb la intenció que continuïn fent ús del seu servei.

L'autor menciona que sempre havia pensat que tots els professors de mates ensenyen la mateixa assignatura, però que alguns ho fan d'una manera més efectiva que altres. En canvi, ara defensa que hi ha dues maneres diferents d'ensenyar matemàtiques. En defensa d'aquesta tesi, explica una analogia on dos grups d'infants reben classes de música com a matèria escrita i amb l'ús de paper i llapis: tots dos grups reben les mateixes lliçons sobre el pentagrama, amb la clau de sol a l'inici, i aprenen que les marques a les línies es diuen E, G, B, D i F, i que les marques entre les línies es diuen F, A, C i E.

El primer grup d'infants només reben aquest tipus d'ensenyament. Si tenen classe de música cada dia, cinc dies a la setmana durant els períodes escolars, i se'ls diu que és important, aquests infants, amb el temps, probablement podrien aprendre a escriure les marques per a melodies simples i a resoldre problemes senzills com "En quin tempo està aquesta melodia?", "En quina clau està?" o "Transposa aquesta melodia de la clau de Do major a la clau de La major". Tot i això, els infants trobarien aquestes lliçons avorrides, ja que les regles que haurien de memoritzar serien tan nombroses que les qüestions com "Escriu un acompanyament senzill per a aquesta melodia" serien massa difícils per a la majoria. Així doncs, aquests infants deixarien la matèria tan aviat com poguessin i la recordarien amb desgrat.

L'altre grup, en canvi, se'ls ensenya a associar determinats sons amb aquestes marques en el paper. Als primers anys, aprenen sons audibles que ells mateixos produeixen amb instruments senzills. Després d'un temps, encara poden imaginar els sons quan veuen o escriuen les marques en paper. A cada seqüència de marques se li pot associar una melodia i a cada conjunt vertical una harmonia. Les claus de Do major i La major tenen una relació audible, i es pot trobar una relació similar entre altres parells de claus. Així successivament. Cal fer menys esforç de memòria i el que s'ha de recordar es presenta principalment en forma de conjunts relacionats (com melodies) que la ment reté amb facilitat. Exercicis com el mencionat anteriorment ("Escriu un acompanyament senzill") estarien a l'abast de la majoria d'ells. Aquests infants també trobarien agradable el seu aprenentatge i molts continuarien voluntàriament, fins i tot més enllà dels estudis obligatoris.

Aquesta analogia defensa clarament la comprensió relacional de les matemàtiques. Per ser més objectius, cal analitzar els avantatges dels dos tipus.

7.3.1 Avantatges i inconvenients de cada tipus de comprensió

Ja que molts professors fan ús de l'explicació instrumental, és perquè té alguns avantatges. L'autor n'assenyala tres:

1. Les matemàtiques instrumentals són molt més fàcils d'entendre: algunes tasques com per exemple multiplicar dos nombres negatius junts són difícils de comprendre des d'un punt de vista relacional. "Menys per menys és igual a més" són regles fàcils de recordar. Si el que es vol és una pàgina amb les respostes correctes, la matemàtica instrumental pot proporcionar-ho de manera més ràpida i fàcil.
2. En conseqüència, les recompenses són més immediates. A l'alumne li agrada veure una fitxa plena de respostes correctes, i el seu sentiment d'èxit no s'ha de menysprear.
3. Ja que no és necessari ni de coneixement ni de raonament, és més ràpid i fiable una resposta a la que s'ha arribat mitjançant una comprensió instrumental. Això és tan evident que molts matemàtics en diferents moments també utilitzen la comprensió instrumental sense adonar-se'n.

En canvi, l'autor assenyala quatre avantatges de l'explicació relacional:

1. Es pot adaptar a noves tasques: posem d'exemple un alumne que ha après que si sap dos angles d'un triangle, pot descobrir el tercer restant els dos angles coneguts a 180. Aquest alumne pot resoldre un tipus determinat de tasques. El problema és que quan es planteja un exercici mínimament diferent on els angles que ha de calcular són els exteriors, no ho sabrà fer i haurà d'aprendre un nou procediment.

Això passa perquè el que està fent aquest alumne és una extrapolació del que ja sabia. Si hagués fet aquesta extrapolació des de la comprensió relacional, és a dir, no només sabent el mètode pertinent sinó perquè és l'adequat, hauria pogut adaptar correctament el mètode al nou problema. Per tant, la comprensió instrumental requereix memoritzar quins mètodes serveixen per a cada tipus d'exercici i quins no, i també memoritzar nous mètodes per a cada classe de problemes.

2. A conseqüència del primer avantatge, la comprensió relacional és més fàcil de recordar. Això pot semblar contradictori, ja que s'ha afirmat que també és més difícil d'aprendre. Per demostrar que no hi ha cap contradicció, es posa d'exemple la fórmula del rectangle. És més fàcil memoritzar-se-la que entendre-la. Però a part de memoritzar aquesta fórmula, també s'ha de recordar la del quadrat, la del triangle, la del paral·lelogram, la del trapezi, etc., mentre que amb la comprensió relacional, només s'ha de trobar la relació que tenen l'àrea de les diferents formes geomètriques amb l'àrea d'un rectangle.

Sí que és cert que per no perdre temps en una situació d'examen, és recomanable saber-se igualment totes les fórmules, ja que no hi ha prou temps per posar-se a demostrar-les totes. Realitzar aquesta pràctica pot requerir molt més temps, perquè no només s'han de memoritzar conceptes sinó que també entendre'ls i veure'n les connexions (diferents nivells de la Taxonomia de Bloom, apartat 1.2).

Conèixer com les diferents entitats matemàtiques estan interrelacionades permet ser conscient que totes formen part d'un tot connectat i, per tant, és més fàcil deduir una fórmula que a causa dels nervis o pel fet que no s'ha memoritzat bé, s'havia oblidat. A més, dur a terme aquesta activitat també dona com a resultat un coneixement que perdura en el temps. En conseqüència, el professorat no hauria de fer tanta repetició de continguts ja treballats altres anys, de manera que al final, el que a priori pot semblar una pèrdua de temps, acaba estalviant-ne a llarg termini. És per tot això que els alumnes que no aprenen de manera relacional, cada any obliden el que s'havia après prèviament.

Una altra manera de veure aquesta situació, com ens mostra El Traductor de Ingeniería (2022), és que tot i que una explicació relacional requereix més temps, s'involucren molts altres conceptes transversals. Per exemple, molts professors consideren absurd resoldre equacions de segon grau per mètodes que no siguin la coneguda fórmula de *Bhaskara*. Però el que no tenen en compte, és que hi ha altres mètodes que, a pesar de ser bastant més llargs, aconseguen dues coses: que l'alumne vegi que allò que està fent té un sentit i està relacionat amb tot el que ha après prèviament, i alhora aprèn o repassa altres coneixements transversals d'àlgebra que poden anar molt bé en diferents situacions de problemes.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

4. Fórmula de Bhaskara

Malauradament , els beneficis prèviament mencionats es desaprofiten quan els professors separen els conceptes en diferents temes, de manera que sembla que no hi hagi cap relació.

3. Com s'acaba de mencionar, quan hi ha una comprensió relacional, l'alumne és conscient que tots els conceptes de diferents temes formen part d'un tot connectat. S'ha demostrat, que ser conscient d'això, genera una motivació, i com s'ha vist en l'apartat 2, l'aprenentatge apareix quan hi ha una motivació intrínseca en l'alumne.
4. Derivat de l'avantatge 3, si les persones són conscients d'aquest tot connectat i obtenen satisfacció de la comprensió relacional, poden no només intentar entendre el material nou relacionalment que se'ls posa davant, sinó que també poden buscar activament material nou i explorar noves àrees, molt semblant a un arbre que estén les seves arrels o un animal que explora un nou territori en cerca d'aliments.

Analitzant aquests avantatges i inconvenients, és probable que s'arribi a la conclusió que tot i que la comprensió instrumental pot tenir algun benefici a curt termini, a llarg termini la comprensió relacional és el més adequat. Aleshores, per què molts professors encara prioritzen la instrumental? Poden haver-hi les següents quatre raons:

1. Que entendre les relacions seria massa llarg i els alumnes només necessiten saber com utilitzar una tècnica concreta per arribar a un resultat final.
2. Que entendre les relacions d'un tema concret és massa difícil.
3. Que els alumnes necessiten uns coneixements concrets per fer-los servir en una altra matèria abans que siguin capaços de poder entendre les relacions que hi ha. Un exemple d'això pot ser la trigonometria, les matrius o les derivades en l'assignatura de física o la de tecnologia industrial.
4. Que es tracta d'un professor novell en una escola on tota l'altra ensenyança de matemàtiques és instrumental.

Si un professor decideix prioritzar la comprensió relacional. En aquest moment, es trobarà amb moltes dificultats que es poden resumir en les següents:

1. L'objectiu dels estudiants és l'examen o la nota, per tant, no tindran una visió més enllà d'això i consegüentment, faran tot el possible per evitar la comprensió relacional, ja que si el seu objectiu és poder fer bé un examen a curt termini, no els surt a compte un mètode on s'ha de treballar més i amb més possibilitat d'error.

Tampoc es pot culpar als estudiants per tenir aquesta visió, perquè la nota d'un examen és la que determinarà en el futur què podran estudiar o a quines feines podran accedir, això deixant de banda les possibles pressions per part de la família o, fins i tot, d'altres estudiants.

2. Hi ha una alta concentració d'informació en el temari de matemàtiques. Una explicació matemàtica pot involucrar una gran quantitat de conceptes que s'han de donar per entesos, ja que si no, es trigaria molt a fer una explicació. Els matemàtics acostumen a donar per compresos molts conceptes, perquè estan acostumats a aquesta característica de les matemàtiques. En canvi, els estudiants, que no ho estan, es poden sentir aclaparats d'informació quan reben una explicació, i per això s'acostuma a dir que els professors de matemàtiques van massa ràpid.
3. És complicat determinar si una persona ha realitzat bé un exercici perquè l'ha entès o perquè ha seguit unes instruccions. La millor solució d'això és parlant i preguntant a l'alumne com ha arribat a la solució, però en una classe de 30 persones, aquesta tasca es complica.

Les dificultats mostrades s'hauran de superar i, en cap cas, desistir. En aquesta línia, l'associació National Council of Teachers of Mathematics, NCTM (1991), en un document que va elaborar per orientar la labor dels professors de matemàtiques, expressa que cada estudiant pot i ha d'aprendre a raonar i resoldre problemes, fer connexions a través d'una rica xarxa de temes i experiències, i a comunicar idees matemàtiques. Encara que els objectius com fer conjectures, argumentar sobre les matemàtiques utilitzant l'evidència matemàtica, formular i resoldre problemes semblin complexes, no estan destinats només als nens "brillants" o "capaços matemàticament".

7.3.2 Exemple teòric

Per resumir i visualitzar aquests conceptes d'una manera més propera, Godino, J. D., Batanero, C. I Vicenç, F. (2003), *op. cit.*, formulen una analogia molt encertada.

L'analogia parla d'una persona que va anar a viure a una ciutat determinada per primera vegada. En un principi, va aprendre diverses rutes per anar des d'on s'allotjava fins al supermercat, a la feina, a casa d'un amic, etc. En resum, va memoritzar un nombre limitat de procediments fixos amb els quals podia arribar d'un punt inicial a un lloc determinat.

Un cop va tenir temps lliure, va començar a explorar la ciutat sense un objectiu concret, simplement per conèixer millor la ciutat i descobrir coses interessants que potser trobaria pel camí. En aquesta etapa, la seva intenció era construir un mapa cognitiu de la ciutat en la seva ment.

Aquestes dues activitats són bastant diferents, tot i que un observador extern podria presentar dificultats a l'hora de distingir-les sempre que no preguntés a la persona. Al principi, la persona segueix un procés que li diu què ha de fer en cada moment: girar a l'esquerra de la porta, anar recte fins que vegi una església, etc. El problema d'això és que aquest sistema li permet anar d'un punt A fins a un punt B, però si en algun moment del procediment s'equivoca, s'haurà perdut, i estarà perduda fins que sigui capaç de seguir els seus passos enrere i detectar el punt en el qual s'ha equivocat.

En canvi, quan ha aconseguit crear un mapa mental de la ciutat, és capaç de crear infinits procediments per mitjà dels quals pot guiar els seus passos des de qualsevol punt de partida a qualsevol punt final, sempre que es puguin imaginar en el seu mapa mental. I si pren un gir equivocat, encara sabrà on es troba, i així podrà corregir el seu error sense perdre's.

L'analogia entre el que s'ha dit fins ara i l'aprenentatge de les matemàtiques és estreta. El tipus d'aprenentatge que porta a la matemàtica instrumental consisteix en l'aprenentatge d'un nombre cada vegada més gran de procediments fixos, amb els quals els estudiants poden trobar el camí des de punts de partida determinats (les dades) fins a punts d'arribada específics (les respostes a les preguntes). El pla els diu què fer en cada punt de tria, i el que s'ha de fer a continuació es determina purament per la situació local. (Quan vegis l'oficina de correus, gira a l'esquerra, quan hakis eliminat parèntesis, ajunta els termes semblants.) No hi ha consciència de la relació

global entre les etapes successives i l'objectiu final. I en ambdós casos, l'aprenent depèn de la guia exterior per aprendre cada nou "camí per arribar-hi".

En contrast, l'aprenentatge de les matemàtiques relacionals consisteix a construir una estructura conceptual (esquema) des del qual el seu posseïdor pot (en principi) produir un nombre il·limitat de plans per anar des de qualsevol punt de partida dins del seu esquema fins a qualsevol punt d'arribada. ("en principi" perquè, per descomptat, alguns d'aquests camins seran molt més difícils de construir que d'altres).

Com més gran i més complet sigui l'esquema mental, més gran és la seva sensació de confiança en la seva pròpia capacitat per trobar noves maneres "d'arribar-hi" sense ajuda externa. Però un esquema mai és complet. A mesura que els nostres esquemes s'amplien, també ho fa la nostra consciència de les possibilitats. Així, el procés sovint esdevé continu i gratificant.

8. Com l'ensenyament pot potenciar l'aprenentatge de l'alumne en matemàtiques

Ara, ja s'han vist les finalitats d'aprenentatge de l'alumnat en matemàtiques. De nou, cal veure de quina manera el professor pot fer de catalitzador perquè els objectius s'assoleixin satisfactòriament.

Com s'ha vist a l'apartat 1.2, Bloom classifica l'aprenentatge en coneixement i habilitats o capacitats intel·lectuals. En matemàtiques, podríem definir el coneixement com els conceptes matemàtics, i les habilitats i capacitats intel·lectuals com la resolució de problemes. El mateix Bloom dona molta importància a les habilitats i capacitats intel·lectuals, però alhora, admet que hi ha una jerarquia en la qual aquestes no poden existir sense un coneixement previ.

Malgrat que totes les metodologies exposades a l'apartat 4 serveixen tant per aprendre conceptes matemàtics com per poder resoldre problemes, algunes estan més enfocades a la resolució de problemes, com l'aprenentatge basat en projectes o l'aprenentatge basat en problemes (com el mateix nom ho indica), i altres estan més enfocades al coneixement matemàtic, destacant principalment, el mètode expositiu o lliçó magistral.

A continuació, es parlarà sobre què volen dir ben bé aquests dos conceptes, i de la importància de cadascun.

8.1 Resolució de problemes

Com expliquen Godino, J. D., Batanero, C. i Vicenç, F. (2003), *op. cit.*, l'activitat de resoldre problemes és essencial per aconseguir un aprenentatge significatiu de les matemàtiques. Per tant, no s'ha de pensar en aquesta activitat com una més del currículum, sinó com un dels motors principals de l'aprenentatge i una font de motivació pels alumnes, ja que els permet contextualitzar i personalitzar els coneixements, és a dir, dota de significat a les pràctiques matemàtiques realitzades perquè se'n pot veure la finalitat.

En resoldre un problema, l'alumne està executant una tasca molt similar a la d'un matemàtic, ja que primer investiga i mira de resoldre problemes, predint la solució o formulant hipòtesis. Després, intenta demostrar que la seva solució és correcta. A continuació, construeix models matemàtics i pot arribar a crear les seves pròpies teories, sempre utilitzant llenguatge i conceptes matemàtics. Posteriorment, ha d'intercanviar les seves idees amb altres i, finalment, reconeix quina d'aquestes idees és correcta. En canvi, la tasca del professor és a l'inrevés, ja

que partint d'un coneixement matemàtic, ha d'idear un problema que li doni sentit, per després proposar-lo als alumnes.

8.2 Conceptes matemàtics

Tot i que cada cop els professors estan adoptant una visió més constructivista, en la qual la resolució de problemes està per sobre dels conceptes matemàtics, l'aprenentatge de conceptes científics complexos no pot basar-se solament en un constructivisme estricte. Això requeriria massa temps d'aprenentatge i, a més, es malbaratarien les oportunitats de poder dotar a l'alumne d'un estat de coneixement més avançat, que es pot fer possible mitjançant tècniques didàctiques adequades.

Així com a llengua, per molt que l'alumne sàpiga conversar, es necessita també un domini de la sintaxi i les normes ortogràfiques, a matemàtiques, a part de fer pròpiament matemàtiques (equiparable a conversar), també és necessari estudiar les regles matemàtiques (equiparable a dominar la sintaxi i les normes ortogràfiques). Ja que existeix tot un sistema conceptual previ en matemàtiques, seria una pèrdua de temps pretendre que cada estudiant ha de redescobrir per si mateix tots els conceptes que se li volen ensenyar. La comparativa amb la llengua és encertada, especialment si es té en compte que les matemàtiques no són més que el llenguatge de la ciència, com afirma Galileo Galilei a l'apartat 5.

Una premissa bàsica del constructivisme és l'aprenentatge per adaptació a un medi. Tot i que això és cert, s'ha de tenir en compte diversos factors. En primer lloc, les mates van més enllà del món tangible, és a dir, no sempre podem "veure" allò que fem a matemàtiques. Per això, no tots els problemes es poden aplicar a la vida real i els conceptes matemàtics són imprescindibles per a l'abstracció.

També s'ha de considerar el paper de la interacció entre els mateixos alumnes i la d'aquests amb el professor. Aquesta última és crucial per orientar i impulsar l'aprenentatge, ja que el coneixement matemàtic té un component discursiu (basat en regles i arguments) i no només un component pràctic (basat en problemes i accions). Per tant, l'ensenyament no es pot basar únicament en el constructivisme, on el rol del professor és d'observador.

8.3 Característiques que ha de tenir el professor i les seves classes

A part de determinar la importància entre els conceptes matemàtics i la resolució de problemes, també s'han de tenir en compte quines característiques ha de tenir tant el professor com les seves classes.

Per ser eficaços, els professors haurien de conèixer i comprendre en profunditat les matemàtiques que estan ensenyant. A més, han de tenir destresa en triar i utilitzar una gran varietat d'estratègies pedagògiques. Per aconseguir aquest objectiu, és molt important que mantingui una actitud reflexiva i amb esforços continus per buscar no només possibles millores als seus mètodes, sinó altres que encara no hagi descobert.

La NCTM (1991), *op. cit.*, comparteix totes les visions expressades en l'apartat 7 i 8, i resumeix com ha de ser la visió de les matemàtiques d'un docent en cinc punts:

1. Les classes com a comunitats matemàtiques, i no com a simple col·lecció d'individus.
2. La verificació lògica i matemàtica dels resultats, enfront de la visió del professor com a única font de respostes correctes.
3. El raonament matemàtic, més que els procediments de simple memorització.
4. La formulació de conjectures, la invenció i la resolució de problemes, descartant l'èmfasi en la cerca mecànica de respostes.
5. La connexió de les idees matemàtiques i les seves aplicacions, enfront de la visió de les matemàtiques com a cos aïllat de conceptes i procediments.

9. Per què no agraden les matemàtiques?

Les matemàtiques són una disciplina que es troba en gairebé tots els àmbits de la vida i són imprescindibles per comprendre el món que ens envolta. No obstant això, moltes persones experimenten dificultats o no agraden les matemàtiques. Moltes de les causes d'aquest fenomen s'han exposat al llarg d'aquest treball, en especial, en els apartats 7 i 8. Tot i això, és interessant saber l'opinió d'altres experts sobre aquesta qüestió en específic.

Per exemple, el divulgador Eduardo Sáenz de Cabezón, en una entrevista a The Wild Project (2022), expressa que molts nens odien les matemàtiques a causa del que ell anomena “ansietat matemàtica”. Aquesta ansietat és un tipus de trauma que molta gent pateix i que persisteix al llarg de l'edat. Les seves causes poden ser individuals, ambientals i socials. Consisteix en un

sentiment de tensió, temor i estrès que interfereix en les habilitats matemàtiques de cada persona.

Aquest trauma no implica que la persona no tingui habilitats matemàtiques, sinó que simplement té un sentiment d'incapacitat a aquesta àrea de coneixement. Es dona perquè la persona s'autoconvenç que és dolenta en matemàtiques.

Aleshores, és precís preguntar-se d'on prové aquesta ansietat. S'ha estudiat que si el professor, especialment de primària, no se sent hàbil en matemàtiques, l'alumne acabarà adoptant o heretant aquest sentiment. Curiosament, això passa més amb l'alumnat femení, ja que es poden sentir més identificades amb les professores tenint en compte que acostumen a ser dones.

És degut a aquest trauma que molta gent fuig de les matemàtiques, sobretot al batxillerat, quan se li dona l'opció de no cursar-les. Això genera un sentiment generalitzat que les matemàtiques són molt difícils i només les poden entendre persones molt intel·ligents.

Un altre motiu pel qual hi ha un desgrat per les matemàtiques, és que malgrat a les primeres edats molts alumnes troben les matemàtiques divertides, a mesura que van creixent es dona una excessiva importància al resultat final. Aleshores, quan els alumnes només per equivocar-se en un signe ja se'ls hi puntua malament tot l'exercici, acaba generant en ells un sentiment molt gran de frustració.

En el vídeo de Disruptiva Media (2019), altres experts afegeixen diferents raons:

- Els nens troben molt avorrit fer exercicis quan no hi veuen una relació directe amb la vida quotidiana.
- A vegades es comença massa aviat amb el simbolisme, i s'ensenya que $3 \cdot 4 = 12$, abans que el nen pugui entendre que això és igual que sumar $3 + 3 + 3 + 3$.
- Moltes vegades quan l'alumne pregunta per què se li està ensenyant cert contingut, ni el mateix mestre és capaç de donar una resposta adequada, ja que tampoc ho sap.
- El temari és molt ampli i hi ha massa alumnes per classe.
- El professor no es preocupa per la utilitat del que ensenya, sinó que només vol que els seus alumnes treguin bones notes en un examen.

TREBALL DE CAMP

10. Dades inicials

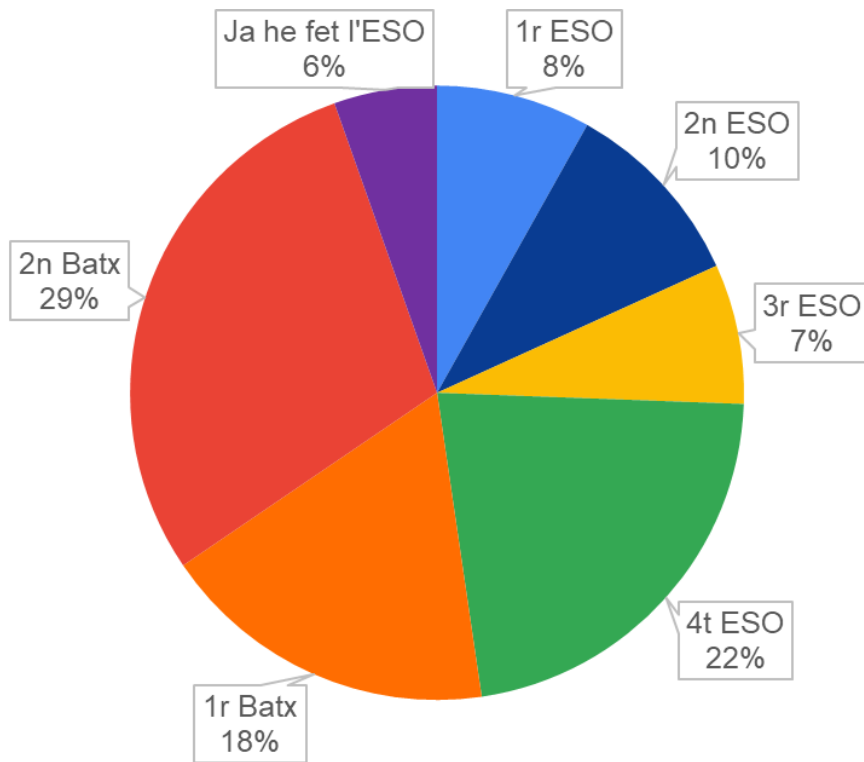
Ja sabem les situacions que poden ocórrer en una classe segons diferents autors. Ara, cal corroborar si aquestes situacions realment es donen. Això ho farem des dels punts de vista tant del professor com de l'alumne.

10.1 Enquesta inicial alumnes

Com acabo d'esmentar, diferents autors ens han donat una idea del pensament i l'actitud de l'alumnat davant la classe de matemàtiques, així com les dificultats que poden presentar. Per reafirmar aquesta informació i tenir dades exactes, he realitzat una enquesta des de la plataforma *Formularis de Google* i l'he compartit amb el màxim nombre d'estudiants possible.

En total s'han obtingut 258 respostes. Considero que és una mostra més que suficient, ja que a mesura que anava augmentant el nombre de respostes, podia observar com els percentatges dels gràfics es mantenien molt similars. A continuació, es mostren els resultats obtinguts en les diferents preguntes i diferents gràfics d'elaboració pròpia a partir de l'eina *Google Sheets* i *Microsoft Excel*.

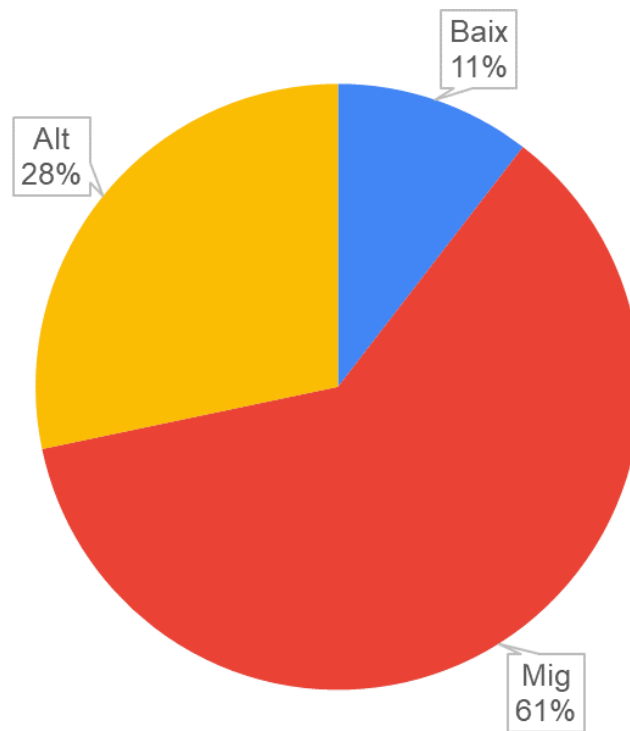
Pregunta 1. Quin curs estàs estudiant?



Aquesta pregunta introductòria serveix per conèixer el nivell d'estudi dels enquestats, és a dir, per veure com està distribuïda la mostra.

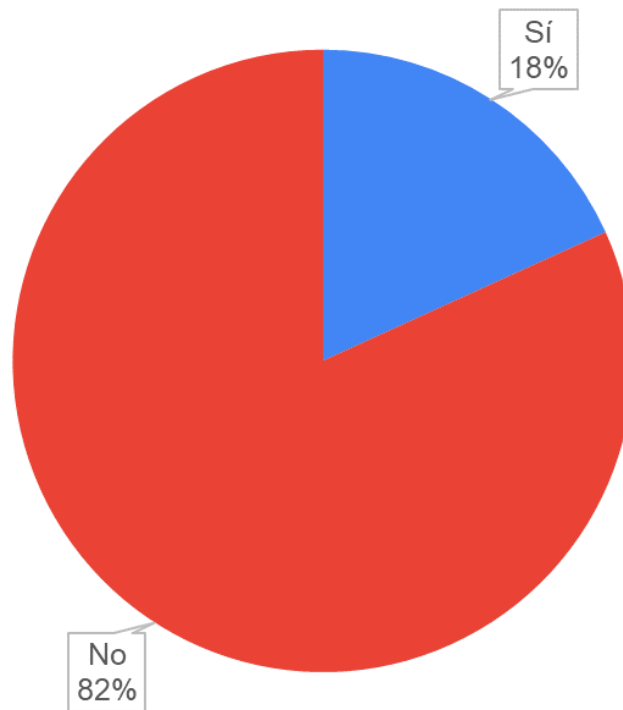
Es pot observar com els alumnes de cursos superiors són els que han mostrat més iniciativa per respondre l'enquesta.

Pregunta 2. Quin consideres que és el teu nivell en matemàtiques?



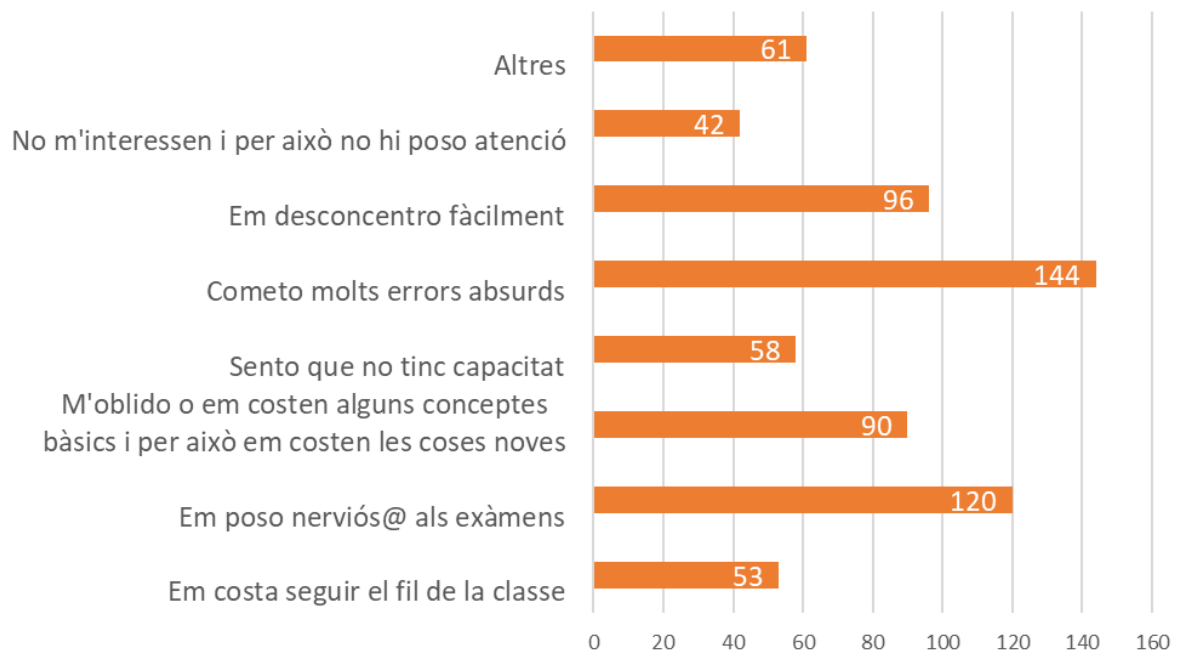
Més de la meitat dels enquestats considera que té un nivell mig de matemàtiques. El 28% creuen que el seu nivell és alt mentre que només l'11% el considera baix. Aquesta pregunta servirà per més endavant classificar les respostes segons el nivell de cada persona.

Pregunta 3. Realitza classes de reforç de matemàtiques?



Aproximadament 1 de cada 5 alumnes realitza classes de reforç per a l'assignatura de matemàtiques.

Pregunta 4. Quines són les teves febleses a les matemàtiques? (Pots seleccionar-ne més d'una)

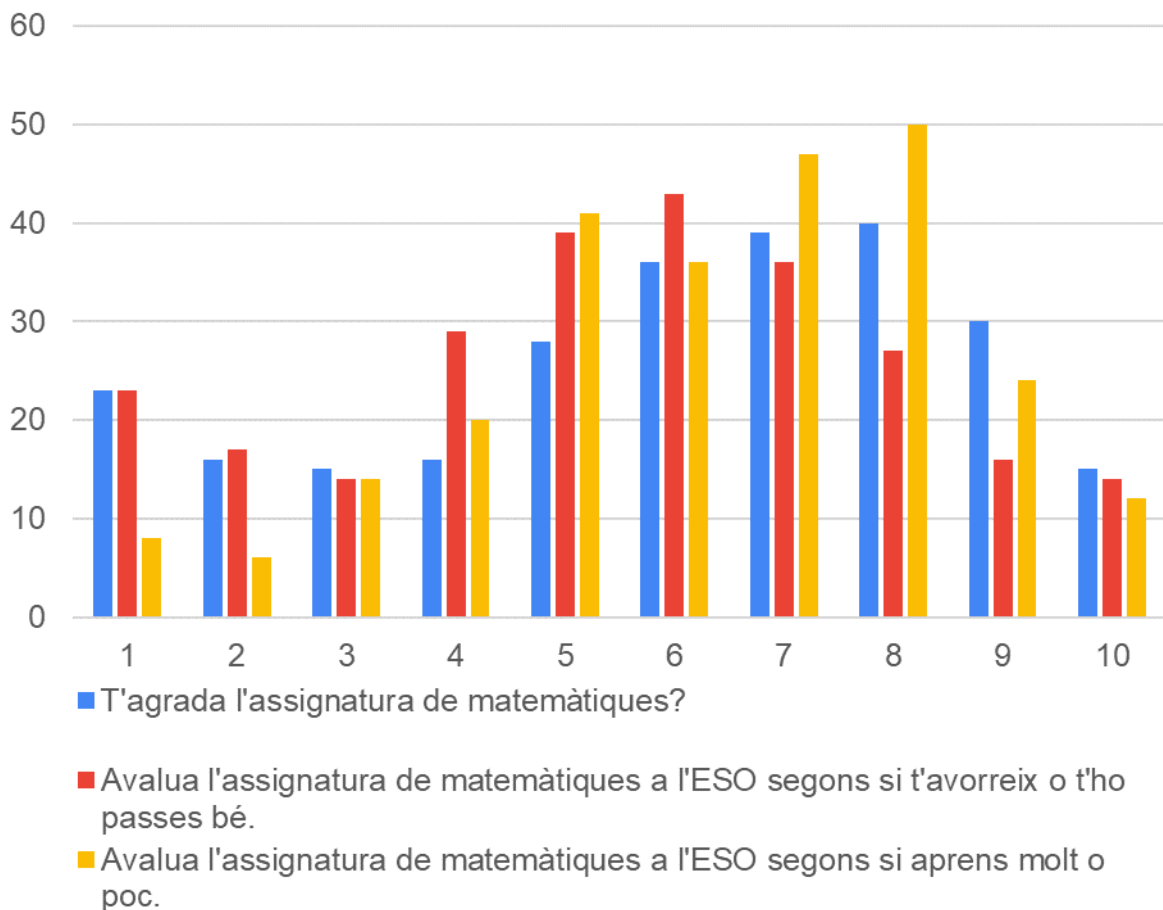


Les dues febleses en matemàtiques més comunes entre els enquestats estan relacionades amb les proves avaluable; la majoritària és que cometen molts errors absurds, seguit del fet que es posen nerviosos als exàmens.

En un terme mig, es destaca que alguns alumnes es desconcentren fàcilment i tenen dificultats en alguns dels conceptes més bàsics, fet que en complica l'assimilació de nous.

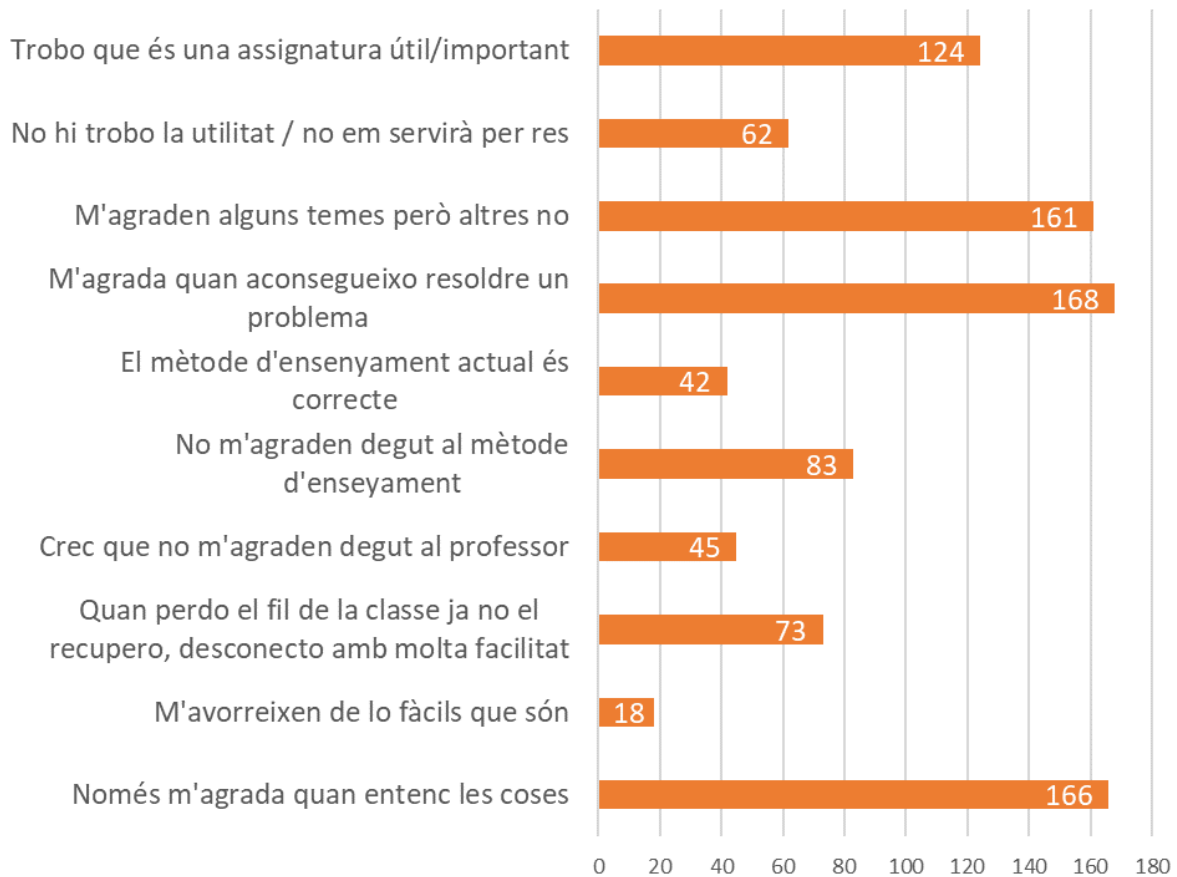
Finalment, hi ha tres febleses que són comunes en menys persones: la dificultat per seguir el fil de la classe, la percepció d'una falta de capacitats i, 42 persones afirmen que no senten interès per les matemàtiques i que per això no hi posen atenció.

Pregunta 5. T'agrada l'assignatura de matemàtiques? Avaluu l'assignatura de matemàtiques a la ESO segons si t'avorreix o t'ho passes bé i segons si aprens molt o poc.



Quan es demana que als entrevistats que avaluïn si s'ho passen bé a l'assignatura de matemàtiques, la mitjana de les respostes és la més baixa, d'un 5'5. Pel que fa al nivell d'aprenentatge, la mitjana és la més alta, concretament d'un 6'3. La puntuació de la matèria en general està en un punt intermig, al 5'9. Al observar els gràfics, es pot apreciar una clara correlació entre les tres preguntes. Apareix un màxim absolut al voltant del set, tot i que també s'ha de destacar que hi ha un nombre elevat de respostes amb un 1.

Pregunta 6. Esmenta els motius pels quals t'agrada o no l'assignatura (selecciona totes en les que hi estiguis d'acord).



Les dues respostes més votades fan referència a motius pels quals els alumnes gaudeixen en alguns moments de les matemàtiques. Afirment que els agrada quan entenen els conceptes i quan són capaços de resoldre un problema.

Molt aprop es troba la gent que ha votat que gaudeix de l'assignatura més o menys depenent dels temes. Aquest factor s'especificarà en la pregunta 7.

Seguidament, 124 persones consideren les matemàtiques útils, mentre que exactament la meitat de gent considera el contrari.

Força gent afirma mostrar desgrat per les matemàtiques degut al mètode d'ensenyament i n'hi ha que senten tenir una capacitat de concentració reduïda, amb 83 i 73 vots respectivament.

Poques persones afirmen que no els agrada l'assignatura degut al professor, i tampoc hi ha gaire respostes en l'opció que el mètode d'ensenyament actual és correcte.

Finalment, la resposta menys votada amb 18 vots és que l'assignatura de matemàtiques és avorrida degut a la seva poca complexitat.

Pregunta 7. Quins temes o àrees de les matemàtiques t'agraden més?

Tema	Mitjana (sobre 10)
Sumar, restar, dividir, mínim comú múltiple (Processos mecànics)	6,9
Equacions, sistemes d'equacions... (Àlgebra)	5,3
Estadística i probabilitat	5,1
Temes divulgatius més complexos, m'agrada saber coses noves de les matemàtiques	4,8
Problemes o enigmes matemàtics (fora de temari)	4,6
Arrels	4,6
Funcions	4,1
Geometria	3,7
Vectors i rectes	3,6
Trigonometria	3,5

Per valorar els diferents temes de l'assignatura de matemàtiques he ofert 5 opcions: no l'he fet, no m'agrada gens, no m'agrada massa, no està malament i m'encanta. Posteriorment, he realitzat una mitjana assignant un valor a cada resposta, excloent les que afirmen no haver fet el tema encara, i he ordenat les diferents àrees de les matemàtiques segons la mitjana de respostes, com es pot veure a la taula.

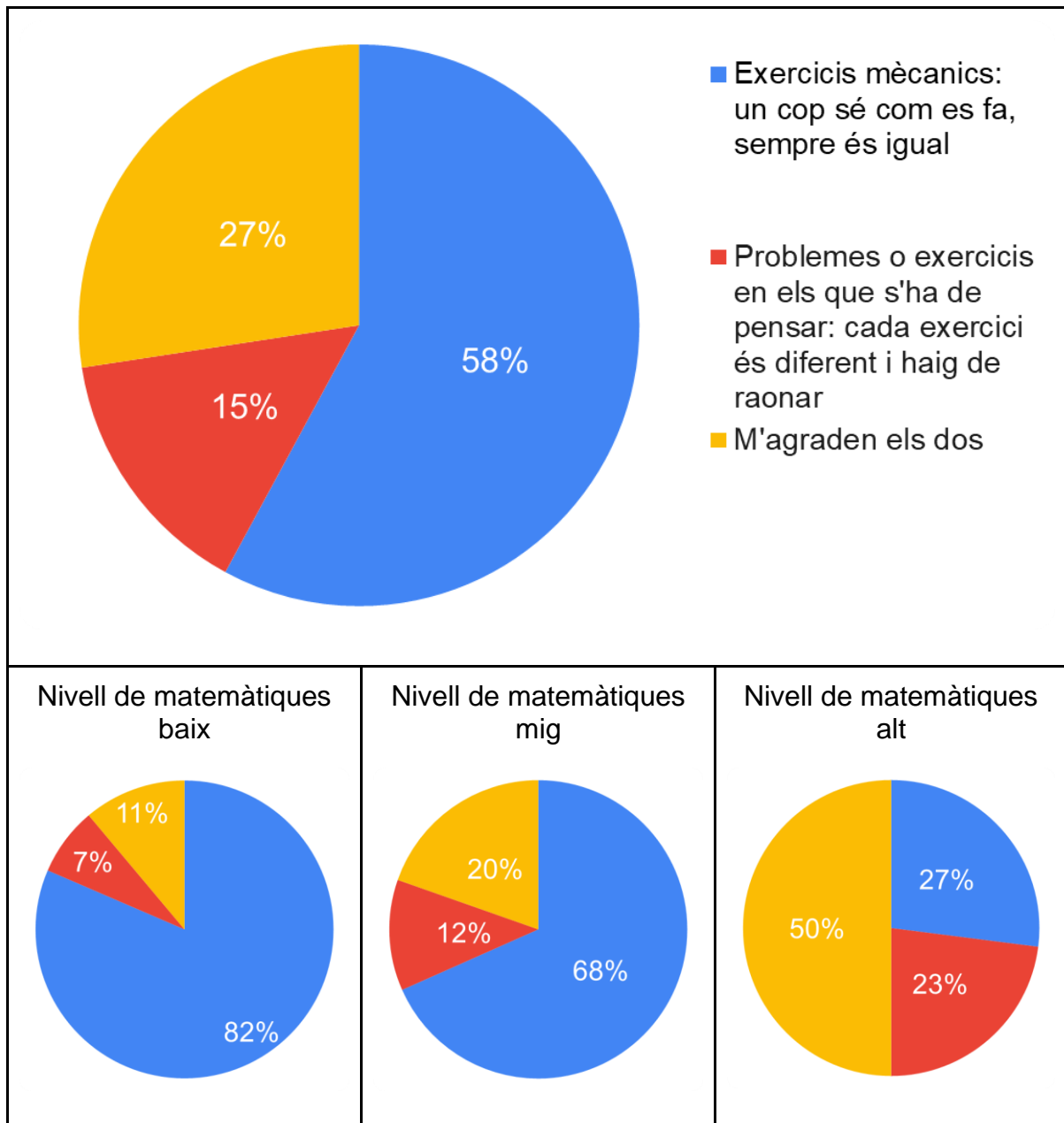
En primera posició es situen els processos mecànics bàsics com sumar, restar, multiplicar dividir, etc., amb una puntuació que no arriba al notable per una dècima. Aquest tema,

juntament amb les equacions, sistemes d'equacions, estadística i probabilitat, són els únics que superen el 5, però aquests darrers no s'hi allunyen massa.

En les dues següents posicions del rànquing es troba tot el que està relacionat amb temes de divulgació i problemes o enigmes fora de temari.

Finalment, els que reben una puntuació més baixa són arrels, funcions, geometria, vectors i rectes i, en darrera posició, la trigonometria

Pregunta 8. Què prefereixes?



El primer gràfic està basat en el conjunt de totes les respostes, on els exercicis mecànics són a prop del 60 %.

Seguidament, he trobat oportú separar el gràfic en tres. En el primer, és mostren les respostes a la pregunta de les persones que prèviament, afirmaven tenir un nivell baix de matemàtiques. En aquest gràfic, el 82% dels enquestats es queden amb els processos mecànics.

En el segon gràfic, on es mostren únicament les respostes dels enquestats que tenen un nivell mig de matemàtiques. En aquest cas, la mecanització es redueix al 68%, mentre que el nombre de persones que voten el raonament o ambdós creix.

Finalment, només el 27% de les persones que consideren disposar d'un nivell alt en matemàtiques prefereixen la mecanització, mentre que el 70% anteposa el raonament o ambdós tipus de comprensió.

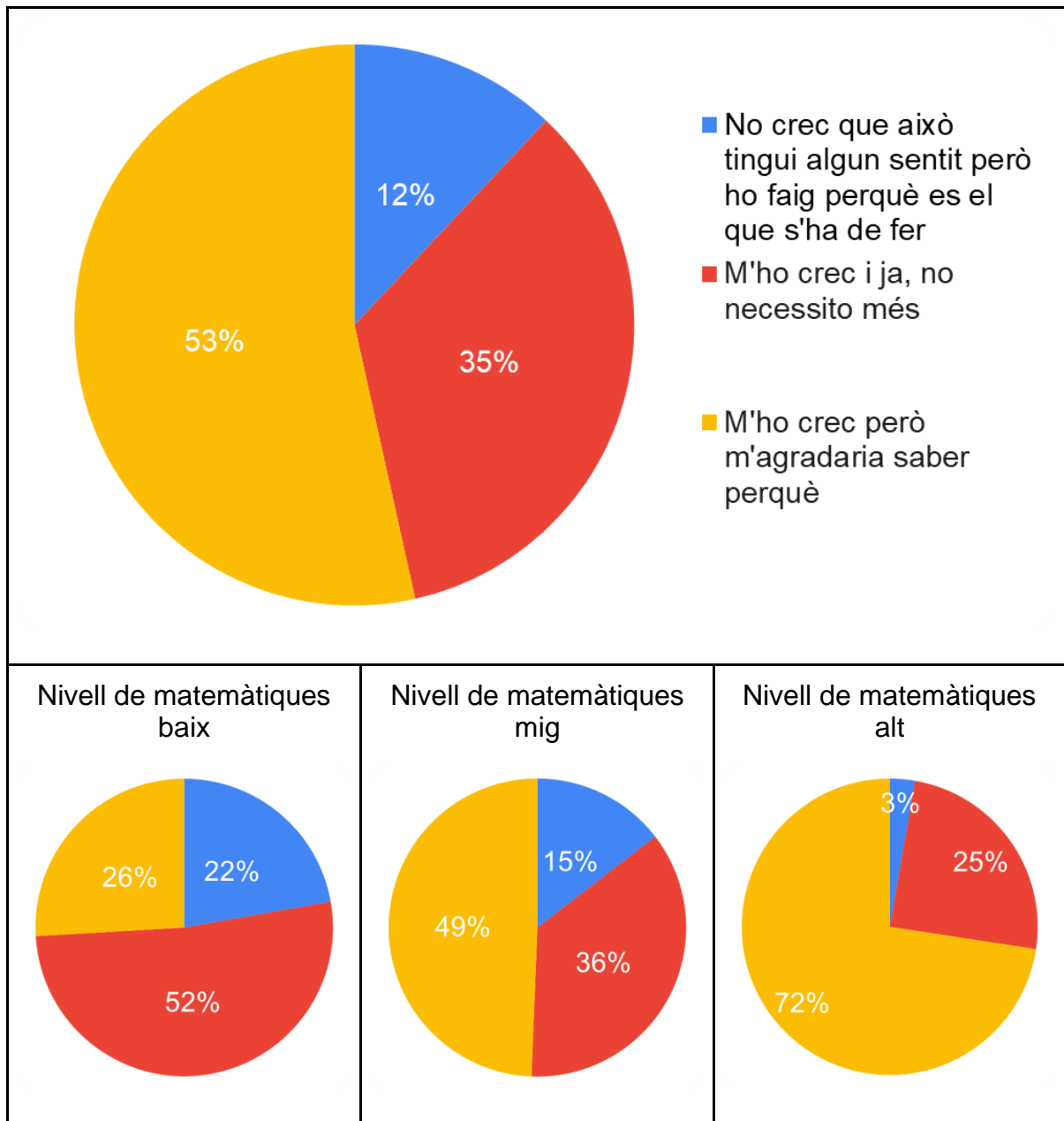
En resum, les persones que presenten més dificultats en les matemàtiques són partidaries d'usar la mecanització, mentre que la majoria d'alumnes que tenen certa facilitat per aquesta assignatura, opten pel raonament.

Pregunta 9. Quan el professor explica un concepte com per exemple:

→ Si un número està sumant, el podem passar restant.

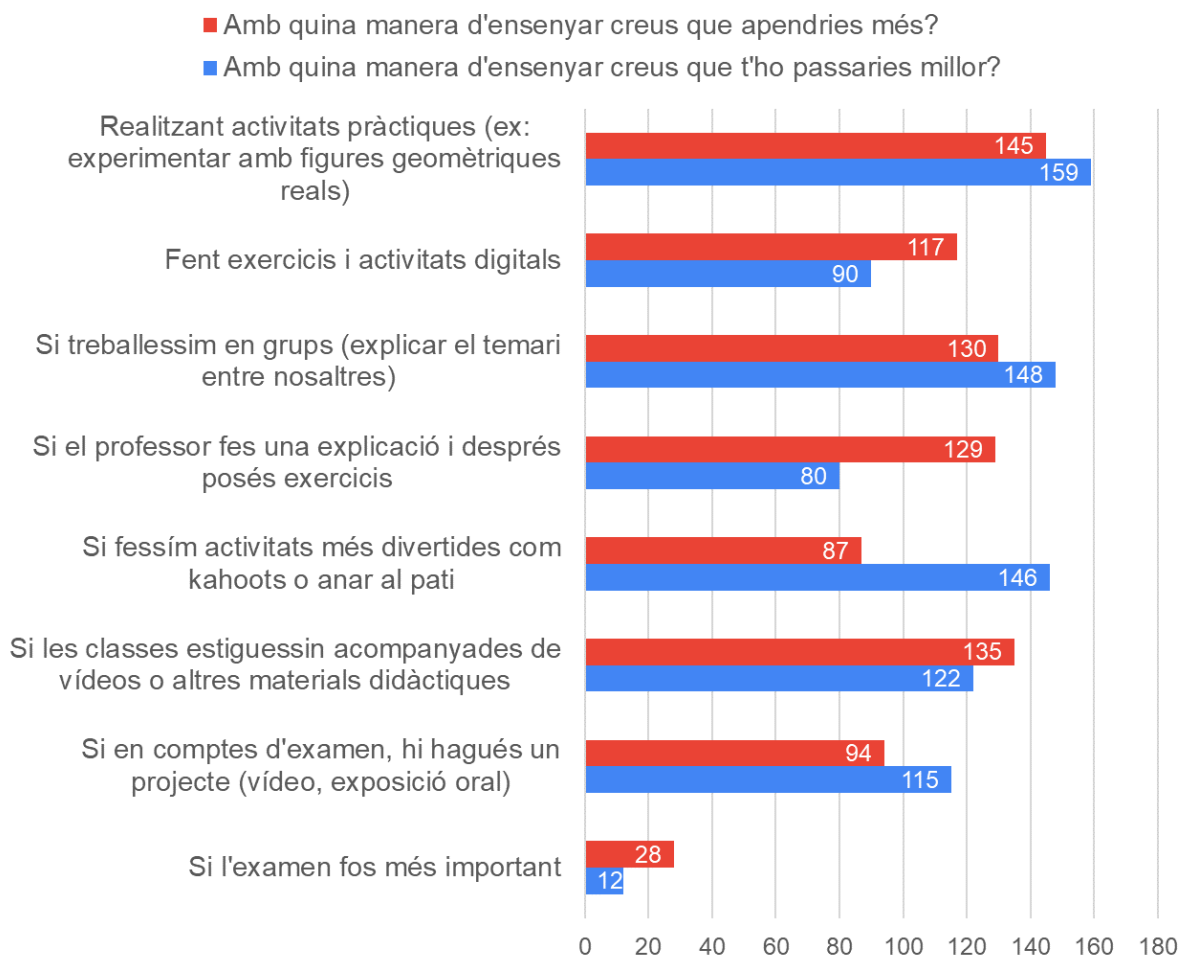
→ Negatiu multiplicat per negatiu és igual a positiu.

Com et sents al respecte?



Aquesta pregunta s'ha dividit de la mateixa manera que l'anterior. A més, succeeix un fenomen bastant similar. Els alumnes de més baix nivell, no estan interessats per saber el perquè dels conceptes matemàtics. En canvi, a mesura que el nivell augmenta, és redueix aquest conformisme i augmenta una certa curiositat per conèixer l'explicació al darrere de cada fenomen matemàtic.

Pregunta 10. Amb quina manera d'ensenyar creus que t'ho passaries millor? Amb quina manera d'ensenyar creus que aprendries més?



En aquesta pregunta, les respostes obtingudes són bastant similars. La majoria d'enquestats consideren que tant per passar-s'ho bé com per aprendre, és necessari realitzar activitats pràctiques, treballs en grup, i rebre materials didàctics suplementaris

Hi ha dos preguntes on el contrast és bastant notable. En primer lloc, bastanta gent considera que s'ho passaria molt bé amb activitats com anar al pati o realitzar Kahoots i similars. Tot i

això, admeten que potser no aprendrien tant. En canvi, si el professor fes una explicació i després posés exercicis, aprendrien bastant però menys gent s'ho passaria bé.

La opció de realitzar activitats digitals, i la de substituir l'examen per altres mètodes d'avaluació han rebut bastants vots. Tot i que la primera destaca per ser més útil per aprendre, i la segona per passar-s'ho millor o, com a mínim, no tant malament.

Finalment, gairebé ningú considera ni útil ni divertit augmentar la importància dels exàmens.

Pregunta 11. (Opcional) Ara, a partir de les dues preguntes anteriors, digues quina és la manera en què creus que aprendries més sense deixar de passar-t'ho bé (o no tant malament).

Aquesta pregunta, al ser opcional, ha rebut 193 respostes. Les respostes més repetides han estat les següents:

- Prioritzar la pràctica per millorar la comprensió dels conceptes.
- Resoldre exercicis mentre s'explica com fer-los, amb l'ajuda de materials didàctics com vídeos.
- Realitzar treballs i projectes, juntament amb jocs o activitats divertides.
- Començar per els conceptes més bàsics i, mica en mica, anar pujant de nivell, amb treballs o activitats en grup.
- Dur a terme competicions o jocs que ajudin a comprendre els conceptes, però també a divertir-se.
- Que les classes esdevinguin més didàctiques i dinàmiques.
- Fer activitats més divertides com *Kahoots* o anar al pati.
- Aprendre en grup, per poder preguntar i explicar els conceptes als companys.
- Fer una combinació d'explicació teòrica i pràctica seguida d'exercicis per aplicar els conceptes apresos.

Pregunta 12. (Opcional) Per acabar, expressa si hi ha alguna cosa que voldries afegir a les teves respostes, alguna proposta o informació útil.

Aquesta pregunta ha rebut 80 respostes. En resum, la majoria de persones que han respost aquesta pregunta creuen que les classes de matemàtiques haurien de ser més personalitzades i que els professors/es haurien de fer servir mètodes d'estudi diferents. També consideren que s'hauria de prioritzar la capacitat de raonar en lloc de la mecanització i que la pressió i l'estereotip de que les matemàtiques són difícils afecten negativament a l'aprenentatge. A més, s'esmenta que és satisfactori resoldre problemes complicats de manera raonada i que es preferiria que en les avaluacions es tinguessin en compte altres aspectes a més de l'examen.

A continuació, es mostren un seguit de respostes destacables a aquesta última pregunta:

- *Treure l'estereotip que les mates són difícils ajuda molt. Una persona que sent ansietat/por per esmaixades sense ni tan sols haver començat arrossega molts prejudicis sobre l'assignatura que acaben influint veritablement en la seva capacitat.*
- *M'agradaria que ens donés més temps per assimilar conceptes i no anar justos de temps. Als exàmens em poso nerviosa perquè no tinc temps i si ho tingués podria repassar els errors ximpls que sé que són comuns en mi. M'agradaria que les classes fossin una part explicació del professor i una altra feina en grup. Últimament fent treballs en grup sento que aprenc més i faig més preguntes a companys (em sento més còmoda) perquè no em fa vergonya interrompre la classe per preguntar cada dubte que tinc. No m'agrada res que les classes consisteixin en el professor resolent exercicis perquè em perdo fàcilment pel ritme que porten. Fer activitats més dinàmiques no està de més però crec que només se n'aprèn si tens un coneixement anterior del tema ben assimilats.*
- *Com a estudiant d'enginyeria, crec que les matemàtiques són molt útils i importants. Sobretot, és important tenir una base sòlida per si l'alumne vol estudiar temari més complex més endavant. Entenc que no agraden a tothom, però donada la seva utilitat i beneficis, em sembla molt bé utilitzar mètodes alternatius d'ensenyament que puguin ser menys avorrits i permetin entendre millor els conceptes bàsics. Ara bé, crec que arriba un punt en la dificultat del temari que ja no sabria com fer-ho més interessant si no hi ha disposició de l'alumne a estudiar, fer deures, etc...*
- *Personalment, crec que les matemàtiques haurien de ser més pràctiques, és a dir, tots sabem que aquesta assignatura, a no ser que siguis de ciències, és de les úniques en les quals tens números i no teoria, o almenys no tant com en les altres. El fet de que*

s'expliqui tot tant mecanitzat a moltes persones ens fa que deixem de tenir interès o que simplement els tinguem "manies", ens sentim incapaços i no ens interessen. Fer-les més com un joc (dins les possibilitats) potser ens ajudaria a millorar la nostra relació amb elles. No donar tot per sabut també ajudaria molt.

10.2 Enquesta inicial professors

Considero que la informació de l'alumne és molt valuosa. No obstant això, conèixer el punt de vista del professorat ens pot aportar una visió molt més àmplia de l'ensenyament de les matemàtiques actual. És per això que en el transcurs d'aquest treball he contactat amb diversos professors de matemàtiques i els he enviat un seguit de preguntes per correu electrònic, per tal de conèixer la seva opinió com a docents. En total, he obtingut cinc respostes i, a continuació, es mostren de forma anònima les diverses respostes rebudes a cada pregunta.

10.2.1 Mètode particular

En aquesta primera part de l'enquesta, les preguntes estan orientades a saber una mica més sobre la manera d'ensenyar de cada professor.

Pregunta 1. La teva formació prèvia està relacionada amb les ciències, economia o ambdues?

Docent 1. Vaig estudiar la Llicenciatura de Física a la UB. També he fet el màster del professorat especialitat de matemàtiques.

Docent 2. Relacionada amb ciències (Llicenciatura en Física).

Docent 3. Tinc una diplomatura i una llicenciatura d'economia i un màster de matemàtiques.

Docent 4. Més aviat amb les ciències. Economia a la carrera n'he fet, però no molt.

Docent 5. La meva formació acadèmica està orientada a les ciències i l'enginyeria, malgrat que a la mateixa també vaig fer economia i gestió d'empreses.

Anàlisi. Les respostes a aquesta primera pregunta mostren com els estudis de la majoria de professors s'inclinen més cap a una branca científica

Pregunta 2. Has impartit o imparteixes alguna altra assignatura a més de matemàtiques?

Docent 1. Només he impartit matemàtiques.

Docent 2. He impartit física i química a 4t d'ESO.

Docent 3. Emprenedoria, a 4t d'ESO, i Tecnologia, a 1r d'ESO.

Docent 4. Sí, tecnologia i crèdits a cicles formatius.

Docent 5. No. Sempre he impartit matemàtiques, tot i que vaig cursar el màster de professorat en Física i Química.

Anàlisi. Més de la meitat dels docents entrevistats han impartit assignatures més enllà de les matemàtiques, malgrat que totes estan enfocades a un àmbit científic.

Pregunta 3. A l'hora d'ensenyar et sents influenciat/da pels professors que vas tenir en el passat?

Docent 1. En certs moments és inevitable. Però avui dia es fa molt èmfasi en la pedagogia, això no passava quan jo vaig estudiar ESO. Em baso molt en el que vaig aprendre al màster del professor i en l'experiència posterior treballant als instituts.

Docent 2. Crec que sí. A la meua època les classes es basaven en l'explicació del professor amb poc recolzament d'altres recursos. Això condiona la manera de plantejar-te l'ensenyament, tot i que evidentment pots adaptar-te a les noves possibilitats que vagin sorgint i mirar d'utilitzar-les.

Docent 3. Sí, la meitat m'han influenciat positivament i l'altra meitat negativament, és a dir, he après coses que volia fer i coses que no.

Docent 4. Sí. Hi ha professors que em van marcar molt. Tant positivament com negativament.

Docent 5. Sens dubte. Fins i tot he agafat alguna frase icònica d'alguns.

Anàlisi. Tots els docents afirmen que han estat influenciats pels professors que van tenir en el passat. En general, esmenten que és inevitable adoptar certes actituds d'ells, però que han d'anar amb cura perquè la visió de l'ensenyament ha canviat molt en els darrers anys, per això intenten enfocar-se en les experiències positives.

Pregunta 4. Quins mètodes i quines estratègies utilitzes a les teves classes?

Docent 1. El meu mètode principal és qüestionar-me constantment tota l'activitat que es produeix dins i fora de l'aula. Per mi és molt important plantejar-me com a objectiu el

perfeccionament constant de les meves classes. No tinc por a introduir un aspecte nou dins les classes si crec que pot suposar una millora. També és molt important fomentar la comunicació amb la resta de companys/es del Departament de matemàtiques. Crec que l'ideal és fomentar la codocència o l'elaboració de material de forma conjunta.

Pel que fa als mètodes didàctics i estratègies concrets que utilitzo dins l'aula, intento utilitzar el màxim de formats diferents possibles: treball cooperatiu, qüestionaris, laboratori de matemàtiques, resolució de problemes, exàmens, classe magistrals, etc. Crec que cada mètode té els seus avantatges. L'ideal és fer una didàctica variada.

Docent 2. Personalment em trobo molt condicionat per la necessitat de donar tot el temari, i sincerament crec que això va en detriment de la introducció de recursos alternatius a les explicacions de pissarra. Ara per ara, em baso força en l'explicació del temari a classe, miro de deixar temps per a que es pugui entendre i que els alumnes puguin agafar apunts i a la vegada que explico faig preguntes a la classe per mirar de fomentar una mica la participació. De tant en tant, es pot fer també alguna classe pràctica amb alguna aplicació informàtica. Actualment m'estic plantejant un canvi cap a un model més pràctic introduïnt més sovint activitats a classe.

Docent 3. 1-2-4, debats, full giratori, vídeos, tasques interactives, tasques manipulatives, llibre, etc. Diversifico molt si el grup m'ho permet, sinó tiro del llibre amb més assiduitat.

Docent 4. Intento ensenyar a través d'exemples pràctics (i algun projecte), però a vegades costa, per la matèria que s'ha d'impartir i perquè l'alumnat a vegades demana mecànica de resolució (passos a seguir) enlloc de fonaments...

Docent 5. M'agrada mirar de dialogar amb els alumnes, d'arribar als resultats a través del raonament lògic. Amb els més petits m'agrada fer algun joc, si tinc la oportunitat. Sempre miro de convertir els exercicis i les activitats en reptes que els alumnes han de superar. Alguna vegada he fet servir la mecànica del trencaclosques per sorprendre als alumnes.

Anàlisi. Alguns professors afirmen que tot i que intenten realitzar activitats innovadores, es veuen molt limitats pel temari i pel fet que molts cops, tot i que volen fomentar el raonament, l'alumnat prefereix una mecànica de procediments. Per això, moltes vegades acaben recorrent a la classe magistral o "tradicional", sempre tractant de fer preguntes i mantenir diàleg amb l'alumnat per fomentar la participació.

També és menciona la necessitat que hi hagi una diversitat en l'ús de diferents recursos pedagògics. Alguns exemples són: treball cooperatiu, resolució de problemes, exemples pràctics, 1-2-4, debats, full giratori, tasques interactives, tasques manipulatives, jocs, mecànica del trencaclosques, laboratori de matemàtiques, diversificació...

Pregunta 5. Quins materials i eines didàctiques fas servir? (fitxes, fotocòpies, llibres, material audiovisual, etc.)

Docent 1. Fotocòpies, pàgines web amb activitats matemàtiques, material manipulable.

Tinc un problema amb els llibres perquè crec que no et permeten ser flexible. Em sap greu no utilitzar més els llibres perquè és una inversió econòmica que es demana a les famílies, però en molts casos aquests llibres estan desfasats.

Docent 2. Segueixo els llibres de text per explicar el temari. En algunes classes reparteixo de tant en tant col·leccions d'exercicis resolts. Vull introduir cada cop més activitats pràctiques a les classes i anar reduint les explicacions de pissarra. Actualment trobem a la xarxa moltes webs amb fitxes de molts temes i nivells. Com he dit, també utilitzo de tant en tant aplicacions informàtiques per fer activitats.

Docent 3. Fitxes (impreses i al Classroom), llibre, vídeos (Youtube, Redes, ...), peces Polydron, policubs, retallables, etc.

Docent 4. Depèn del nivell i del temari. Material audiovisual, llibres, fotocòpies i fitxes (per cursos més elementals i/o adaptacions).

Docent 5. Si és possible, m'agrada fer servir l'ordinador (*GeoGebra*) però no sóc massa partidari dels recursos audiovisuals, pel fet que converteixen l'alumnat en un ens passiu i poden arribar a fer-se avorrits si no s'alternen amb alguna activitat. De vegades faig servir fitxes o fotocòpies.

Anàlisi. Els recursos didàctics que més triomfen són les fotocòpies, les quals els cinc professors afirmen utilitzar. Tots estan d'acord en què fan servir o els agradaria fer ús de recursos informàtics, essent la web *GeoGebra* de les més utilitzades. Malgrat això, hi ha un docent que afirma optar per no fer un ús excessiu dels recursos digitals perquè considera que converteixen l'alumnat en un ens passiu i poden arribar a ser avorrits si no s'alternen amb alguna altra activitat.

Hi ha més diversitat d'opinions respecte a l'ús dels llibres de text; alguns no ho mencionen, altres afirmen fer-los servir amb abundància, mentres que un docent assenyala que els considera desfasats, ja que no li permeten ser flexible.

Un altre recurs esmentat per un parell de professors són els materials manipulables, com per exemple peces Polydron, policubs, retallables o laboratori de matemàtiques.

Pregunta 6. Quins avantatges i inconvenients veus en la teva manera d'ensenyar i quines són les principals complicacions que et trobes a l'hora d'impartir l'assignatura de matemàtiques?

Docent 1. El que observo a les aules és que els alumnes en general agraeixen molt activitats com el laboratori de matemàtiques. No obstant això, cal trobar la forma de fer compatibles aquest "nous" mètodes didàctics amb una millora en la retenció dels aprenentatges. Per exemple, quan els alumnes estan fent aquest tipus d'activitat arriben a entendre el que han de fer, però si se'ls torna a preguntar més endavant alguna cosa relacionada treballada anteriorment no solen recordar el que suposadament van aprendre.

També crec que tinc marge de millora. M'agradaria fer classes més basades en la resolució de problemes de format obert.

Docent 2. El principal avantatge és que qui vol parar atenció a classe molt probablement entendrà moltes coses de la matèria al donar temps per escoltar i després agafar apunts. Com a conseqüència de la pressió per a donar els temaris, crec que incorpore menys recursos pràctics dels que m'agradaria.

Em trobo amb dos complicacions principals. Vull precisar que no podem culpabilitzar als alumnes dels dos aspectes que comentaré ja que ells reben la influència del context social actual i és sobre aquest que s'hauria d'actuar. Per una part ens trobem amb una baixada generalitzada del nivell de matemàtiques des de fa ja força anys. Això dificulta la tasca docent per arribar al nivell que exigeixen els temaris. La falta de recursos per part de les administracions fa difícil redreçar aquesta situació. Per altra banda em trobo que, com ja he comentat, l'exigència d'impartir el temari em dificulta la introducció d'altres recursos a les classes que serien més efectius per a captar l'atenció de l'alumnat.

Docent 3. Els dos grans inconvenients que em trobo i que ara em venen al cap són, per una banda, la grandíssima diversitat que hi ha a l'aula, que fa que aminorem el ritme i que el nivell

mig sigui més baix (i que també fa que desatenguem la gent que destaca per amunt), i per altra banda la meva manera de fer les classes, que intento arribar a l'alumnat amb el missatge i amb la motivació, i no pas amb el càstig.

Com a punts forts crec que sóc empàtic a nivell personal, que les meves tasques són dinàmiques i diversificades i que ensenyo amb rigor.

Docent 4. A mi m'agrada fer explicacions personalitzades/adaptades a cada grup classe, i m'agrada explicar utilitzant una pissarra blanca enlloc de presentacions. M'agrada plantejar problemes per entendre'n el funcionament, per veure'n el concepte i així deduir-ne com resoldre'ls. Això fa que l'alumnat, si a classe li costa seguir-me i/o prendre apunts, sigui perquè està cansat/ada, perquè li agrada més un suport virtual, etc.. li costi més estudiar i repassar per avançar continguts. Per contra, com que ensenyo en funció del grup classe, m'és molt fàcil repassar/reforçar continguts que els costi més d'entendre.

Docent 5. Avantatges: seguint les classes es pot aconseguir a no dependre únicament de la memòria per entendre la matèria. L'inconvenient és que no sempre puc assegurar-me que tothom segueixi la classe amb el mateix nivell d'atenció. La gran complicació que moltes vegades ens trobem és el fet que no és possible atendre a tots els alumnes tant com ens agradaria; això ve donat per la gran quantitat d'alumnes que hi ha en una classe i la diferència de nivell que pot haver entre uns i altres.

Anàlisi. Diversos docents destaquen que el seu principal inconvenient és que l'alumne ha de parar atenció si vol entendre les coses. Si un alumne té altres ritmes, o té complicacions per adaptar-se al mètode de classe, pot perdre el fil de la mateixa. Assenyalen que això és probable que passi degut a l'enorme diversitat que hi ha en una aula, i a la falta de base de molts estudiants.

Mentres alguns professors se centren en el raonament, amb el principal inconvenient que a no tots els alumnes els agrada, altres utilitzen mètodes més mecànics, com el laboratori de matemàtiques, on hi ha una reacció més positiva de l'alumnat, però per altra banda, els hi costa memoritzar a llarg termini el contingut adquirit. Recomano llegir l'apartat 7.3 per entendre millor aquest text.

Pregunta 7. Com abordes l'atenció a la diversitat en els teus grups classe?

Docent 1. Adaptació de les activitats avaluatives. També intento fomentar didàctiques col·laboratives com el laboratori de matemàtiques sobretot a ESO.

Docent 2. A l'hora d'explicar el temari a classe és difícil poder adaptar-se a les diferents necessitats del grup. A l'hora d'avaluar sí que es poden establir diferents criteris en funció d'aquestes necessitats. Es pot jugar amb els criteris de correcció dels exàmens, fer exàmens diferenciats o incloure en l'avaluació de les persones amb més dificultat activitats o treballs fets a classe. Si algú amb necessitats especials pregunta a classe sí que es podrà adaptar la resposta (si no entén bé el català, si té més dificultats per entendre la matèria, si se li ha de tenir cura emocionalment, etc.).

Docent 3. Amb molta dificultat, hi ha una gran diversitat de casuístiques en la majoria dels grups i atendre-les totes resulta complicat. Exemples:

- Una alumna nouvinguda que no assoleix els continguts de 3r de primària: li faig un dossier de català per a que reforci les relacions socials i operacions matemàtiques molt senzilles. El meu objectiu no és que aprengui matemàtiques, és que s'integri.
- Un alumne disruptiu: intento que sigui el meu còmplice i m'ajudi en tot allò que jo faig per tal de que es senti important en cadascuna de les sessions.
- Un alumne amb dificultats amb la matèria: intento diversificar-li encara més les vies per les quals rep la informació, per tal d'intentar fer-li arribar i que l'assoleixi: smartick, Khan Academy, llibreta, oralment, Explodingdots, etc.

Docent 4. Amb fotocòpies i fitxes amb competències més bàsiques i amb atenció individualitzada (tot i que costa trobar temps per tot l'alumnat)

Docent 5. Com puc. No hi ha una regla escrita, però intento seguir les pautes que ens dona el departament d'orientació per tal que els alumnes que requereixen una major atenció a la diversitat puguin seguir les classes al seu ritme.

Anàlisi. Tots els docents estan d'acord en el fet que es tracta d'una problemàtica molt complicada de resoldre. La principal via que alguns destaquen és adaptant l'avaluació a les necessitats de cada alumne. Altres maneres són: fitxes o activitats adaptades, atenció individualitzada quan és possible, a través del treball cooperatiu, etc.

10.2.2 Altres mètodes

En aquesta part es demana l'opinió del professorat sobre maneres alternatives d'ensenyar.

Pregunta 8. Què n'opines de les noves tecnologies com a reforç de l'ensenyament de les Matemàtiques, com per exemple, la realització de vídeos complementaris tant per part dels alumnes com dels professors?

Docent 1. No soc molt fan de les tecnologies audiovisuals. Crec que poden complementar les explicacions didàctiques, però en cap cas s'ha de cometre l'error de fer que siguin el centre de l'aprenentatge. Crec que el més innovador es una cosa tan antiga com la paraula i la comunicació real entre alumne-professor i alumne-alumne.

Docent 2. Ho valoro molt positivament ja que avui dia és més difícil que les persones en general (no només els alumnes) siguin capaces de parar atenció durant llargs períodes de temps. Per tant trobo que aquests elements poden ser un molt bon complement. A més també poden aportar un alt valor pedagògic si els recursos són de qualitat.

Docent 3. Bé com a reforç, no com a ús habitual i gairebé exclusiu en el dia a dia a l'aula.

Docent 4. La utilització de vídeos com a complement el veig molt interessant (repeteixo: Com a complement) a internet hi ha gent que explica matemàtiques molt bé! (jo a vegades en miro per inspirar-me i agafar exemples de com afrontar segons quins temes) Videos per part de l'alumnat, m'agrada! miraré de posar-ho en pràctica aquest mateix trimestre. També és interessant la realització de Kahoot (fer les preguntes i possibles respostes) per part de l'alumnat i després 'jugar-hi' a classe.

Docent 5. Opino que s'han de dur a terme amb prudència i no de qualsevol manera, ja que aprendre només observant pot arribar a ser avorrit. La idea d'utilitzar els formats audiovisuals per tal que l'alumne creï contingut i aprengui em sembla molt més atractiva.

Per part del professorat també és important ser prudent a l'hora d'utilitzar aquests formats, ja que no poden ser substitutius de les classes. Els vídeos poden convertir el tracte diari de l'alumne en quelcom merament anecdòtic, cosa que no em sembla gens positiva.

Anàlisi. En aquesta pregunta apareixen dues visions oposades. Per una banda, hi ha dos professors que troben molt interessant l'ús de recursos tecnològics. En especial, destaquen el vídeo com a ajuda per al gent que té problemes a l'hora de parar atenció.

En canvi, tres docents adverteixen del perill dels vídeos si no es fan servir amb prudència, ja que no estan d'acord en què el tracte professor-alumne desapareixi. Per tant, els veuen com a un complement anecdòtic. No obstant això, un professor destaca l'ús de les tecnologies quan aquestes poden ajudar a fomentar la creativitat i crear contingut.

Pregunta 9. Pot ser interessant la codocència (més d'un professor a l'aula)?

Docent 1. Sempre que els alumnes estiguin treballant en un entorn d'aprenentatge tipus laboratori de matemàtiques o un entorn de resolució de problemes. En aquest cas el fet que hi hagi més d'un docent facilita l'atenció a tots els grups i millora l'assistència en resolució de dubtes.

Docent 2. Jo diria més encara. Opino que fa temps que s'hauria d'haver implementat. Si volem realitzar una bona atenció a la diversitat és imprescindible. A més crec que per apujar el nivell educatiu seria una bona mesura.

Docent 3. Pot ser interessant per arribar a la gran diversitat d'alumnat que tenim, tot i que si l'alumnat no és autònom en la realització de les tasques encomanades crec que perd eficiència i seria millor guanyar l'hora del professor extra en guàrdies o d'altres.

Docent 4. Veig més interessant la separació de grups. Hi ha alumnes que funcionen molt bé en grups reduïts.

Docent 5. La trobo necessària per diferents motius: pel fet que pot ajudar a atendre de forma més directa la diversitat de l'aula, per tal d'agilitzar les consultes quan es fa una determinada activitat i també per tal que l'alumne pugui tenir diversos punts de vista en una mateixa classe. En sóc partidari.

Anàlisi. Hi ha un professor que afirma ser més partidari de la separació de la classe en grups reduïts. Els altres quatre, estan molt d'acord en que la codocència pot ser molt favorable en tres aspectes: l'atenció a la diversitat, l'oportunitat de resoldre millor els dubtes dels alumnes i la possibilitat de contemplar diferents perspectives d'un mateix contingut.

Pregunta 10. Digues la teva opinió sobre altres mètodes que coneguis (aprenentatge mitjançant projectes, classes pràctiques, ús de recursos digitals com kahoots o altres..)

Docent 1.

1. No m'agrada el kahoot. Crec que la matemàtica s'ha de fer amb concentració i amb calma. Coses sorolloses com el kahoot només serveix per gamificar de forma estúpida una activitat superior com és l'aprenentatge de les matemàtiques.
2. He treballat 3 anys en un centre on treballen per projectes. Diria que l'aprenentatge de matemàtiques en un projecte està a prop del 0%. Potser a vegades arriba a l'1%.
3. Tinc una opinió molt elevada del treball de les matemàtiques de forma pràctica amb material manipulatiu dins del format de laboratori de matemàtiques. Amb això vull dir que la utilització de qualsevol material ha d'estar molt ben pensada.
4. Crec que caldria invertir temps per buscar punts de trobada entre les arts plàstiques, la música i les matemàtiques.
5. Sobretot cal enfocar les classes en la Resolució de Problemes Matemàtics o Matematitzables de Format Obert.

Docent 2. La meva opinió és molt positiva. Crec que l'administració hauria de plantejar-se una reforma de l'educació en què es donés cabuda a aquests mètodes no com activitats complementàries que el professor pot triar o no. Haurien de formar part de les programacions i tenir un pes important en quant a temps dedicat durant les classes. Si volem adaptar-nos al tarannà de l'alumnat actual hem de canviar la perspectiva clàssica de les explicacions de pissarra.

Docent 3. Alguns recursos digitals són molt bons perquè ajuda a l'alumnat a entendre millor les explicacions (exemples: si veuen com es construeix un cos de revolució és molt més senzill d'entendre que no pas si els hi expliquem o si ho veuen en paper; el web Explodingdots és una eina molt útil per ensenyar les sumes d'enters d'una manera molt visual i pràctica; ...). Els projectes tenen la seva part positiva, ja que motiven a l'alumnat, li veuen una utilitat, els posa en context, ... però també tenen una part negativa, doncs sempre treballen molt més uns que no pas d'altres o, fins i tot, algú es dedica a fer càlculs i la resta fa altres coses que no necessiten càlculs i no aprenen a calcular. Les classes tradicionals són molt tranquil·les i regulars, funcionen prou bé (malgrat la ideologia actual) si algunes vegades les vas trencant amb activitats diferents.

Docent 4. Crec que són molt interessants. Tots ells! Però cal que s'adeqüin al nivell. Per exemple, a batxillerat veig molt difícil la posada en pràctica de projectes. A ESO ho veig més

viable, tot i que també (potser és per ignorància) veig difícil poder fer tot el temari de matemàtiques mitjançant projectes (per temps i per continguts). Per exemple, a 2n i/o 3r faig un projecte de geometria i/o estadística. Però fer tot el curs per projectes no crec que poguéssim fer gaire temari....

Docent 5. Primerament, considero necessari que qualsevol metodologia es faci servir amb mesura per tal d'evitar caure en rutines que portin a l'avorriment o a la monotonia. En el cas d'avaluació per projectes o problemes, trobo vital un treball multidisciplinari, és a dir, entre diverses matèries, de manera que puguin dotar l'activitat d'un context i un valor afegit suficient per tal que, en dur-la a terme, no sigui un simple exercici de classe de més d'una assignatura. Requereixen moltes hores de preparació i, sobretot, consens. Passa el mateix amb les classes pràctiques. Tant les unes com les altres, requereixen de temps i, francament, és molt difícil dur-les a terme en sessions d'una hora. Pel que fa als recursos digitals, en sóc partidari sempre i quan s'utilitzin amb ordinadors (i no tant amb telèfons mòbils) i material adaptat per a l'estudi. No m'agraden els Kahoots i d'altres aplicacions de format "concurs" pel fet que poden induir a baralles i decisions incorrectes pel fet de voler a guanyar. Hi ha aplicacions de realitat augmentada "plickers", per exemple, que poden tenir molt de protagonisme en el futur.

Anàlisi. En aquesta pregunta han aparegut respostes molt diverses. Hi ha dos professors que desaproven l'ús d'activitats estil *kahoot*, un considera que no permet la concentració i que, juntament amb altres activitats relacionades amb la gamificació, són una pèrdua de temps. L'altre, indica que genera massa conflictivitat degut a la rivalitat i a les ganes de guanyar.

En quant a treballs per projectes, un professor els descarta completament ja que ha estat en una escola que es basava en aquesta metodologia i no ho va trobar útil. Altres consideren que s'han d'aplicar puntualment, i amb molta preparació. També s'afegeix que podria ser interessant aplicar-los de manera transversal amb altres assignatures. Un docent indica que un problema dels projectes succeeix quan un estudiant fa tots els càlculs i els altres membres del grup realitzen menys quantitat de treball.

Una alternativa als projectes proposada per un altre docent és el material manipulatiu en format de laboratori de matemàtiques. A més, afegeix que cal trobar una connexió entre les arts plàstiques, la música i les matemàtiques

10.2.3 Hipòtesi plantejada

Aquest treball gira al voltant de la següent pregunta, per la qual cosa, em resulta molt interessant les diverses opinions que pot tenir el professorat al respecte.

Pregunta 11. Que consideres més important, la mecanització o la capacitat de raonar? Per què?

Docent 1. És més important la capacitat de raonar. Perquè volem educar a persones no fer robots humans.

Hauries de preguntar-te durant el treball de recerca què és el que entenem per Matemàtiques? Quan responguis aquesta pregunta podràs respondre la pregunta que plantejes.

Docent 2. En quant a l'aprenentatge de les matemàtiques evidentment que la capacitat de raonar. Tot i que hi ha molts aspectes que per les seves característiques s'han de treballar mecànicament, si pensem que l'objectiu és despertar l'interès per a que en un futur hi hagi persones que estudiïn matemàtiques o altres disciplines de l'àmbit científic, s'ha de fomentar el raonament. La mecanització només serveix per aprendre coses que després no portaran més enllà, no es podrà ampliar el coneixement perquè no serem capaços de generar idees noves a partir de les ja establertes. A part d'això, encara que una persona no acabi anant a la universitat o es dediqui a la investigació, és important que aprengui a raonar perquè sempre li serà útil a la vida adulta en qualsevol àmbit.

Docent 3. Amb molta diferència, la capacitat de raonar. Aquesta et permet entendre els processos interns, els casos o moments d'aplicació dels continguts adquirits i et fa adquirir una sèrie de relacions que et serveixen per aprendre nous coneixements de manera molt més ràpida i sòlida.

Docent 4. La capacitat de raonar. Perquè si tens aquesta capacitat podràs resoldre qualsevol problema que es plantegi. L'alumnat que ha après per raonament, és capaç d'adaptar els seus coneixements a les característiques de cada situació. L'alumnat que aprèn per mecanització només ha après a aplicar uns passos, si el problema canvia una mica no sabran resoldre'l correctament. Però com he dit, a vegades, l'alumnat que li costa les matemàtiques i el raonament, demana mecànica. Per això, molt sovint dedico molt de temps explicant raonament i acabo fent un resum de passos mecànics per resoldre problemes bàsics.

Docent 5. Sóc defensor del raonament per sobre de tot, ja que la memòria, sense sentit, no ajuda a aconseguir un enteniment sobre allò que s'està estudiant. La mecanització s'ha d'entendre com una ordenació dels procediments a seguir una vegada s'entén el problema i té com a finalitat ajudar a l'alumne a seguir uns passos de forma que s'evitin les errades tant com sigui possible.

Anàlisi. En aquesta pregunta, per unanimitat, es defensa el raonament per sobre de la mecanització. Els principals arguments és que permet als alumnes tenir la capacitat de resoldre diferents tipus de problemes, arribar a idees noves i, en general, entendre els conceptes que se li expliquen més enllà de memoritzar-los.

Alguns professors també anomenen que la mecanització pot ser útil per ordenar i estructurar certs procediments que s'han de repetir, especialment per als alumnes que tenen dificultats.

10.3 Experiència pròpia

Jo, com a alumne que es preocupa sobre les qüestions que es plantegen en aquest treball, porto anys observant les actituds que tant els meus companys com jo presentem davant les matemàtiques. Tot i que és evident que els professors també han estat alumnes, possiblement l'ensenyament que van rebre ja no és el mateix que el que ara imparteixen a causa de l'evolució que s'ha donat en la pedagogia els darrers anys. És per això que en aquest apartat explico quines experiències he viscut durant els meus anys escolars, ja que crec que com a alumne interessat en les diferents metodologies d'aprenentatge, també puc aportar una visió des de dintre d'aquestes noves tècniques diferent a la que poden tenir els professors.

10.3.1 Raonament i mecanització

He notat que a pesar que alguns professors posen molts esforços en promoure el raonament vers la mecanització, la majoria de companys no adquireixen aquesta habilitat. Xerrant amb amics, la consideren inútil i massa complicada, prefereixen que se'ls proporcionin uns passos a seguir per a cada problema, i prefereixen mil vegades els professors que ens han ensenyat des d'una perspectiva més mecànica. També m'he adonat que alhora que defensen la mecanització, són conscients que cada estiu obliden tot el que han après durant un any, l'únic que no veuen la relació causal entre aquests dos factors, és per això que segueixen preferint una comprensió instrumental.

No obstant això, quan tracto d'explicar algun concepte matemàtic que hem vist a classe a algun amic, me n'adono que la base matemàtica és poc robusta, i consegüentment, abans d'ajudar-los a entendre un tema que s'ha vist a classe, he de fer un repàs de conceptes que ja haurien d'haver estat apresos.

Quan se'ls planteja una pregunta o problema que mai no han vist perquè només es pot resoldre raonant, situació que visc molt més al batxillerat, me n'adono que intenten respondre-la buscant la relació d'aquesta pregunta amb altres problemes que hagin pogut resoldre prèviament. El que molts no són capaços de veure és que per molt que busquin en la seva memòria, no trobaran mai cap problema similar, ja que cada qüestion basada en el raonament té una manera diferent de resoldre's, que només podrà ser descoberta si es comprenen tots els conceptes matemàtics involucrats, i no si es coneixen determinats patrons per resoldre problemes específics.

10.3.2 Treballs en grup

Si una cosa he hagut de fer repetides vegades durant la meua educació ha estat treballs en grup. És cert que la meua opinió en aquest aspecte té una validesa limitada, ja que els treballs en grup poden plantejar-se d'infinites maneres, moltes de les quals segur que no he realitzat mai.

No obstant això, la meua experiència amb els treballs no ha estat massa positiva. Personalment, és molt frustrant quan els teus companys, independentment de si ho intenten o no, no són capaços de resoldre satisfactòriament la part que se'ls assigna. La teoria diu que en aquests casos, els alumnes amb més coneixement, han de poder explicar com resoldre les diferents tasques als altres.

Des d'aquesta visió i tenint en compte que l'objectiu de qualsevol estudiant és treure bona nota, poden aparèixer dos problemes; el primer és que, com s'ha vist a l'apartat 7.3.1, inicialment, una explicació basada en la comprensió instrumental és molt més efectiva de cara a la rapidesa i a un bon resultat final. És per això que en un treball en grup, tant per l'alumne que explica com pel que rep l'explicació, la mecanització serà molt més beneficiosa per les dues bandes. Aleshores, com s'ha vist prèviament, si s'aplica una mecanització, l'alumne no recordarà el què ha fet quan passi el temps. Aquesta és l'explicació que considero que causa el problema del laboratori de matemàtiques que menciona el Docent 1 a la pregunta 6.

L'altre problema, que és encara més greu però que es dona molt, com afirma el Docent 3 a la pregunta 10, succeeix quan a l'alumne que entén els conceptes li surt més a compte realitzar tots els càlculs individualment, que realitzar una explicació detallada als seus companys.

En ambdós casos, la majoria de companys obtenen un coneixement del tema no satisfactori o, directament, no l'obtenen.

11. Primer contacte

Després de revisar el punt de vista dels experts, dels professors, dels alumnes, juntament amb la meua pròpia experiència com a estudiant, estic un pas més a prop de poder arribar a unes conclusions. Tot i això, encara falta la part més important; si pretenc arribar a una conclusió, no serveix només l'experiència com a alumne, sinó que caldrà, a més, viure de primera mà com és l'experiència de ser professor. És per això, que vaig decidir realitzar una sessió de matemàtiques a una classe de veritat.

Quan vaig fer aquesta proposta, cap al Novembre, va ser ben rebuda pel meu institut. Un professor de matemàtiques del meu centre, em va donar l'opció de fer una classe a un grup de 2n ESO. Em va comentar que en aquelles dates estaven estudiant les fraccions, i que li aniria molt bé si explicava com passar de decimal exacte a fracció. Vaig decidir tirar endavant i finalment vaig realitzar la classe. En els següents apartats es mostra tot el procés.

11.1 Preparació

Tot i que hi ha moltes metodologies per explicar matemàtiques, vaig optar per fer ús del mètode expositiu amb petites variacions. Vaig escollir-ho així perquè tot i que pot ser molt interessant veure com és la funció d'un professor en un treball en grup, vaig considerar que viuria una experiència com a professor més completa si aplicava un mètode on el meu rol era transmetre informació i no observar o resoldre dubtes.

Per tant, vaig decidir crear una presentació amb la plataforma Google Slides que em serviria de recolzament per a les meves explicacions.

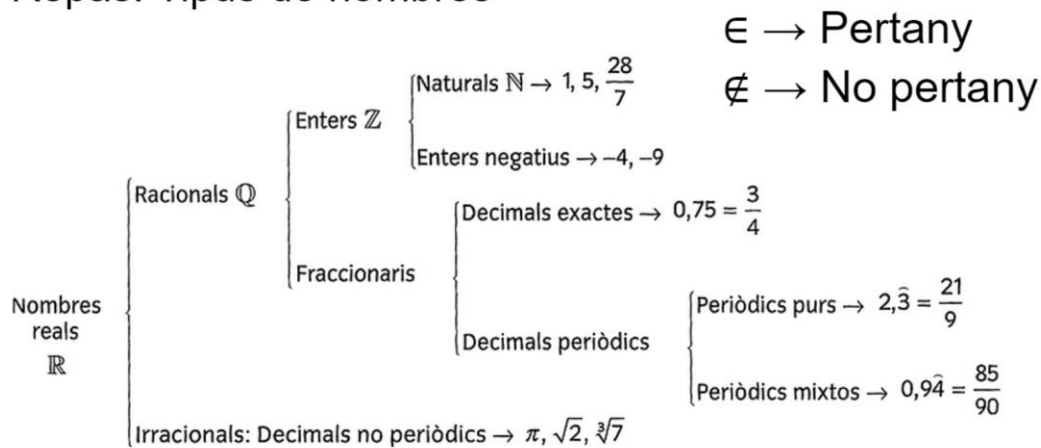
Vaig plantejar la sessió de la següent manera; primerament, em presentaria, explicaria perquè aquell dia faria jo la classe i quin tema es tractariem durant aquella hora, que era els tipus de nombres, concretament, el nombre decimal exacte.

També afegiria que tenen l'obligació de preguntar-me qualsevol dubte que tinguin, encara que s'hagi d'interrompre la classe i que no han de prendre apunts fins que jo ho digui.

A continuació, començaria a fer ús del recurs digital.

Repàs: Tipus de nombres

Repàs: Tipus de nombres



En la primera diapositiva, realitzaria un repàs sobre els conceptes que se suposa que han après prèviament.

A continuació, realitzaria de manera oral els següents tres exercicis. Quan rebés una resposta de part de tota la classe, escriuria amb retulador la resposta a la pissarra on es projectava la

presentació.

Ex. 1

1 €

-1 €

15 €

0,15 €

Ex. 2

1 €

-1 €

15 €

0,15 €

Ex. 3: x

€ \mathbb{N}

X= 4

X= 3/2

X=-3

X= 4/2

Aleshores, explicaria breument la definició de nombre decimal exacte.

1. Nombre decimal exacte:

Tenen un nombre concret de decimals

Exemple: 3,4 / 2,67 / 89,82 / 4,03 / 0,01 ...

Al passar de diapositiva, es mostraria un missatge ben gran on hi hagués la paraula “FILTRACIÓ!” ben gran i en majúscules. Aleshores explicaria, humorísticament, que hi ha hagut una filtració d’última hora i he obtingut imatges exclusives del proper examen de mates.

FILTRACIÓ!!!!

Després d'aquesta diapositiva, apareixeria la següent imatge.

EXAMEN MATES

Nota/10

1) $1 \cdot 10 =$

2) $0,5 \cdot 10 =$

3) $\frac{10}{10} =$

4) $\frac{5}{1} =$

5) $\frac{5}{1} \cdot 1 =$

6) $e^{2\pi} =$

7) $f(x) = \frac{10x}{(x-2)^2}$

8) $f(x) = x^2 + 5$

9) $f'(x) = 2x$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2}{\sqrt[3]{x^5-3}} \rightarrow$

Després d'ensenyar la foto, animaria a la classe a resoldre l'examen entre tots, de nou, apuntant a la pissarra les respostes. Evidentment, els alumnes només serien capaços de respondre fins la pregunta 5.

En aquest moment, preguntaria al professor oficial, quina nota posaria a l'examen. La seva resposta hauria de ser "un cinc".

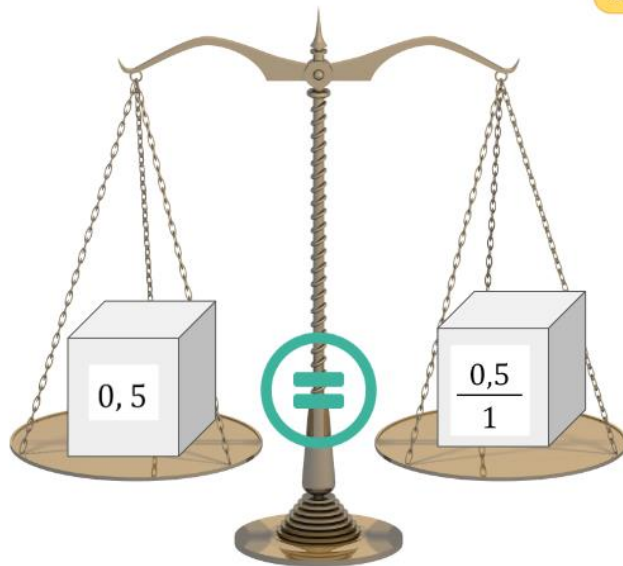
Aprofitant la seva resposta, preguntaria als alumnes si saben com poden expressar aquest resultat de diferents maneres. Després de conèixer les seves respostes, passaria a la següent diapositiva on se'n mostrarien alguns exemples:

La meitat 50%
1/2
5/10 0,5/1

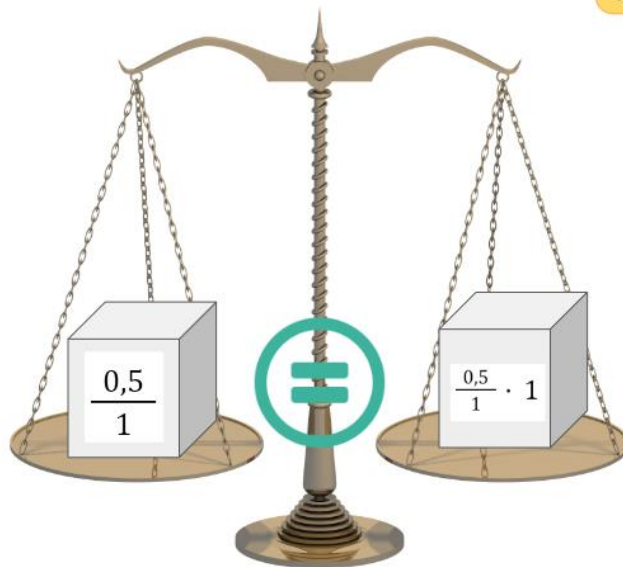
Un cop analitzats els exemples, preguntaria si serien capaços de passar d'una manera a una altra. Suposant que la seva resposta fos afirmativa, faria la mateixa pregunta però amb el decimal 0,84. Després que veiessin que no poden, els anunciaria que la resposta és $21/25$.

Posteriorment, començaria a explicar com amb els seus coneixements, són perfectament capaços de fer-ho, l'únic que han de saber és relacionar-los. Aleshores, a partir d'una analogia amb una balança, mostraria un parell d'imatges que representen la mateixa igualtat, i inentaria que compreguessin perquè totes les parts de la igualtat tenen el mateix valor.

Demostració passar nombre decimal exacte a fracció

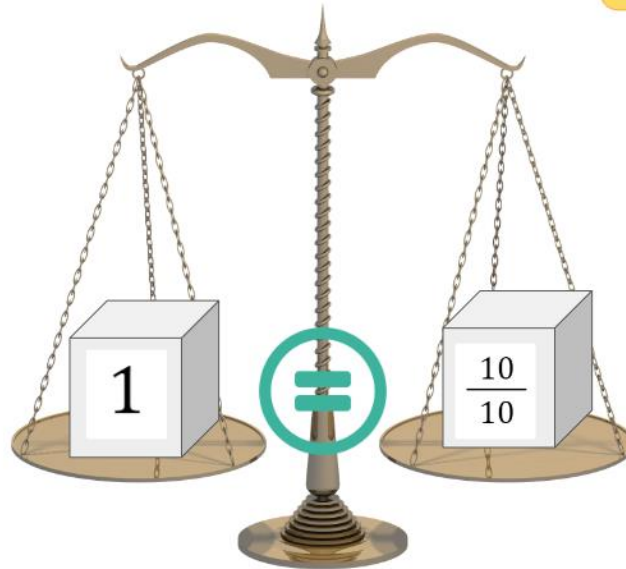


Demostració passar nombre decimal exacte a fracció



Deixant de banda aquestes dues igualtats, els preguntaria si estan d'acord amb una tercera:

Demostració passar nombre decimal exacte a fracció




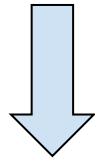
Quan tothom ho hagués comprès , a partir de les animacions que permet la plataforma Google Slides, mostraria d'una manera visual com es pot aplicar una substitució de l'1 per 10/10:

$$\frac{0,5}{1} \cdot 1$$



Demostració passar nombre decimal exacte a fracció

$$\frac{0,5}{1} \cdot 1 \leftrightarrow$$




$$\frac{0,5}{1} \cdot \frac{10}{10} = \frac{0,5 \cdot 10}{1 \cdot 10}$$

En aquest punt, faria una demostració visual amb pilotes del mundial de futbol, de com es poden realitzar les següents multiplicacions.

$$\frac{0,5 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{5}{10}$$



Demostració passar nombre decimal exacte a fracció

Un cop feta aquesta explicació, els encomanaria les següents tasques:

Tasca!

1. Pasa el nombre 0,8 a fracció **SEGUINT TOTS ELS PASSOS**.
2. Repte: si ho aconseguixes, passa el nombre 0,84 a fracció
3. Repte màxim: si ho aconseguixes, troba la fracció irreductible

Demostració passar nombre decimal exacte a fracció

El missatge de sota, no apareixerà fins passats uns minuts, en el moment que noti que els alumnes estan encallats. Es deixarà un temps per resoldre l'exercici. En funció de com vagi la classe, decidiré si algú surt a resoldre-ho a la pissarra, ho bé ho resolc jo, o apareix una nova iniciativa.

Al corregir l'exercici, es mencionarà que s'ha d'aplicar la fracció irreductible al final, però no s'explicarà com fer-ho perquè el seu professor ja ho ha fet en classes anteriors.

Quan tothom hagi acabat, es demanarà als alumnes que trobin un patró per passar de manera ràpida un nombre decimal a fracció, i que posteriorment escriguin a la llibreta unes instruccions de com fer-ho

Un cop fetes, es projectarà una diapositiva on es mostrarà un resum de tot el que s'ha fet durant la classe, incloent les instruccions. Serà el moment per prendre apunts o preguntar dubtes. Tot i això, s'informarà als alumnes que tenen aquesta diapositiva resum penjada a la plataforma *Google Classroom* en format *pdf*.

Finalment, es projectarà la següent diapositiva on s'hauran d'escanejar uns codis QR perquè tothom respongui una enquesta per valorar la classe. També apareixerà l'enquesta inicial per si algú encara no l'ha fet.

11.2 Justificació

En aquest apartat, vull mostrar perquè vaig fer ús de certs elements en la classe realitzada.

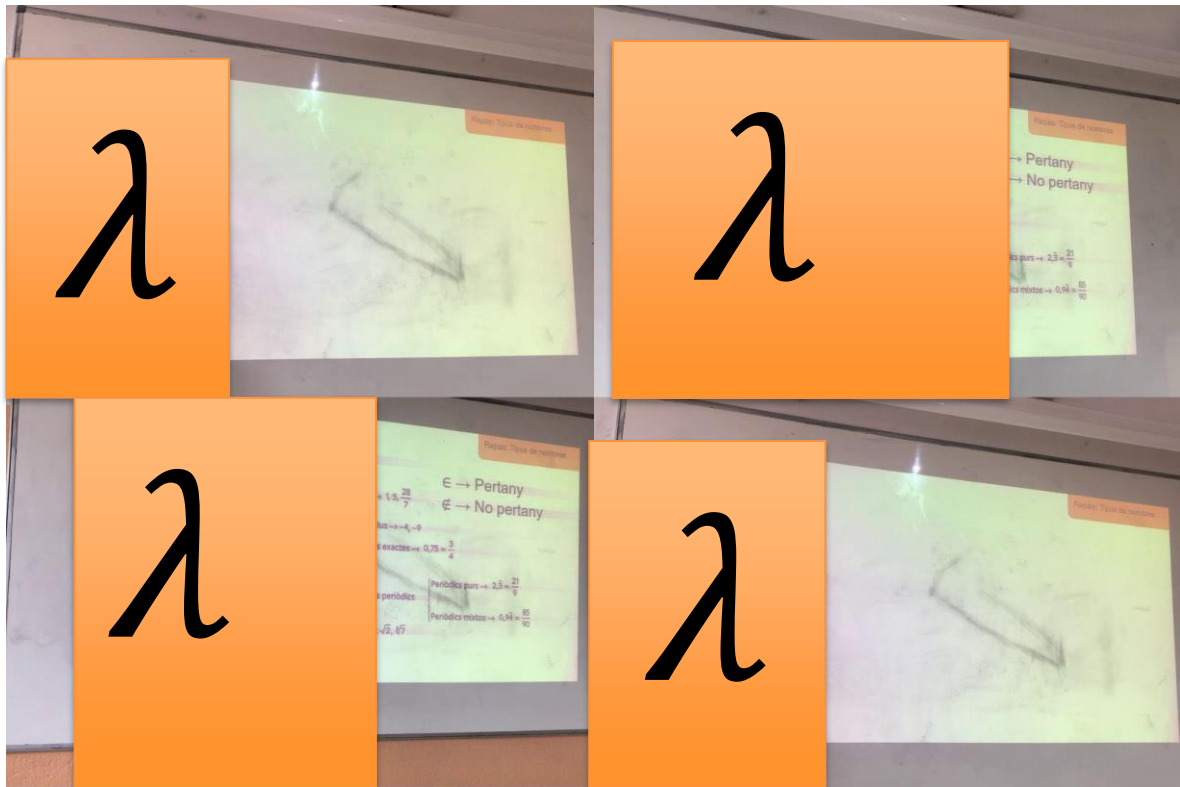
- A l'inici, menciono que ningú ha de prendre apunts fins que jo ho indiqui. Això ho dic ja que si l'alumne perd el temps copiant, no pot parar atenció. Aleshores, no entendrà els raonaments.
- S'han incorporat elements sorprenents com l'examen de mates per captar l'atenció de l'alumne
- La nota de l'examen, les pilotes i la balança són elements que s'han afegit perquè l'alumne pugui veure d'una manera més visual relacions amb la vida quotidiana
- El dibuix de la balança, també intenta fer entenedor un concepte molt important com és el d'igualtat.
- Com que hi ha alumnes que reben millor la informació auditivament, i n'hi ha d'altres que la reben millor visualment, en la classe explico els conceptes de manera oral però a la presentació hi ha representacions gràfiques de tot.
- L'explicació teòrica té un alt nivell de detall de manera que és gairebé impossible que l'alumne es perdi en algun pas si posa atenció en tot moment. Per fer-ho encara més fàcil, s'utilitza el nombre 0,5 perquè l'alumne pugui predir els resultats a través de la lògica (tots saben que 0,5 és $\frac{1}{2}$) i corroborar que els resultats són iguals quan s'aplica el mètode matemàtic.
- Un cop d'ha explicat el procediment, es demana que l'alumne provi el mateix amb un altre nombre per veure si a partir d'una informació, és capaç d'extreure el patró.
- A continuació, es demana que provi el mateix però amb un nombre que a part de dècimes té centèsimes, de manera que no li servirà aplicar el patró sinó que haurà d'aplicar un raonament matemàtic vàlid per arribar a una resposta correcta.
- Es demanarà a l'alumnat que surti a la pissarra perquè així hi hagi entreteniment i participació de tota la classe, però després, es demana que surti un altre alumne que ho hagi fet de manera diferent per demostrar que en les mates, sempre i quan s'hi apliqui un raonament lògic, hi ha moltes maneres de resoldre un exercici.

- Es demana que realitzin unes instruccions perquè la part mecànica també té un paper important en les mates, i l'alumne ha de ser capaç de trobar patrons en els problemes per saber-los resoldre de manera ràpida, sense perdre temps, i no haver d'aplicar el raonament constantment.
- Tot i que considero important explicar els conceptes bàsics que s'utilitzaran en una classe abans que aquesta comenci, en aquest cas no s'explicaran abans de començar perquè s'aniran recordant durant la sessió. Tot i això, a "l'examen de mates" si que s'introdueix dissimuladament algunes operacions que després s'hauran de realitzar, perquè quan es preguntin a l'alumne posteriorment si aquestes preguntes són certes, no hagi de fer un raonament tant lent sinó que ja l'haurà fet prèviament.

11.3 Realització de la sessió

Finalment, el 17 de novembre de 2022 vaig realitzar la sessió. El professor de la classe va ser present durant tota la intervenció. A continuació, explicaré com vaig realitzar finalment la sessió

- Gairebé tothom ha estat atent a l'explicació i, de fet, quasi totes les preguntes orals han estat respostes correctament.
- La part d'explicació teòrica ha anat tal com l'havia plantejat.
- Quan ha arribat el moment de resoldre els exercicis, la gent ha començat a intentar-ho individualment. Quan no han pogut, he projectat la pista.
- Més endavant, he donat permís als alumnes que ja havien acabat de resoldre els exercicis perquè ajudessin als seus companys.
- Ha arribat un moment de la classe on tothom estava treballant i, sense haver-ho planejat, voluntàriament han decidit ajudar-se uns els altres.
- Quan vaig oferir sortir a la pissarra, va costar molt que un alumne decidís fer-ho.
- Després que l'alumne resolgués l'exercici, vaig intentar explicar-lo. No obstant això, la classe ja xerrava més i no posaven tanta atenció.
- Per això, vaig decidir que no funcionaria la part final de crear unes instruccions
- Aleshores, vaig passar directament a demanar-los que resolguessin l'enquesta.



5. Recull d'imatges de la sessió que vaig dur a terme a la classe de 2n ESO D. (Rectangles per no mostrar la meua identitat)

11.4 Valoració personal

A l'arribar a casa, vaig apuntar en un document les sensacions que vaig tenir i les conclusions extretes de la sessió:

Per sort, no estava massa nerviós. M'ha anat molt bé tenir la presentació com a referència per no oblidar cap detall. He quedat sorprès quan la majoria d'alumnes han respost correctament a les preguntes orals que anava plantejant.

El punt més feble s'ha donat quan els he animat a passar un nombre decimal a fracció, però en comptes d'un nombre amb dècimes, ho havien de provar amb un nombre que a part de dècimes tenia centèsimes.

En passar a mirar com ho estava resolent la gent, m'he adonat que hi havia dos errors principals. Alguns multiplicaven el numerador i el denominador per 10, però oblidaven que $0'84 \cdot 10$ no és 84 sinó $8'4$. Altres, realitzaven bé la multiplicació però al veure que donava $8'4$, s'encallaven

i no sabien com continuar. Això m'indica que la part de l'explicació on encoratjo a fer servir el raonament no ha funcionat, i només s'han quedat amb la mecànica. Evidentment, hi ha alumnes que han estat capaços de resoldre-ho correctament.

Una idea que podria haver aplicat perquè això no passés, és haver resolt jo mateix l'exercici però de la manera en què ho han fet ells. Posteriorment, els hi demanaria que miressin de trobar l'error.

La conclusió que n'obtingo és que per molt que es realitzin esforços per ensenyar a través del raonament, l'alumne farà tot el possible per convertir qualsevol explicació en un procés mecànic. En altres paraules, l'alumnat presta atenció a classe, però en comptes d'intentar entendre el raonament, tracten de recordar tots els passos a seguir. És molt important que des de petits, els docents mirin de canviar aquesta actitud.

Una altra cosa que he reflexionat a partir d'aquesta sessió és que quan un estudiant no sabia fer l'exercici i demanava ajuda als seus companys, aquests només li explicaven què havia de fer però no per què. Considero que aquest és un dels principals problemes dels treballs en grup o col·laboratius.

Un aspecte a destacar no tant matemàtic és que, com he mencionat abans, després de fer els exercicis ha estat molt difícil que els alumnes possessin atenció de nou. Interpreto que a l'aixecar-se i parlar entre ells van deixar d'estar tant concentrats i, posteriorment, va ser complicat tornar aquest estat ja que estaven massa dispersos.

M'he adonat que hi ha moltíssima diversitat i molts caràcters diferents. Per exemple, quan he preguntat a una noia si se n'havia sortit amb l'exercici, m'ha dit que no me'l volia ensenyar perquè li feia vergonya. Però el més impactant és que finalment va accedir a ensenyar-m'ho i ho havia fet bé.

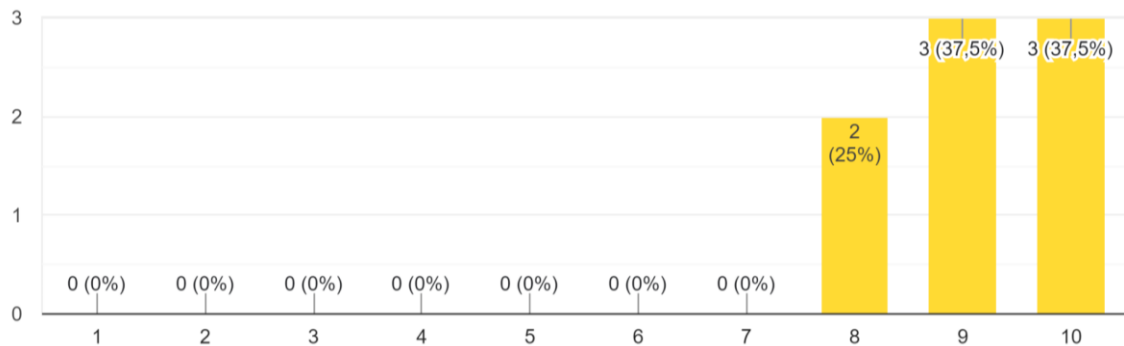
A part de totes aquestes reflexions, m'he endut una experiència molt maca. Tots els alumnes eren encantadors i ho he gaudit molt.

11.5 Valoració alumnes

Com he mencionat anteriorment, vaig passar al final de la classe una enquesta per tal que els alumnes valoressin com havia anat la sessió. Va ser realitzada mitjançant la plataforma *Google Forms* i va rebre un total de 8 respostes, ja que molts estudiants no disposaven d'ordinador o

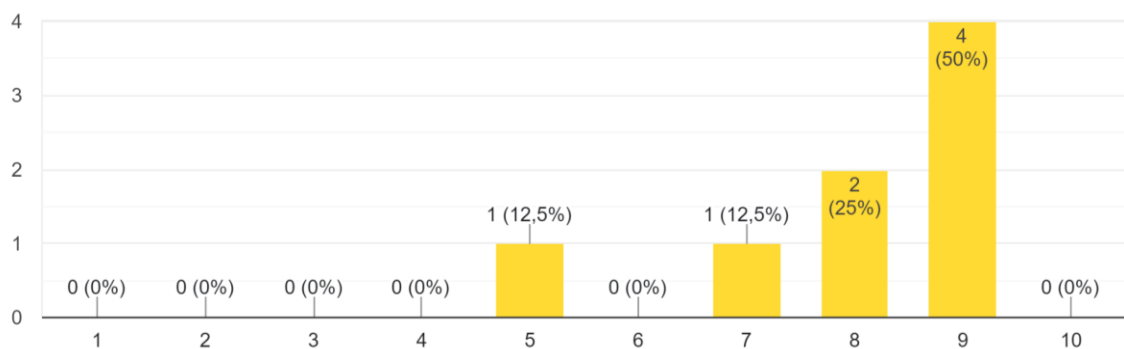
mòbil a mà. A continuació, es mostren els resultats obtinguts en les diferents preguntes i diferents gràfics que ha generat la mateixa plataforma.

Pregunta 1. T'ho has passat bé durant aquesta classe?



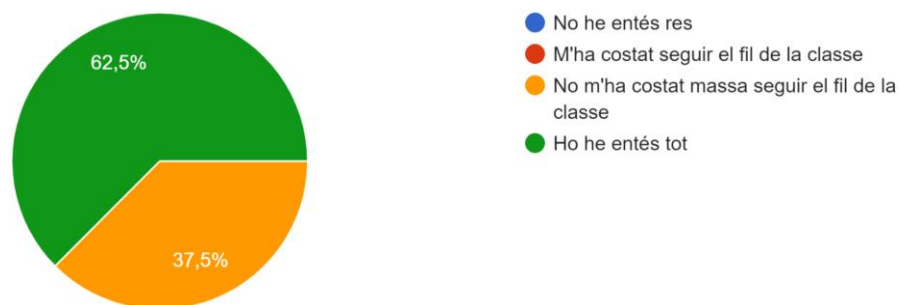
La majoria d'alumnes afirmen haver-s'ho passat molt bé; totes les respostes van del notable a l'excel·lent, amb una mitjana de 9'13.

Pregunta 2. Has après molt o poc en aquesta sessió?



Tots els alumnes han respost amb més d'un cinc per valorar si han après. La puntuació mitjana és de 8.

Pregunta 3. Com t'has sentit durant aquesta classe?



No hi ha cap alumne que digui haver tingut dificultats en seguir el ritme de la classe; 5 alumnes afirmen que ho han entès tot, i a 3 no els ha costat seguir el fil de la classe.

Pregunta 4. Anomena el que t'ha agradat d'aquesta classe

Estar amb la meva companya
Al final , en mobil
Com s'explica <input type="checkbox"/>
Fer-la audiovisual.
El efectes especials
Les explicacioncs
Lo de la filtració de l' examen
El primer que m'ha agradat d'aquesta classe és el meus nous amics i també les assignatures perquè s'han tornar mes difícils i així es fa més interessant

Dos alumnes destaquen les meves explicacions. Un estudiant menciona que li ha agradat la broma en la que mostrava la filtració de l'examen. Dos alumnes més fan referència al format audiovisual de la classe, el que parla sobre els efectes especials, es refereix a la transició de diapositives on vaig afegir una animació per mostrar de manera visual la substitució en una igualtat.

Altres persones parlen de factors que no tenen tant a veure amb la metodologia, com una alumna que afirma haver gaudit de la companyia de la seva amiga, i una altra que ha agraït poder utilitzar el mòbil els darreres minuts de la classe.

Finalment, un nen no ha entès la pregunta, perquè en la seva resposta valora la classe de 2n d'ESO D.

Pregunta 5. Anomena que milloraries d'aquesta classe o que no has trobat necessari.

No.
Els exercicis
.
Res.
No se
Res
A mi m'agrada tot, crec que tot està perfecte
No tinc ofertes

Excepte una persona que no va trobar necessaris els exercicis finals, cap alumne destaca factors de millora de la classe.

Pregunta 6. Per acabar, fes una valoració general de la sessió, digues com t'has sentit i, si tens alguna suggerència, escriu-la.

Un 5, perquè ha ho sabia
Ha estat be, me sentí agradable inatent
M'agradat bastant, a sigut divertida
Ho he entès molt bé, i m'ha agradat fer-lo audiovisual.
Un 9
M'agradat
M'agrada moltíssim, ha sigut molt entretingut! :D
Dono una valoració excel·lent perquè m'ha agradat tot i ho he entès tot

Llevat d'un alumne que aprova la classe amb un 5 perquè ja coneixia els continguts que s'hi van explicar, la resta valora molt positivament la sessió amb adjectius com entretinguda, entenedora, excel·lent i divertida.

11.6 Valoració del professor

Després de realitzar la intervenció, vaig demanar al professor de la classe, que va estar present en tot moment, si em podia escriure una valoració general. A més, també li vaig proposar un tipus d'exercici que podria incloure en la propera prova avaluable per saber si els alumnes havien entès realment els conceptes. El professor va accedir-hi molt amablement.

11.6.1 Valoració de la intervenció

El professor em va enviar un correu valorant la meua intervenció. Seguidament, es mostra l'escrit:

A continuació es procedirà a valorar la classe realitzada per l'alumne de 2n de Batxillerat "Lambda" en el marc del seu treball de Recerca a una classe de 2n d'ESO. Per fer-ho, ens basarem en diferents aspectes que considerem fonamentals per tal d'extreure'n conclusions que puguin ser d'utilitat en l'elaboració de conclusions i recomanacions que han de figurar en la memòria escrita del treball.

1. **Estructura de la sessió:** *Lambda ha estructurat la seva intervenció en quatre parts clarament definides. Amb l'ajuda del docent s'ha fet un breu resum d'allò que s'havia treballat en sessions anteriors i, seguidament, Lambda ha realitzat una introducció al tema a través d'una introducció divertida i amb una qüestió ben formulada per tal de captar l'atenció de l'alumnat.*

Ha elaborat amb encert una segona part de la sessió en què, amb l'ajuda dels estudiants, ha desgranat una metodologia fonamentada en la lògica per tal que s'entengui com es pot trobar una fracció d'un nombre decimal exacte (amb les xifres decimals finites) i ha definit uns passos fàcils de seguir per tal que els alumnes puguin fer les corresponents transformacions. El mètode és robust i, ben entès, fa que sigui difícil equivocar-se.

S'ha realitzat una activitat de consolidació amb un exercici pràctic que la majoria dels alumnes ha realitzat i comentat amb el professorat, deixant una quantitat raonable de temps per tal de dur-la a terme i en diferents etapes amb dificultat creixent.

Finalment s'ha tancat la sessió amb un intercanvi d'opinions amb l'alumnat i una síntesi d'allò que s'havia treballat.

2. **Actuació del docent a classe:** *L'actuació de Lambda ha estat ben correcta. No s'ha mostrat nerviós i ha contestat les preguntes de l'alumnat de forma clara i senzilla. Té bona dicció i el seu llenguatge s'ha adequat a la capacitat de comprensió de l'alumnat, sent clar i entenedor. A l'hora de respondre a les preguntes de l'alumnat es destaca el fet que ha ajudat sense donar la resposta als problemes plantejats, de manera que ajudava a l'alumne a formular la seva resposta, analitzar la seva validesa i, finalment, comprovar si el resultat era l'esperat. En aquest sentit, ha actuat com a suport, fent que sigui l'estudiant qui construeix el coneixement sobre les pistes que Lambda els anava deixant.*
3. **Utilització de recursos:** *Lambda ha utilitzat amb encert recursos audiovisuals divertits per tal de lligar la part teòrica de la classe amb la participació dels alumnes a través de la resolució de diferents enigmes i preguntes que ha anat fent. Es destaca l'ús del projector sobre la pissarra i la combinació dels dos recursos per fer una classe més interactiva i no tan avorrida com seria la simple presentació d'un Power Point i*

l'explicació de les diferents diapositives. Es considera que ha sabut utilitzar amb encert els recursos de què disposava a l'aula.

4. **Valoració final:** *La valoració final és positiva. Els punts forts de la seva intervenció són la utilització de metodologies que fomenten la participació de l'alumnat a classe de forma activa, l'ús de recursos audiovisuals en la proporció justa i una bona estructura de la sessió.*

Per tal de conèixer el grau d'aprovació de l'alumnat Lambda ha optat per la realització d'una enquesta final sobre la classe. Així mateix, s'ha inclòs una pregunta sobre l'explicació de Lambda a l'avaluació de la unitat.

11.6.2 Prova avaluable

Com he mencionat anteriorment, vaig proposar-li al professor un tipus d'exercici que podria donar als alumnes per avaluar la comprensió dels conceptes explicats. La realització de la sessió em va servir per arribar a la conclusió que la millor manera de saber si els alumnes havien entès el raonament era un exercici on es realitzés de manera incorrecta un procediment. Aleshores, els estudiants estarien en l'obligació d'analitzar quins errors de raonament s'han comés en el procediment.

Tenint en compte que el docent coneix de primera mà el nivell mitjà de la classe i que disposa de més experiència en la realització de proves avaluable, vam decidir que era millor si ell dissenyava l'exercici. Aquesta va ser la pregunta que es va mostrar als estudiants:

Exercici: Trobeu l'errada en cadascuna d'aquestes operacions. Recordeu que s'ha de simplificar sempre el resultat! [1 punt].

$$0,84 = \frac{0,84 \cdot 100}{10} = \frac{84}{10} = \frac{42}{5}$$

$$0,036 = \frac{0,036 \cdot 100}{100} = \frac{36}{100} = \frac{18}{50}$$

Ja que com alumne no estava autoritzat per veure les proves avaluable d'altres estudiants, el professor també em va enviar un escrit on es descriuen els resultats de l'exercici:

La puntuació mitjana d'aquesta pregunta ha estat de 0,5 punts, tenint en compte que la majoria de l'alumnat ha trobat l'error pel qual la conversió a fracció era incorrecta en

cadascuna de les dues operacions ressaltades i la majoria ha fallat a l'hora de trobar la fracció irreductible. S'ha de remarcar que els alumnes que van faltar a classe no han resolt correctament l'exercici o només ho han fet en part; tenint en compte que Lambda va facilitar el material de suport amb els exemples realitzats i que els alumnes el podien obtenir en línia, implica que els alumnes no fan servir correctament aquest recurs o no el fan servir amb la regularitat que s'hauria d'esperar.

Finalment, cal esmentar que la pregunta següent de l'avaluació de la unitat demanava expressar diferents tipus de nombres decimals periòdics (purs i mixtos) en forma de fracció; exercici força més complicat que l'anterior però pel qual es va emprar una metodologia similar per tal de raonar el procediment i no aprendre la fórmula del llibre de memòria. Curiosament, molts dels alumnes que no se'n recordaven de la fórmula van intentar el procediment descrit a l'exercici anterior per tal d'aproximar el resultat.

Segons el que descriu el professor, sembla que els errors que diferents estudiants han comès es deuen a que molts no han recordat fer la fracció irreductible. En canvi, la primera part on s'havia de raonar l'error ha estat ben resolta per la majoria. Per tant, tal i com s'indica en l'apartat 7.3, és demostra que quan l'alumne entén un raonament, el podrà recordar durant molt de temps. En canvi, processos més mecànics com recordar que s'ha de fer la fracció irreductible són més susceptibles d'oblit.

12. Creació d'activitats a partir de l'aprenentatge adquirit

Després d'haver revisat tantes opinions, he considerat oportú suggerir diferents activitats específiques basades en els coneixements adquirits al llarg del treball, a part de la sessió que ja vaig realitzar. Es tracta d'activitats de tipologies completament diferents, perquè d'aquesta manera, els professors podran alternar entre diverses metodologies i promoure aquest factor sorpresa que es menciona durant tot el treball.

Una de les conclusions finals és que una mateixa metodologia pot ser molt útil en un grup i poc eficient en una altra classe. En conseqüència, aquestes activitats no s'han plantejat com a unitats didàctiques sinó com a propostes, les quals cada professor que vulgui podrà adaptar a les seves classes:

12.1 El problema de les 100 caixes

Aquesta activitat està basada en el vídeo de Veritasium en espanyol (2022), el qual recomano encareidament veure si es vol realitzar aquesta sessió.

A l'inici, es preguntarà a l'alumnat que digui, aproximadament, la probabilitat que una moneda caigui per la mateixa cara 10 vegades. Depenent del nivell, és pot fer una explicació sobre la unitat de probabilitat i els diagrames d'arbre. Si es tracta de nens més petits, es pot avisar que posteriorment realitzaran un experiment però que han de parar molta atenció

A continuació, es plantejarà el següent enunciat: Hi ha un grup de 10 presos condemnats a mort (cada pres està numerat de l'1 al 10) i el director de la seva presó els ofereix una última oportunitat per salvar-se. L'oportunitat consisteix en un joc en el qual hi ha un armari amb 10 caixes, i dins de cada caixa hi ha un número de l'1 al 10 escrit. Els presos entren a la sala, un darrere per un, i tenen la tasca de buscar el seu propi número. Com a màxim, poden obrir 5 caixes, que han de tornar a tancar abans que entri el següent. Si tots els presos troben el seu número, seran perdonats. En canvi, si algun pres no troba el seu número, tots seran executats. Abans de començar aquest joc, els presos poden discutir quina estratègia seguiran, però quan el primer pres comença a buscar el seu número, ja no poden comunicar-se entre ells. Quina és la probabilitat que tots els presos se salvin?



6. Il·lustració pròpia del problema de les 100 caixes

L'objectiu és que l'alumnat respongui que la probabilitat és la mateixa que la que han calculat abans, que és d'un 0,1%. Aleshores, el professor anunciarà que a continuació faran un experiment per comprovar-ho.

Es posaran de manera aleatòria 10 caixes (o papers del revés) en fila amb els 10 nombres a dins i es seleccionaran a 10 voluntaris per sortir de la classe i fer de presos. Finalment, es realitzarà l'experiment tal i com s'indica a l'enunciat.

La probabilitat real que els 10 alumnes trobin la seva caixa és del 35%, i per tant, és bastant probable que si és repeteix tres vegades, alguna de les tres surti bé.

Cal remarcar que el professor haurà de realitzar una petita "trampa", ja que la probabilitat només serà del 35% si els 10 estudiants voluntaris segueixen una estratègia en concret. Per tant, el docent haurà de comptar amb algun "infiltrat" que conegui l'estratègia i pugui convèncer als altres 9.

L'estratègia a realitzar és la següent:

1. La primera caixa que ha d'obrir cada presoner és la que estigui en la mateixa posició que el seu nombre, per exemple, el primer presoner haurà de començar obrint la primera caixa, el segon la segona...
2. Si la caixa conté el seu nombre, el pres ja ha tingut èxit.

3. En cas contrari, el pres haurà d'obrir la caixa que que està en la posició del nombre que ha trobat en la primera caixa. Per exemple, el tercer pres, després d'obrir la tercera caixa troba el nombre 7 i per tant haurà d'obrir la setena caixa.
4. El pres haurà de repetir els passos 2 i 3 fins que trobi el seu nombre o fins que hagi obert 5 caixes.

Un cop finalitzat l'experiment, depenent del professor i del nivell de la classe, es pot conclure l'activitat o es pot tractar d'explicar el perquè. Si la classe és de primer de batxillerat, pot ser interessant explicar la solució perquè hi intervenen els nombres factorials, i si és de segon de batxillerat, pot ser útil per introduir el concepte d'integral, demanant que és calculi la probabilitat d'èxit quan el nombre de presos tendeix a infinit. Totes aquestes explicacions es troben en el vídeo de Veritasium en español (2022), *op. cit.*

El temari que es treballa en aquesta activitat dependrà del curs en el qual és realitzi. No obstant això, el concepte principal és el de probabilitat. El que es busca és realitzar una activitat diferent, on s'ha de fer tot un joc de rol, els alumnes poden sortir de la classe, s'han de moure les taules, de manera que s'aconsegueix sortir de la rutina. Tot i pot semblar una pèrdua de temps, aquesta activitat, a part d'explicar una part del temari també fomenta de manera molt efectiva la curiositat matemàtica. Possiblement, els alumnes estaran molt interessats en saber perquè després de realitzar l'experiment poques vegades (o una sola si surt molt bé), s'ha donat un cas que tenia una probabilitat d'un 0,1%.

12.2 L'aposta

Aquesta activitat s'ha de realitzar després que en prèvies sessions s'hagin explicat els sistemes d'equacions. Aquell dia, els alumnes s'asseuran individualment i tindran mitja hora per resoldre un únic problema sobre sistemes d'equacions que el professor entregarà. És important que els estudiants no hagin realitzat en anteriors sessions problemes sobre sistemes d'equacions.

Una proposta d'enunciat pot ser la següent: L'Enriqueta té examen de matemàtiques i no ha estudiat res. Tot i això, té tanta confiança en ella mateixa que s'ha apostat amb el seu millor amic que si acertava com a mínim el 90% de les respostes, aquest li hauria de comprar una *skin* del *Fortnite*. Per sorpresa de tota la classe, l'examen era tipus test i estava format per 100 preguntes. Com tot no podia ser tan maco, cada resposta incorrecta descomptava 0,5. L'Enriqueta va treure un 8,35. El professor només ha dit la nota però no ha ensenyat l'examen. Per tant, l'Enriqueta no sap si ha guanyat l'aposta o no, tenint en compte que el tracte era sobre

les respostes correctes i no la nota. Aleshores, l'Enriqueta et demana ajuda per saber si podrà rebre una *skin* del *Fortnite* o n'haurà de comprar una. Planteja un sistema d'equacions i digues quantes respostes correctes ha fet l'Enriqueta.

En aquesta activitat, el professor ha de deixar uns 5-10 minuts perquè l'alumne pensi sense cap pista, i sense que s'ajudin entre ells. S'ha d'oferir una recompensa gran per les persones que ho aconseguixin resoldre sense ajuda, ja que no és una tasca senzilla tenint en compte que no han realitzat problemes d'aquest tipus. A més, el professor ha d'informar que els estudiants disposen de tot el temps que faci falta per realitzar el problema. Quan passi aquesta estona, el professor permetrà que els alumnes que agafin els apunts. Quan hagi passat més temps, es permetrà als alumnes que ho han resolt donar una pista a la resta. Així successivament, s'aniran oferint ajudes perquè tothom pugui resoldre el problema. No obstant això, quantes més ajudes utilitzi un alumne, menys gran serà la recompensa.

Realitzar aquesta activitat amb els sistemes d'equacions és només un exemple, però és pot dur a terme amb qualsevol altre concepte matemàtic. És important que sigui el primer problema que l'alumne resol sobre aquell concepte, ja que si n'ha resolt altre prèviament, perquè és la única manera que té el professor d'assegurar-se que s'està utilitzant el raonament. Si no fos així, és molt complicat per al docent determinar si l'alumne ha resolt el problema perquè n'ha comprès tots els elements o perquè n'havia resolt un de similar amb anterioritat.

Un altre avantatge d'aquesta activitat és que se li ofereix a l'alumne tot el temps que necessita, i a més no té cap pressió perquè en cap cas es penalitzaria l'activitat negativament. Aquesta situació és molt favorable i és dona poques vegades, ja que quan l'alumne intenta resoldre un problema com a deures i no pot, és possible que no s'eforçi gaire i busqui la solució o preguntí als companys. Si es tracta d'un examen, aleshores no té tota la llibertat d'agafar tot el temps que sigui necessari i a sobre s'afegeix el factor dels nervis.

En canvi, aquesta activitat permet a l'alumne realitzar un raonament pur i sense cap pressió. Per molt que no ho aconseguixi, només el fet que ho ha intentat ja serà molt positiu, perquè probablement mai se'ls hauria donat tanta estona per pensar.

L'enunciat que he posat com a exemple fa que l'alumne pugui sentir-se identificat amb la història perfectament. Fins i tot, el professor podria explicar-lo com una història abans d'informar que és tracta d'un problema, ja que si sembla que el professor està explicant una

anècdota personal, és a dir, l'alumne percep que s'està perdent classe, és probable que parin més atenció.

A més, a l'enunciat tracta d'una protagonista femenina que juga a videojocs i que a més té amics homes. Són missatges que subtilment es poden anar introduint a l'alumne perquè en el seu cap es trenquin diferents estereotips de manera inconscient. Tot i que això no té res a veure amb matemàtiques, cal recordar la transversalitat de l'educació.

12.3 Canvi de rols

Aquesta tercera proposta és més general. Simplement, vull oferir diverses idees que no he vist massa i poden resultar interessants. És ben conegut quan una persona és capaç d'explicar un tema, vol dir que l'has comprés completament. Per això, suggereixo que més sovint, s'ofereixi la possibilitat a alumnes de fer de professors. Es podria realitzar amb diversos grups d'una mateixa classe, entre dues classes diferents, o, fins i tot, alumnes de diferents edats.

També es podria crear un espai, ja sigui el Google Classroom o fins i tot altres plataformes com Youtube o Tik Tok, on els mateixos alumnes realitzessin material didàctic per a altres companys. D'aquesta manera, es podria treure algun profit dels productes finals que es realitzen en un treball o projecte, ja que sovint acaben quedant en el no-res.

Molts cops, un alumne pot ser millor professor que el propi docent, perquè com fa poc que ha entès el concepte a explicar, sap perfectament quines són les coses més complicades i com ha aconseguit entendre-les, a diferència d'un professor que a vegades pot tenir conceptes tan interioritzats que potser no és conscient que són d'una gran dificultat per l'alumne.

A la pregunta nou de l'enquesta inicial als professors (Apartat 10.2.2), preguntava per la codocència. Tot i que algunes respostes anaven enfocades a que el sistema ho fa molt complicat, el que no s'ha tingut en compte és que aquesta segona figura de professor també pot ser exercida per l'alumne. Pensant en aquell nen o nena que ha respost a l'enquesta de valoració (Apartat 11.5) que s'havia avorrit molt a classe perquè ja coneixia els conceptes, imaginem que hagués respost si durant la classe se li hagués permès voltar per la classe per aclarir dubtes a companys, i que a sobre se li hagués atorgat alguna mena de recompensa, com per exemple, alguna dècima més a l'examen. Probablement, la seva puntuació a la meva sessió, que era d'un 5, hagués estat molt més alta.

Conclusions

Com s'ha pogut veure en el marc teòric, no és gens senzill definir la paraula “aprenentatge”, un dels conceptes més importants del treball. Gràcies a la popular Taxonomia de Bloom, es va poder arribar a un acord entre la majoria de docents. El coneixement és la base de l'aprenentatge, afirma el psicòleg i pedagog Bloom, però per afirmar que hi ha hagut un aprenentatge complet, són necessàries les habilitats i capacitats individuals que permeten comprendre, aplicar, analitzar, avaluar i crear.

Encara que pugui semblar contraintuïtiu, aquestes capacitats de l'individu no es troben en altre lloc que no sigui dins seu, com una llum apagada. Per tant, aprendre no significa altra cosa que l'encesa d'aquesta llum o la revelació d'aquestes habilitats que fins aleshores només estaven en potència.

És el professor, qui actuant com a estimulador, s'encarrega que es vagi encenent aquesta llum dins de cada alumne, a través d'un ensenyament de qualitat que afavoreixi el desenvolupament d'una motivació intrínseca.

Perquè hi hagi qualitat en l'ensenyament, ha d'haver-hi una intencionalitat, és a dir, el professor ha d'haver planificat amb antelació els mètodes que utilitzarà, una globalització, on l'objectiu final és que els alumnes aprenguin conceptes de diferents àrees i no d'una en específic, i una individualització, en la qual es té en compte el nivell de maduració de cada alumne.

Per poder introduir aquests factors existeixen infinites metodologies, des de les més tradicionals, com la lliçó magistral, fins a les més innovadores, com l'aprenentatge basat en projectes, la ludificació o l'aula invertida.

El professor no ha de centrar els seus esforços a decidir quina d'aquestes metodologies és la millor, sinó que ha de fer tot el possible per augmentar-ne la llista. El que vull dir amb això és que considero imprescindible la diversitat de tècniques a l'hora d'ensenyar. És molt necessari que l'alumne rebi constantment diferents estimulacions i sorpreses; no volem que s'avorreixi. A més, el professor haurà de perfeccionar i revisar constantment les seves actuacions, ja que una metodologia que funciona molt bé en una classe, pot ser un desastre complet en una altra.

Centrant-me ja en la figura del professor de matemàtiques, aquest ha de tenir molt clar quins objectius pretén que els seus alumnes assoleixin. Per definir-los, primer ha de tenir una idea sobre què són les matemàtiques.

Per molta gent, les matemàtiques són una ciència que es basa en el món observable. Fins i tot, es parla que són el llenguatge de l'univers. Jo encara aniria més enllà; les matemàtiques parteixen d'un nombre limitat d'axiomes o veritats absolutes, que mitjançant les seves relacions lògiques, no només ens ajuden a explicar allò que ens envolta, sinó que permeten desenvolupar la creativitat fins a arribar a les entitats més abstractes. L'únic límit de les matemàtiques és la imaginació de cada persona, ja que des de la lògica, es pot crear qualsevol entitat sense cap mena de restricció.

Quan el professor té clar la importància de l'assignatura que imparteix, serà capaç de localitzar els axiomes dins la ciutat de les matemàtiques. L'alumne, però, acaba d'arribar a aquesta ciutat. Quan és de dia, pot desplaçar-se gràcies a les senyalitzacions. Malgrat això, quan arriba la nit i l'alumne vol anar des d'un punt A a un punt B, no és capaç d'ubicar-se.

El que alguns professors faran davant aquesta situació és encendre la llum del camí que l'alumne ha de seguir, és a dir, només encendrà els fanals de la ciutat que el portaran del punt A al punt B. Així doncs, l'alumne, que prèviament ja tenia la capacitat de memorització, intentarà recordar com anar del punt A al punt B ara que el professor li ha il·luminat la ruta. El problema és que el professor li ha potenciat la capacitat d'anar del punt A al B, però no del C al D.

Aleshores, el que faran altres professors és encendre les llums de tots els fanals. Al principi, l'alumne no sabrà per quin camí anar, i se sentirà molt perdut. No obstant això, a mesura que al llarg del temps vagi caminant i investigant per la ciutat, començarà a trobar les relacions, a ubicar-se i, finalment, amb un esquema mental de tot el territori, serà capaç d'arribar allà on vulgui des de qualsevol punt.

Quan l'alumne té pressa, és favorable tenir les rutes memoritzades, perquè no hi ha temps per crear-ne de pròpies. Tot i això, és possible que durant el camí, alguna llum de la ruta més ràpida s'apagui. Aleshores, si les llums de la resta de la ciutat estan enceses, podrà agafar, encara que trigant més temps, un altre camí.

Des d'aquesta analogia, he trobat la resposta de; què vol dir aprendre matemàtiques (ser capaç d'arribar d'un punt A a un punt B), de quines maneres es poden aprendre (memoritzant una ruta o coneguent tota la ciutat), perquè a la gent no li agraden les matemàtiques (no agrada perquè tant bon punt ja han memoritzat les rutes, costa posar-se a fer-ne de noves) , si és millor raonar o mecanitzar (està bé tenir les rutes memoritzades, però conèixer la resta de la ciutat és imprescindible per sobreviure-hi) i com podem fer que a més gent li agradin les matemàtiques (encenent més llums).

Quan el docent es planteja com promoure el raonament apareixen moltes complicacions, ja que l'alumne, amb l'objectiu principal d'obtenir la millor nota, veu més favorable la mecanització a curt termini. Per això, ha d'intentar constantment promoure l'ús de la comprensió relacional.

Recentment, s'està apostant molt per diferents metodologies basades en el treball grupal i la resolució de problemes. El problema de les metodologies noves és que poden arribar a ser una mica pretensioses, ja que volen construir una casa començant per la teulada. Està molt bé intentar plantejar situacions de la vida quotidiana a resoldre, però el problema és que per fer-ho, l'alumne necessitaria les sis capacitats de la taxonomia de bloom, quan a vegades, amb prou feina tenen la primera. Per això, si es volen introduir nous objectius, s'han d'introduir a poc a poc i de manera molt controlada.

Si es proposa un treball en grup en el qual s'ha de pensar, és possible que l'alumne amb més capacitats acabi realitzant la major part de les tasques. Per això, no faria un abús del treball cooperatiu, ja que per assegurar que tothom treballa, s'ha d'estar molt pendent de cada grup i amb l'elevada quantitat d'alumnes per classe, resulta impossible.

En canvi, a diferència de les tendències actuals, considero que una classe magistral és una bona eina, sempre i quan s'incorporin elements que cridin l'atenció i es fomenti la participació. Una manera d'aconseguir-ho, és fent ús de recursos digitals com els *Power Points*. Com s'ha vist a la valoració dels alumnes de la meua sessió, aquest recurs ha agradat molt i ha permès una millor comprensió dels conceptes. A més, com explica el professor d'aquella classe, a l'examen, molts alumnes van utilitzar adaptacions del mètode que vaig explicar quan s'oblidaven d'altres fórmules, de manera que van interioritzar el raonament.

Com a conclusió final, penso que tots els professors s'haurien de preguntar per què hi ha alguns alumnes que tenen més facilitat per les matemàtiques. La resposta més habitual pot ser que són més intel·ligents. No obstant això, després de llegir la part teòrica i pràctica, es pot afirmar amb rotunditat que això no és així. Quan es veuen les matemàtiques com un manual d'instruccions per resoldre problemes, on cada problema té un procediment concret, ningú aprèn matemàtiques perquè si hi ha infinits problemes, hi ha infinites instruccions a memoritzar per arribar a una solució. Per això, només gaudirà de les matemàtiques la gent que descobreixi que comprenent els axiomes i les seves relacions, ja es pot resoldre qualsevol problema.

En el marc pràctic, concretament a la pregunta 8 de l'enquesta inicial als alumnes (Apartat 10.1), queda completament verificat que els alumnes que tenen un nivell alt en matemàtiques és perquè han descobert la importància de la comprensió a partir del raonament.

En conseqüència, si el professor vol a través de l'ensenyament exercir com a estimulador per potenciar l'aprenentatge d'un alumne en matemàtiques, és imprescindible que s'encarregui d'anar encenent la llum de les matemàtiques.

Valoració personal

Tal com he mencionat a la introducció, aquest treball significa per mi un primer acostament a la docència, fet que creia impossible a una edat tan jove. He gaudit investigant i llegint llibres de diferents autors, ja que tot i que sempre havia reflexionat molt sobre el tema de la pedagogia, mai m'havia aturat a llegir informació. En certa manera, m'he obligat a informar-me sobre el tema, i la veritat és que ho agraeixo molt. Si ja tenia ganes de dedicar-me a la docència, durant la realització del treball han augmentat encara més.

En aquests mesos he passat per moltes etapes, el treball ha donat mil voltes. Un dels dies més importants va ser quan vaig començar a notar que hi havia moltes relacions entre l'aprenentatge i la filosofia. Vaig veure com l'opinió de diversos filòsofs podia suposar una altra manera d'enfocar el treball. De fet, és la frase del Filòsof Plutarc la que dona títol a aquest treball.

Estic molt satisfet, ja que considero que a part d'un aprenentatge personal, aquest treball pot ser, ja només per les enquestes que he realitzat, una eina de bastant utilitat per a qualsevol professor de matemàtiques. M'encantaria que aquest treball aconseguís, encara que només fos una mica, fer reflexionar als docents.

Bibliografía

Fonts consultades

ÁLVAREZ-NODARSE, R. (2017). “Einstein, Wigner y el misterio de las Matemáticas” a *Blog del Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla*. <<https://institucional.us.es/blogimus/2017/05/einstein-wigner-y-el-misterio-de-las-matematicas/>> [Consulta: 17 de diciembre de 2022]

BERENGUER-ALBALADEJO, C. (2016). *Acerca de la utilidad del aula invertida o flipped classroom*. <<https://web.ua.es/en/ice/jornadas-redes-2016/documentos/tema-2/805139.pdf>> [Consulta: 16 de diciembre de 2022] [Departamento de Derecho civil de la Universidad de Alicante]

BLOOM, B. S. (1977). *Taxonomía de los objetivos de la educación: la clasificación de las metas educativas: manuales I y II*. Buenos Aires: El Ateneo.

CAVALLÉ, M. (2017). *El arte de ser: filosofía sapiencial para el autoconocimiento y la transformación*. Barcelona: Kairós.

CHURCHES, A. (2009) "Taxonomía de Bloom para la era digital." a *EduTEKA | Universidad ICESI*, pàg. 1-13. <<https://eduteka.icesi.edu.co/articulos/TaxonomiaBloomDigital>> [Consulta: 11 de diciembre de 2022]

CLAVIJO, G. A. (2020) “Una mirada crítica al proceso de enseñanza-aprendizaje” a *Observatorio | Instituto para el futuro de la educación | Tecnológico de Monterrey*. <<https://observatorio.tec.mx/edu-bits-blog/mirada-critica-al-proceso-ensenanza-aprendizaje>> [Consulta: 27 d'octubre de 2022]

COLL, C. (2018). “Procesos de aprendizaje generadores de sentido y estrategias de personalización” a C. Coll (Coord.), *Personalización del aprendizaje*, pàg. 14-18. Barcelona: Editorial Graó.

COMELLAS, M. J. i PODALL, M. (1996). *Estrategias de aprendizaje*. Barcelona: Laertes.

DISRUPTIVA MEDIA (2019). “¿Por qué creemos que la matemática es aburrida?” a *Youtube* <https://www.youtube.com/watch?v=RgGF9Hp6AUE&ab_channel=DisruptivaMedia> [Consulta: 18 de diciembre de 2022]

EL TRADUCTOR DE INGENIERÍA (2022). “NUNCA uso la Fórmula de Bhaskara, y te explico porqué” a *Youtube* <https://www.youtube.com/watch?v=9ZNZPOYvWc4&ab_channel=ElTraductordeIngenier%C3%ADa> [Consulta: 18 de diciembre de 2022]

VERITASIVM EN ESPAÑOL (2022). “El Acertijo Imposible de Resolver” a *Youtube* <https://www.youtube.com/watch?v=ksasmB0YPzw&ab_channel=Veritasiumenespa%C3%B1ol> [Consulta: 18 de diciembre de 2022]

FENSTERMARCHER, G. D. (1979). *A philosophical consideration of recent research on teacher effectiveness. Review of Research in Education*, 6. American Educational Research Association.

FIDALGO, A. (2016). “Metodologías. Lección Magistral: Qué es y cómo mejorarla. Innovación Educativa.” a *Innovación Educativa* <<https://innovacioneducativa.wordpress.com/2016/04/07/metodologias-leccion-magistral-que-es-y-como-mejorarla/>> [Consulta: 18 de diciembre de 2022]

GALEANNA, L. (2006). “Aprendizaje basado en proyectos” a *Revista Ceupromed*, vol. 1, núm. 27, pàg. 1. <<https://500historias.com/lecturas/El-aprendizaje-basado-en-proyectos.pdf>> [Consulta: 16 de diciembre de 2022]

GENERALITAT DE CATALUNYA. DEPARTAMENT D’ENSENYAMENT. (2018). *El currículum competencial a l’aula: Una eina per a la reflexió pedagògica i la programació a l’ESO*. <<https://xtec.gencat.cat/web/.content/curriculum/eso/orientacions/20180302ProgramacionsESO.pdf>> [Consulta: 15 de diciembre de 2022]

GENERALITAT DE CATALUNYA. DEPARTAMENT D’ENSENYAMENT. (2019). *Currículum educació secundària obligatòria*. <<https://educacio.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/curriculum/curriculum-eso.pdf>> [Consulta: 17 de diciembre de 2022]

GOBIERNO DE CANARIAS. CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y UNIVERSIDADES. (2017) *Gamificación ¡A jugar!* <<https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/pedagogic/gamificacion/>> [Consulta: 17 de diciembre de 2022]

GODINO, J. D., BATANERO, C. I VICENÇ, F. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. <https://ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf> [Consulta: 16 de diciembre de 2022] [Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada]

HERMSEN, J. J. (2019). *La melancolía en tiempos de incertidumbre*. Madrid: Siruela

INSTITUT D'ESTUDIS CATALANS. "Alumne" a *Diccionari de la llengua catalana de l'IEC* <<https://dlc.iec.cat/Results?DecEntradaText=alumne&AllInfoMorf=False&OperEntrada=0&OperDef=0&OperEx=0&OperSubEntrada=0&OperAreaTematica=0&InfoMorfType=0&OperCatGram=False&AccentSen=False&CurrentPage=0&refineSearch=0&Actualitzacions=False>> [Consulta: 12 de diciembre de 2022]

JÄGER, W. (1995). *En busca del sentido de la vida: el camino hacia la profundidad de nuestro ser*. Madrid: Narcea Ediciones.

JOHNSON, D. W., JOHNSON, R. T., i HOLUBEC, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós

LAWLER, S. (2016). "Identification of animals and plants is an essential skill set" a *The conversation* <<https://web.archive.org/web/20161117044125/http://theconversation.com/identification-of-animals-and-plants-is-an-essential-skill-set-55450>> [Consulta: 11 de diciembre de 2022]

LÓPEZ, J. (2015). "La taxonomía de Bloom y sus actualizaciones" a *Metabase de Recursos Educativos de la UAEM* <<http://euaem1.uaem.mx/handle/123456789/1366>> [Consulta: 11 de diciembre de 2022]

LORDA, J. L. (2016). *La vida intelectual en la Universidad: fundamentos, experiencias y libros*. Pamplona: Eunsa

MAURA, C., FLANNERY. (2007) "Observations on Biology" a *The American Biology Teacher*, vol. 69, núm. 9, pàg. 561-564. <https://web.archive.org/web/20170306033013/https://www.nabt.org/websites/institution/File/pdfs/american_biology_teacher/2007/069-09-0561.pdf> [Consulta: 11 de diciembre de 2022]

MORALES-BUENO, P. i LANDA-FITZGERALD, V. (2004). *Aprendizaje basado en problemas*.

<<http://148.202.167.116:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/574/Aprendizaje%20basado%20en%20problemas.pdf?sequence=1&isAllowed=y>> [Consulta: 16 de diciembre de 2022][Pontificia Universidad Católica del Perú, Departamento de Ciencias, Sección Química, Lima, Perú]

NCTM (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

OLIVERA, S. W. (2011). “Taxonomía de bloom” a *Universidad Cesar Vallejo*, vol 4. <https://scholar.googleusercontent.com/scholar?q=cache:P1_gW2_irBcJ:scholar.google.com/&hl=es&as_sdt=0,5> [Consulta: 8 de diciembre de 2022]

PEARSON (2022) *Transversalidad Educativa: ¿Cómo aprovechar este nuevo paradigma en tu escuela?* <<https://blog.pearsonlatam.com/en-el-aula/transversalidad-educativa-en-escuelas>> [Consulta: 14 de diciembre de 2022] [sense autoria reconeguda]

PÉREZ PORTO, J. i GARDEY, A. (2008). “Definición de aprendizaje - Qué es, Significado y Concepto.” a *Definición.De*. <<https://definicion.de/aprendizaje/>> [Consulta: 8 de diciembre de 2022]

PRÉSTEL-ALFONSO, C. (2016). *HFL: història de la filosofia: batxillerat*. Editorial Vicens Vives

REAL ACADEMIA ESPAÑOLA. “Matemático, ca” a *Diccionario de la lengua española*, 23.^a ed., [versión 23.5 en línea]. <<https://dle.rae.es/matematico>> [Consulta: 17 de diciembre de 2022]

REAL ACADEMIA ESPAÑOLA. “Taxonomía” a *Diccionario de la lengua española*, 23.^a ed., [versión 23.5 en línea]. <<https://dle.rae.es/taxonomia>> [Consulta: 8 de diciembre de 2022]

SÁNCHEZ, J. (2013). “Qué dicen los estudios sobre el Aprendizaje Basado en Proyectos” a *Actualidad pedagógica*, vol. 1, núm. 4 <<https://colorearte.cl/wp-content/uploads/2021/05/Aprendizaje-basado-en-proyectos.pdf>> [Consulta: 16 de diciembre de 2022]

SELLAN-NAULA, M. E. (2017). “Importancia de la motivación en el aprendizaje” a *Revista electrónica sinergias educativas*, vol. 2, núm. 1, pàg. 13-19. <<https://www.sinergiaseducativas.mx/index.php/revista/article/view/20/0>> [Consulta: 3 de noviembre de 2022].

SERRANO-PUCHE, J. (2017). "Lorda, JL (2016). La vida intelectual en la Universidad. Fundamentos, experiencias y libros. Pamplona: Eunsa. 299 pp.” a *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, vol. 11, núm. 1, pàg. 240-241. <http://www.scielo.org.pe/scielo.php?pid=S2223-25162017000100016&script=sci_arttext&tlng=pt> [Consulta: 12 de diciembre de 2022]

SIGNIFICADOS (2013) *Significado de axioma*. <<https://www.significados.com/axioma/>> [Consulta: 18 de diciembre de 2022] [sense autoria reconeguda]

SIGNIFICADOS (2015) *Qué son las Matemáticas*. <<https://www.significados.com/matematica/>> [Consulta: 18 de diciembre de 2022] [sense autoria reconeguda]

SKEMP, R. R. (1976). “Relational understanding and instrumental understanding” a *Mathematics teaching*, vol. 77, núm. 1, pàg. 20-26. <<http://www.davidtall.com/skemp/pdfs/instrumental-relational.pdf>> [Consulta: 18 de diciembre de 2022]

TEDX TALKS (2014). “Math isn't hard, it's a language | Randy Palisoc | TEDxManhattanBeach” a *Youtube* <https://www.youtube.com/watch?v=V6yixyiJcos&ab_channel=TEDxTalks> [Consulta: 17 de diciembre de 2022]

THE WILD PROJECT (2022). “The Wild Project #166 ft Eduardo Sáenz de Cabezón | Teorema de Sheldon Cooper, ¿El infinito existe?” a *Youtube* <https://www.youtube.com/watch?v=57Gts-zsb2w&t=448s&ab_channel=TheWildProject> [Consulta: 18 de diciembre de 2022]

VIGOTSKY, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

WILSON, L. O. (2016). “Anderson and Krathwohl Bloom’s taxonomy revised” a *The Second Principle*, pàg. 1-8.

Material gràfic

3. Procés seguit en la solució de problemes plantejats per ser resolts des del nivell de l'aplicació [figura]. A: creació pròpia inspirada en BLOOM, B. S. (1977), pàg. 80. *Taxonomía de los objetivos de la educación: la clasificación de las metas educacionales: manuales I y II*. Buenos Aires: El Ateneo.

4. Taula comparativa entre la Taxonomia de Bloom del 1956 i la Taxonomia revisada de Bloom, feta per Anderson i Krathwohl al 2001. [figura]. A: creació pròpia inspirada en WILSON, L. O. (2016). "Anderson and Krathwohl Bloom's taxonomy revised" a *The Second Principle*, pàg. 1-8.

L'ésser humà pot fer allò que vol, però no tria voler allò que vol

Schopenhauer

La ment no és un recipient que ha de ser omplert, sinó una llum que ha de ser encesa.

Plutarc

La gla conté totes les característiques de l'alzina, però no es desenvolupa sense ser sotmesa a la foscor, humitat i pesadesa de la terra.

Jäger. W

Well is the enemy of better

Skemp, R. R